

# Teoria generală a relativității

---

*Conferință scrisă pentru Soc. Studenților Școlii Politecnice*

AL. PROCA  
Inginer

Teoria lui Einstein, nu mai stă astăzi, între preocupările opiniei publice, pe planul întâi. Alte chestiuni i-au luat locul și ocupă actualmente atenția marelui public; în schimb în cercurile științifice se urmează o activă cercetare critică a teoriei, a punctelor ei slabe, a extensiunilor și a consecințelor ei.

Pentru o înțelegere mai deplină și pentru formarea unei păreri obiective, situația de azi e preferabilă celei de ieri; judecata și spiritul critic sunt, în orice caz, mai libere, mai puțin influențate de elemente străine, decât altădată; și acest lucru își are importanța sa, când e vorba de o teorie despre care s'a putut spune că își datorește succesul său numai unei „sugestii a maselor“.

Am avut plăcerea să expun în fața d-v. într-o conferință, câteva din ideile fundamentale ale teoriei lui Einstein <sup>1)</sup>. N'am avut însă atunci posibilitatea să ating unele chestiuni decât în treacăt.

Îmi propun astăzi să completez această lacună, expunând totodată teoria lui Einstein dintr'un punct de vedere diferit de cel adoptat în conferința precedentă. În acest chip conferința de

---

1) Vezi Al. Proca *Principiul relativității*, Bul. Soc. Politecnice 1920, Nr. 7—8 și 11—12.

astăzi va completa pe cea dintâi; mă voi îngriji însă ca cei ce m'au asistat la prima să nu fie stânjeniți de acest fapt în urmărirea celei de a doua.

Voi căuta în primul rând să fixez diferența față de punctul de vedere precedent lămurind câteva din aspectele noi, pe care le-a dobândit teoria relativității grație unor descoperiri posterioare lucrărilor lui Einstein. Odată lămurit acest punct, voi căuta să analizez elementul fundamental al întregii teorii în noua ei înfățișare, anume multiplicitatea cu 4 dimensiuni  $x y z t$ , adică ceea ce se numește de obicei *spațiul cu 4 dimensiuni* al teoriei lui Einstein. Această denumire e folosită curent de matematicieni; totuși ea e incorectă și poate provoca confuzii la cei nefamiliarizați cu acest fel de noțiuni. Cum în cazul nostru nu există pericol de confuzie, voi păstra această denumire tocmai fiindcă nu e riguros exactă, folosind această neprecizie pentru a sprijini o analogie explicativă, menită să prezinte lucrurile într'un chip mai accesibil intuiției noastre. Ca aplicație imediată voi trata problema gravității, după Einstein.

Apoi condus în mod natural de dezvoltările precedente la un studiu mai aprofundat al spațiului cu 4 dimensiuni, voi căuta să arăt care e procedeul matematic prin care se studiază efectiv acest spațiu, și în ce mod se aplică aceste calcule teoriei relativității. Revenind la fenomenele fizice voi semnală câteva consecințe interesante ale teoriei și dezvoltările la care au dat loc. Mă voi ocupa apoi de o extindere foarte importantă, a teoriei datorită lui H. Weyl, și cu aceasta voi termina expunerea teoriei generale a relativității. În fine, voi mai semnală principalele obiecțiuni care s'au adus acestei teorii, așa că la sfârșit vom fi dobândit o privire de ansamblu asupra teoriei lui Einstein, expusă dintr'un punct de vedere care, foarte probabil, va rămâne cel clasic.

\*  
\*   \*  
\*

Felul modern de a expune teoria relativității diferă mult de cel folosit mai înainte. Dela primul memoriu al lui Einstein el s'a schimbat, evoluând după cum evoluează de altfel expunerea oricărei teorii fizice, care se îmbogățește mereu cu rezultate noi, și care n'a ajuns încă la un aspect de ansamblu definitiv. Se pot distinge până acum 2 perioade în această evoluție. În prima, al cărei punct de vedere l'am adoptat în conferința precedentă, ex-

punerea urmărea idelle fundamentale prezentându-le în înălțuirea lor logică; cu alte cuvinte expunerea avea caracterul unei analize a fenomenelor în vederea descoperirii unor anumite rezultate.

Cu totul altfel se prezintă lucrurile în stadiul actual al teoriei. Aceasta a ajuns în dezvoltarea ei la un punct staționar. S'au dobândit o serie de rezultate care au fost generalizate la extrem S'au descoperit apoi elementele fundamentale care permit coordonarea acestor rezultate într'un tot armonic. Așa că, acum, ținta oricărei expuneri este punerea în evidență a acestui tot armonic, înfățișarea teoriei ca o construcție de sine stătătoare, clădită în mod logic pornind dela o serie de fapte și principii luate drept bază și degajată de orice alte teorii parazite. Cu alte cuvinte o expunere modernă a teoriei relativității este o sistematizare, o rearanjare după un plan logic și estetic a tuturor rezultatelor dobândite până aci,—într'un cuvânt o *expunere sintetică*.

Evoluția aceasta este de altfel comună tuturor teoriilor; procedeul de analiză, indispensabil descoperirii, face loc sintezelor, absolut necesară pentru o expunere și pentru o privire de ansamblu, care să așeze definitiv teoria între celelalte discipline ale științei.

În cazul nostru particular mai există un motiv pentru ca lucrul să fie așa: teoria generală a relativității este ea însăși o vastă sinteză a fenomenelor fizice, o teorie care, strângându-le la o altă caută să le deducă pe toate în chip uniform, dintr'un principiu unic.

I se zice într'adevăr „teoria relativității“, dar conținutul nu mai corespunde de loc cu titlul ei. De fapt azi teoria relativității generale trebuie pusă în rândul teoriilor care caută să găsească ceea ce se numește,—cu un cuvânt destul de impropriu,—o „explicație“ *unică* a fenomenelor fizice.

În acelaș mod se căutau altădată „explicații“ mecanice ale Universului; orice fenomen trebuia să fie reductibil la fenomene de mecanică, adică supuse unor legi care derivau din principiile fundamentale ale acestei discipline. După ce s'a constatat însucsesul acestei explicații s'a căutat o alta mai completă, explicația electromagnetică. Aceasta reducea fenomenele, în ultimă analiză, la fenomene electromagnetice elementare, înglobând pe lângă fenomenele considerate mai înainte și pe acelea cărora nu li se putuse constui încă un model mecanic.

Sinteza realizată era astfel foarte completă. Aproape toate categoriile de fenomene fizice mai importante se puteau explica cu ajutorul acestei teorii electromagnetice. Rămăsese însă o excepție : fenomenelor gravitației nu li se putuse găsi până acum câțiva ani niciun model.

Teoria generală a relativității le explică în fine și pe acestea și ne dă un model după care ne putem închipui mecanismul rămas atâta timp de nepătruns al fenomenului ; apoi, printr'un procedeu analog, ea reușește să explice și fenomenele electromagnetice. În acest chip ea realizează cea mai completă sinteză a fenomenelor fizice, reunind printr'un element comun, într'o explicație unică și nouă, fenomene care după aparențe sunt fundamental deosebite între ele.

Pe măsură ce știința înaintează, adică pe măsură ce se descoperă și se cercetează fapte noi, o altă sarcină se impune savanților : acela de a cataloga și de a clasa aceste fapte, aranjându-le în arsenalul cunoștințelor noastre în grupe, într'o ordine logică justificabilă, urmând în orice caz un fir conducător.

Am putea compara foarte bine aceste cunoștințe cu niște piese de muzeu ; ele nu pot fi trântite unele peste altele la întâmplare ci trebuiesc aranjate, clasate în ordine, ținând seama de înrudirea lor, de legăturile care există între ele.

Varietatea acestor clasificări este infinită, ele diferind prin elementul de legătură pe care îl considerăm. În teoria mecanică a universului acest element de legătură îl formau principiile și legile mecanicii, de care ascultau toate fenomenele ; în cea electromagnetică ipotezele și ecuațiile electromagnetice ; în teoria generală a relativității, elementul de legătură îl formează principiile geometriei și *continuul cu 4 dimensiuni spațiu-timp*, care alcătuiește Universul.

Mai clar : Ansamblul tuturor punctelor din spațiul  $x, y, z$ , și a tuturor momentelor de timp  $t$ , formează din punct de vedere matematic un continuu cu 4 dimensiuni  $xyzt$ , pe care-l vom numi : universul, multiplicitatea sau spațiul cu 4 dimensiuni. *Acesta este elementul de legătură în teoria lui Einstein, după cum se va vedea mai precis din lămuririle ce vom da mai departe.*

Fiecare din clasificările de mai sus e mai cuprinzătoare decât cea precedentă ; în această privință e foarte interesantă o

comparație între teoria mecanică a fenomenelor și sinteza geometrică a lui Einstein. Și în una și în cealaltă folosim ca elemente fundamentale cele 4 cantități  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $t$ . Dar câtă deosebire în rezultate! Câtă diferență în capacitatea de a „explica”, datorită numai faptului că elementul de legătură și punctul de vedere s’au schimbat.

