

NOTIȚĂ

Asupra importanței geometriei de poziție în statica grafică

I

Este astăzi o opinie foarte răspândită aceea, că utilitatea geometriei de poziție în statica grafică, ar fi mai mult ilusorie de cât reală.

Autori mai mult sau mai puțin de valoare ca Bauschinger, Maurice Levy, Eddy, Müller-Breslau, Ott, Koechlin etc. au tratat această din urmă știință — sau mai esact vorbind, aplicațiunile ei practice — înlăturând sistematic ori-ce noțiune de geometrie proiectivă.

Este adevărat însă că autori de o greutate mai mare ca Culmann, Cremona, Ritter, Saviotti, etc. nu hesitează nici o dată de câte ori problema se pretează de a o trata prin geometria proiectivă.

Scoșul acestei notițe este de a espune pe de o parte argumentele ce pun înainte susținătorii geometriei de poziție în favoarea acestei științe; pe de altă parte de a pune în relief prin câte-va exemple concrete modul eficace în care această știință intervine în tratarea lor.

II

„Voim înainte de toate, zice Favaro, să exprimăm opinia noastră bine hotărâtă asupra necesității, de a da o foarte largă basă geometrică, învățământului Staticii

«grafice. Oare-cari autori, de și recunosc această necesitate, «inclină a cugeta că preparațiunea theoretică ar putea fi «limitată la propozițiunile indispensabile pentru a espune «direct metoda după conceptul lui Culmann. Departe de a «recomanda acest sistem, împărtășim fără rezervă aversiu- «nea lui Chasles în privința bucăților de theorie care au «de obiect suprem și indicat numai aplicațiunea practică. «A separa Statica grafică de originile sale raționale cele «mai înalte, este a închide ori-ce cale de progres acestei «noi ramure a sciințelor aplicate și a recunoasce princi- «piele esențiale ale unui învățământ superior.»

Saviotti, profesor la scoala de ingineri din Roma, zice de asemenea :

«Statica grafică trebuie cultivată în direcțiunea sa justă, «ba- zându-se pe metodele geometriei moderne. Este de deplorat «că această sciință espusă pentru prima oară în opera ma- «gistrală a lui Culmann, și basată pe geometria proiectivă. «să fi avut ulterior autori care să voiască a o baza pe sin- «gurele resurse ale geometriei elementare.

«Acești autori sunt scuzabili dacă au voit a se adresa «acelora care nu sunt în stare a cunoasce geometria pro- «jectivă. Tratatele lor pentru a nu fi lipsite de interes, sunt «la același nivel ca tratatele de mecanică analytică des- «voltate numai cu calculul elementar.»

Cremona în prefața operei sale asupra figurilor reciproce se pronunță precum urmează :

«Ași fi satisfăcut, dacă incurajând această publicațiune «voiu fi contribuit a confirma acest adevăr proclamat sus «de Culmann, că geometria de pozițiune este un element «esențial și puternic pentru desvoltar-a artei inginerului.

Și în altă parte : «Italia se poate glorifica de a fi dat «cea d'ântăiū ospitalitate noilor idei și prin învățământ și «prin publicațiuni originale și ilustrate. În puțini ani geo- «metria proiectivă și Statica grafică deveniră la noi materii «de studiu ordinar, și astă-zi nu se mai vede nici un ingi-

«ner laureat după 1870 care să nu fie stăpân pe metodele «grafice».

Cităm ca curiositate și următoarea frază din prefața ouvrăgiului lui Müller-Breslau prin care dânsul condamnă geometria de pozițiune. »Pentru practicieni nu există nici un motiv de a le presenta ambarasate de disertațiuni savante, probleme care pot primi soluțiunea lor prin mijloace simple.» A numi disertațiuni savante noțiunile de geometrie proiectivă despre care Cremona spune că în Italia au devenit materii de studiu ordinar, iar pe de altă parte a presenta cum face dânsul aceluiași practicieni teoria bolților basată pe legile de deformațiune elastică, ni se pare că este a poseda multă elasticitate pentru a vedea lucrurile într'un mod deformat.

III

Nu este dificil însă de a pune în relief prin exemple detaliate superioritatea methodelor basate pe geometria proiectivă. Această superioritate se datorește în mod firesc caracterului de generalizare al acestei științe. Ea ocupă în raport cu geometria elementară același loc pe care algebra îl ocupă în raport cu aritmetica. Pe când în adevăr geometria ordinară maniază elementele primitive fundamentale ale figurilor: linia (cercul) și planul (sfera) geometria de pozițiune maniază funcțiuni mai mult sau mai puțin complexe de aceste elemente.

De aci o facilitate considerabilă pentru cea din urmă spre a găsi și exprima relațiuni mecanice, care lipsesc de totul celei dintâi. De aci metode tot așa de fructuoasă precum sunt acelea ale algebrei în raport cu ale aritmeticei.

