III

EXTRASE DIN PUBLICATIUNILE STREINE

RESISTENȚELE TRENURILOR LA TRECEREA LOR PRIN CURBE

INTRODUCERE

La mişcarea trenurilor prin curbe se naşte o aglomerare de resistenţe, în raport cu mişcarea pe o linie dreaptă.

Din diferitele cause cari au o acţiune asupra acestora, determinarea resistenţelor nu este aşa de simplă, fiind încă de mult objectul câtor-va cercetări.

Raza curbei, distanţa între şine, supra-înălţarea şinei exterioare, distanţa între roate, forma cercului roatei, lungimea şi greutatea materialului rulant, viteza şi puterea de tracţiune, influenţează fie-care asupra creşterei resistenţelor în curbe.

De aceea este foarte clar că, numai prin încercări pe căi practice, s'au putut determina influenţele câtor-va cause principale ale acestor resistenţe.

Cele mai bogate încercări în scopul acesta, sunt ale lui *Rökl*, făcute la căile ferate ale Statului Bavarez. Ele au condus la resultatele următoare : Că resistenţa în curbe pentru vagoane cu osii înţepenite, şi pentru o rază de curbură descrescândă, creşte în raport direct cu greutatea materialului rulant.

Pentru o greutate Q, a materialului rulant, şi pentru o rază de curbură R, în metri, *Rökl* exprimă resistenţa în curbă prin următoarea formulă :

$$K = \frac{0{,}6504}{R-55}\,Q.$$

Cu toate că, distanţa între roate şi puterea de tracţiune exercită o mare influenţă asupra resistenţei în curbă, totuşi formula lui *Rökl* a fost cea mai întrebuinţată şi este încă acum cea mai respândită.

Dacă voim a cunoaşte influenţa celor-l'alte cauze spuse mai sus, vom putea face aceasta, însă, numai prin calcul.

Dintre toate scrierile teoretice existente, privitoare la această materie, putem cita ca mai principală, lucrarea lui ***Bädecker ; Acţiunile dintre roată şi şină, şi influenţa lor asupra alergărei şi asupra resistentei la mişcare a materialului rulant în trenuri..... Hanovra 1887,*** lucrare care tratează multe chestiuni importante într'un mod foarte potrivit, şi care a servit foarte mult la desluşirea acestui object. — Cu toate că această lucrare a adus desluşiri însemnate asupra câtor-va chestiuni particulare, asupra mişcărei materialului rulant în curbe, şi asupra resistenţelor în curbe, totuşi lipseşte literaturei existente, un calcul desvoltat, care să coprindă tot, să fie simplu, dar îndestulător şi care să prevadă ori-ce cause s'ar ivi. Pentru aceasta vom încerca un asemenea calcul.

Posițiunea materialului rulant în curbă

Dacă, un vagon cu douĕ osii, susţinute prin mijlocul consolei într'o posiţiune paralelă, se mişcă pe o linie curbă, are tendinţa de a se mişca în direcţiunea contactului din care cauză buza roatei exterioare din 'nainte, lalergând către şina exterioară, va fi silită a se mişca în linie curbă.

Prelungirea osiei din 'nainte, va fi oprită în mişcarea ei liberă de către consolă, şi va păstra în tot-d'auna aceiaşi distanţă, de la centrul curbei.

Când osia din 'napoi stă în urma unghiului drept format de linia mediană a vagonului şi raza curbei, atunci buza roţei din 'nainte a materialului rulant se va apropia de şină atât de mult până când se va atinge de ea, sau până când axa osiei prelungită va trece prin centrul curburei.

Când prelungirea osiei dinapoi se găseşte îndărătul centrului de curbură atunci buza interioară, la mişcarea înainte se va depărta de şina interioară şi va comunica materialului rulant o învârtire până când axa dinapoi se va îndrepta către centru ; de aceea la o distanţă între şine, îndestulătoare, axa osiei dinapoi prelungită va trece tot-d'auna prin centrul de curbură.

După cele zise, buza roţei exterioare a osiei dinainte stă în tot-d'auna lângă şina exterioară, pe cât timp, osia dinapoi, sau stă îndreptată către centru, şi atunci se apropie mai mult sau mai puţin cu buza interioară de şină ; sau stă cu prelungirea ei înapoi de centrul curbei și atunci buza interioară se apropie de șina interioară.

Posițiunea osiei dinapoi către centrul de curbură al arcului depinde de raza curbei, de distanța între roți și de spațiul de joc coprins între buze și șine.

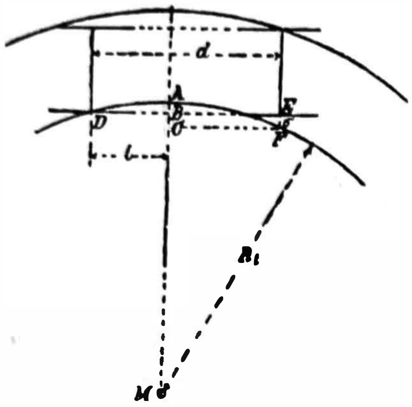


Fig. 1

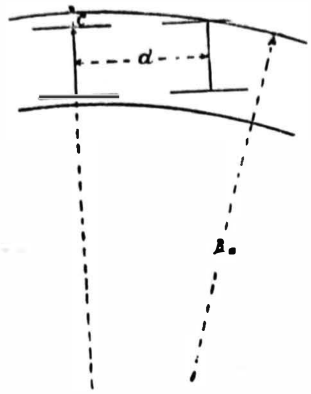


Fig. 2

In fig. 1 fie D E planul roților dus prin D, punctul de contact între șină și buza roței interioare a osiei dinapoi. M A raza de curbură a arcului perpendiculară pe acest plan, B punctul de intersecție al lui M A cu D E, F, punctul de intersecțiune, al prelungirei osiei dinainte cu cercul cu raza $MD = R_i$. Fie distanța între roate $DE = d$, $DB = i$, atunci $EF = \sigma$, suma spațiurilor de joc între buză și șină. Fiind că buza roței exterioare a osiei dinainte este în contact cu șina, vom avea:

$$\sigma = AC - AB$$

$$AC = \frac{(d-i)^2}{2R_i - AC} \text{ sau e de ajuns de sigur}$$

$$AC = \frac{(d-i)^2}{2\,R_i} \text{ pentru că } AC \text{ în raport cu}$$

$2\,R_i$ este foarte mic, ast-fel că'l putem neglija, asemenea

$$AB = \frac{i^2}{2\,R_i}$$

de unde:

$$\sigma = \frac{d\,(d-2\,i)}{2\,R_i} \quad . \; . \; . \; ^{1})$$

și

$$i = \frac{d}{2} - \frac{R\,i\,\sigma}{d} \quad . \; . \; . \; ^{2})$$

Dacă osia dinapoi se înclină către centru și dacă buza exterioară se găsește cu c depărtată de șina exterioară, obținem după formula și după (fig. 2) următoarea relațiune:

$$c = \frac{d^2}{2\,R_a} \quad . \; . \; . \; 3)$$

Când buza interioară atinge șina interioară, osia dinapoi fiind îndreptată către centru, vom avea:

$$c = \sigma = \frac{d^2}{2\,R_a}$$

Posițiunea osielor îndreptate către centru în curbe și resistența lor.