Așadar în rezumat teoria generală a relativității este o teorie care intră în categoria teoriilor de sinteză a fenomenelor, adică a acelor teorii care caută să dea o explicație unică fenomenelor naturale.

\*  
\*   \*  
\*

De fapt, o teorie care „explică” un fenomen nu este altceva decât descrierea unui „model” al acestuia adică a unei serii de fenomene elementare, — de natură determinată de caracterul teoriei, — și al căror mecanism reproduce fenomenul dat cu absolut toate caracteristicile sale. De exemplu teoria ondulatorie a luminei dă un model mecanic al fenomenelor luminoase, căci ne putem închipui eterul vibrând în așa fel încât să reproducă întocmai toate particularitățile luminei.

Un model, de orice natură, al fenomenelor gravitației, trebuie în același mod, să fie un mecanism care să poată reproduce 2 caracteristici esențiale ale acestor fenomene: 1) acțiunea gravitației să se exercite cu același intensitate asupra oricărui corp independent de natura lui și 2) ea să se propage cu o viteză infinită. Niciun model mecanic sau electromagnetic nu poate realiza aceste condițiuni; nu s’a putut deci explica gravitatea nici prin teorii mecanice, nici prin ipoteze electromagnetice.

Teoria generală a relativității prezintă și ea un asemenea model; dar ceea ce o deosebește de celelalte teorii este caracterul singular, neobișnuit, al elementului cu ajutorul căruia se realizează sinteza.

Într’adevăr, în teoria mecanică a Universului, totul se putea reduce la *mișcare*, adică la un fenomen *fizic* elementar; tot așa în celelalte teorii sintetice elementul de legătură era un fenomen sau o categorie de fenomene fizice simple. Spre deosebire de toate acestea elementul de legătură din teoria generală a relativității *nu este ceea ce suntem obișnuiți să numim fenomen fizic*;

elementele constitutive ale modelului nu sunt fenomene fizice. *Teoria relativității „explică” cu ajutorul unui element geometric, cu ajutorul spațiului cu 4 dimensiuni; aceasta o deosebește de alte teorii de sinteză și în aceasta constă singularitatea ei.*

Până azi spațiul și timpul interveneau în mod natural în fizică: orice fenomen trebuia să aibă loc în spațiu și în timp caracterul acestor noțiuni era însă acela al unor elemente inerte, pasive. *Ideia fundamentală și caracteristică a teoriei generale a relativității este tocmai introducerea spațiului (mai precis a multiplicității cu 4 dimensiuni: 3 coordonate spațiale și una timp) ca element activ, determinant al fenomenelor.*

Până azi spațiul era oarecum vasul în care s'ar petrece reacțiunile chimice pe care le studiem; meritul lui Einstein este de a fi arătat că și *substanța vasului* [participă la orice reacțiune chimică într'un mod mai mult sau mai puțin pronunțat; că această acțiune are o importanță fundamentală și că poate explica fenomene rămase neexplicate până în prezent.

În ce mod se realizează cele ce am afirmat aci, vom cerceta îndată.



Așadar teoria generală a relativității ia ca element fundamental, cu ajutorul căruia „explică” fenomenele, multiplicitatea fizic. Grație lucrărilor lui Einstein și Weyl se poate construi, pornind dela acest element și sprijinindu-ne pe principiile geometriei, teoria fenomenelor fizice adică un model geometric al acestor fenomene. Această construcțiune, e însă geometrie pură; așa că în definitiv caracteristica teoriei relativității e o *geometrizare* a fizicei, o reducere la geometrie; și din acest punct de vedere mult mai meritor ar fi să i se înlocuiască numele actual, cu acela de *teoria geometrică* sau *geometria fenomenelor fizice*.

Așa dar ideile lui Einstein au condus la o geometrizare a fizicei; acest fel de a formula concluzia arată lămurit tot aspectul singular, neobișnuit, caracteristic acestei teorii și explică de ce unii s'au întrebat dacă, în definitiv, e util să reducem fizica la geometrie, și mai întâi de toate dacă lucrul e posibil.

În această privință, nu trebuie să uităm că, în genere, teoriile de sinteză sunt prea limitative; complexul extraordinar de divers al naturii nu poate fi prins în câteva ecuații care vor fi

prea particulare ca să ne poată da indicațiuni asupra tuturor fenomenelor pe care nu le cunoaștem încă.

O geometrizare a lumii e și ea o limitare a câmpului de cercetări; cunoaștem într'adevăr de pe acuma, fenomene naturale care nu intră în schema acestei geometrii a lumii, de ex. fenomenele vitale. Așa că la un moment dat și această teorie geometrică a fenomenelor va trebui să cedeze locul alteia mai cuprinzătoare decât ea. Azi teoria relativității constituie teoria de sinteză cea mai apropiată de idealul teoriei explicative unice; mâine e probabil că și ea va deveni prea îngustă, ca și oricare altă teorie de acest gen.

Cu alte cuvinte *nu* aceasta este latura caracteristică cea mai importantă a teoriei generale a relativității și care să merite a ocupa într'un studiu primul plan; importanța teoriei geometrice a lumii ca sinteză a fenomenelor e relativă la noi, la epoca noastră, poate la secolul nostru; ca teorie de sinteză, ea va fi poate abandonată cu totul într'un viitor îndepărtat. Ceeace e important sunt concepțiile noi, ideile noi și felul nou de a utiliza pe cele cunoscute; ceea ce e important e însăși structura teoriei, aplicată acolo unde se poate aplica, și studiată în vederea rezultatelor noi ce se pot obține în anumite domenii, iar nu din punctul de vedere al unei sinteze generale pe care n'are s'o realizeze nici o teorie, niciodată.

Deaceia, nici nu vom insista mai mult decât am făcut până acum, asupra acestei caracteristici a teoriei, ci o vom folosi numai pentru a realiza o expunere cât mai adecvată subiectului.

Vom căuta însă să punem în lumină dela început rolul elementului fundamental al teoriei: multiplicitatea cu 4 dimensiuni  $xyz t$ , pe care o formează totalitatea punctelor din spațiu și a momentelor de timp.

Am expus în conferința precedentă modul în care s'a recunoscut importanța fundamentală a reunirii elementelor spațiale cu cele de timp, și nu voi mai reveni asupra acestui lucru. E lucru clasic, cunoscut de toți azi, că teoria relativității nu separă spațiul de timp, că nu consideră deoparte spațiul cu 3 dimensiuni  $xyz$  și de alta timpul  $t$ , ci că le reunește și studiază fenomenele naturale în *multiplicitatea  $xyz t$* .

Acest „spațiu cu 4 dimensiuni“ posedă proprietăți speciale

în strânsă legătură cu fenomenele care au loc în el; vom începe deci studiul teoriei, cercetând mai de aproape acest element.

Dar mai întâi câteva cuvinte asupra dificultăților pe care le vom întâlni în drum.



În genere teoria lui Einstein e foarte greu de înțeles dintr'o broșură de vulgarizare.

Se zice adeseaori că această teorie e pur matematică și că deci nu poate fi înțeleasă decât de acei care stăpânesc deplin simbolismul matematic.

E, evident, așa, dacă vorbim de un studiu amănunțit și complet; dar dacă e vorba numai de înțelegerea teoriei, în liniile sale generale, de prinderea idellor de bază, afirmațiunea este falșă. În primul rând teoria lui Einstein nu este o teorie matematică, ci o teorie fizică; simbolismul matematic nu e aci decât un instrument,—extrem de complicat și pe deasupra indispensabil,—dar, în definitiv, nimic altceva decât un instrument. În nici o altă teorie fizică nu s'a folosit atâta matematică, probabil fiindcă a.i „modelul“ fenomenelor e de natură geometrică; totuși teoria relativității rămâne în fondul ei o teorie fizică, și cel care o cunoaște cel mai bine, însuși Einstein, a atras în mod special atenția asupra acestui lucru, de curând în conferința sa dela Paris.

Ca urmare, ideile fundamentale ale teoriei pot fi expuse și într'un limbaj care să nu fie cel matematic. Ideile fundamentale sunt perfect inteligibile, admitând bineînțeles că cunoaștem noțiunile elementare ale fizicii și geometriei, că știm anume despre ce vorbim. Aceasta este într'adevăr piedica cea mai mare de care se izbește orice vulgarizator care vrea să expue teoria unui public absolut profan: el vorbește despre schimbări în concepțiile noastre actuale, când auditorul nu cunoaște de fapt care sunt acele concepții,—și face apel la noțiuni și interpretări noi, când publicului i-ar trebui poate lămurit mai întâi noțiunile cele vechi.

Cum, din fericire, nu suntem în situația aceasta, vom urmări ideile fundamentale, și veți vedea,—sper,—că, cu puțin efort, lucrurile se pot înțelege foarte ușor. Mai mult, veți constata, de exemplu, că în teoria lui Weyl (care completează teoria lui



Einstein), Ideia fundamentală e de o atât de mare simplitate încât nu numai că oricine o poate înțelege, dar ne dăm seama că oricine ar fi putut-o descoperi, fără să aibă neaparat vre-o cultură matematică deosebită.

