III

EXTRASE DIN PUBLICATIUNILE STREINE

RESISTENȚELE TRENURILOR LA TRECEREA LOR PRIN CURBE

— (Urmare) —

Condițiuni de stabilitate a vagónelor unui tren pentru un unghiu variabil de alunecare α și determinarea resistenței în curbă.

Observările de mai nainte le-am bazat pe cazul arătat în (fig. 5) unde raza buzei roței este mai mică de cât raza de curbură a capului șinei, și de aceia unghiul de alunecare α este invariabil. De aceia voim acum a studia casul contrar espus în (fig. 6) unde raza buzei roței este mai mare de cât aceia a capului șinei, din care cauză unghiul de alunecare variază după mărimea efortului exercitat de buza roței.

Și pentru acest caz se aplică ecuațiunea 14)

$$Z_{m+1} + \cos(\varphi+\gamma+\delta) = W + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + Z_m \cos(\varphi-\gamma-\delta$$

și fiind-că unghiurile sunt mici putem pune

$$\cos(\varphi+\gamma+\delta) = 1 \text{ și } \cos(\varphi-\gamma-\delta) = 1, \text{ deci}$$

$$Z_{m+1} = W + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + Z_m.$$

W, p_1, p_2, p_3 au aceleași valori ca mai nainte, numai p_4 și p_5 se schimbă pentru că și unghiul α se schimbă. După observările nóstre de până acum, înțelegem prin α, unghiul format de generatricea conului buzei și axa roței, pe cât timp α_1 este unghiul format de tangenta la Hyperbolă și de planul care este îndreptat în acelaș sens cu axa. Dar fiind-că aceste două unghiuri sunt aprópe egal de mari, vom lăsa neobservată diferința lor, și vom însemna unghiul tangentei cu axa roței, în punctul de contact al buzei cu gâtul roței, pentru osia din nainte cu α_1 și pentru osia din napoi cu α_2, atunci vom avea după cele dise mai sus:

$$p_4 = N_1 (\cos\alpha_1 + f \sin\alpha_1) \operatorname{tg}\alpha_1 \frac{d-i}{R}$$

$$p_5 = N_2 (\cos\alpha_2 + f \sin\alpha_2) \operatorname{tg}\alpha_2 \frac{i}{R}$$

$$N_1 \sin\alpha_1 (1+f^2) = 2P(f+A) - Z_{m+1} B + Z_m C$$

$$N_2 \sin\alpha_2 (1+f^2) = 2P(f-A) - Z_{m+1} E + Z_m D$$

$$\frac{\cos\alpha_1 + f\sin\alpha_1}{\sin\alpha_1(1+f^2)} \operatorname{tg}\alpha_1 = F_1$$

$$\frac{\cos\alpha_2 + f\sin\alpha_2}{\sin\alpha_2(1+f^2)} \operatorname{tg}\alpha_2 = F_2$$

Din causa aceasta putem scri în locul ecuațiunei 14)

$$Z_{m+1} = W + p_1 + p_2 + p_3 + \frac{F_1}{R}(d-i)\left[2P(f+A) - Z_{m+1} B + Z_m C\right] + \frac{F_2 i}{R}\left[2P(f-A) - Z_{m+1} E + Z_m D\right] + Z_m \text{ sau}$$

sau

$$Z_{m+1} = \frac{W + p_1 + p_2 + p_3 + \frac{F_1}{R}(d-i) 2P(f+A) + \frac{F_2 i}{R} 2P(f-A) + Z_m\left[1 + \frac{F_1}{R}(d-i)C + \frac{F_2 i}{R} D\right]}{1 + \frac{F_1}{R}(d-i)B + \frac{F_2 i}{R} E}$$

sau

$$\frac{Z_{m+1}}{4P} = \frac{\frac{W+p_1+p_2+p_3}{4P} + \frac{F_1}{R}(d-i)\frac{f+A}{2} + \frac{F_2 i}{R}\left(\frac{f-A}{2}\right) + \frac{Z_m}{4P}\left[1 + \frac{Fi}{R}(d-i)C + \frac{F_2 i}{R} D\right]}{1 + \frac{F_1}{R}(d-i)B + \frac{F_2 i}{R} E.} \quad 20)$$

pentru $i=0$ avem:

$$\frac{Z_{m+1}}{4P} = \frac{\frac{W+p_1+p_2+p_3}{4P} + \frac{F_1}{R} d \frac{f+A}{2} + \frac{Z_m}{4P}\left(1 + \frac{F_1}{R} d C\right)}{1 + \frac{F_1}{R} d B} \quad \ldots 20\text{-a})$$