Problemele mecanicii reducându-se de cele mai multe ori la raporturi între sisteme de linii sau de punte și sisteme de forțe este natural că geometria, de pozițiune, care se ocupă în particular, care are de obiect special proprietățile acestor sisteme să fie de cel mai mare ajutor în re-

solvarea acestor probleme. Ea este esențialmente știința pe care trebuie să repauseze imediat mecanica aplicată.

Geometria elementară în marea majoritate a casurilor este insuficientă. Ea nu poate fi aplicată de cât la casuri speciale sau la mici părți ale unui cas dat, și atunci numai în mod accesoriu ca auxiliar al analizei; ea nu poate exprima relațiuni de ansamblu.

Pe când geometria de pozițiune nu numai represintă în totalitatea ei o problemă mecanică, dar îmbrățișează o serie întreagă de casuri diferite.

Ast-fel când prin geometria de pozițiune se demonștră că pentru ori-ce sistem în echilibru poligonul forțelor și cel funicular sunt în relațiune proiectivă, anunțăm una din cele mai frumoase, mai importante și mai generale legi mecanice în cel mai elegant limbagiū sciințific.

Atât analiza cât și geometria ordinară au fost și sunt incapabile de a o exprima.

Este adevărat cu toate acestea că multe din problemele rezistenței se pot trata grafic și fără cunoscința geometriei de pozițiune că se poate construi o epură și în mod *meccanic*, făcându-se usagiu numai de regulele practice deduse cu ajutorul acestei sciințe s'au al analysei. Rămâne însă de întreat dacā aceste proceduri de un caracter empiric nu contribuiesc foarte mult a mărgini o vedere largă și limpede în ansamblul problemelor variate ce tratează mecanica. Și rămâne asemenea de întreat, care ar fi motivul de a fugi de o sciință care constituie în mânile inginerului un instrument așa de perfect nu numai în mecanica aplicată dar și în studiul serios al geometriei descriptive. Nu este de dorit ca inginerii să ia obiceiul de a construi epure, pe care nu și le pot explica în mod rațional, cu atât mai mult că foarte adesea ei sunt chemați a aplica calculele grafice la construcțiuni de forme așa de variate în cât fără cunoscința theoriei complete s'ar găsi în imposibilitate de a adapta un procedeu oare-care la un cas analog ceva mai diferit sau mai complicat ;

Și iarăși cu atât mai mult. că în această ramură știința este în general de densii împinsă mai departe, iar mijloacele geometriei de pozițiune, remarcabile ca proceduri grafice sunt încă mai remarcabile ca instrument de investigațiune theoretică.

IV

Dar pentru mai multă precisiune să intrăm în detalii și se arătăm aplicarea geometriei de pozițiune la câte-va exemple.

În cestiunea grindelor continue se știe că pentru a determina poligonul elastic ne servim de proprietatea ce au laturile acestui poligon de a trece prin puncte fixe așezate pe verticalele de inflexiune. Pentru a demonstra această proprietate, geometria ordinară acumulează o cantitate nesfârșită de proporțiuni ; și chiar ast-fel demonstrațiunea nu se compune din o serie de deducțiuni repauzând în mod natural una asupra celei-l'alte, ci este mai mult o verificare a unui adevăr cunoscut mai dinainte pe cale analitică. Pe când cu ajutorul geometriei de poziție aceasta rezultă în modul cel mai simplu din faptul că aceste laturi ale poligonului, pentru diferite încărcări, constituiesc fascicule proiective cu al verticalelor și prin urmare perspective.

În problema așa de importantă a determinării liniilor de încărcare pentru construcțiuni în arc și pentru cabluri de forme date precum și în problema inversă, a determinării formelor acestor construcțiuni pentru încărcări date, se știe în ce mod simplu și frumos Geometria de pozițiune permite trecerea de la o linie la cea-l'altă, utilizând proprietatea fundamentală proiectivității poligoanelor. Epura este în acelaș timp și demonstrațiunea și reprezentarea organică a interesantelor theoreme stabilite de Bauernfeind. Este de ajuns în adevăr de a proiecta din centrul curbei pe o tangentă paralelă cu direcțiunea conjugată a forțelor, segmentele din care se compune această curbă pentru a avea ordonatele liniei de încărcare.

În ceia ce privesce sistemele articulate, construcția așa de simplă a figurilor reciproce a devenit de un usagiu curent și dă servicii care nu vor fi nici o dată în destul de apreciate.

În cestiunea impingerii pământului, determinarea planului de lunecare rezultă în modul cel mai elegant din considerațiunea a două fascicule involutorii. Relațiunea pe care Poncelet o determină în un mod așa de laborios rezultă aici foarte simplu din faptul că ea este proprietatea generală a centrului ori-cărei pontue involutorii.