O mișcare curat de rulare va exista numai atunci când direcțiunea osiei ce trece prin centrul arcului, și când cercurile de alergare ale roatelor, aparțin unor suprafețe de con, al căror vîrf va cădea în centrul arcului. In general însă, aceasta nu va putea să existe.

Suprafețele de alergare ale roților, represintă în stare nouă, suprafețe conice, ale căror vîrfuri stau în părți opuse. Au amândouĕ buzele distanțe egal de șină, atunci amândouĕ cercurile de alergare au acelaș diametru, și vîrful conului de rotațiune cade la infinit. Dacă mișcăm osia din posițiunea ei mijlocie, apropriind de șină buza roței interioare, atunci cercul de alergare va deveni mai mare pe cât timp cercul de alergare al roței exterioare va deveni mai mic. Din această causă, vîrful conului de rotațiune va cădea în partea acelei șine, care se află opusă centrului curbei.

Dacă mișcăm acum în sens contrar, vêrful conului de rotațiune va cădea în aceeași parte cu centrul arcului și se va apropia de acesta; dacă continuăm mișcarea osiei în afară, vêrful conului va putea cădea chiar între centrul arcului și șina.

La o mișcare curat de rulare, osia se învêrtește împrejurul vèrfului S, al conului de rotațiune, a cărui distanță g, de mijlocul osiei se determină în modul următor: — Fie r rada cercului de rotațiune pentru o posițiune simetrică a roatelor, s distanța între cercurile de rotațiune, σ suma spațiurilor de joc, a unei perechi de roate, și $1 : n$ tangenta unghiului de înclinațiune, format de generatrice și axa conului. La o mutare de $\frac{\sigma}{2} - c$, a perechilor de roate din posiția lor de mijloc, raza r, a cercului cel mare de alergare va deveni r_2, rada cercului cel mic de alergare.

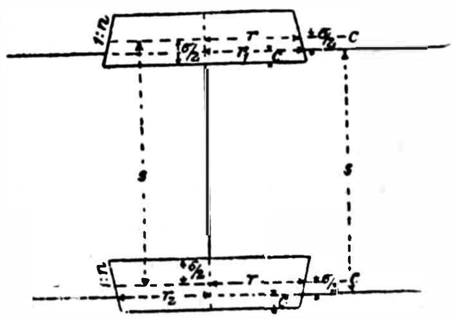


Fig. 3.

Atunci avem:

$$r_1 = r + \frac{\frac{\sigma}{2} - c}{n} \text{ și } r_2 = r - \frac{\frac{\sigma}{2} - c}{n}$$

$$\frac{r_1 - r_2}{s} = \frac{r}{\rho} \text{ de unde } \rho = \frac{n\;r\;s}{\sigma - 2\,c} \quad . \; . \; . \; 4)$$

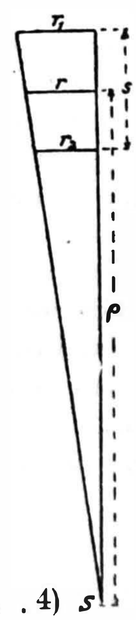


Fig. 4.

In aceste formule c însemnează distanța buzei exterioare de la șină. Dacă osia are în direcțiunea contactului o viteză V, atunci la o mișcare curat de rotațiune se va învêrti cu o viteză unghiulară $\omega = \frac{V}{\rho}$ împrejurul vêrfului S. In realitate însă se învêrtește cu o viteză unghiulară $\Omega = \frac{V}{R}$ împrejurul centrului M al arcului, care are o distanță R de axa șinelor, din causa aceasta trebue să se învêrtească cu o viteză unghiulară

$\Omega = \omega = \frac{V}{R} - \frac{V}{\rho}$ împrejurul axei sale mijlocii perpendiculare, când vêrful conului şi centrul arcului cad de aceeaşi parte a şinelor.

Când vêrful conului cade de partea cea-l'altă a şinelor, avem $2c > \sigma$ de unde ρ negativ şi din causa aceasta membrul al II-lea positiv.

Această mişcare de rotaţiune împrejurul axei de mijloc perpendiculare, corespunde mişcărei de alunecare a roatelor pe şine, cu o viteză, $\frac{s}{2}(\Omega - \omega)$, la această mişcare de alunecare se opune o resistenţă fP produsă de presiunea P a roatei şi de coeficientul de fricţiune f.

Prin urmare travaliul de fricţiune produs de o pereche de roate va fi: $f\,P\,s\,(\Omega - \omega)$.

Fie p puterea de tracţiune necesară pentru învingerea acestui travaliu, atunci pentru o viteză V, a materialului rulant vom avea:

$$p\,V = f\,P\,s\,(\Omega - \omega) = f\,P\,s\,\left(\frac{V}{R} - \frac{V}{\rho}\right)$$

$$\text{sau } p = f\,P\left(\frac{s}{R} - \frac{\sigma - 2c}{n\,r}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 5)$$

Posiţiunea osielor egal depărtate, în curbă şi resistenţa lor.

Dintre osiele egal depărtate ale unui material rulant cu osii înţepenite, se poate întêmpla cel mult, ca osia din napoi să se încline către centru.

Când însă osia din napoi se află cu i îndărătul centrului de curbură, atunci, dacă distanţa între roate este d, osia dinainte cade cu $d - i$ înaintea centrului de curbură.

Dar fiind-că materialul rulant la o viteză V în direcţiunea contactului se învêrteşte împrejurul centrului de curbură M cu viteza unghiulară $\frac{V}{R}$, osiile păstrând aceleaşi distanţe i şi $d - i$, de M, va trebui ca osia din napoi să se mişce pe şine, alunecând cu o viteză $\frac{i\,V}{R}$ şi osia din nainte cu o viteză $(d - i)\,\frac{V}{R}$. Resistenţa la care se dă nascere aci, se găsesce şi în ecuaţia 5) care exprimă resistenţele corespundětoare posiţiunei radiale, şi care se poate determina cu totul independent.