Așa fiind, îmi voi permite să încerc a vă expune calitativ ideile fundamentale ale teoriei cât voi putea mai clar și cu cât mai puține formule. Voi folosi în acest scop toate mijloacele, care îmi vor sta la îndemână și în special voi folosi mult analogia.

Analogiile sunt periculoase când vrem să studiem mai aprofundat o chestiune, căci ele ne împiedică să facem efortul necesar înțelegerii ei; dar ele sunt extrem de utile,—atât pentru cel care abordează pentru prima oară o chestiune, ca și pentru cel care o posedă în cele mai mici amănunte,—și aceasta pentru că analogiile sunt făcute ca să sugereze. În primul caz, apropiind lucruri cunoscute de altele, necunoscute, ele ne ușurează înțelegerea acestora din urmă; în al doilea, comparând mecanisme deosebite în fond ne sugerează legăturile noi, ne pun uneori pe calea unor noi descoperiri.

Vom folosi deci și noi analogiile și anume le vom utiliza pentru a descrie modelul gravitației după Einstein, cu alte cuvinte vom expune în același timp și teoria gravitației, pentru ca discuțiunea să nu fie prea abstractă.

Odată ce vom fi dobândit, cu ajutorul [analogiilor, certitudinea intuitivă că spațiul poate juca un rol oarecare în mersul unui fenomen fizic, și îndată ce vom cunoaște un mecanism care să ne arate în ce chip s'ar putea petrece aceasta, ne va fi ușor să prindem adevăratele caracteristice ale teoriei generale a relativității și să cercetăm, până în amănuntele lui, splendidul edificiu ridicat de Einstein.

\*  
\* \* \*

Am afirmat în introducerea pe care am făcut-o, că modelul fenomenelor naturale în teoria lui Einstein, era de natură geometrică, mai precis, *că spațiul cu 4 dimensiuni  $xyzt$  era elementul care „explica” aceste fenomene.*

Am căutat să pun în evidență singularitatea acestei afirmațiuni, absurdă la prima vedere.

Intr'adevăr, de noțiunea de fenomen natural se leagă o serie de alte noțiuni, care n'au nici cea mai mică legătură aparentă cu aceea de spațiu: de exemplu forța care provoacă fenomenul. Când o piatră cade zicem că există o forță care o trage spre centrul pământului; ce legătură poate exista între această forță și spațiu (sau în re ea și multiplicitatea *xyzt*)?

Aparent niciuna. Și dacă nu există nici o legătură între spațiu și forță,—care e „cauza“ fenomenului,—cum poate atunci acest spațiu să „explice“, prin proprietățile sale, fenomenele?

Să precizăm, ce trebuie să înțelegem când afirmăm că, cu ajutorul spațiului, (adică al multiplicității) *xyzt*, putem „explica“, în teoria lui Einstein, fenomenele naturale.

A „explica“ un fenomen este, cum am mai spus mai înainte, a ne închipui mecanismul său, cu alte cuvinte a imagina un model, care cu ajutorul unor fenomene mai simple să reproducă pe cel dat. Nici o altă condiție nu se cere acestui model decât acela de a reproduce toate caracteristicile fenomenului pe care îl reprezintă. De ex. o explicare a luminii trebuie să poată da seama de fenomenele interferenței, difracției, etc.

În vechea teorie ondulatorie a luminii, explicăm lumina cu ajutorul eterului. Senzațiile noastre luminoase aveau drept cauză externă vibrațiile eterului; lumina, ca fenomen extern, era deci chiar mișcarea acestui eter.

În mod analog în teoria lui Einstein explicăm, gravitatea cu ajutorul spațiului și proprietăților lui. Senzațiile noastre gravifice și toate fenomenele gravitației își au obârșla în structura spațiului, sunt adică datorite unei proprietăți a acestui spațiu și anume, —ca să anticipăm puțin,—sunt datorite curbării lui.

Cu alte cuvinte Einstein pretinde următoarele două lucruri, bizare la prima vedere:

a) *Universul nostru, adică spațiul cu 4 dimensiuni în care ne aflăm, n'are aceeași structură în toate punctele sale.*

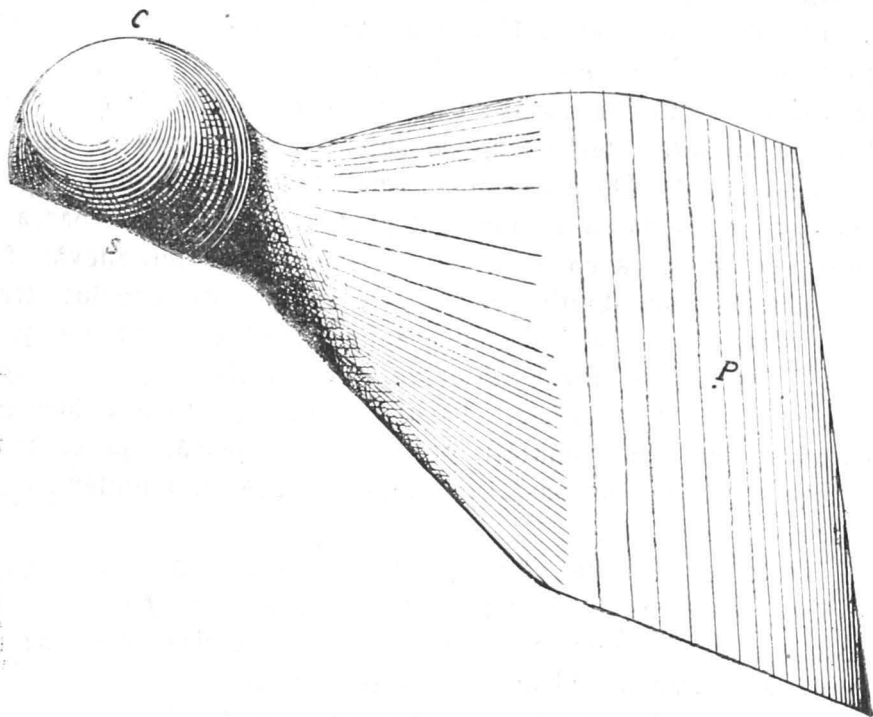
b) *Această structură și variațiile ei se manifestă prin fenomene gravifice.*

E inutil să mergem mai departe, până nu vom fi înțeles aceste afirmațiuni, lucru fără de care nu putem să înțelegem nimic din teoria generală a relativității. Voi căuta deci să arăt în

primul rând, prin analogii că într'adevăr ne putem închipui un spațiu care să n'aibă același *structură* în toate punctele sale, și să explic ce înseamnă aceasta; voi încerca apoi,—tot prin analogii,—sa dovedesc în ce fel *spațiul poate, prin proprietățile sale pur geometrice, să determine fenomene fizice, fapt fundamental, neîndeajuns studiat până azi, deși e de o importanță considerabilă.*



Am să procedez prin analogie. Și fiindcă am să folosesc mereu o anumită analogie, să-mi dați voie să o expun aci, la început, odată pentru totdeauna.



Să presupunem că ar putea exista ființe care să fie complet turtite, având astfel *numai 2 dimensiuni*, comparabile deci cu siluete tălate dintr'o foaie de hârtie, sau de cauciuc mai bine, extrem de subțire.

Să considerăm *lumea cu 2 dimensiuni* în care se mișcă aceste ființe, adică o suprafață de o formă oarecare din care aceste ființe nu pot eși. E esențială această din urmă observație,

care de altfel nu e decât o concluzie logică a ipotezei că ființele și universul în care se mișcă au numai două dimensiuni. Ne putem închipui acest univers ca o foaie foarte subțire în care ele se deplasează, dar *din* care nu pot eși.

Să presupunem că această foaie subțire are următoarea formă: e o calotă sferică  $C$  în jurul centrului sferei  $S$ , — pe care să-l numim „soarele”, (nu ne interesează cum e în imediată apropiere de  $S$ ); de aci încolo se racordează continuu printr'o suprefață de o formă oarecare până ce, destul de departe de  $S$  în regiunea  $P$ , suprafața devine plană; mai departe de  $P$  poate fi orcum, cilindrică de ex.

Acestea sunt ipotezele; să examinăm consecințele lor. Să presupunem că una din ființele noastre p'ate, care se află actualmente pe calota sferică  $C$ , merge pe suprafață până în regiunea plană  $P$ . *Ea nu poate eși din suprafață*. Cât timp stă pe sfera  $C$  ea e îndoită, curbă; când trece pe planul  $P$  ea trebuie să devie dreaptă; deci corpul ei suferă o schimbare pe care ea o poate constata. Dacă examinăm mai de aproape problema, constatăm că schimbarea e mult mai profundă decât s'ar părea la prima vedere, și că ea e cu siguranță constatată. Într'adevăr când acea siluetă tăiată dintr'o foaie foarte subțire de cauciuc trece de pe sfera  $C$  în planul  $P$ , nu e suficient să se desdoale și să devie dreaptă, ci e nevoie să-și lungească unele părți ale corpului și să-și contracte altele. Tăiați o minge în două și încercați să aplicați una din jumătăți pe o masă plană, așa ca toate punctele ei să fie pe masă. E imposibil dacă nu întindem, dacă nu lungim cauciucul.