In expresiunile pentru $\frac{Z_{m+1}}{4P}$, F_1 și F_2 depinde de unghiurile α_1 și α_2 cari nu sunt încă cunoscute și pentru a căror determinare servesc următoarele ecuațiuni:

Pentru axa din nainte reiese, observând fig. 6).

$$P = N_1 \cos\alpha_1 + f N_1 \sin\alpha_1 \quad \ldots\ldots 21)$$

$$N_1 \sin\alpha_1 - f N_1 \cos\alpha_1 = \chi_1 \quad \ldots\ldots 22)$$

$$\chi_1 = fP + 2PA - Z_{m+1} B + Z_m C \quad \ldots\ldots 23)$$

Asemenea avem pentru axa din napoi

$$P = N_2 \cos\alpha_2 + f N_2 \sin\alpha_2 \quad \ldots\ldots 24)$$

$$N_2 \sin\alpha_2 - f N_2 \cos\alpha_2 = \chi_2 \quad \ldots\ldots 25)$$

$$\chi_2 = fP - 2PA + Z_m D - Z_{m+1} E. \quad \ldots\ldots 26)$$

Din ecuațiunile 21 și 22 urmează:

$$\frac{\sin\alpha_1 - f\cos\alpha_1}{\cos\alpha_1 + f\sin\alpha_1} = \frac{\chi_1}{P} \text{ și din cauză că:}$$

$$\cos\alpha_1 = \sqrt{1-\sin^2\alpha_1}, \text{ avem:}$$

$$\sin\alpha_1 = \frac{\frac{\chi_1}{P} + f}{\sqrt{\left[\left(\frac{\chi_1}{P}\right)^2 + 1\right](f^2+1)}}$$

Asemenea găsim din ecuațiunile 24 și 25:

$$\sin\alpha_2 = \frac{\frac{\chi_2}{P} + f}{\sqrt{\left[\left(\frac{\chi_2}{R}\right)^2 + f\right](f^2+1)}}$$

Din aceste ecuațiuni în legătură cu cele de mai nainte vom putea calcula unghiurile α_1 și α_1. Expresiunile însă, pe carĭ le dobândim sunt nepractice, și este mai bine dacă vom întrebuința o metodă aproximativă, plecênd de la ecuațiunea 19) găsită mai sus.

$$\frac{K}{4P} = 0{,}18\frac{d}{R} - 15\left(\frac{d}{R}\right)^2 \frac{Z_m}{4P}$$

și după ecuația 17) vom avea:

$$\frac{Z_{m+1}}{4P} = 0{,}18\frac{d}{R} - 15\left(\frac{d}{R}\right)^2 \frac{Z_m}{4P} + \frac{Z_m}{4P} + \frac{W}{4P} \text{ și pentru } \frac{W}{4P} = 0{,}0046875$$

$$\frac{Z_{m+1}}{P} = 0{,}01875 + 0{,}72\frac{d}{R} + \frac{Z}{P}\left[1 - 15\left(\frac{d}{R}\right)^2\right]$$

după aceste vom avea pentru f=0,2.

$$\frac{\alpha_1}{P} = 0{,}2 + 2A - B\left[0{,}01875 + 0{,}72\frac{d}{R} + \frac{Z_m}{P}\left(1 - 15\left(\frac{d}{R}\right)^2\right)\right] + \frac{Z_m}{P} C.$$

In acelaș mod se găsește:

$$\frac{\alpha_2}{P} = 0{,}2 - 2A - E\left[0{,}01875 + 0{,}72\frac{d}{R} + \frac{Z_m}{P}\left(1 - 15\left(\frac{d}{R}\right)^2\right)\right] + \frac{Z_m}{P} D.$$

Prin ajutorul valurilor $\frac{\alpha_1}{P}$ și $\frac{\alpha_2}{P}$ petem calcula α_1 și α_2 precum și F_1 și F_2, și prin ajutorul ecuațiunei 20 valoarea $\frac{Zm+1}{4P}$. Din ecuația 17) deducem:

$$\frac{K}{4P} = \frac{Z_{m+1} - Z_m - W}{4P}$$

Intrebuințara ecuațiunilor desvoltate.