Să lăsăm de-o-cam-dată, mişcarea de alunecare în direcţiunea osiei la o parte, şi atunci vom avea pentru osia din nainte unde $c = o$:

după ecuaţia 5)

$$p_1 = f\,P\left(\frac{s}{R} - \frac{\sigma}{nr}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 5\text{-a})$$

şi pentru $f = 0{,}2$, $s = 1{,}5$, $n = 20$, $r = 0{,}49$ vom avea:

$$\frac{p_1}{4\,P} = 0{,}05\left(\frac{1{,}5}{R} - \frac{\sigma}{9{,}8}\right) \quad . \; . \; . \; . \quad 5\text{-b})$$

Pentru osia din napoi trebue să păstrăm expresia cea mai generală a ecuaţiunei 5), care dupĕ introducerea valorilor de mai sus ne va da relaţiunea:

$$\frac{p_2}{4\,P} = 0{,}05\left(\frac{1{,}5}{R} - \frac{\sigma - 2\,c}{9{,}8}\right) \quad . \; . \; . \; . \quad 5\text{-c})$$

Pentru travaliul ce trebue executat de p_1 şi p_2 este tot una, dacă osiile au o învêrtire spre dreapta sau spre stânga împrejurul axei perpendiculare pe mijlocul lor.

Din causa aceasta suntem liberi a considera semnele ce convin acestor valorĭ.

Creşterea resistenţeĭ de fricţiune a fusului roţei în curbe

Mişcarea de alunecare a roatelor pe şine e născută din acţiunea pe care o exercită ramele materialului rulant asupra osielor; presiunile osielor, $f\,P$, asupra ramelor, acţionând în planul roatei, vor căuta să învêrtească vagonul cu un moment de învêrtire $f\,P\,s$, dacă cele douĕ momente de învêrtire resultând din cele douĕ osii nu se vor anula. Cele douĕ roate exterioare caută să se depărteze una de alta, prin aceasta longeronul exterior al vagonului e supus tracţiunei şi în casul când roatele caută să se apropie una de alta, atunci longeronul interior este supus presiunei. Dar fiind-că lagărul osielor este presat către placa de gardă, şi din causa mişcărei perpendiculare a lagărului în placa de gardă, se nasc perderi de fricţiune, cari sunt cu atât mai mari cu cât linia nu este perfectă. Mărimea lor se poate determina numai aproximativ şi din causa aceasta le lăsăm ne observate. Din causa ivirei presiunilor orisontale cresc şi resistenţele de frecare ale osielor şi ele se pot determina lesne, în modul urmĕtor:

Puterea $f\,P$ acţionând în planul roatei; exercită asupra fusului roţei o presiune orisontală $f\,P\,\frac{s}{e}$ unde e însemnează distanţa de la mijlocul unui fus până la mijlocul celui-l'alt şi care presiune, cu puterea perpendiculară P ne dă o resultantă.

$$\sqrt{P^2 + P^2\,\frac{f^2\,s^2}{e^2}}$$

Pe periferia fusului al cărui diametru este $\triangle$, se nasce pentru o valoare a fricţiunei fusului f_1, o putere tangentială.

$f_1\;P\,\sqrt{1 + \frac{f^2\,s^2}{e^2}}$ care are o creştere $f_1\;P\left(\sqrt{1 + \frac{f^2\,s^2}{e^2}} - 1\right)$

Crescerea de resistenţă iscată la cele 4 fusuri ale unui vagon exerciteazǎ o putere p_3 care se poate calcula prin următoarea ecuaţiune:

$$p_3 = \frac{2\,f_1 P \triangle}{r}\left(\sqrt{1 + \frac{f^2\,s^2}{e^2}} - 1\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 6)$$

dacă introducem aci valorile $f_1 = 0{,}05$, $f = 0{,}02$; $r = 0{,}49^m$ $e = 1{,}956^m$, $\triangle = 0{,}095$ şi $s = 1{,}5$, vom obţine:

$$\frac{p_3}{4P} = 0{,}0000562 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 6\text{-a})$$

Condiţiuni de stabilitate pentru materialul rulant al unui tren, cu un unghiu α de alunecare, invariabil şi determinarea resistenţelor în curbe.

Deviaţiunea osiei din nainte şi a osiei din napoi se face în casuri anume, după cum am arătat prin presiunea capului şinei pe buza roţei. Dacă rotungirea de la capul şinei se face cu o rază mai mare de cât acea de la coroana buzei, atunci suprafaţa conică a buzei va inlesni deviaţiunea roţei, alt-fel va exista o alunecare continuă a buzei pe capul şinei.

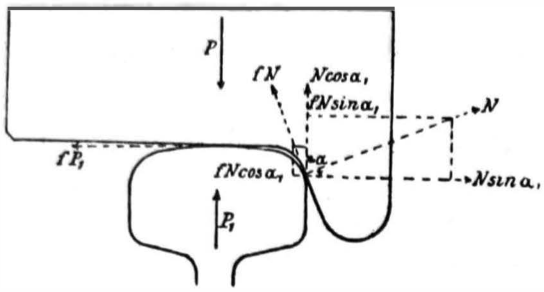


Fig. 5.

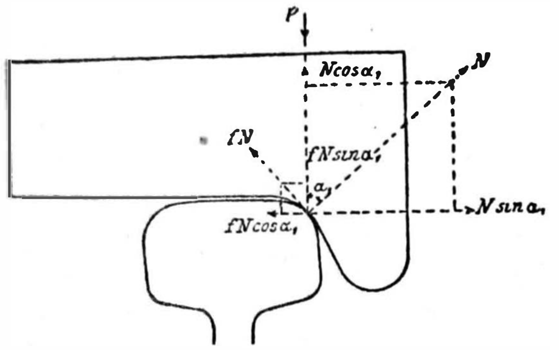


Fig. 6.

Să cercetăm mai întâi primul cas.

Roata stând în repaos pe capul şinei ; şi conul buḑei atingând capul şinei într'un plan E_1, cu aceaşi înclinare ca axa roţei OJ, de la care este depărtat cu distanţa r_1.

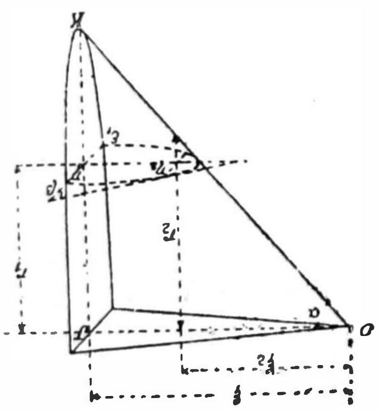


Fig. 7.