Deci în concluzie, *când ființa imaginară trece depe sferă pe plan corpul său se lungește pentru motivul că sfera nu e aplicabilă pe plan, adică nu e desfășurabilă*. Acelaș lucru se întâmplă când transportul are loc în sens invers.

Așadar o *diferență de curbură* a spațiului, în care se mișcă ființele noastre imaginare, se manifestă printr'o lungire sau o contractare și printr'o îndoire a corpului lor.

Iată deci care sunt consecințele care decurg dintr'o singură poteză: aceia că lumea ființelor noastre era o suprafață oarecare curbă, cu 2 dimensiuni.

Să reținem bine amănuntele acestei analogii fundamentale,

la care voi face apel în tot momentul, și să ne întoarcem la teoria lui Einstein.

\* \* \*

Am văzut că el afirmă că :

1) *Spațiul cu 4 dimensiuni x y z t nu e același, adică n'are aceiași structură în toate punctele sale.*

2) *Proprietățile acestui spațiu pot determina fenomene fizice, și în special ele îl fac apt ca să fie utilizat în construirea unui model al fenomenelor gravitației.*

Dacă ne reamintim ficțiunea lumii cu 2 dimensiuni, lucrurile acestea devin ușor de înțeles.

Presupunem că în loc de spațiul cu 4 dimensiuni din teoria lui Einstein, considerăm spațiul cu 2 dimensiuni pe care l-am cercetat deja. Rezultatele vor fi analoage, până la un anumit punct.

Se vede atunci clar, în primul rând că *spațiul poate avea structuri deosebite în două regiuni date :*

Spațiul în C (calota sferică) nu e identic cu cel în P (porțiunea plană), pentru că de exemplu, (din punctul nostru de vedere) în P putem duce o linie dreaptă, dar în C nu.

Se vede apoi tot așa de ușor că *această diferență de structură a spațiului poate cauza fenomene fizice, ca apariția unei forțe de exemplu.*

Într'adevăr să presupunem că ființa noastră care se află actualmente în partea plană P a spațiului, ar fi formată dintr'o lamă subțire de oțel, *elastică* ; să presupunem că ea pornește spre porțiunea curbă C a spațiului. Cu cât se va apropia mai mult de „soarele” S, cu atât ea se va îndoi mai tare, din cauza suprafeței care e din ce în ce mai curbă.

De oarece o presupunem elastică, *în ea se va naște deci o tensiune, o forță care cum vedem, se datorește numai și numai faptului că spațiul în C e mai curb decât în P.*

Sau, în general, să considerăm o ființă imaginară alcătuită tot așa dintr'un material extrem de elastic ; când ea trece din P în C, de pe plan pe sferă, mai aproape de soare, corpul ei e nevoit să se îndese, să-și micșoreze întinderea. În el se vor desvolta deci forțe elastice, datorite numai faptului că spațiul e curb în regiunea C.

Sau, înfârșit. să presupunem că ființa noastră ar fi formată dintr'un resort spiral, ca acel al ceasornicelor, mult mai fin însă. Figura lui de echilibru e plană. Cât timp ființa se va găsi în porțiunea plană a spațiului P, ea nu va simți nimic anormal. Dacă ea se apropie de „soare”, dacă ajunge adică în porțiunea sferică a spațiului, resortul se deformează, căci nu poate eși din acest spațiu (spirala se poate deforma așa ca să se așeze pe sferă). Ea va căuta însă să revie la poziția ei de echilibru, care e plană, deci centrul ei va căuta să se apropie de planul ultimei spire, cu alte cuvinte *centrul ei va fi solicitat de o forță îndreptată spre centrul sferei, adică spre soare.*

Ființa noastră, care nu-și poate da imediat seama că spațiul e curb, va afirma atunci că *este atrasă de soare*, în apropierea acestuia și aceasta *cu atât mai mult cu cât apropierea este mai mare.* În realitate apariția forței ar fi datorită numai curburii spațiului.

Savanții lumii noastre ipotetice ar putea vorbi în acest caz de o acțiune atractivă la distanță analoagă gravitației ; în realitate fenomenul ar fi cu totul altul, *datorit numai curburii spațiului.*

Și pentru ca să și poată da bine seama de acest nou aspect al lui, ei ar trebui să facă efortul de imaginație, de a eși din spațiul lor cu 2 dimensiuni și a l privi dintr'un punct exterior lui, — cu alte cuvinte ei ar trebui să introducă în știința lor un spațiu care ar avea o dimensiune mai mult de cât cel obișnuit.

Se vede clar din exemplele precedente cum o proprietate *pur geometrică*, curbura spațiului cu 2 dimensiuni în care se mișcă ființele noastre ipotetice, poate provoca ea singură aparițiunea unei *forțe*, adică a unui element care, aparent, n'are nici o legătură cu acest spațiu,

Iată deci posibilitatea ca forma spațiului, — să-i zicem mai precis structura lui, — să influențeze asupra fenomenelor care se petrec în el, sau chiar să le provoace : apariția forței elastice în exemplul citat mai sus e datorită numai caracterului special al spațiului în regiunea considerată.

În sensul celor de mai sus va trebui deci să fie înțeleasă afirmația făcută mai înainte, că „în teoria lui Einstein spațiul nu e numai cadrul în care se petrec fenomenele naturale, ci că el are o influență oarecare asupra lor, că ie, prin proprietățile sale, o parte activă la mersul lor.

Iată deci cum s'ar putea imagina mecanismul prin care spațiul influențează sau provoacă unele fenomene naturale. Trebuie bine observat însă, că acest mecanism nu e cel real, în primul rând fiindcă el folosește spațiul cu 2 dimensiuni în loc de cel cu 4, pe care-l folosește teoria relativității. Apoi existența tensiunii elastice nu e indispensabilă, după cum am văzut ; ea a fost introdusă numai pentru ca demonstrația să fie mai izbitoare. Nu trebuie să pierdem din vedere deci că analogia prezentată aci, n'are alt scop de cât acela de a ne familiariza cu un fapt real, pe care intuiția noastră refuza până acum să l prindă : faptul că *proprietățile spațiului pot fi în anumite împrejurări determinante pentru fenomenele naturale care au loc în interiorul lui*.

Exemplul dat demonstrează că o asemenea influență e posibilă ; de aci și până la a presupune că o asemenea influență există și în natură, nu e de cât un pas pe care l-a făcut pentru prima oară Einstein prin teoria gravității pe care o vom cerceta în cele ce urmează.

\* \* \*

Problema gravității a fost una din cele mai grele probleme pe care și le-au pus vreodată cercetătorii naturii și ea trebuit să aștepte până în zilele noastre pentru a putea căpăta o soluție satisfăcătoare.

Prea complexă ca să fie studiată în general, ea a fost atacată la început în cazuri particulare și astfel s'au stabilit anumite legi cantitative. Newton, — singurul care a cercetat cu succes problema și a rezolvat-o complet pe timpul lui, — a reușit să coordoneze cercetările făcute și să condenseze rezultatele într'o lege care era privită ca cea mai generală, cea mai exactă, și cea mai utilă lege care se descoperise vreodată.

Ea consta într'o relație, mai mult sau mai puțin empirică, dând seama foarte bine de faptele constatate, dar lăsând neatinsă chestiunea mecanismului intim al fenomenului. Acest mecanism rămăsese până în vremea noastră, tot atât de misterios ca și în vremea lui Newton ; el nu era reductibil la nici un fel de complex de fenomene fizice elementare și chestiunea astfel pusă se prezenta ca o supărătoare problemă asupra unui fenomen cunoscut, pe care-l întâlnim la fiecare pas, dar asupra căruia avem atât

de puține cunoștințe, în cât nici măcar pe departe nu ne putem închipui cam în ce fel s'ar petrece în realitate.

Eram reduși să spunem că avem o acțiune la distanță ; mai precis două erau caracteristicile fenomenului, pe care nici un model fizic nu le putea reproduce :

1) Atracția gravitației se propagă cu o viteză enormă, infinită ;

2) Ea se exercită la fel, independent de natura fizică a corpurilor și de ceea ce numim masa lor.

Ultimul fapt era în special de nepriceput. Orice forță cunoscută am alege pentru ca să mișcăm un corp vom constata că e nevoie de o forță mai mare ca să mișcăm un corp mai greu, în aceleași condiții, — sau că o aceeași forță mișcă mai dificil un corp greu decât unul ușor. Totuși una singură din forțele pe care le cunoștea fizica veche nu se comporta astfel. Gravitatea nu face deosebire între un fulg sau o bucată de plumb. Experiența era făcută de mult dar explicația nu se găsisese încă. Se mai cunoștea o altă experiență care arăta că această forță are caractere foarte curioase. Dacă ne-am presupune într'un ascensor care cade spre pământ cu o accelerație de  $9,81 \text{ m/sec}^2$ , am constata că, în acel ascensor *nu mai există gravitație*, căci, — după principiul lui D'Alembert, — forța de gravitație ar fi anulată de forța de inerție și corpurile ar rămâne în echilibru<sup>1)</sup>.

