

să se poată așeza complet pe șină. Consecința acestui fenomen este că se produce o micșorare de durată în serviciu prea repede.

Ce e mai mult, îndată ce bandajul prin buza lui începe a mușca în tâmpla șinei după cum se arată în fig. 6, de aci înainte usura se produce cu o iuțea și mai mare, și așa de repede în cât șina cea mai grea și mare nu mai poate avea de cât o durată relativ foarte scurtă.

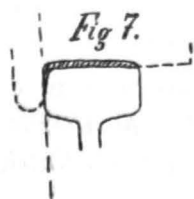
Cu toate acestea în sânul Congresului inginerilor Americani au fost și câți-va partizani care susțineau profilul cu tâmplele înclinate, fig. 6 pe motive că opune o suprafață și o cantitate de metal mai mare usurei; mărinđ prin aceasta durata de serviciu a șinei; iar pe d'altă parte se dă ecliselor o suprafață de resemare mai mare; lucru, de altmintrelea incontestabil întru cât privesce ultimul motiv adică al eclisagiului.

Excesul de metal, pus în fălcile căpățanei, aduce un ajutor neînsemnat rezistenței profilului; și ce este mai mult, buzele bandajelor, îl răzue și l'uzează așa de repede fără nici un folos practic; răzuind aceste fălci de multe ori în formă de așchii și cu osebire în curbe. În aceste părți, șinele cu tâmplele înclinate se răzuăsc așa de repede ca cum ele ar fi de plumb.

Aceste din urmă efecte a făcut chiar și pe cei mai zeloși partizani ai profilului american cu tâmplele înclinate, să renunțe la această formă.

Pentru condiția de mai mare durată sau minimul de usură, Congresul a recomandat studiarea profilelor de

șini, fig. 7 în așa mod că numai după o usură normală destul de lungă, tâmplele șinei să se facă ușor înclinate în afară pentru a evita pe cât se poate ca profilul să nu ajungă de cât după un timp foarte mare, prin usură la înclinarea înăuntru, căci, a fost îndestul demonstrat, cre-



dem, că usura profilului șinei de la această limită crește în mod anormal

dem, că usura profilului șinei de la această limită crește în mod anormal

Acestea sunt principiile experimentale ce s'au stabilit de inginerii americani pentru rezolvarea în mod rațional a formei căpățanei șinei; pe care inginerii Europeani, cari s'au ținut în curent cu rezultatele congresului American, s'au grăbit a le adopta, recunoscând justetea și temeinicia faptelor pe care se reazămă.

#### IV. Experiențe asupra usurei.

Făcând acum comparațiuni între usurile șinelor de diferite profile, și șina americană, cu profilul ast-fel studiat, rezultatele au fost următoarele :

Când raza de rotunjire dintre tâmpla și raza de rostogolire ar fi de  $15^m/m,90$  în loc de  $6^m/m,50$ , usura profilului șinei se face cu 14,08 % mai repede.

Când raza de rotunjire ar fi  $12^m/m,70$  usura se face cu 8,85 % mai repede.

Când raza de rotunjire ar fi numai de  $9^m/m,50$  în loc de  $6^m/m,50$ , usura profilului șinei se face numai cu 3,35 % mai repede.

Din experiențele citate mai sus, rezultă că: cu cât raza de racordare dintre tâmpla și fața de rostogolire a șinei, va fi mai mare cu atât profilul expune mai multă materie la frecări radiale inutile; și cu cât raza de racordare se apropie de  $6^m/m,50$ , frecările radiale dintre tâmpla șinei și buzele bandajelor devin mai mici.

Raze mai mici ca  $6^m/m,50$  nu sunt folositoare, căci sugrumă prea repede buzele bandajelor, și cu timpul prin usură ele tot se măresc de la sine până ajung la  $6^m/m,50$ .