Pentru $A=0$, $R=1000_m$; $d=3^m$ păstrând valorile de mai sus pentru σ, L, K, precum și pentru valorile calculate după ele, pentru i, B, C, D și E, obținem.

$$\frac{\alpha_1}{P} = 0{,}1996 - 0{,}02478\frac{Z}{P}$$

Pentru un singur vagon vom avea: $\frac{Z_m}{P} = 0$ și $\frac{\alpha_1}{P} = 01996$

$$\sin\alpha_1 = 0{,}384,\ F_1 = 1{,}042 \text{ și } \frac{K}{4P} = 0{,}000462$$

$$\text{Pentru } \frac{Z_m}{P} = 1 \text{ vom avea:}$$

$\frac{\alpha_1}{P} = 0{,}1748$. $\sin\alpha_1 = 0{,}362$, $F_1 = 1{,}037$ și $\frac{K}{4P} = 0{,}000442$.

Valorile α_2 și F_2 nu apar aci din cauză că $i=0$.

Dăm în resumatul II câte-va valorĭ ale luĭ $\frac{K}{4P}$ determinate după o metodă descrisă deja maĭ sus; în acest resumat pentru comparațiune, sunt trecute și valorile corespunzătóre de mai nainte ale unghiuluĭ invariabil α_1 din Resumatul I.

RESUMATUL II

	Valoarea resistențeĭ în curbe $\frac{K}{4P}$			
	Pentru unghiul variabil (α)		Pentru ungh. invar. α_1 din Resum. I.	
	$\frac{Zm}{P}=0$	$\frac{Zm}{P}=1$	$\frac{Zm}{P}=0$	$\frac{Zm}{P}=1$
R=1000, d=3	0,000462	0,000442	0,000560	0,000540
R=1000, d=4	0,000601	0,000557	0,000732	0,000678
R= 300, d=3	0,001471	0,001242	0,001794	0,001513
R= 300, d=4	0,001933	0,001449	0,02368	0,001763

Divisiunea orĭ-căreĭ valorĭ din resumatul II cu corespunzêtoarea din resumatul I dă aproximativ 0,82.

Resistența în curbă, sau mai bine dis crescerea resistențeĭ iscată prin mișcarea vagonuluĭ pe curburele șinei, este în casul cercetat în urmă, în cara raza de la coróna buzei este mai mare de cât acea a curbureĭ de la capul șinei, atât pentru un vagon, cât și pentru trenurĭ de 0,82 de orĭ mai mare de cât în casul contrar cercetat întâiu.

In general casul contrar cercetat în urmă revine numai asupra bandajelor noi, pentru că raza de curbura de la coroana buzei prin multa întrebuințare se micșerează din ce în ce.

Pentru bandaje noi dobândim o bună coincidență, cu valorile calculate deja, prin formula următóre aproximativă

$$\frac{K}{4P} = 0{,}148\frac{d}{R} - 12\left(\frac{d}{R}\right)^2 \frac{Zm}{4P} \quad \ldots\ldots \quad 27)$$

Dar fiind-că la trenurĭ avem aface cu bandage mai mult sau mai puțin usate, se recomandă spre întrebuințare, formula 19 găsită mai sus.

$$\frac{K}{4P} = 0{,}18\frac{d}{R} - 15\frac{d}{R} - 12\left(\frac{d}{R}\right)^2 \frac{Zm}{4P}$$

Valoarea aproximativă pentru $\frac{Zm+1}{4P}$ întrebuințată pentru determinarea lui α_1 și α_2 este după această formulă prea mare, cu tóte acestea influența ce o are asupra resultatului din urmă, este așa de mică că nu se poate remarca.

Influența supra-înălțărei șinei exterioare asupra resistenței în curbă.