Iată deci o forță, gravitația, care are caractere așa de singulare încât e foarte legitimă întrebarea dacă îi mai putem atribui numele de „forță”. E adevărat că nu putem da o definiție clară a forței ; cuvântul corespunde totuși unei noțiuni foarte familiare intuiției noastre. Când zic că o forță e aplicată unui corp îmi închipui, de exemplu, mâna mea, care cu ajutorul unei sfori sau a unui resort, trage de acel corp. Forța apare prin contracțiunea mușchilor se propagă prin sfoară din aproape în aproape până la corp pe care-l deplasează ; și îmi dau seama că sunt corpuri pe care le pot mișca, dar că există altele pe care nici nu le-aș putea urni din loc.

Gravitația nu prezintă aceleași caractere ; prin proprietățile

1) Am explicat pe larg aceste lucruri în conferința precedentă. Experiența amintită conduce la așa numitul principiu al echivalenței : orice câmp gravific poate fi socotit ca provocat de o mișcare accelerată convenabilă a sistemului,



sale ea pare că se îndepărtează de ceea ce numim în mod curent „forță” și e probabil că unii cercetători au observat de mult lucrul acesta și ar fi renunțat de grabă la concepția gravitației ca forță atractivă, dacă ar fi avut cu ce s'o înlocuiască.

Pentru prima oară Einstein reușește să realizeze acest lucru. Pentru el *gravitația nu e o forță ca aceia pe care o putem exercita trăgând un corp*; el nu-și închipue soarele legat de planete prin fire elastice în care se desvoltă forțe de tracțiune.

Această observație e esențială pentru cele ce vor urma și va trebui să o avem mereu prezentă în minte : *gravitația nu e o forță în sensul obișnuit al cuvântului.*

Pentru Einstein *fenomenele gravitației nu sunt altceva de cât aspectul sub care ni se prezintă proprietățile geometrice ale universului, adică ale multiplicității cu 4 dimensiuni  $x, y, z, t$ .*

În unele regiuni, în vecinătatea soarelui, de pildă, spațiul e mai curb de cât în alte părți; această curbură o constatăm, o simțim în fenomenele gravitației care și ele sunt mai intense în apropierea soarelui, de cât departe de el.

Atracțiunea gravitației nu e o legătură între corpul atrăgător și cel atras, o legătură ca aceia pe care ar realiza-o un fir elastic care le-ar reuni.

Nu există o asemenea legătură. Atracția asupra unui corp este consecința imediată a faptului că în punctul în care se află actualmente acel corp, spațiul este curb și nu plan, euclidian.

Fenomenele gravitației sunt datorite structurii spațiului iar nici de cum unei acțiuni directe a corpului ceresc care atrage planetele sistemului său.

Lucrul pare straniu la prima vedere ; să ne reamintim însă analogia pe care am făcut-o mai înainte. Am văzut cum ne putem imagina o lume cu 2 dimensiuni, plană în depărtare și sferică în apropiere de soare, în care se mișcă ființe imaginare, formate din resoarte spirale plane. În apropiere de soare, în porțiunea sferică a spațiului, ele vor constata că centrul lor e atras spre soare. Cu alte cuvinte ele vor constata un fenomen de atracție spre soare *deși nu există nici o legătură între soare și ele.* Atracțiunea e datorită numai faptului că spațiul e sferic ; și pentru ființele cu 2 dimensiuni această curbură se manifestă tocmai prin fenomene de gravitație.

Iată deci cum ne-am putea închipui această dependență între structura spațiului și fenomenele gravitației. Inutil să mai repetăm că cele de mai sus sunt numai o analogie explicativă și că în teoria lui Einstein lucrurile nu se petrec exact așa. Vom schița mai departe motivele științifice care ne obligă să facem legătura între fenomenele gravitației și structura spațiului în care au loc.

Deci, în rezumat, Einstein spune că gravitația nu e o forță în sensul obișnuit al cuvântului, căci nu există nicio legătură directă între corpul care atrage și cel care e atras. Fenomenele gravitației sunt datorite numai spațiului; existența lor e dovada curburii spațiului în punctul considerat. Toate caracteristicile fenomenului nu depind de cât de structura spațiului în vecinătatea punctului ales.

Și atunci, dacă e așa, caracterele neobișnuite ale acestor fenomene de gravitație se explică foarte simplu, condițiile pe care niciun model fizic nu le-a putut îndeplini, se îndeplinesc foarte ușor.

Prima caracteristică a gravitației era faptul că atracțiunea se propagă instantaneu. În teoria lui Einstein afirmația nu mai are sens. De vreme ce, pentru un spațiu dat, nu avem nici o legătură între corpul care atrage și cel care e atras, e absurd să vorbim de propagarea de la unul la altul a unei acțiuni inexistente. Într'un punct al spațiului  $M$ , gravitatea are caractere bine definite de structura spațiului în acest punct de exemplu o anumită intensitate. Să ne închipuim spațiul cu 2 dimensiuni de mai înainte. Când un corp ajunge în  $M$ , chiar în momentul în care sosește în  $M$  el e obligat să se conformeze curburii spațiului din acest punct, cu alte cuvinte să fie atras cu o anumită intensitate. Efectul e instantaneu. Dar despre propagare nu poate fi vorba.

Numai într'un singur caz putem vorbi în teoria lui Einstein despre propagarea gravitației: atunci când *spațiul și-ar schimba el însuși forma*, adică curbura.

Vom neglija aci această eventualitate de vreme ce ne ocupăm cu spații care au o structură bine determinată și invariabilă.

În al doilea rând fenomenul gravitației nu atârână de natura materialului supus experienței. Lucrul e evident așa în modelul cu 2 dimensiuni pe care l-am prezentat. Gravitația, care se traduce

aci prin îndoirea, scurtarea sau lungirea corpurilor așa ca ele să poată rămâne în spațiu, nu depinde de natura corpului, ci cel mult de forma lui.

Iarăși, adaug pentru ca să nu fie nici o confuzie, că cele de mai sus sunt numai analogii, și că o analogie e departe de a fi o identitate.

Așadar mecanismul imaginat de Einstein reproduce toate caracteristicile fenomenelor de gravitație. Explicarea acestora ca efecte ale unor particularități ale spațiului xxyzt este coerentă, logică în desfășurarea ei și pe deasupra consecințele ei sunt verificate de experiență.

Dar, în acest punct al expunerii, se naște de sigur în mintea ascultătorului, o nedumerire: „Înțeleg, — ar putea zice el, — că curbura spațiului poate provoca fenomene, apariții de forțe de pildă. Exemplul dat mai înainte e destulde convingător. Mai admit apoi ca cel ce caută o explicație a unui fenomen să facă anumite ipoteze: altfel n'ar putea lucra; așa fiind admit și ipoteza lui Einstein după care multiplicitatea în care trăim, prezintă curbura în anumite puncte, curbura ce se va manifesta prin anumite fenomene. Dar nu văd de loc: *de ce aceste fenomene ar fi numai decât fenomenele gravitației și nu alte fenomene*, de ex., cele electromagnetice. Evident și aceasta e o ipoteză a lui Einstein. Faptul că toate particularitățile gravitației se explică așa de bine în schema prezentată, — cu alte cuvinte, faptul că ipoteza „reușește“, — este într'adevăr un motiv pentru a o prefera altora, dar nu ne poate lămuri de loc. Dacă într'adevăr ipoteza corespunde realității, trebuie să existe o anumită legătură, între spațiu și gravitație, care ar trebui scoasă în evidență. În orice caz, pentru a judeca mai bine valoarea ipotezei, ar trebui să cunoaștem cel puțin etapele succesive prin care a trecut Einstein, pentru a ajunge până la ea”.

Obiecțiunea e importantă; ea nu se cade să fie lăsată la o parte nici chiar într'un prim studiu. Lucrul se va înțelege mai bine după ce vom cerceta mai aprofundat elementele cu ajutorul cărora se construiește teoria, și aceasta din cauză că în chestiunea de față, nemai putând folosi analogiile trebuie să lucrăm efectiv cu spațiul cu 4 dimensiuni, ceea ce nu e întotdeauna comod.

Chestiunea e însă prea însemnată pentru a o neglija; vom deschide deci o mică paranteză pentru a o lămuri cât mai pe scurt \*).

\* \* \*

Pentru această lămurire e esențial să ne reamintim două rezultate fundamentale ale teoriei, pe care le-am expus pe larg altă dată (conferința precedentă) și pe care am să le reamintesc aci.

Am văzut că în reprezentarea lui Minkowski, desfășurarea unui eveniment se poate urmări dându-se toate valorile coordonatelor spațiale  $x, y, z$  la diferitele momente succesive  $t$ . Aceste numere purtate pe un sistem de axe coordonate în spațiul cu 4 dimensiuni ne dau o curbă, care poate fi privită ca descriind fenomenul, de oarece ne permite să cunoaștem la fiecare moment  $t$ , poziția punctului  $x, y, z$ . *Dacă această curbă e o linie dreaptă, mișcarea e rectilină și uniformă; în caz contrar mișcarea posedă accelerație și reciproc.* Acesta e primul rezultat ce trebuie avut în vedere.