I. P. Condiescu.

## DESPRE COMPARAȚIUNEA CONSTRUCȚIUNILOR GEOMETRICE

SAU

## GEOMETROGRAFIA

Să presupunem că rezolvarea unei probleme de geometrie plană, care necesită construcțiuni geometrice (sau *epure*), s'ar putea face în mai multe moduri, adică putem ajunge la rezultatul căutat prin mai multe căi cu totul diferite. De exemplu să presupunem că ni s'ar cere centrul unei circonferențe date. Pentru aceasta putem proceda în două moduri și anume: 1) Luăm 3 puncte pe circonferență, le unim prin două coarde, pe mijlocul cărora ridicăm câte o perpendiculară, cari se vor

intersecta în centrul căutat; 2) Ducem două coarde perpendiculare cari să se întâlnească pe circonferență, unim cele-lalte extremități ale acestor coarde, ceea ce ne va da un diametru, al cărui mijloc va fi centrul căutat. În fine pentru această chestiune am mai putea găsi și alte moduri de rezolvare.

Chestiunea care se presintă acum e de a ști, care din toate aceste proceduri de construcțiune este cel mai bun de adoptat? Sau, cu alte cuvinte, care

*este procedeul ce trebuie urmat pentru a putea obține rezultatul căutat în modul cel mai simplu și pe cât se poate de exact?*

Pentru a putea răspunde la această întrebare, vom asimila chestiunea care i-a dat naștere cu următoarea: *Dintre toate cuvintele (sinonime) prin cari putem exprima o idee, care este cel mai simplu?* Răspunsul la această chestiune se poate da imediat și anume: *Acela care are mai puține sunete.*

Pentru a putea vedea mai bine analogia între aceste două chestiuni, vom pune față în față diversele lor proprietăți analoage.

1) Simplitatea unui cuvânt nu depinde de durata enunțării lui. În adevăr putem enunța un cuvânt în același timp ca și altul care are mai multe sunete, sau două cuvinte formate din același număr de sunete, le putem enunța în timpuri diferite.

2) Simplitatea unui cuvânt nu depinde de timpul necesar pentru a scrie acel cuvânt. În adevăr aceasta depinde de abilitatea scriitorului; depinde de semnele cu cari reprezentăm sunetele, căci sunete tot atât de simple se reprezintă prin litere de lungimi diferite (*m, n*); depinde de instrumentele cu cari scriem, căci de exemplu o literă groasă se poate scrie mai repede cu un condei mai gros; în fine depinde de dimensiunile literelor cu cari scriem.

3) Simplitatea unui cuvânt nu depinde de mulțimea literelor cu cari scriem acel cuvânt. Așa de exemplu din cuvintele: *axa* și *ghem*, primul e mai puțin simplu ca al doilea, cu toate că are mai puține litere. În adevăr primul cuvânt se compune din 4 sunete: *a, k, s, a*; iar în al doilea din 3 sunete: *gh, e, m*.

4) Pentru a compara simplitatea a două cuvinte ce exprimă aceeași idee vom număra sunetele fiecărui din acele cuvinte. Sunetele sunt elementele cele mai simple

1) Simplitatea unui procedeu de construcție, nu depinde de durata enunțării lui. Așa de exemplu următoarele două chestiuni sunt tot una de simple, cu toate că enunțurile lor sunt destul de diferite: 1) *a duce o paralelă la o dreaptă* și 2) *a duce o dreaptă care să nu întâlnească o dreaptă dată oricât de mult le-am prelungi*. De asemenea e tot atât de simplu a zice: *unim centrele* ca și *unim punctele*; dar dacă centrele nu sunt cunoscute, ci numai circumferențele respective, prima chestiune devine mult mai complicată.

2) Simplitatea unui procedeu de construcție nu depinde de timpul în care s'ar putea executa acea construcție. În adevăr aceasta depinde de abilitatea desenatorului; depinde de lungimile liniilor pe cari le întrebuițăm la acea construcție; depinde de instrumentele cu cari desenăm; în fine depinde de scara pe care vom să executăm acea construcție.

