Lungimea totală a podurilor fiind de $535^m,35$ costul pe metru liniar de pod este de 618 lei. Dacă podurile s'ar fi construit de lemn costul s'a evaluat că ar fi fost de 400—450 lei pe metru liniar.

Vedem ast-fel că podurile metalice cu consolă și mai cu sémă cele cu culee și palee metalice cu uă cheltuială de construcție numai de 50% mai mare de cât a podurilor de lemn, ne garantéză uă durabilitate aprópe nelimitată cu uă întreținere puțin costisitóre în raport cu podurile de lemn, cari au durata limitată, și întreținere și supruveghere costisitóre.

Y. N. Papadopol.

DETERMINAREA
prin
MIJLOCE ALGEBRICE A MOMENTULUI DE INERȚIE
LA FIGURILE GEOMETRICE PLANE CELE MAI USITATE

In numerile precedente, fiind stabilite formulele pentru momentul de inerție în raport cu o axă óre-care al unei drepte, al unui poligon óre-care, al cercului și elipsei, se póte cu cea mai mare înlesnire stabili formule pentru momentul de inerție al porțiunilor din acele figuri séu al unei combinațiuni de porțiuni de diferite figuri; nu vom insista dar mai mult asupra acestor detaliurĭ.

Momentul de inerție polar séu in raport cu un punt.

Am arătat deja de la inceput (vedĭ buletinul din Martie-Aprilie 1888) definiția momentului de inerție polar séu in raport cu un punct; am arătat asemenea rela-

https://biblioteca-digitala.ro

ţiunea ce esistă intre momentul de inerţie in raport cu douĕ axe rectangulare trecênd prin acel pol (Teorema II, vedi buletinul menţionat mai sus).

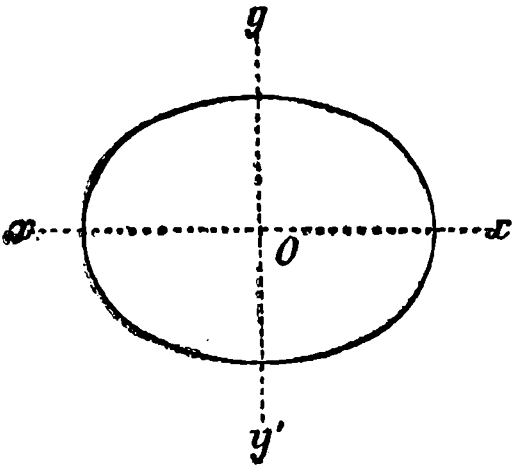
Momentul de inerţie polar al cercului.

Deja pentru cerc, am fost nevoiţi, pentru determinarea momentului sĕu de inerţie in raport cu o axă, să stabilim momentul sĕu de inerţie polar şi am găsit că acest moment in raport cu centrul cercului ca pol este :

$$I_0 = \frac{\pi r^4}{2}$$

(a se vedea buletinul din Iulie şi August 1898).

Momentul de inerţie polar al unei elipse.



Se căutăm momentul de inerţie al elipsei in raport cu centrul sĕu O. Insemnând prin a şi b semi-lungimea axelor elipsei, am. vĕdut că momentul de inerţie al elipsei in raport cu axul cel mare este

$$I_1 = \frac{\pi a b^3}{4}$$

şi in raport cu axul cel mic $I_2 = \frac{\pi b a^3}{4}$.

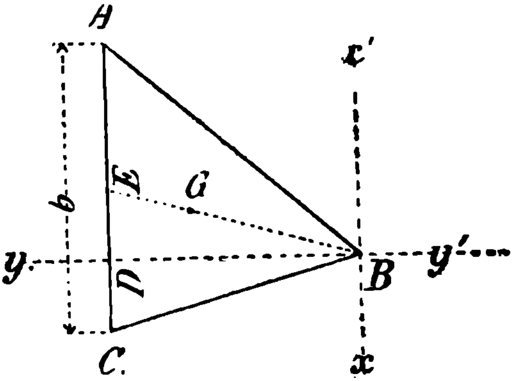
Dacă acum aplicăm theorema II vom avea :

$$I_0 = I_1 + I_2 = \frac{\pi a b}{4}(a^2 + b^2)$$

https://biblioteca-digitala.ro

Momentul de inerție polar al unui triunghiu

1°) In raport cu unul din vêrfurile sale ca pol. Fie B vêrful luat ca pol. Dacă considerăm o axă $x\,x'$ trecênd prin B și paralelă cu laturea opusă la unghiul B; momentul de inerție al triunghiului în raport cu această axă scim că este (Buletinul din Mai și Iunie)