Al doilea este așa numitul principiu al echivalenței care spune că: *Din punct de vedere al efectelor produse, un câmp de gravitație e în totul echivalent cu o accelerație convenabilă, aplicată sistemului.* Deci pentru a studia fenomenele într'un câmp de gravitație dat, vom presupune că acesta nu există, dar că în schimb, aplicăm sistemului o accelerație convenabilă.

Acestea fiind precizate, e ușor de văzut care poate fi legătura între curba spațiului și fenomenele gravitației.

Să zicem că vrem să studiem mișcarea unui corp lăsat liber într'un câmp de gravitație. Vom presupune atunci că nu avem de loc gravitație, dar vom aplica sistemului o anumită accelerație și vom studia fenomenele. Să considerăm spațiul cu 4 dimensiuni și să ducem linia care ne dă mersul fenomenului. Dacă n'ar fi existat accelerație mișcarea corpului, lăsat liber, ar fi fost rectilină și uniformă, deci linia reprezentativă ar fi fost o dreaptă; deoarece există accelerație linia e curbă. Existența accelerației e însă echivalentă cu existența unui câmp de gravitație. Deci: *oridecâteori lăsăm*

---

\*) Totuși cititorul, căruia nu-i plac digresiunile, poate lăsa la o parte acest paragraf (care se termină la cele 3 aster'scuri următoare), fără nicio pagubă pentru înțelegerea restului.

*să cadă un corp liber într'un câmp de gravitație linia reprezentativă a fenomenului în univers este curbă.*

Putem considera mai multe corpuri lăsate să cadă liber, la diferite momente; toate liniile lor în univers, — care sunt geodezicele acestui univers, — vor fi curbe. Universul, spațiul cu 4 dimensiuni el însuși, va fi ceiace am numit un spațiu „curb“.

Viceversa să presupunem într'un Univers „curb“ un punct care se mișcă pe o geodezică. Deoarece punctul se deplasează pe o curbă, mișcarea efectivă este o mișcare cu accelerație, accelerație pe care o putem înlocui printr'un câmp de gravitație. Deci oricâteori punctul se mișcă într'o porțiune curbă a spațiului, el ne apare supus unui câmp de gravitație.

Iată deci cum s'ar putea explica de ce, de curbura spațiului sunt legate fenomenele de gravitație și nu alte fenomene. Punctul slab al acestei legături este principiul echivalenței, care, — după cum îi arată și numele, — indică o echivalență, constatată foarte precis experimental, utilă pentru calcul dar care nu ne indică în mod sigur o identitate de natură. În stadiul actual al științei însă, admiterea acestui principiu este complet îndreptățită.

Odată lămurite aceste lucruri să închidem paranteza și să revenim la vechea ordine de idei,

\* \* \*

A n dobândit în cele precedente un model geometric, care ne permite să ne dăm seama grosso modo, de mecanismul fenomenelor gravitației; am utilizat o serie de analogii care, pedeoparte ne ajutau intuiția să prindă unele lucruri greu de conceput, și pe de alta ne puneau la dispoziție un limbaj, — foarte vag, e adevărat, foarte neprecis, — dar suficient pentru ceiace ne propusesem.

Dacă vrem să părăsim analogiile și să cercetăm direct chestiunea trebuie să folosim un limbaj mai precis, limbajul matematic; fără el, nici nu putem defini în mod riguros elementele fundamentale ce intervin în fenomenele fizice de care am vorbit.

Nu vom expune aceste calcule aci: interesant însă e însuși felul de a aplica acest calcul matematic teoriilor pe care le-am schițat mai sus. Și cum analogiile pe care le-am indicat până acum ne pot ajuta să înțelegem până la un punct, ideile fundamentale

care ne conduc în această cercetare matematică, să-mi dați voie ca în câte-va cuvinte să caut a lămuri unele puncte ale acestei chestiuni.

Teoria gravitației e o teorie geometrică. Deci instrumentul de calcul l-am putea găsi gata în cercetările de geometrie pură, dacă acestea s'ar fi întins în domenii conexe cu acel pe care-l explorăm. Așa a și fost în cazul de față. Încă odată cercetările de geometrie pură făcute fără nici un scop practic, și-au căpătat o aplicație neașteptată în probleme de o natură ceva mai apropiată de realitate.

Două sunt elementele caracteristice, fundamentale, ale calculului, corespunzând celor două aspecte caracteristice ale teoriei.

Așa în primul rând, teoria de care e vorba aci se intitulează teoria relativității; principiul relativității cere, după cum știm, ca ecuațiile care exprimă mersul unui fenomen fizic *să fie independente de sistemul de referință*. Ele trebuie să fie invariante față de orice schimbare de axe, trebuie cu alte cuvinte să fie *ecuații intrinsece* ale fenomenului.

Această problemă, de a exprima ecuațiile fizice prin ecuații intrinsece, atrăsese atenția matematicienilor mai demult și aceștia desvoltaseră chiar un nou calcul numit „calcul tensorial“, care permitea tratarea sistematică a problemelor de soiul acesta. Un tensor (vectorul e și el un tensor), e un element matematic a cărui proprietate fundamentală e următoarea: Dacă el e nul într'un sistem de referință, ecuația  $T=0$  e invariantă față de orice schimbare de axe; de exemplu: ecuația fundamentală a mecanicii, scrisă vectorial  $m\gamma - F = 0$ , rămâne aceeași oricare ar fi sistemul de coordonate la care raportăm mișcarea. Deci, dacă reușim să exprimăm mersul unui fenomen fizic, cu ajutorul unor ecuații de forma  $T=0$ , am găsit prin această operație ecuațiile intrinsece ale fenomenului.

Așa dar în primul rând în tratarea matematică a problemelor teoriei generale a relativității vom *folosi calculul tensorial*.

În al doilea rând, să ne reamintim analogia lumii cu 2 dimensiuni cu ajutorul căreia am căutat să ne explicăm teoria gravitației. Am văzut că fenomenele de gravitație luau naștere din cauza faptului că suprafața care forma lumea cu 2 dimensiuni, era plană într'un punct și curbă într'altul, adică euclidiană într'o parte și ne-euclidiană în alta.

Deci, *curbura spațiului* va fi determinantă pentru fenome-

nele de gravitație; calculul matematic nu va avea așa dar alt scop decât acela de a evalua această curbură a spațiului, cu ajutorul căreia vom putea studia cantitativ fenomenele de gravitație. Când trecem însă la spațiul cu 4 dimensiuni noțiunea de curbură devine mai complicată; ca să vorbim mai precis vom spune că: teoria matematică va avea ca țintă *să precizeze structura spațiului în vecinătatea punctelor considerate*. Toate cercetările geometrilor care au studiat teoretic structura spațiului vor putea fi utilizate, și de fapt teoria relativității a folosit rezultate extrem de variate, începând cu cele dobândite de Gauss și Riemann și sfârșind cu acele ale geometrilor din ziua de azi.

\* \* \*

Să cercetăm puțin mai în detaliu, cum s'ar putea face acest studiu al structurii universului, adică a multiplicității cu 4 dimensiuni  $xyz$ .

Vom proceda și aci prin analogie, ca și mai înainte; cele ce vom spune pentru o lume ipotetică cu 2 dimensiuni formată dintr'o suprafață obișnuită se va aplica (adică își va avea analogul) și pentru multiplicitatea cu 4 dimensiuni care ne interesează,

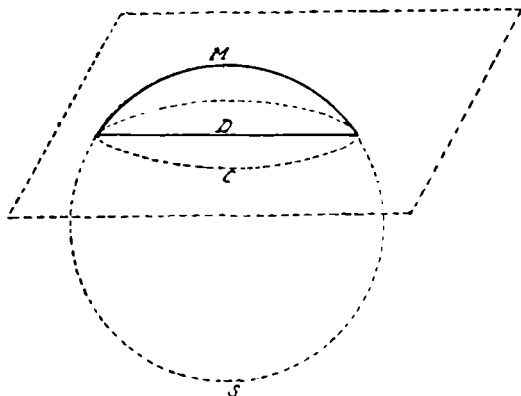
În primul rând să observăm că trebuie să studiem structura unui spațiu *în care suntem coprinși pe deantregul și noi*. Fie, de exemplu, un univers compus din suprafața unei sfere și altul dintr'un plan (pe care să-l presupunem că taie sfera după un cerc  $C$ ). *Noi* ne dăm seama că spațiul sferic are altă structură decât cel plan, fiindcă suntem *în afară* de amândouă, fiindcă le putem privi în ansamblul lor; dar se pune problema dacă și ființele ipotetice cu 2 dimensiuni care ar trăi *în* aceste universuri ar putea distinge sfera de plan. Cu alte cuvinte putem cunoaște structura unui spațiu prin măsurători făcute numai în interiorul lui?