3) Simplitatea unui procedeu de construcție nu depinde de multiplicitatea liniilor din o construcție. Așa de exemplu este mult mai dificil a duce o dreaptă prin 2 puncte date, de cit a duce o dreaptă oarecare, cu toate că numărul liniilor este 1 în ambele cazuri.

4) Pentru a compara simplitatea a două proceduri de construcție, prin cari putem ajunge la soluținea aceleiași chestiuni, vom număra operațiunile elemen-

ale unui cuvânt și prin urmare indescompozabile.

5) Simplitatea unui cuvânt nu depinde de felul sunetelor ci numai de numărul lor, căci admitem că toate sunetele sunt tot una de simple prin faptul că ele sunt indescompozabile.

6) Rezultă din cele precedente că două cuvinte de aceeași simplitate pot corespunde la idei diferite, cind, de și avind același număr de sunete, dar acestea ar fi diferite (*om, an*).

7) Mai mult încă, chiar cind două cuvinte sunt formate de aceleași sunete, totuși ele pot corespunde la idei diferite, dacă sunetele sunt alt-fel aranjate (*curte, trecu*).

*tare, pe cari le necesită fiecare procedeu.* Operațiunile elementare sînt elementele cele mai simple ale unei construcțiuni și prin urmare indescompozabile.

5) Simplitatea unui procedeu de construcție nu depinde de felul operațiunilor elementare, ci numai de numărul lor, căci admitem că operațiunile elementare sînt tot una de simple prin faptul că ele sînt indescompozabile.

6) Rezultă din cele ce preced că două proceduri de construcție cari sînt de aceeași simplitate, pot corespunde la probleme diferite, cind, de și avind același număr de operațiuni elementare, dar acestea ar fi diferite.

7) Mai mult, încă chiar cind avem aceleași operațiuni elementare, procedurile de construcție se pot referi la probleme diferite, cind operațiunile elementare ar fi alt-fel aranjate. Vom vedea mai la urmă exemple de acest cas.

Din cele spuse mai sus rezultă care va fi calea ce trebuie urmată cînd voim a compara două sau mai multe proceduri de construcție, din punctul de vedere al *simplității* lor. Să arătăm acum modul de a evalua *exactitatea* unui procedeu de construcție.

Pentru aceasta operațiunile elementare le vom despărți în două categorii: 1) *Operațiunile de așezarea instrumentelor* și 2) *operațiunile de trasarea liniilor*.

Dacă presupunem că trasarea liniilor se face cu îngrijire și cu instrumente bune și verificate, atunci exactitatea unei construcțiuni nu va depinde de cit de operațiunile de așezare, cari necesită atențiune și abilitate, și cari nu se pot face nici odată exact. Aceasta provine din faptul că punctele și liniile unei figuri nu sînt puncte și linii geometrice propriu zise, adică *puncte fără dimensiuni* și *linii fără grosime*; așa că nici odată nu putem fi siguri că am așezat marginea unei rigle sau vârful compasului matematic este exact. De aceea putem zice că, *un procedeu de construcție e cu atît mai exact cu cît operațiunile de așezarea instrumentelor vor fi mai puține.*

**Definițiuni.** Vom numi *coeficient de construcție* numărul total al operațiunilor elementare necesitate de un procedeu de construcție. Prin urmare *cu cît un procedeu de construcție va avea un coeficient de construcție mai mic, cu atît acel procedeu va fi mai simplu*, căci am văzut că simplitatea unui procedeu, depinde de numărul total al operațiunilor elementare pe cari le necesită. Două proceduri de construcție vor fi echivalente ca simplitate cînd vor

avea același coeficient de construcție. Coeficientul de construcție îl vom însemna cu litera *C*.

Numim *coeficient de neexactitate* al unui procedeu de construcție, numărul total al operațiilor de așezare ce el necesită. Deci un *procedeu de construcție e cu atât mai exact cu cât coeficientul de neexactitate va fi mai mic*. Coeficientul de neexactitate îl vom însemna cu litera *N*.