Intersecţiunea acestui plan E_1 cu conul buzei, ne dă o Hyperbolă a cărei ecuaţiune se determină în modul următor.

La o distanţă ξ de vêrful conului O, cercul de bază al conului, are ca rază $JK = \xi \operatorname{tg} \alpha$ unde α este unghiul de înclinaţiune al generatricei cu axa conului.

Acest cerc taie planul E_1 la distanţa η de planul perpendicular dus prin axa roţei, atunci avem :

$$\frac{JK}{\eta} = \frac{\eta}{JK + r_1} \text{ sau } \eta^2 = \xi^2 \operatorname{tg} \alpha^2 - r_1{}^2$$

Aceasta este equaţiunea unei hyperbole cu coordonatele ξ şi η ; în această hyperbolă trebue să se găsească punctul de contact între buză şi şină, el s'ar afla în vêrful hyperbolei, dacă axa roţei ar fi îndreptată către centrul arcului. Insă fiind că aceasta la osia din nainte nu poate să fie, şi fiind-că ea formează cu raza de curbă un unghiu β, atunci punctul de contact se va afla pe o tangentă la hyperbolă care formează cu planul roţei un unghiu β. Ecuaţiunea tangentei pentru ori care punct $\xi\eta$ al hyperbolei, resultă din diferenţiarea ecuaţiunei de mai sus.

$$\frac{d\xi}{d\eta} = \frac{\eta}{\xi} \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha^2}$$

Dacă această tangentă ar forma cu planul roţei un unghiu β, atunci am avea :

$$\frac{d\xi}{d\eta} = \operatorname{tg} \beta, \; \eta = \eta_2, \; \xi = \xi_2.$$

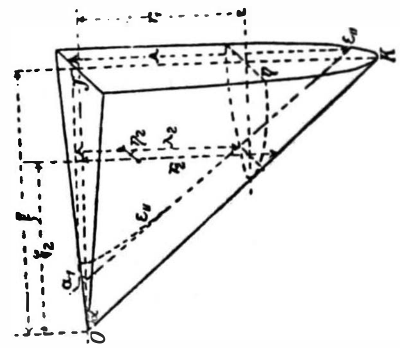
Prin urmare :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\eta_2}{\xi_2} \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha^2} \text{ şi pentru că } \xi_2 \operatorname{tg} \alpha = r_2$$

$$\eta_2 = r_2 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 7)$$

Unghiul pe care se efectuă alunecarea, nu este egal cu unghiul de înclinaţiune al generatricei conului cu axa, pentru că alunecarea se face în direcţiunea tangentei la hyperbolă produsă prin secţiunea unui plan perpendicular E_{11} care conţine punctul $\eta_2\ \xi_2$, cu conul buḑei.

Cercul de con J K avênd distanţa ξ de vêrful conului, taie planul E_{11} (Fig. 8) la uă distanţă λ de planul orizontal dus prin axa conului.



(Fig. 8)

Atunci resultă relaţiunea :

$$\frac{JK - \eta_2}{\lambda} = \frac{\lambda}{JK - \eta_2} \text{ sau}$$

$$\lambda^2 = \xi^2 \operatorname{tg} \alpha^2 - \eta_2^2$$

Aceasta este iarăşi ecuaţiunea unei hyperbole, la a cărei tangentă corespunde ecuaţiunea următoare :

$$\frac{d\lambda}{d\xi} = \frac{\xi}{\lambda} \operatorname{tg} \alpha^2 \text{ aci vom avea pentru}$$

$$\xi = \xi_2 \text{ şi } \lambda = r_1 \quad \frac{d\lambda}{d\xi} = \operatorname{tg} \alpha_1 \text{ de unde}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\xi_2}{r_1} \operatorname{tg} \alpha^2 = \frac{r_2}{r_1} \operatorname{tg} \alpha$$

Insă fiind că $r_2^2 = r_1^2 + \eta_2^2$ va urma observând şi ecuaţia 7).

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha^2 \operatorname{tg} \beta^2}} \; . \; . \; . \; . \; . \; 8).$$

Dacă la o presiune perpendiculară P a roatei, se găsesce în locul de contact dintre roată şi şină o presiune normală N, fig. (5—6), atunci se va afla în direcţiunea tangentei la hyperbolă, aflată în planul perpendicular, o resistenţă de fricţiune f N, care se va opune mişcărei de alunecare.

Descompunem atât puterea N cât şi pe f N în componente orisontale şi perpendiculare, atunci obţinem pentru componentele orisontale următoarele valori :

$$N \sin \alpha_1 - f\, N \cos \alpha_1$$

şi pentru componentele perpendiculare următoarele valori

$$N \cos \alpha_1 + f\, N \sin \alpha_1$$

Dacă presupunem că, o parte din presiunea roatei P_1, va fi luată de către capul şinei, atunci vom avea pentru puterile perpendiculare următoarea relaţiune :

$$P = P_1 + N \cos \alpha_1 + f\, N \sin \alpha_1$$

Inpingerei horisontale $N \sin \alpha_1 - f\, N \cos \alpha_1$, **afară** de resistenţa de fricţiune f P, se mai opune o putere χ a cărei mărime trebue mai cu seamă determinată.

Atunci avem :

$$N \sin \alpha_1 - f N \cos \alpha_1 = f P_1 + \chi$$

Din amêndouĕ ecuaţiunile urmeaḑă :

$$N \sin \alpha_1 (1 + f^2) = f P + \chi \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 9)$$

Presiunea perpendiculară $N \cos \alpha_1 + f N \sin \alpha_1$ se află în planul E_{11} depărtat cu η_2 de planul perpendicular dus prin axa roatei ; prin urmare va opune la rotaţiunea roatei, un moment de învârtire

$$(N \cos \alpha_1 + f N \sin \alpha_1)\, \eta_2$$

pentru a cărei învingere va trebui o putere de tracţiune p, care prin ajutorul braţului de pârghie r_1, se va putea determina prin următoarea ecuaţiune :

$$p = N (\cos \alpha_1 + f \sin \alpha_1) \frac{\eta_2}{r_1}$$ sau observênd ecuaţia 7)

$$p = N (\cos \alpha_1 + f \sin \alpha_1) \frac{r_2}{r_1} \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta$$ sau

$$p = N (\cos \alpha_1 + f \sin \alpha_1) \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \beta}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 10)$$

pentru că $\frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{1}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \beta}}$

Dacă centrul arcului se află cu (d—i) îndărătul prelungirei osiei din nainte, atunci dobândim unghiul format de planul roţei şi de tangenta arcului pentru axa din nainte, din următoarea relaţiune :