Răspunsul e afirmativ. Iată un mijloc pe care l-ar putea utiliza ființele imaginare considerate. Planul taie sfera după cercul  $C$ . Curba  $C$  e un cerc atât pentru ființele care se află pe plan cât și pentru cele de pe sferă, deoarece pentru ambele ea poate fi privită ca locul punctelor echidistante de un punct dat din spațiul respectiv. Diametrul acestui cerc fiind însă o linie coprinsă în spațiul respectiv este: un segment de dreaptă  $D$  pentru ființele plane, și un arc de cerc mare  $M$ , *de lungime mai mare ca segmentul*

*precedent*  $M > D$ , pentru ființele sferice. Să presupunem că în fie-care spațiu se măsoară lungimea cercului și a diametrului respectiv (operații care se fac fără a ieși din spațiul considerat) și că pe urmă fie-care face raportul lungimii la diametru. Ființele plane vor găsi ca valoare a raportului numărul  $\pi$ ; cele sferice vor găsi însă un alt număr, căci lungimea diametrului a crescut, aceia a cercului rămânând invariabilă. Această diferență provine din diversitatea structurii spațiilor; deci, ea e un indiciu că această structură e una într'un caz și alta în cel-alt.

Iată deci că se pot imagina procedee prin care, cu ajutorul măsurătorilor făcute într'un spațiu dat, să ne putem da seama de structura lui.

Odată ce avem această siguranță, trebuie să atacăm mai științific chestiunea căutând care este elementul analitic pe care e necesar și suficient să ni-l dăm pentru a putea considera pe deplin cunoscută structura spațiului considerat.



\* \* \*

Fie o suprafață oarecare. *Gauss*, care s'a ocupat cel dintâi cu asemenea chestiuni, a arătat că geometria pe o suprafață oarecare, — adică raporturile între elementele măsurate pe însăși suprafața dată, — este complet definită dacă cunoaștem, pur și simplu, expresiunea depărtării  $ds$  între 2 puncte înfinit vecine, în funcție de coordonatele lor față de un sistem  $uv$ , trasat pe suprafață :

$$(1) \quad ds^2 = E du^2 + 2F du dv + G dv^2$$

Cunoscând pe  $ds$  putem calcula pe suprafața noastră lungimi, unghiuri, arii, putem găsi între ele relații caracteristice, cu un cuvânt putem să ne dăm seama de raporturile de legătură între diversele elemente ale suprafeței, adică de structura ei.



Iată deci elementul pe care-l căutam.

Lungimea  $ds$  nu atârână evident de schimbarea sistemului de coordonate, e un invariant;  $E, F, G$  însă depind de această schimbare. Pentru a defini complet spațiul e necesar și suficient să dăm valorile  $E, F, G$  într'un anumit sistem de coordonate  $(U, V)$ . Ansamblul numerilor  $E, F, G$  formează ceea ce am numit un tensor *tensorul metric fundamental*, căci el definește ceea ce se poate numi *metrica spațiului*. Uneori cantităților  $E, F, G$  li se dă numele de *potențiale*.

Când schimbăm coordonatele  $(u, v)$  trecând la  $(x, y)$   $E, F, G$  devin  $E^1 F^1 G^1$  așa ca :

$$ds^2 = E^1 dx^2 + 2 F^1 dx dy + G^1 dy^2$$

S'ar putea întâmpla ca să găsim o astfel de transformare așa ca noile valori să fie :  $E^1 = G^1 = 1$   $F^1 = 0$  și

$$ds^2 = dx^2 + dy^2$$

Pe de altă parte dacă am presupune dela început că suprafața dată este plană și coordonatele carteziene am avea direct după cum știm :

$$(2) \quad ds^2 = dx^2 + dy^2$$

Deci, oridecâteori avem un spațiu cu 2 dimensiuni definiți prin forma diferențială (1) și reușim printr'o schimbare de coordonate, să transformăm forma (1) în alta de tipul (2), putem afirma că spațiul dat este sau un plan, sau se poate aplica pe un plan, ca un cilindru, de pildă. Mai precis, atunci când  $ds^2 = dx^2 + dy^2$ , vom zice că *spațiul e euclidian*, și o definiție în totul analogă cu cea de mai sus, o vom întâlni și în studiul spațiului cu 4 dimensiuni.

Așa dar e suficient să cunoaștem valorile potențialelor  $E, F, G$ , pentru a putea defini structura spațiului. Dar pentru studiul pe care-l avem în vedere un alt element este cel fundamental și anume *curbura suprafeței* \*). Tot Gauss a pus în evidență acest element, care este un invariant, și care se poate exprima numai cu ajutorul coeficienților  $E, F, G$  ai formei fundamentale.

Am văzut în analogia prezentată, că ceea ce determina fenom-

---

\*) Definită ca limita raportului unghiului solid al normalelor, duse printr'un element de arie, la această arie elementară.

menele de gravitație era curbura suprafeței ; în problema reală elementul pe care-l folosim pentru a descrie schimbarea de structură a multiplicității cu 4 dimensiuni, va primi tot numele de curbură și nu va fi altceva decât generalizarea noțiunii de mai sus.

\* \* \*

Am prezentat mai sus câteva observațiuni asupra spațiilor cu 2 dimensiuni, menite să ne ajute a prinde mai ușor cele ce vom afirma asupra multiplicităților cu 3 și 4 dimensiuni.

Intrăm acum într'un domeniu care a fost explorat pentru prima oară de către Riemann, unul din mai profunzi gânditori ai veacului trecut, geniu dotat cu o putere de creație și cu o intuiție extraordinare.

Concepția fundamentală a teoriei einsteiniene a fenomenelor are la bază rezultatele geometrice ale lui Riemann ; fără aceste rezultate e probabil că teoria ar fi fost mult mai puțin cuprinzătoare decât este azi.

Riemann analizează foarte amănunțit noțiunea de multiplicitate.

Iată două feluri de spațiu : o suprafață, — două dimensiuni, — și un spațiu cu 3 dimensiuni, acel în care trăim noi ; ce putem spune despre fiecare din ele ?

Ne putem închipui suprafața fie plană ( $ds^2 = dx^2 + dy^2$ ), fie curbă de o formă absolut oarecare ( $ds^2 = Edx^2 + 2Fdx dy + Gdy^2$ ). Dar spațiul în care ne mișcăm nu ni-l putem închipui decât ca o multiplicitate de puncte, fiecare bine determinat dacă ne dăm cele 3 coordonate ale sale ; în plus admitem că distanța între două puncte infinit vecine este de forma :

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

dacă alegem axele în mod convenabil.

Așadar pentru intuiția noastră spațiul în care trăim e o multiplicitate cu 3 dimensiuni, pe care, conform formulei de mai sus, am considerat-o până azi euclidiană.

Dacă ne referim la cele două posibilități pe care le-am avut în cazul spațiilor cu 2 dimensiuni (plan și suprafață curbă) putem spune că intuiția nu ne poate ajuta să ne închipuim decât un spațiu care ar corespunde *planului* de mai sus ; suntem în imposibilitate de a ne reprezenta spațiul cu 3 dimensiuni care ar corespunde suprafeței *curbe*.

Dar mai întâi există un asemenea spațiu corespondent ? Și dacă există care ar fi procedeul prin care ne-am putea da seama de această existență, de vreme ce intuiția nu ne e de niciun folos?

Problema astfel pusă ne conduce la analiza noțiunii de spațiu, adică de multiplicitate cu mai multe dimensiuni. Analiza aceasta a fost făcută de Riemann în câteva pagini concise, viguroase, pline de idei de o considerabilă importanță. care deabia astăzi sunt înțelese și folosite pe deplin.

Riemann precizează întâi că un spațiu, adică o multiplicitate continuă de puncte, nu e bine definită dacă ne dăm numai numărul său de dimensiuni, tot așa după cum afirmând despre un spațiu că are 2 dimensiuni nu putem ști dacă este vorba de o sferă sau de un elipsoid.

Pentru o definiție completă trebuie să ne dăm pe lângă numărul de dimensiuni (să presupunem în cazul nostru 4) și structura adică relațiile metrice intrinsece ale multiplicității.

Cunoașterea acestor relații metrice se reduce în ultimă analiză la calcularea elementului liniar  $ds^2$ . Sub anumite condițiuni acesta se poate exprima într'un sistem dat de coordonate  $x_1, x_2, x_3, x_4$  printr'o formă diferențială de ordinul al doilea :

$$(3) \quad \begin{aligned} ds^2 &= g_{11} dx_1^2 + \dots + 2g_{12} dx_1 dx_2 + \dots \text{ adică} \\ ds^2 &= g_{ik} dx_i dx_k \quad (g_{ik} = g_{ki}) \end{aligned}$$

$g_{ik}$  pot avea valori oarecare. Deci și spațiul nostru cu 3 dimensiuni sau cel cu 4, pot avea alte structuri decât aceia pe care le-am atribuit-o până acum. Spațiul euclidian (acel în care  $ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$ ) e numai un caz particular ; în genere  $g_{ik}$  variază cu punctul considerat.

Există așadar corespondentul suprafeței curbe de care am vorbit mai înainte. *Spațiul poate fi curb* ; o anumită expresie matematică, riguros definită, calculată cu ajutorul coeficienților  $g_{ik}$  și numită *curbura* spațiului ne poate defini, în fiecare punct, relațiile metrice intrinsece ale multiplicității considerate.