$$I_1=\frac{b\,h^3}{4}.$$

Dacă considerăm uă axă y y' perpendiculară pe x x, și trecênd prin polul B, momentul de inerție al triunghiului în raport cu axa y y' scim asemenea că este:

$$I_2=\frac{h}{12}(\overline{AD}^3+\overline{DC}^3)$$

și prin urmare după theorema II momentul de inerție polar al triunghiului in raport cu polul B va fi:

$$I_0=I_1+I_2=\frac{b\,h^3}{4}+\frac{h}{12}(\overline{AD}^3+\overline{DC}^3).$$

dacă triunghiul ABC ar fi equilateral séu isoscel, atunci am avea:

$$AD=DC=\frac{b}{2}\text{ și}$$

$$\overline{AD}^3=\overline{DC}^3=\frac{b^3}{8}$$

și momentul polar devine:

$$I_0=\frac{bh^3}{4}+\frac{h}{12}\left(\frac{b^3}{8}+\frac{b^3}{8}\right)=\frac{bh^3}{4}+\frac{hb^3}{48}=\frac{hb}{4}\left(h^2+\frac{b^2}{12}\right).$$

2°) in raport cu centrul sêu de gravitate ca pol.

https://biblioteca-digitala.ro

Fie BE mediana triunghiului care trece prin B și G centrul sĕu de gravitate. Dacă însemnăm prin l lungimea BE, atunci

$$BG = \frac{2l}{3}.$$

Fie I_G momentul de inerție polar în raport cu puntul G ca pol; după theorema IV vom avea:

$$I_0 = I_G + \frac{bh}{2}\left(\frac{2l}{3}\right)^2 = I_G + \frac{2bhl^2}{9}, \text{ de unde}$$

$$I_G = I_0 - \frac{2bhl^2}{9} = \frac{bh^3}{4} + \frac{h}{12}\left(\overline{AD}^3 + \overline{DC}^3\right) - \frac{2bhl^2}{9}.$$

Acésta este o formulă pentru casul general, ênsă care se simplifică foarte mult când se iau casuri particulare cum este de exemplu triunghiul equilateral séu isoscel.

Așa de exemplu în casul unui triunghiu isoscel avem:

$$I_G = \frac{bh}{4}\left(h^2 + \frac{b^2}{12}\right) - \frac{2bhl^2}{9}$$

și fiind-că $l = h$ atunci avem:

$$I_G = \frac{bh^3}{4} + \frac{hb^3}{48} - \frac{2bh^3}{9} = \frac{bh^3}{36} + \frac{hb^3}{48} = \frac{bh}{12}\left(\frac{h^2}{3} + \frac{b^2}{4}\right)$$

éră in casul unui triunghiu equilateral centrul de gravitate coincide cu centrul de figură al triunghiului și momentul de inerție polar în raport cu acest centru ca pol devine, dacă insemnăm prin c una din laturile triunghiului

$$I_G = \frac{ch^3}{36} + \frac{hc^3}{48} = \frac{ch}{12}\left(\frac{h^2}{3} + \frac{c^2}{4}\right)$$

însă de altă parte din figura triunghiului equilateral avem:

$$h^2 + \frac{c^2}{4} = c^2 \text{ séu } h^2 = \frac{3c^2}{4} \text{ și } h = \frac{c}{2}\sqrt{3}.$$

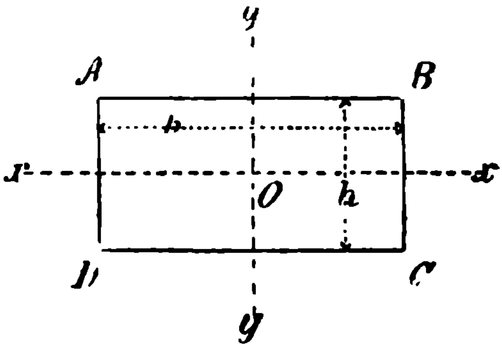
și dacă înlocuim pe h^2 și pe h prin valorile lor vom avea

$$I_G = \frac{c^2\sqrt{3}}{24}\left(\frac{c^2}{4} + \frac{c^2}{4}\right) = \frac{c^4\sqrt{3}}{48}.$$

https://biblioteca-digitala.ro

Momentul de inerție polar al unui dreptunghiu in raport cu centrul sĕu ca pol

Șcim mai dinainte (Buletinul Mai—Iunie) că dacă însemnăm prin b basa dreptunghiului și prin h înălțimea sa, momentul sĕu de inerție în raport cu axa $x x'$ ce trece prin centrul sĕu este



$$I_1=\frac{b h^3}{12}$$

iar in raport cu axă $y\, y'$ trecĕnd prin centru și perpendiculară pe axa $x\, x'$, momentul sĕu de inerție este