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{d - i}{Ra} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 11)$$

şi pentru osia din napoi din următoarea relaţiune :

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{i}{R_i} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 11\text{-a})$$

Din această causă avem pentru osia din nainte următoarea ecuaţiune :

$$p_4 = \frac{N_1 (\cos \alpha_1 + f \sin \alpha_1) \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 - \operatorname{tg} \alpha^2 \left(\frac{d-i}{Ra}\right)^2}} \quad \frac{d-i}{Ra}$$

şi pentru osia din napoi :

$$p_5 = \frac{N_2 (\cos \alpha_1 + f \sin \alpha_1) \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 - \operatorname{tg} \alpha^2 \left(\frac{i}{R_i}\right)^2}} \quad \frac{i}{R_i}$$

In aceste expresiuni putem pune cuantităţile de sub radical egale cu 1, pentru că valoarea lor se apropie foarte mult de unitate. Asemenea putem întroduce fără a comite o greşeală mare, în locul raḑelor de curbă ale şinei interioare şi exterioare, Ra şi Ri, valoarea medie R.

Atunci vom avea :

$$p_4 + p_5 = (\cos \alpha_1 + f \sin \alpha_1) \operatorname{tg} \alpha \left[N_1 \frac{d}{R} - (N_1 - N_2) \frac{i}{R} \right] \cdot \cdot \cdot \quad 12)$$

Condiţiuni de stabilitate pentru vagoanele unui tren, cu un unghiu α_1 de alunecare invariabil şi determinarea resistenţei în curbe.

După abservările făcute mai nainte, să ne închipuim un tren compus dintr'un numĕr oare-care de vagoane, a căror distanţă între roate fie d, şi distanţa mĕsurată între punctele de aplicaţiune ale lanţurilor de atelagiu fie L, iar lungimea lanţului fie K. (fig. 9).

Dacă vagoanele ar avea o posiţiune ast-fel că linia lor mediană longitudinală să atingă cercul cu raḑa R în mijlocul lui L, atunci lanţurile de atelagiu întinse taie amêndouĕ liniile mediane longitudinale ale vagoanelor sub acelaş unghiu φ, de unde

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L + \frac{K}{\cos \varphi}}{2 R}$$ sau, din causă că unghiul φ este foarte mic, putem pune $\cos \varphi = 1$, atunci

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L + K}{2 R}$$

Din causa posiţiunei ce o ia vagonul în curbă, primesce o învârtire sub un unghiu γ, care comunică lanţurilor de atelagiu o învârtire sub un unghiu δ, ast-fel că, direcţiunea lanţului de atelagiu, de la spatele vagonului din nainte, cu mediana longitudinală a vagonului, formează un unghiu $\varphi + \gamma + \delta$, şi la spatele vagonului din urmă un unghiu $\varphi - \gamma - \delta$.

Unghiul γ se poate exprima prin ecuaţiunea $\operatorname{tg} \gamma = \frac{c}{d}$, în care c însemnează distanţa între buza exterioară din napoi şi şină. (fig. 9).

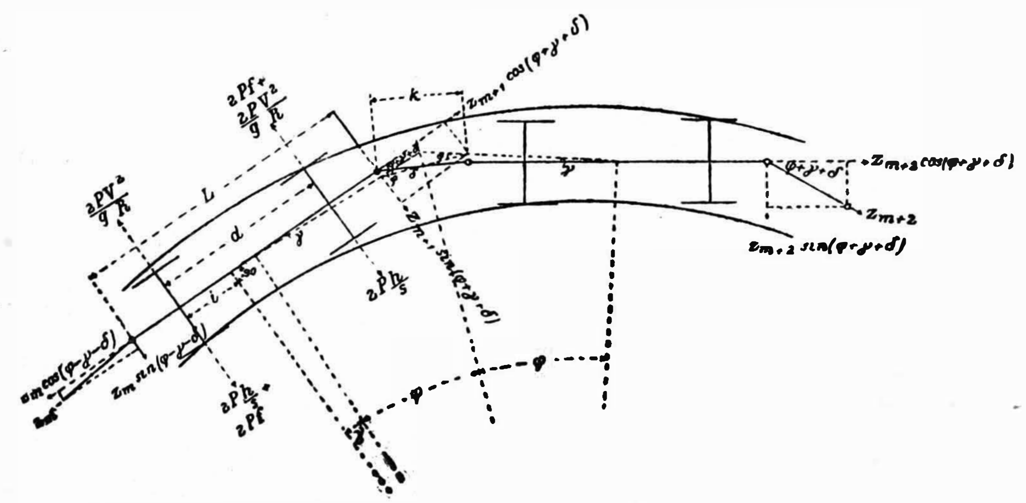


Fig. 9.

Unghiul δ se găsesce din relaţiunea

$$\operatorname{tg}\delta=\frac{\frac{L}{2}\operatorname{tg}\gamma}{\frac{K}{2}}=\frac{L}{K}\times\frac{c}{d}$$

Dar fiind-că unghiurile φ, γ şi δ sunt foarte mici, atunci vom putea pune $\operatorname{tg}\varphi=\operatorname{arc}\varphi$, $\operatorname{tg}\gamma=\operatorname{arc}\gamma$, $\operatorname{tg}\delta=\operatorname{arc}\delta$, ast-fel că:

$$\operatorname{arc}(\varphi+\gamma+\delta)=\frac{L+K}{2\,R}+\frac{c}{d}+\frac{L}{K}\,\frac{c}{d} \quad \text{şi}$$

$$\operatorname{arc}(\varphi+\gamma+\delta)=\frac{L+K}{2\,R}+\frac{c}{d}+\left(1+\frac{L}{K}\right) \quad . \quad . \quad 13)$$

$$\operatorname{arc}(\varphi-\gamma-\delta)=\frac{L+K}{2\,R}-\frac{c}{d}\left(1+\frac{L}{K}\right) \quad . \quad 13\text{-a})$$

Dacă în lanţul de atelagiu din faţa vagonului funcţionează o forţă Z_{m+1} şi în lanţul de atelagiu din napoi a vagonului o forţă Z_m atunci vom avea următoarele componente atât în direcţiunea linii longitudinale a vagonului, precum şi în direcţiunea perpendiculară pe această linie: $Z_{m+1}\cos(\varphi+\gamma+\delta)$, $Z_{m+1}\sin(\varphi+\gamma+\delta)$, $Z_m\cos(\varphi-\gamma-\delta)$, $Z_m\sin(\varphi-\gamma-\delta)$.