Numim *multiplicitatea* unei construcții, numărul total al liniilor pe care le necesită acea construcție. Multiplicitatea o vom însemna cu litera *M*.

*Geometrografia are de scop de a găsi coeficienți de construcție, de neexactitate și multiplicitatea unui procedeu de construcție, și apoi a compara mai multe proceduri din punctul de vedere al simplității, exactității și multiplicității.*

Din compararea mai multor proceduri de construcție, va rezulta care e cel mai simplu și mai exact, pe care apoi îl vom întrebuința ori de câte ori ni se va prezenta aceeași problemă; așa că *idealul geometrografiei ar fi de a ne da soluțiunea cea mai bună a unei chestiuni care necesită construcțiuni grafice sau epure*.

Bazele geometrografiei au fost puse de D-l *Emile Lemoine*, inginer, căruia i se datorește și procedeu de comparațiune indicat mai sus.

Cu ajutorul geometrografiei s'a putut vedea că multe din chestiunile clasice de geometrie sunt rezolvate în mod foarte complicat, și aceasta a necesitat căutarea altor soluțiuni mai simple. Vom vedea exemple în cele ce urmează.

Pentru a simplifica expunerea vom presupune că nu vom executa construcțiuni geometrice de cit cu *rigla* și *compasul*. Vom presupune că aceste două instrumente au dimensiuni suficiente pentru a putea trage toate dreptele și arcele de cari avem nevoie; ceea ce putem face de oare-ce simplitatea nu depinde de dimensiunile instrumentelor. Tot pentru aceleași motive vom presupune că hirtia pe care facem construcțiunea e destul de mare pentru ca toate intersecțiunile de drepte și arce, de cari am avea nevoie, să nu iasă din limitele hirtiei. În fine vom mai presupune că intersecțiunile se fac în bune condițiuni adică sub unghiuri mai mici ca 30°, căci în cas contrariu, punctele de intersecțiune nu sînt bine determinate.

Se poate vedea ușor că putem face aceste suposițiuni, căci modificînd dimensiunea și pozițiunea datelor vom ajunge ca să putem executa construcțiunea cu rigla și compasul de care dispunem, vom putea face ca intersecțiile să nu cază afară din hirtie, și în fine vom putea face ca intersecțiunile să nu se facă sub unghiuri mai mici ca 30°; fără ca prin toate acestea procedeu de construcție să fie modificat, și noi vom a compara tocmai procedurile de construcție, iar nu construcțiunea însăși, cum am și spus la început.

Ori de câte ori în enunțul unei chestiuni ar interveni

și numere, vom înlocui aceste numere prin drepte convenabil alese, pentru a face ca chestiunea să nu depindă de operațiuni aritmetice sau numerice, ci numai de operațiuni pur geometrice. Așa de exemplu dacă am voi să *deslegăm grafic equațiunea*:

$$x^2 - 5x + 16 = 0,$$

vom înlocui numerile 5 și  $\sqrt{16}=4$  prin două drepte ale căror lungimi să fie 5 cm. și 4 cm. (sau luînd o linie oarecare ca unitate). Necunoscuta devine atunci o linie pe care o putem găsi rezolvînd următoarea chestiune de geometrie: *să se găsească două linii a căror sumă (5) e dată și al căror dreptunghi e echivalent cu un patrat dat (patratul cu latura 4)*. Dreptele ce le vom obține ne vor da soluțiunea chestiunii, măsurîndu-le cu unitatea aleasă.

În fine, pentru mai multă generalitate, vom admite că datele unei chestiuni nu le avem pe hirtia pe care voim a face construcțiunea, ci le avem pe foaie separată. Este evident că dacă am putea executa construcțiunea servindu-ne direct de date, construcțiunea se simplifică și obținem rezultatul cu mai multă exactitate. Vom lua însă cazul contrar ca fiind cel mai desavantagios al unei construcțiuni oarecare. Cînd însă vom putea face construcțiunea servindu-ne de date, vom specifica aceasta. Așa de exemplu cînd vom *circumscrie un cerc unui triunghi dat*, vom presupune că triunghiul e deja trasat pe hîrtia pe oare voim a executa construcțiunea.