$$I_2=\frac{h\, b^3}{12}$$

Deci in virtutea teoremei II avem :

$$I_0=I_1+I_2=\frac{b h^3}{12}+\frac{h b^3}{12}=\frac{b h}{12}(h^2+b^2)$$

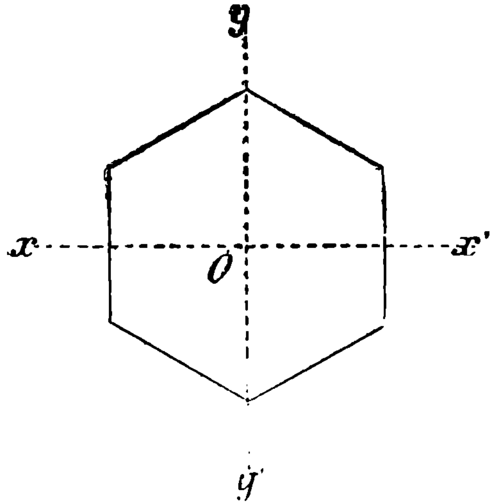
Momentul de inerție polar al unui pătrat in raport cu centrul sĕu ca pol

Pentru pătrat se poate obține direct ca pentru dreptunghiu séu se poate deduce din formula dreptunghiului făcĕnd $b=h=c$ c fiind latura patratului și atunci avem :

$$I_0=\frac{c^2}{12}(c^2+c^2)=\frac{c^4}{6}.$$

https://biblioteca-digitala.ro

Momentul de inerție polar al unui exagon regulat în raport cu centrul sĕu ca pol



Am vĕzut că momentul de inerție al exagonului regulat în raport cu axa $x\,x'$ ce trece prin două vîrfuri diametral opuse este:

$$I_1 = \frac{5C^4\sqrt{3}}{16}$$

și în raport cu o axă $y\,y'$ trecĕnd prin centru și perpendiculară pe axa $x\,x'$, momentul de inerție este:

$$I_2 = \frac{5C^4\sqrt{3}}{16}$$ C fiind laturea exagonului.

Prin urmare după theorema II momentul de inerție polar în raport cu centrul ca pol va fi:

$$I_0 = I_1 + I = \frac{5C^4\sqrt{3}}{16} + \frac{5C^4\sqrt{3}}{16} = \frac{5C^4\sqrt{3}}{8}$$

Metóda întrebuințată până aci, se aplică în mod identic și pentru cele-l'alte poligóne regulate și chiar neregulate; căcĭ după cum vedem momentul de inerție polar nu este de cât suma momentelor în raport cu 2 axe rectangulare și trecĕnd prin puntul luat ca pol de inerție.

O dată momentul de inerție obținut în raport cu un punt óre-care din planul figureĭ, se póte deduce momentul sĕŭ de inerție polar în raport cu orĭ-care alt punt din planul sĕŭ, căcĭ theorema IV este aplicabilă; în adevĕr un punct din planul uneĭ figurĭ se póte considera ca proiecțiunea unei axe perpendiculare pe planul figureĭ și atuncĭ două puncte luate ca polĭ diferițĭ

*

https://biblioteca-digitala.ro

se pot considera ca proiecţiunea a două axe paralele între ele şi decî theorema IV se aplică pentru două punte luate că polî din care unul să fie centrul de gravitate, precum se aplică pentru două axe paralele din care una trece prin centrul de gravitate.

Flor Pomponiu.

O DIFERINTA DE REACTIUNE

IN CHIMIA ORGANICA

INTRE ACIDUL SULFURIC SI SELENIC

Acidul sulfuric concentrat reacţionéză cu uşurinţă asupra benzineî şi homologilor săî precum şi asupra derivaţilor săî halogenicî.

In teză generală se póte adesea obţine în acest mod următoriî treî corpî :

1. Un derivat sulfuric.
2. O sulfobenzidă.
3. O franceină.

Derivatul sulfuric şi cu deosebire franceina se obţin mai în tot-d'auna. In ce priveşte aceşti doi corpi se póte chiar întinde acéstă reacţiune a acidului sulfuric, ca avênd loc cu toţi ceilalţi nuclei aromatici.

Vĕḑênd in producţiunea franceinelor resultatul unei acţiuni oxidante a acidului sulfuric asupra nucleilor aromatici, am căutat de la început încă să vĕd dacă nu cum-va şi alţi aciḑi oxigenaţi ar da loc la aceiaşi reacţiune.

Am încercat mai întêi acidul orto-fosforic concentrat şi după maî multe ḑile de reacţiune la cald asupra benzineî pentaclorurate atât de uşor transformabilă în fran-

https://biblioteca-digitala.ro