Dacă W este resistenţa materialului rulant în linie dreaptă; vom avea pentru stabilitatea în curbe următoarea relaţiune:

$$Z_{m+1}\cos(\varphi+\gamma+\delta)=W+p_1+p_2+p_3+p_4+p_5$$
$$+Z_m\cos(\varphi-\gamma-\delta) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 14.$$

De puterile cari cad în direcţiunea osielor, aparţine şi puterea centrifugală, care la viteza V, exercită o forţă $\frac{2\,P\,V^2}{g\,R}$, precum şi componenta de greutate $2\,P\frac{h}{s}$ resultată din supra înălţarea h a şinei esterioare.

Mai departe, dacă mutăm componentele lanţurilor de atelagiu, cari sunt indreptate în acelaş sens cu axele, chiar în axe, atunci obţinem în direcţiunea osiei din nainte o forţă: $Z_{m+1}\sin\left(\varphi+\gamma+\delta\right)\frac{L+d}{2\,d}-Z_m\sin\left(\varphi-\gamma-\delta\right)\frac{L-d}{2\,d}$ şi în direcţiunea osiei din napoi:

$$Z_m\sin\left(\varphi-\gamma-\delta\right)\frac{L+d}{2\,d}-Z_{m+1}\sin\left(\varphi+\gamma+\delta\right)\frac{L-d}{2\,d}$$

amêndouĕ îndreptate în interiorul cercului. In fine dacă observăm când o roată se mişcă cu buza ei către şină, că, roata de vis-à-vis opune tendinţei de deviaţiune în direcţiunea axei, o resistenţă f P, vedem că cunoaştem toate forţele aflătoare în direcţiunea axelor şi pe cari noi le am însemnat cu χ.

Pentru osia din nainte vom avea dar:

$$\chi_1=f\,P+\frac{2\,P\,V^2}{g\,R}-\frac{2\,P\,h}{s}-Z_{m+1}\sin\left(\varphi+\gamma+\delta\right)\frac{L+d}{2\,d}$$
$$+Z_m\sin\left(\varphi-\gamma-\delta\right)\frac{L-d}{2\,d}$$

iar pentru osia din napoi:

$$\chi_2=f\,P-\frac{2\,P\,V^2}{g\,R}+\frac{2\,P\,h}{s}+Z_m\sin\left(\varphi-\gamma-\delta\right)\frac{L+d}{2\,d}$$
$$-Z_{m+1}\sin\left(\varphi+\gamma+\delta\right)\frac{L-d}{2\,d}$$

După ecuaţiunea 9) vom avea pentru osia din nainte:

$$N_1\sin\alpha_1(1+f^2)=2\,P\left(f+\frac{V^2}{g\,R}-\frac{h}{s}\right)$$
$$-Z_{m+1}\sin\left(\varphi+\gamma+\delta\right)\frac{L+d}{2\,d}+Z_m\sin\left(\varphi-\gamma-\delta\right)\frac{L-d}{2\,d}$$

Şi pentru osia din napoi:

$$N_2\sin\alpha_1(1+f^2)=2\,P\left(f-\frac{V^2}{gR}-\frac{h}{s}\right)$$
$$+Z_m\sin\left(\varphi-\gamma-\delta\right)\frac{L+d}{2\,d}-Z_{m+1}\sin\left(\varphi-\gamma-\delta\right)\frac{L+d}{2\,d}$$

din causă că unghiurile $\varphi+\gamma+\delta$ şi $\varphi-\gamma-\delta$ sunt foarte mici putem pune fără a comite vre-o gresală

$$\sin(\varphi+\gamma+\delta)=\operatorname{arc}(\varphi+\gamma+\delta) \text{ şi}$$
$$\sin(\varphi-\gamma-\delta)=\operatorname{arc}(\varphi-\gamma-\delta)$$

Introducem pentru prescurtare următoarele valori:

$$\frac{V^2}{g\,R}-\frac{h}{s}=A,\ \sin(\varphi+\gamma+\delta)\frac{L+d}{2\,d}=B,\ \sin(\varphi-\gamma-\delta)\frac{L-d}{2\,d}=C$$
$$\sin(\varphi-\gamma-\delta)\frac{L+d}{2\,d}=D,\ \sin(\varphi+\gamma+\delta)\frac{L+d}{2\,d}=E$$

atunci vom obţine:

$$N_1\sin\alpha_1(1+f^2)=2\,P\,(f+A)-Z_{m+1}B+Z_m C \quad . \quad . \quad 15)$$
$$N_2\sin\alpha_1(1+f^2)=2\,P\,(f-A)-Z_{m+1}E+Z_m D \quad . \quad . \quad 15a)$$

Diferinţa între N_1 şi N_2 va fi:

$$N_1-N_2=\frac{4\,P\,A+Z_{m+1}(E-B)+Z_m(C-D)}{\sin\alpha_1\,(1+f^2)}$$

Dacă legăm aceste valori cu ecuaţiunile 12) şi 14) vom avea:

$$Z_{m+1}\cos(\varphi+\gamma+\delta)-Z_m\cos(\varphi-\gamma-\delta)=W+p_1+p_2+p_3$$
$$+\frac{\cos\alpha_1+f\sin\alpha_1}{\sin\alpha_1(1+f^2)}\operatorname{tg}\alpha\,\frac{d}{R}\left[2\,P\,(f+A)-Z_{m+1}B+Z_m C\right]$$
$$-\frac{\cos\alpha_1+f\sin\alpha_1}{\sin\alpha_1(1+f^2)}\operatorname{tg}\alpha\,\frac{i}{R}\left[4\,PA+Z_{m+1}(E-B)+Z_m(C-D)\right]$$

Dacă facem $\cos(\varphi+\gamma+\delta)=1$ şi $\cos(\varphi-\gamma-\delta)=1$ din causă că unghiurile sunt foarte mici, şi mai departe $\frac{\cos\alpha_1+f\sin\alpha_1}{\sin\alpha_1(1+f^2)}\operatorname{tg}\alpha=F$, vom avea:

$$Z_{m+1}\left[1+\frac{F}{R}(B\,d+i\,(E-B))\right]=W+p_1+p_2+p_3$$
$$+\frac{F}{R}\left[2\,P\,d\,(f+A)-4\,P\,A\,i\right]+Z_m\left[1+\frac{F}{R}\left(dC-i\,(C-D)\right)\right]$$

sau:

$$Z_{m+1}=\frac{W+p_1+p_2+p_3+\frac{F}{R}\left[2Pd\,(f+A)-4P\,Ai\right]+Zm\left[1+\frac{F}{R}\Big((d-i)C+iD\Big)\right]}{1+\frac{F}{R}\left[(d-i)B+iE\right]}$$