Am spus că nu dispunem de cit de o riglă și de un compas. Dacă însă am voi să întrebuințăm și alte instrumente de desen ca *equerul*, *raportorul*, *teul*, etc.; procedurile de comparațiune nu se vor schimba, dar am avea mai multe operațiuni elementare de considerat.

Să procedăm acum la determinarea operațiunilor elementare în cazul cînd vom întrebuința numai o riglă și un compas.

Operațiunile de așezare sînt următoarele:

1) *A face ca muchia riglei să treacă prin un punct dat*, operațiune pe care o vom însemna cu litera *R*.

2) *A pune un vîrf al compasului în un punct dat*, operațiune pe care o vom însemna cu litera *P*.

3) *A pune un vîrf al compasului pe o linie dată* dar în un punct arbitrar, operațiune pe care o vom însemna cu litera *L*.

Operațiunile de trasare sînt următoarele.

4) *A trage o linie dreaptă*, operațiune pe care o vom însemna cu litera *D*.

5) *A descrie un arc sau o circumferență*, operațiune pe care o vom însemna cu litera *A*.

Pe lîngă aceasta ar mai fi de considerat și următoarele operațiuni:

6) *A face ca marginea riglei să treacă prin două puncte*. Această operațiune însă o vom considera ca echivalînd cu de două ori operațiunea *R*, pentru



simplificare. În realitate, pentru a face ca marginea riglei să treacă și prin al doilea punct dat, avem de executat o operațiune mai dificilă de cât dacă am face ca marginea riglei să treacă numai prin un punct dat; căci la prima operațiune trebuie să observăm ca marginea riglei să nu părăsească primul punct. Această operațiune s'ar putea descompune în alte două: a) a duce marginea riglei prin primul punct (operațiunea  $R$ ) și b) a duce marginea riglei prin al doilea punct, fără a părăsi primul punct, operațiune pe care am putea-o reprezenta prin  $R'$ . Dar, după cum am spus deja, pentru simplificare noi vom considera operațiunile  $R$  și  $R'$  ca echivalente în dificultate de executare și prin urmare că operațiunea (6) echivalează cu de două ori operațiunea  $R$ , și vom nota-o  $R_2$ <sup>1)</sup>. E de observat că prin această supozițiune coeficienții de construcțiune și de exactitate nu se schimbă.

7) *A ridică cu compasul o lungime dată.* Pentru motivele expuse la operațiunea precedentă, vom nota această operațiune  $P_2$ , de și fixarea unui vîrf al compasului e mai dificilă cînd cel-l-alt e deja fixat de cât cînd e liber. S'ar putea și aci descompune operațiunea în alte două:  $P$  și  $P'$ .

8) *A așeza rigla ori-cum.* Această operațiune ne prezentînd nici o dificultate și necerînd nici o atențiune, o vom considera ca făcînd parte din operațiunea trasărei unei drepte, iar nu ca operațiune aparte.

9) *A pune vîrfurile unui compas în un punct oarecare.* Pentru motivele de la No. 8 vom considera această operațiune ca făcînd parte din descrierea arcu-lui, iar nu ca operațiune aparte.

Să presupunem acum că analizînd o construcțiune am găsit că ea necesită de 3 ori operațiunea  $R$ , de 2 ori operațiunea  $P$ , de 5 ori operațiunea  $L$ , de 4 ori operațiunea  $D$  și o dată operațiunea  $A$ . Vom însemna această construcțiune prin notațiunea :

$$R_3P_2L_5D_4A_1,$$

pe care o vom numi *formula* construcțiunei, prin analogie cu formulele chimice.