La exemplul numerar s'a luat că $A = \frac{v^2}{gR} - \frac{h}{s} = o$ sau că $\frac{v^2}{gR} = \frac{h}{s}$. Dacă această hypoteză nu are loc, atunci ar puteâ fi cu mai mult cuvênt $\frac{v^2}{gR} = \frac{h_1}{s}$ și $h = {}_1h + h_2$ de unde urmează $A = \frac{v^2}{gR} - \frac{h_1+h_2}{s} = -\frac{h_2}{s}$. Trebue deci ca valoarea cantitățeĭ $\frac{Zm+1}{4P}$ calculată după ecuațiunea 20 să descrească cu cantitatea urmĕtoare:

$$U = \frac{\frac{F_1}{R}(d-i)\frac{A}{2} - \frac{F_2}{R} i \frac{A}{2}}{1 + \frac{F_1}{R}(d-i)B + \frac{F_2}{R} iE}$$

Pentru un unghiu invariabil α avem $F_1 = F_2$ și de acea diferința se reduce la:

$$U = \frac{\frac{F}{R} + \frac{h_2}{2s}(d - 2i)}{1 + \frac{F}{R}\left[(d-i)B + iE\right]}$$

sau fiind-că din causa membrului al doilea putem pune fără multă gândire numitorul egal cu 1, vom avea:

$$U = \frac{F}{R}\frac{h_2}{2s}(d - 2i)$$

Insă $F=1{,}368$, $s=1{,}5$ și din causa ecuațiunei 2 $d - 2i = \frac{2R\sigma}{d}$ de unde $U = 0{,}912\frac{\sigma}{d}h_2$

Pentru uă rază de arc $R = 300$, $\sigma = 0{,}027$ și $d = 4m$ avem de exemplu $U = 0{,}0062\, h_2$ de unde pentru:

$h_1 = 0,01$, $U = 0,000062$.

Pentru uă rază de arc $R = 600$, $\sigma = 0,013$ şi $d = 4m$ vom avea:

$$U = 0,0030\, h_2 \text{ de unde pentru: } h_2 = 0,01 \quad U = 0,000030$$

Cu această valoare se va micşora cifra de resistenţă pentru arcul $\frac{k}{4P}$ în acelaş timp cu valoarea $\frac{2m+1}{4P}$.

Influenţa suprafeţei de alergare a bandajelor cu formă conică, asupra resistenţei în curbă.

Până acum am luat o formă determinată a bandajelor prin acea că puneam tangenta unghiului de înclinaţiune format de generatricea conului, cu axa, $^1/_n = {^1/_{20}}$, deci dacă am voi să cercetăm influenţa unghiului de înclinaţiune, asupra resistenţei în curbă, atunci vom avea trebuinţă de valorile p_1 şi p_2 pentru că numai acestea sunt dependinte de *n*.

Din equaţiunea 5) deducem dară;

$$p_1 = fP\left(\frac{s}{R} - \frac{\sigma}{nr}\right) \text{ şi } p_2 = fP\left(\frac{s}{R} - \frac{\sigma - 2c}{nr}\right)$$

mai departe pentru $f = 0,2$, $s = 1,5$ şi $r = 0,49$

$$\frac{p_1}{4P} = 0,05\left(\frac{1,5}{R} - \frac{\sigma}{n.\,0,49}\right) \text{ şi } \frac{p_2}{4P} = 0,05\left(\frac{1,5}{R} - \frac{\sigma - 2c}{n.\,0,49}\right)$$

In această formulă $\frac{p_1}{4P}$ este independent de distanţa între róte pe cât timp $\frac{p_2}{4P}$ şi valoarea *c* depinde de *d*.

Introducem ca şi mai sus valorile lu R, σ şi c şi facem $n = 40$ şi $n = \infty$ atunci obţinem:

Pentru $n = 40$ şi $R = 1500$ $\frac{p_1}{4P} = 0,0000245$

„ „ = „ „	R = 1000	„ = 0,0000505
„ „ = „ „	R = 600	„ = 0,0000918
„ „ = „ „	R = 300	„ = 0,0001811

Pentru $n = 40$ şi $R = 1500$ $d = 5$ $\frac{p_2}{4P} = 0,0000670$

„ „ = „ „	R = „	d = 4	„ = 0,0000515
„ „ = „ „	R = „	d = 3	„ = 0,0000398
„ „ = „ „	R = 1000	d = 5	„ = 0,0001005
„ „ = „ „	R = „	d = 4	„ = 0,0000018
„ „ = „ „	R = „	d = 3	„ = 0,0000724
„ „ = „ „	R = 600	d = 5	„ = 0,0091588
„ „ = „ „	R = „	d = 4	„ = 0,0001581
„ „ = „ „	R = „	d = 3	„ = 0,0001300
„ „ = „ „	R = 300	d = 5	„ = 0,0003188
„ „ = „ „	R = „	d = 4	„ = 0,0003188
„ „ = „ „	R = „	d = 3	„ = 0,0002576

Pentru $n = \infty$ $R = 1500$ $\frac{p_1}{4P} = \frac{p_2}{4P} = 0,0000500$

„ „ = „	R = 1000	„	„ = 0,0000750
„ „ = „	R = 600	„	„ = 0,0001250
„ „ = „	R = 300	„	„ = 0,0002500

observênd valorile găsite mai sus pentru $n = 20$ cât şi pentru $\frac{p_1}{4P}$ şi $\frac{p_2}{4P}$ resultă următorul resumat:

Resumatul III.