Dacă, înţelegem prin resistenţa în curbă K, crescerea resistenţei unui material rulant, din causa curburei liniei, atunci această resistenţă, împreună cu W, formează resistenţa materialului rulant în linie dreaptă care resistenţă W, este egală cu diferinţa dintre puterile de tracţiune Z_{m+1} şi Z_m, ceia-ce însemnează $K+W=Z_{m+1}-Z_m$ sau $K=Z_{m+1}-Z_m-W$, dacă dividem această valoare K, prin 4 P, greutetea materialului rulant, obţinem valoarea resistenţei în curbă.

$$\frac{K}{4\,P}=\frac{Z_{m+1}-Z_m-W}{4\,P}$$

avem după ecuaţia 16):

$$\frac{Zm+1}{4\,P}=\frac{\frac{W+p_1+p_2+p_3}{4\,P}+\frac{F}{R}\left[\frac{df}{2}+(d-2i)\frac{A}{2}\right]+\frac{Zm}{4\,P}\left[1+\frac{F}{R}\Big((d-i)C+iD\Big)\right]}{1+\frac{F}{R}\left[(d-i)\,B+i\,E\right]}$$

Resistenţa materialului rulant în linie dreaptă este determinată de mine, şi bazată pe încercări:

$$W=0{,}0025.\ 4\,P+0{,}1225\ Fo\ V^2+\sin E\ 4\,P$$

unde *Fo* representă suprafaţa în metri pătraţi opusă vêntului şi V vitesa în metri secunde, E unghiul de înălţare al liniei, vom avea deci :

$$\frac{W}{4\,P}=0{,}0025+\frac{0{,}1225\ Fo\ V^2}{4\ P}+\sin E.$$

Intrebuinţarea ecuaţiunilor desvoltate

După ecuaţiunea 5^b şi 5^c avem :

$$\frac{p_1}{4\ P}=0{,}05\left(\frac{1{,}5}{R}-\frac{\sigma}{9{,}8}\right)$$

$$\frac{p^2}{4\ P}=0{,}05\left(\frac{1{,}5}{R}+\frac{\sigma-2c}{9{,}8}\right)$$

După ecuaţia 6-a avem :

$$\frac{p^3}{4\ P}=0{,}0000562$$

După ecuaţiunea 8) avem: $tg\alpha_1=\frac{tg\,\alpha}{\sqrt{1-tg\alpha^2\,tg\,\beta^2}}$ de unde din ecuaţiunile 11) şi 11-a) vom avea pentru axa dinainte $tg\,\beta_1=\frac{d-i}{R}$ şi pentru axa din napoi $tg\,\beta_2=\frac{i}{R}$ aceasta însă din diferite cause cari se ivesc la drumurile de fer, ne dau nişte valori aşa de mici că putem înlocui produsul $tg\,\alpha^2\ tg\,\beta^2$ cu 1 şi vom avea atunci $tg\,\alpha_1=tg\,\alpha$.

Introducând unghiul de înălţare întrebuinţat de obicei la buze vom avea :

$$tg\,\alpha=2;\ \sin\alpha=0{,}90;\ \cos\alpha=0{,}46\ \text{şi}:$$

$$F=\frac{0{,}46+0{,}2\times0{,}9}{0{,}9\,(0{,}2^2+1)}\,2=1{,}368$$

Fie spaţiul de joc între buze şi şină :

pentru	$R \leq 1000^m$	$\sigma=0{,}01$
„	$R=600$	$\sigma=0{,}013$
„	$R=300$	$\sigma=0{,}027$

După ecuaţiunea 2) şi 3) avem : $i=\frac{d}{2}-\frac{R\,\sigma}{d}$ şi $c=\frac{d^2}{2\,R\,a}$ unde pentru *i* se consideră numai valoarea positivă, de aceea avem pentru :

$R=1500$ şi	$d=5^m$	$i=0$	şi $c=0{,}00833$
„ = „	„ $d=4^m$	$i=0$	„ $c=0{,}0053$
„ = „	„ $d=3^m$	$i=0$	„ $c=0{,}003$
$R=1000$	„ $d=5^m$	$i=0{,}5$	„ $c=\sigma=0{,}010$
„ = „	„ $d=4^m$	$i=0$	„ $c=0{,}008$
„ = „	„ $d=3^m$	$i=0$	„ $c=0{,}0045$
$R=600$	„ $d=5^m$	$i=0{,}94$	„ $c=\sigma=0{,}013$
„ = „	„ $d=4$	$i=0$	„ $c=0{,}013$
„ = „	„ $d=3$	$i=0$	„ $c=0{,}0075$
$R=300$	„ $d=5$	$i=0{,}88$	„ $c=\sigma=0{,}027$
„ = „	„ $d=4$	$i=0$	„ $c=\sigma=0{,}027$
„ = „	„ $d=3$	$i=0$	„ $c=0{,}015$.

Pentru diferite valori ale lui d şi R obţinem :

$$R=1500^m,\ \frac{p_1}{4P}=0{,}0000010$$

$$R=1000^m,\ \frac{p_1}{4P}=0{,}0000240$$

$$R=600^m,\ \frac{p_1}{4P}=0{,}0000587$$

$$R=300^m,\ \frac{p_1}{4P}=0{,}0001122$$

şi pentru :

$R=1500$ şi	$d=5^m$	$\frac{p_2}{4P}=0{,}0000840$
„ = „	„ $d=4^m$	„ $=0{,}0000500$
„ = „	„ $d=3^m$	„ $=0{,}0000296$
$R=1000$	„ $d=5^m$	„ $=0{,}0001260$
„ = „	„ $d=4^m$	„ $=0{,}0001055$
„ = „	„ $d=3^m$	„ $=0{,}0000700$
$R=600$	„ $d=5^m$	„ $=0{,}0001912$
„ = „	„ $d=4^m$	„ $=0{,}0001912$
„ = „	„ $d=3^m$	„ $=0{,}0001351$
$R=300$	„ $d=5^m$	„ $=0{,}0003877$
„ = „	„ $d=4^m$	„ $=0{,}0003877$
„ = „	„ $d=3^m$	„ $=0{,}0002655$

Fie mai departe lungimea lanţului de atelagiu $K=0{,}75^m$ şi pentru $d=5^m$ $L=8{,}7^m$

$d=4^m$ „ $=7^m$

$d=3^m$ „ $=5{,}35$

După aceste date vom avea ;

$d=5^m$, $B=\frac{49{,}628}{R}$, $C=\frac{9{,}9067}{R}$, $D=\frac{36{,}682}{R}$, $E=\frac{13{,}403}{R}$