În adevăr, după cum o moleculă se compune din diferite atome, luate în numere diferite, tot așa și o construcțiune grafică se compune din operațiunile elementare, luate de diferite ori fie-care; după cum avem molecule isomere, tot așa avem și construcțiuni cu aceiași formulă corespunzînd la chestiuni diferite, de oare ce pe de o parte atomele, pe de alta operațiunile elementare, sînt alt-fel dispuse. Analogia s'ar putea duce și mai departe. Așa de exemplu, simplitatea enunțului unei molecule nu indică simplitatea ei (*apă, oxigen*); simplitatea moleculei nu depinde de durata preparațiunei ei, nu depinde de greutatea ei (*hidrogen oxigen*), nu depinde de dimensiunile aparatelor cu care se prepară, și putem

<sup>1)</sup> În general, numărul care arată de cite ori o operațiune elementară se găsește în o construcțiune, îl vom scrie ca indice la litera ce reprezintă acea operațiune elementară.

dice că simplitatea depinde numai de numărul atomelor ce compun acea moleculă.

Din formula unei construcțiuni putem deduce coeficienții de construcție, de neexactitate și multiplicitatea, și anume în modul următor :

*Coeficientul de construcție este egal cu suma tuturor indicilor*, de oare-ce fie-care indice, arătînd de câte-ori se repetă operațiunea reprezentată prin litera la care se referă, suma tuturor indicilor ne va da numărul total al operațiunilor elementare, adică coeficientul de construcțiune.

*Coeficientul de neexactitate este egal cu suma indicilor literelor  $R, P, L$* , căci aceste litere represintă operațiunile de aranjare, iar suma indicilor acestor două litere, ne dă numărul total al operațiunilor de așezare, adică coeficientul de neexactitate.

*Multiplicitatea este egală cu suma indicilor literelor  $D$  și  $A$* . În adevăr indicele lui  $D$  ne dă numărul dreptelor trasate, iar indicele lui  $A$  numărul arcelor descrise; deci suma indicilor lui  $D$  și  $A$  ne va da numărul total al liniilor, adică multiplicitatea.

*Teoremă. Pentru ori-ce construcțiune avem relațiunea*

$$M=C-N$$

În adevăr, dacă din  $C$ , care e egal cu suma indicilor tuturor literelor din formulă, vom scădea pe  $N$ , adică suma indicilor literelor  $R, P, L$ , ne va rămîne suma indicilor lui  $D$  și  $A$ , adică multiplicitatea  $M$  a acelei construcțiuni.

*Observare.* Să presupunem că făcînd o construcțiune pentru a rezolva o chestiune, am găsit un coeficient  $C$ . Să presupunem că procedînd pe altă cale am găsi același coeficient  $C$ . Vom zice atunci că cele două construcțiuni sînt egale în simplitate, chiar cînd formulele acelor construcțiuni ar fi diferite. Aceasta provine din faptul că noi am considerat operațiunile  $R, P, L, D$  și  $A$ , ca echivalente în dificultate de executare, numai prin faptul că ele sînt indescompozabile, după cum considerăm sunetele ca echivalente, și atomele ca echivalente în simplitate, din cauza imposibilității de a le mai descompune în alte elemente mai simple.

Din cele spuse mai sus reese că pentru a putea compara două construcțiuni, ar fi de ajuns a cunoaște formulele lor. Pentru a găsi formula unei construcțiuni, vom proceda în modul următor:

1) Vom examina procedeul de construcțiune și vom elimina din el tot ce am găsi de prisos.

2) Vom căuta a economisi operațiunile elementare pe cât e posibil. Așa de exemplu, dacă ar trebui să descriem cu o rază dată două arce de cerc cari ar avea centrele în două puncte cunoscute, le vom descrie unul după altul, cu toate că unul din arce nu ne-ar trebui de cât mai tîrziu; cu modul acesta nu vom fi nevoiți a ridica cu compasul de două ori aceiași lungime ci numai odată, economisind ast-fel o ridicare.