	R	d	n	$\frac{p_1+p_2}{4P}$
Pentru	R = 1500	d = 5	n = 20	= 0,0000850
„	„ = „	„ = „	n = 40	„ = 0,0000915
„	„ = „	„ = „	n = ∞	„ = 0,0001000
„	„ = „	d = 4	n = 20	„ = 0,0000510
„	„ = „	„ = „	n = 40	„ = 0,0000760
„	„ = „	„ = „	n = ∞	„ = 0,0001000
„	„ = „	d = 3	n = 20	„ = 0,0000306
„	„ = „	„ = „	n = 40	„ = 0,0000643
„	„ = „	„ = „	n = ∞	„ = 0,0001000
„	R = 1000	d = 5	n = 20	„ = 0,0001500
„	„ = „	„ = „	n = 40	„ = 0,0001500
„	„ = „	„ = „	n = ∞	„ = 0,0001500
„	„ = „	„ = 4	n = 20	„ = 0,0001295
„	„ = „	„ = „	n = 40	„ = 0,0001423
„	„ = „	„ = „	n = ∞	„ = 0,0001500
„	„ = „	„ = 3	n = 20	„ = 0,0000940
„	„ = „	„ = „	n = 40	„ = 0,0001229
„	„ = „	„ = „	n = ∞	„ = 0,0001500
„	R = 600	d = 5	n = 20	„ = 0,0002500
„	„ = „	„ = „	n = 40	„ = 0,0002500
„	„ = „	„ = „	n = ∞	„ = 0,0002500
„	„ = „	d = 4	n = 20	„ = 0,0002500
„	„ = „	„ = „	n = 40	„ = 0,0002500
„	„ = „	„ = „	n = ∞	„ = 0,0002500
„	„ = „	d = 3	n = 20	„ = 0,0001938
„	„ = „	„ = „	n = 40	„ = 0,0002218
„	„ = „	„ = „	n = ∞	„ = 0,0002500
„	R = 300	d = 5	n = 20	„ = 0,0005000
„	„ = „	„ = „	n = 40	„ = 0,0005000
„	„ = „	„ = „	n = ∞	„ = 0,0005000
„	„ = „	d = 4	n = 20	„ = 0,0005000
„	„ = „	„ = „	n = 40	„ = 0,0005000
„	„ = „	„ = „	n = ∞	„ = 0,0005000
„	„ = „	d = 3	n = 20	„ = 0,0003777
„	„ = „	„ = „	n = 40	„ = 0,0003777
„	„ = „	„ = „	n = ∞	„ = 0,0005000

In aceşt resumat gasim pentru $n=20$ cele mai mari vaori favorabile şi pentru $n=\infty$ cele mai nefavorabile.

Pentru raze de arcuri mici $R=300^m$ şi $R=600^m$ şi pentru o distanţă mijlocie între roate de $d=4^m$ sau $d=5^m$, dispare influenţa lui n, pentru că, în toate casurile, în cari buza roţei interioară a osiei din napoi atinge şina, *c* va deveni egal cu σ şi prin urmare $\frac{\sigma - 2c}{nr} = -\frac{\sigma}{nr}$ şi din această causă $\frac{p_1+p_2}{4P} = 2 \times 0,05\,\frac{1,5}{R}$ prin urmare independent de **n**. Deosebirea este mai mare pentru uă distanţă între roate de $d=3^m$. Deci cele ce preced ne permite a calcula influenţa ce o exercită raza curbelor, distanţa între roate, greutatea materialului rulant, forma bandagelor, puterile de tracţiune în lanţurile de atelagiu, supra-înălţarea şinei exterioare, asupra resistenţei materialului rulant în curbe.

Traducţiune după *Albert Frank*
de
L. Podhorski.
Inginer.