$d=4^m$, $B=\frac{33{,}75}{R}$, $C=\frac{6{,}297}{R}$

$d=3^m$, $B=\frac{21{,}223}{R}$, $C=\frac{3{,}5837}{R}$

pentru $d=4$ şi $d=3$, valorile lui D şi E nu se iau în socoteală pentru că observând raza de curbură, ***i***, vom vedea că, pentru distanţele între róte va deveni ecual cu 0. Pentru a întroduce valoarea resistenţei iscată pe linie dreaptă, punem $F_0=0{,}5$ şi $V=7^m$. $\sin E=0{,}002$ şi $4\ P=16000$ atunci vom avea $W=75$ kgr. şi $\frac{W}{4P}=0{,}0046875$. Introducând aceste valori în ecuaţia 17) şi făcând hypotesa că $\frac{V^2}{gR}=\frac{h}{s}$ de unde $A=O$,

Vom obţine pentru

$R=1500$	şi $d=3^m$	$\frac{K}{4P}$	$=0{,}0003602-0{,}0000455$	$\frac{zm}{4P}$.
„ = „	„ $d=4$	„	$=0{,}0004716-0{,}0000980$	„
„ = „	„ $d=5$	„	$=0{,}0005694-0{,}0001820$	„
$R=1000$	„ $d=3$	„	$=0{,}0005602-0{,}0001020$	„
„ = „	„ $d=4$	„	$=0{,}0007320-0{,}0002180$	„
„ = „	„ $d=5$	„	$=0{,}000880-0{,}0004030$	„
$R=600$	„ $d=3$	„	$=0{,}0009325-0{,}0002820$	„
„ = „	„ $d=4$	„	$=0{,}0012152-0{,}0006080$	„
„ = „	„ $d=5$	„	$=0{,}0014410-0{,}0010600$	„
$R=300$	„ $d=3$	„	$=0{,}0017950-0{,}0011300$	„
„ = „	„ $d=4$	„	$=0{,}0023680-0{,}0024300$	„
„ = „	„ $d=5$	„	$=0{,}0028110-0{,}0043760$	„

Pentru zm=o dobândim cifra de resistenţă a mişcărei în curbă pentru fie-care vagon în parte.

Mărimele principale din cari se compun aceste valori se află în raport direct cu distanţa între roate şi în raport invers cu raza de curbă a arcului, ast-fel că, pentru zm=o obţinem prin expresiunea

$$zm=o,\ \frac{d}{4P}=0{,}18\ \frac{d}{R}$$

o bună concordanţă cu valorile deja calculate.

Factorii lui $\frac{zm}{4P}$ cresc oproximativ cu pătratul lui *d* şi descresc cu pătratul lui R, ei se pot reproduce prin expresiunea $15\left(\frac{d}{R}\right)^2$.

Vom obţine deci o bună concordanţă cu valorile calculate prin ecuaţiunea

$$\frac{K}{4P} = 0{,}18\,\frac{d}{R} - 15\left(\frac{d}{R}\right)^2 \frac{zm}{4P} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 19)$$

o egalare a valorilor acestei formule cu valorile calculate, se deduce din următorul resumat pentru diferite raze de curbură şi distanţe între roate, precum şi pentru relaţiunile:

$$\frac{zm}{4P} = 0;\ {}^1/_8 \text{ şi } {}^1/_4.$$

Tot-de-o-dată am aşezat alături şi valorile $\frac{K}{4P} = \frac{0{,}6504}{R-55}$ calculate după formula lui *„Rökl"*.

După cum se vede valorile calculului, coincide cu formula lui *„Rökl"* găsită pe baza încercărilor. O comparaţiune a valorilor calculului între şine, arată că, şi distanţa între roate, precum şi puterile de tracţiune pentru raze mici de curbură, au o influinţă mare asupra resistenţelor în curbă, şi din causa aceasta nu trebuesc scăpate din vedere.

(Va urma)

a) b)

RESUMATUL I

	Valori exacte	Valorile formulelor $0{,}18\frac{d}{R}-1\left(\frac{d}{R}\right)^2\frac{Zm}{4P}$	Valori după Rökl $\frac{0{,}6504}{R-55}$
R = 1500 d = 3 $\frac{Zm}{4P} = \frac{1}{4}$.	0,000349	0.000345	
« = « d = 3 « = 1:8	0,000354	0,000353	
« = « d = 3 « = 0.	0,000360	0,000360	
« = « d = 4 « = 1:4	0,000447	0,000453	
« = « d = 4 « = 1:8	0,000459	0.000467	0,000450
« = « d = 4 « = 0.	0,000472	0,000480	
« = « d = 5 « = 1:4	0,00[illegible]	0,000558	
« = « d = 5 « = 1:8	0,000573	0,000579	
« = « d = 5 « = 0.	0,000596	0'000600	
R = 1000 d = 3 « = 1:4	0,000540	0,000566	
« = « d = 3 « = 1:8	0,000550	0,000583	
« = « d = 3 « = 0.	0.000560	0,000600	
« = « d = 4 « = 1:4	0,000678	0,000660	
« = « d = 4 « = 1:8	0,000705	0,000690	0,000688
« = « d = 4 « = 0.	0,000732	0,000720	
« = « d = 5 « = 1:4	0,000787	0,000806	
« = « d = 5 « = 1:8	0.000838	0,000853	
« = « d = 5 « = 0.	0,000888	0,000900	
R = 600 d = 3 « = 1:4	0,000862	0,000806	
« = « d = 3 « = 1:8	0,000897	0,000853	
« = « d = 3 « = 0.	0,000932	0,000900	
« = « d = 4 « = 1:4	0,001063	0,001058	
« = « d = 4 « = 1:8	0,001139	0,001129	0,001193
« = « d = 4 « = 0.	0,001215	0,001200	
« = « d = 5 « = 1:4	0.001176	0,001240	
« = « d = 5 « = 1:8	0,001308	0,001370	
« = « d = 5 « = 0.	0,001441	0,001500	
R = 300 d = 3 « = 1:4	0,001513	0,001425	
« = « d = 3 « = 1:8	0,001654	0,001613	
« = « d = 3 « = 0.	0,001794	0,001800	
« = « d = 4 « = 1:4	0,001763	0,001734	
« = « d = 4 « = 1:8	0,002066	0,002067	
« = « d = 4 « = 0.	0,002368	0,002400	0,002655
« = « d = 5 « = 1:4	0,001717	0,001958	
« = « d = 5 « = 1:8	0,002264	0,002479	
« = » d = 5 « = 0.	0,002811	0,003000	