\* \* \*

Așadar un spațiu oarecare poate fi curb. Dar un spațiu curb poate avea fel de fel de forme ; cine îi impune forma particulară pe care trebuie să o ia ?

Cu alte cuvinte ce anume hotărăște dacă, de ex., spațiul curb e sferic sau parabolic ?

Să folosim iarăși o analogie.

Ne putem închipui spațiul cu 4 dimensiuni ca analogul unei suprafețe curbe (gik oarecare); când această suprafață se reduce la un plan (gik = 0 și 1) multiplicitatea corespunzătoare este *euclidiană*.

Să presupunem că suprafața aceasta ar fi alcătuită dintr'o pânză foarte subțire, inextensibilă și foarte flexibilă; ea are 2 dimensiuni dar n'are o formă bine definită, adică o anumită curbura într'un punct dat, căci putem lucra asupra ei modificând cum vrem această curbura.

Absolut acelaș lucru se petrece cu multiplicitățile cu mai mult de două dimensiuni.

Fie una cu 4 dimensiuni; știm că această condiție nu e suficientă pentru a defini complet un spațiu; el rămâne amorf ca și pânza de care am vorbit, dacă nu ne dăm și pe  $ds^2 = \text{gik } dx_i dx_k$ , adică în definitiv pe gik. Dar formele pe care le poate lua pânza sunt infinit de multe; cum putem preciza care va fi forma pe care o va lua efectiv? Sau: gik sunt elemente care pot lua orice valori; cum vom cunoaște care sunt valorile pe care gik le iau efectiv în spațiul nostru ?

Evident numai prin măsurători, *prin experiență*.

De o multiplicitate dată nu se leagă în mod necesar o anumită serie de valori gik; *relațiile metrice intrinsece nu sunt definite de însuși spațiul considerat, ele sunt impuse de altceva, din afară*.

Sau, după Riemann: „... pricipiul raporturilor metrice ale unei varietăți continue nu e coprins în însuși conceptul acestei varietăți, ci trebuie să vie din altă parte”.

Pânza amoriă capătă o formă bine definită, când o întindem, când o agățăm în diverse puncte, cu un cuvânt *când exercităm o serie de forțe asupra ei*.

După Riemann acelaș lucru are loc cu o multiplicitate cu oricâte dimensiuni; relațiile metrice intrinsece ale acesteia, nu sunt determinate de ea însăși, *ci de forțele de legătură*, „bindende Kräfte”, care lucrează în ea. „...Trebuie deci să căutăm fundamentul raporturilor metrice în afară [de multiplicitatea dată], în forțele de legătură ce lucrează în ea. .

Riemann afirmă deci că un spațiu oarecare poate fi curb și că curbura o provoacă anumite forțe de legătură, al căror studiu, — o spune precis. — este de domeniul fizicei. Peste mai mult de 60 ani, pe calea deschisă de Riemann pătrunde Einstein, care utilizează vederile acestuia în domeniul fizicei, precizând natura acelor misterioase forțe de legătură: ele nu sunt altceva decât forțele de gravitație.

Deci curbura spațiului e determinată de forțele de gravitație. Dar din experiență știm că prezența materiei provoacă în jur fenomene de gravitație. Deci, în definitiv, *curbura spațiului e determinată de materie*, de cantitatea și de distribuția ei. Prezența materiei modifică spațiul amorf dându-i o anumită curbura după o lege bine definită, fixându-i cu alte cuvinte structura.

Strângând atunci laolaltă toate rezultatele dobândite până acum, putem formula concluzia generală următoare:

*Universul e o multiplicitate cu 4 dimensiuni, care n'are aceiași structură în toate punctele sale; această diferență de structură se datorește prezenței materiei; ea se manifestă prin fenomene de gravitație.*

Dobândirea acestei concluziuni înseamnă în istoria științei un moment de o însemnătate deosebită, datorită în primul rând introducerii unui nou element fundamental pe care l-am numit în cele precedente „spațiul activ“.

Cum am accentuat și mai înainte, spațiul nu era până acum în fizică, decât cadrul rigid în care aveau loc fenomenele; noțiune de un caracter cu totul special, el nu era obiect de studiu decât în matematici și în metafizică; structura lui era cea euclidiană bine definită și invariabilă.

Iată însă că teoria generală a relativității ne silește să ne schimbăm în această privință felul de a vedea. Nu numai că spațiul prin curbura lui influențează fenomenele, dar multiplicitatea amorfă cu 4 dimensiuni este la rândul ei influențată de conținutul ei material care o silește să se curbeze într-o anumită măsură, determinându-i ceiace Riemann numea raporturile metrice intrinsece.

E o schimbare de punct de vedere foarte atrăgătoare, atât de atrăgătoare încât ea ne face să exagerăm poate, când căutăm să explicăm toate fenomenele cu ajutorul acestui nou element activ. În orice caz avem la dispoziție pentru explicarea fenomenelor un

nou element care le poate provoca sau influență. Și din acest punct de vedere putem spune că rezultatul cercetărilor lui Einstein este echivalent cu *descoperirea unei noi forțe în natură*; avem adică un nou element activ pe seama căruia putem pune o serie de fenomene ale căror cauze erau necunoscute până acum.

\* \* \*

Urmărind aceste idei, se pot desvolta calculele teoriei pe bazele pe care le-am indicat mai sus, pentru a le aplică apoi fenomenelor fizice și a dobândi concluziuni susceptibile de verificări experimentale.

Ecuatiile fundamentale sunt ecuațiile care definesc structura spațiului când se dă distribuția de materie.

Pentru stabilirea lor se folosește un principiu de minimum analog cu principiul lui Hamilton din mecanică.

Ceiace este însă interesant e faptul că aceste ecuațiuni ne conduc, *fără nici o altă ipoteză suplimentară*, la 4 relații de condiție între elementele care caracterizează materia, relații care nu exprimă alt ceva decât *legea conservării energiei* și a conservării *cantităților de mișcare*. Iată astfel aceste legi fundamentale rezultând ca niște consecințe ale legii generale a gravitației; iată-le deci conținute deja în această lege a gravitației, ceea ce constituie pentru unii încă un argument în favoarea acceptării teoriei lui Einstein.

Dacă facem oarecare ipoteze particulare, ecuațiile gravitației se simplifică și dăm peste ecuația care dă legea gravitației în teoria lui Newton. Noile ecuații coprind, ca o primă aproximație, pe aceea a lui Newton. Revizuirea calculelor astronomice, cu ajutorul elementelor pe care ni le pune la dispoziție teoria relativității, ne va da rezultate mai exacte decât cele de până acum.

Dacă aplicăm ecuațiile pentru cazul particular când am avea o singură masă, — soarele, — care ar provoca fenomenele de gravitație, găsim că în jurul ei, spațiul se curbează așa că într'un plan el capătă o structură definită de :

$$ds^2 = - \frac{1}{\gamma} dr^2 - r^2 d\theta^2 + \gamma dt^2$$

$$\gamma = 1 - \frac{2m}{r}, \text{ m masa soarelui, } r, \theta \text{ coordonate polare.}$$

Acest  $ds^2$  definește un spațiu ale cărui geodezice le putem calcula și care sunt curbe. Drumul unei raze de lumină e însă o astfel de geodezică ; putem deci constata că razele de lumină trecând pe lângă soare sunt deviate din drumul lor, și putem calcula această deviație. Acest rezultat este verificabil prin experiență, și de fapt el constituie acum cea mai puternică probă pe care o posedă teoria relativității că concluziunile ei se apropie destul de mult de realitate.

Se mai poate dovedi prin calcul că periheliul orbitelor planetare se deplasează, și se poate calcula mărimea acestei deplasări; Einstein a făcut acest lucru pentru Mercur, și valoarea calculată a fost aceea pe care o indicase mai înainte experiența.

În sfârșit, din forma generală a lui  $ds^2$  se mai poate trage concluzia că trebuie să constatăm la un spectroscop oarecare diferențe între spectrele unui aceluiși corp privit pe pământ și pe soare. Efectul e însă mic și experimenterii nu sunt încă de acord asupra acestei chestiuni.

Acestea ar fi consecințele teoriei susceptibile de a fi verificate prin experiență. Eclipsa din 21 Septembrie a adus noi confirmări experimentale ale teoriei. Trebuie să observăm însă că, în orice caz, elementele experimentale necesare pentru a judeca just valoarea unei teorii, sunt azi insuficiente în teoria relativității. E mai ales un contrast izbitor între acest număr restrâns de confirmări experimentale și extraordinara dezvoltare teoretică pe care a dobândit-o chestiunea.

Dealtminteri, chiar dacă n'ar exista nici o confirmare experimentală, splendidul edificiu al relativității generale ar rămâne una din cele mai admirabile creații ale spiritului omenesc.

De aceea nici noi nu vom insista mai mult asupra încercărilor de a justifica teoria prin experiență, — ci vom trece mai departe spre a examina una din chestiunile cele mai interesante din punct de vedere speculativ, una din cele mai obscure, dar al cărui studiu aprofundat ar fi de cel mai mare folos pentru a situa noua concepție a fenomenelor pe care ne-o impune teoria relativității, în istoria gândirii omenești.

(Va urma)