De asemenea pentru determinarea grosimei zidurilor de sprijinire de profil trapezoidal, lărgimea bazei rezultă din considerațiunea a două fascicule projective suprapuse acela al rezultatelor din poligonul forțelor, și acela al pozițiilor ce voim să impunem acestor rezultante prin coeficientul de stabilitate adoptat. Problema se reduce atunci în a determina razele duble ale acestor fascicule, ceea ce se obține în mod elementar prin construcțiunea unei linii de ale lui Pascal.

Când este vorba de repartisarea eforturilor în interiorul unui corp se poate afirma că ajutorul geometriei de pozițiune este indispensabil. Se cunosc frumoasele teoreme stabilite de Culmann în această privință. Statica analitică nu le posedă. Ele sunt cu toate astea legi mecanice fundamentale. Reamintim aici câte-va din ele fiind-că enunțarea lor este comentariul cel mai favorabil ce li se poate face :

«Intr'un corp în care eforturile variază în toate direcțiunile, acestea formează cu secțiunile corespunzătoare un sistem polar. Când sistemul polar nu are un con director, corpul este sollicitat de eforturi de același sens în toate direcțiunile, el este pretutindeni or comprimat or întins. Când sistemul are un con director corpul est supus în interiorul și exteriorul conului la eforturi de sens diferit ; Secțiunile tangente conului nu sunt sollicitate de cât de eforturi tranșante, etc. etc.

De asemenea «Intr'un corp în care eforturile sunt con-

«stante în o direcțiune dată, eforturile și secțiunile cores-
 «punzătoare sunt în involuțiune. Când involuțiunea are
 «două raze duble, forțele care solicită secțiunile corespin-
 «zătoare acestor raze sunt egale și se reduc la eforturi tran-
 «șante ; Aceste raze separă secțiunile supuse la compre-
 «siune de cele supuse la tracțiune. Eforturile în direcțiunea
 «acelor involuțiuni nu produc nici un efort tranșat etc. etc.

Aceste frumoase teoreme constituesc un progres în-
 semnat asupra lucrărilor lui Lamé, Glebsch, Saint-Venant
 etc. Ele sunt de o utilitate reală în o mulțime de probleme
 mecanice, ast-fel în espunerea teoriei lui Rankini, în dis-
 tribuțiunea niturilor, grinzilor pline etc.

Aci este locul să reamintim și importante rezultate ob-
 ținute de Ritter și publicate de curând în Schweizerische
 Bauzeitung asupra elipsei de inerție. Până de-ună-zi nu e-
 sista încă pentru elipsa de inerție o definițiune geometrică
 pură.

Dênsul cel dântâiū demonstră că axele și polurile mo-
 mentelor centrifugale ale unui sistem de punte, constitu-
 esc un sistem polar al cărui centru este chiar centrul de
 greutate al sistemului de punte dat, că elipsa de inerție
 nu este de cât locul geometric al sistemului antipolar, con-
 stituit de axele și polurile sistemului de punte dat.

Și ca din ori-ce adevăr demonstrat prin geometria de
 pozițiune deduce dênsul și din această definițiune o mul-
 țime de rezultate practice între altele mai multe proceduri
 grafice foarte simple pentru construcțiunea lesnicioasă a elip-
 selor de inerție.

Dar până în chestiunile care constituesc bazele mecani-
 cei, precum compozițiunea și descompozițiunea forțelor,
 geometria de poziție oferă serviciile ei fructuoase. aruncând
 o lumină vie în repliurile obscure pe care le lasă analiza.
 Numai cu ajutorul ei se poate trata complet cazul general
 al compoziției forțelor.

Ast-fel Möbius a putut să stabilească în câte-va theo-
 reme concise toată teoria acestei compozițiunii. Cităm :

«Un sistem de forțe care nu e în echilibru și care nu e reductibil la o resultantă unică, poate să se reducă în o infinitate de moduri la *un grup* de două forțe situate în plane diferite. Două *grupuri* de forțe echivalente se află pe un acelaș hyperboloid și determină un sistem focal din care însuși hyperboloidul face parte. Două forțe ale unui grup sunt prin urmare în ast-fel de relațiune că un punct al uneia este conjugat cu planul corespunzător al celei-l-alte în un system focal determinat de sistemul de forțe.»

Insuși Winkler care de obicei nu se servește de loc de geom. de pozițiune, în studiul transformării greutateilor isolate în uniforme, prin metoda liniilor de influență, este nevoit să se servească de suprafețe *în afinitate*, recurge prin urmare la această știință, care în definitiv nu se va putea mult timp înlătura de cât în detrimentul progresului.

Dar este inutil de a insista mai mult în această privință. Progresul are legile sale și mai curând sau mai târziu această știință de mare viitor se va impune de sine în mod necesar. În ceia-ce precede n'am voit de cât a insista puțin asupra acestei idei care la noi mai cu seamă nu este tocmai familiară.

A. Davidescu