3) Vom presupune că executăm, sau mai bine, vom executa chiar, cu rigla și compasul construcțiunea ce avem în vedere. Fie-care operațiune elementară ce vom întâlni-o în cursul executării acelei construcțiuni o vom trece în un tablou de tipul următor :

Indicarea operațiunilor	Op. de așez.			Op. de tr.		Coeficienți			Formula
	R	P	L	D	A	C	N	M	
Rigla în X . . . . .	1								R <sub>2</sub> D <sub>1</sub>
» » Y . . . . .	1								
Trasarea dreptei XY.				1					
	2			1		3	2	1	

Pentru a vedea cum ne folosim de acest tablou, vom studia următoarea chestiune: *Să se unească punctele date X și Y prin o dreaptă.* a) Vom face mai întâiu ca marginea riglei să treacă prin punctul X (operațiunea R) și vom scrie 1 în coloana lui R; b) vom duce marginea riglei prin punctul Y fără a părăsi punctul X (operațiunea R) și vom scrie 1 în coloana lui R; c) vom trasa dreapta XY (operațiunea D) și vom scrie 1 în coloana lui D. Cînd construcția s'a terminat adunăm numerele din fie-care coloană, iar sumele obținute le vom da ca indici literilor din capul coloanei. Înșirînd apoi una după alta literile cu indicii le vom obține formula construcțiunei. Literile cari nu au indice, adică cărora nu li s'au trecut nimic în coloana respectivă, nu le vom scrie în formulă. Indicile 1 îl vom scrie totdeauna, contrar cu ceea ce se face în chimie, unde indicele 1 nu s'ar scrie. Aceasta din cauză că el contribuie la formarea coeficienților de construcție și de neexactitate. Pentru exemplul ales vom avea deci formula  $R_2 D_1$ , pe care o vom trece în ultima coloană. Cunoșcînd formula vom calcula apoi coeficienții C, M, N, pe cari îi vom scrie în coloanele respective. Pentru exemplul ales  $C=3$ ,  $N=2$  și  $M=1$ .

Cu puțină deprindere ajungem a scrie direct, pentru această construcțiune pe 2 în coloana lui R și pe 1 în coloana lui D.

Pentru a aplica toate principiile expuse până aci, vom căuta a găsi formulele diferitelor construcțiuni geometrice cari se întîlnesc mai des și cari sunt tratate mai în toate cursurile de geometrie plană. Vom arăta apoi cari din construcțiunile clasice cunoscute se pot înlocui cu altele mai simple sau mai exacte, servindu-ne de memoriul prezentat de D-nul *Emile Lemoine* la congresul din Pau 1892.

Nu vom da demonstrațiuni pentru diferitele proceduri de construcțiune ce vom indica, de oare-ce aceste demonstrațiuni se pot găsi ușor. Cât pentru soluțiunile clasice, le vom lua din Geometria lui *Melik* ca una din cele mai răspândite la noi.

Indicarea chestiunii și soluțiunei	Operațiuni					Coeficienți			Formula
	R	P	L	D	A	C	N	M	
1) <i>Să se împartă o dreaptă dată AB în 2 părți egale.</i>									
a) Din A ca centru cu o rază mai mare ca $\frac{AB}{2}$ descriu un arc de cerc		1					1		
b) Din B descriu cu aceeași rază un arc		1					1		
c) Unim intersecțiunile I, K ale celor 2 arce . . . . .	2			1					
	2	2		1	2	7	4	3	$R_2 P_2 D_1 A_2$
2) <i>În un punct c al dreptei AB să se ridice o perpendiculară pe această dreaptă.</i>									
a) Din C ca centru cu o rază oarecare descriu un arc de cerc.		1					1		
b) Din punctele A și B unde acest arc taie dreapta AB, cu o rază mai mare ca AC descriu 2 arce de cerc.		2					2		
c) Unim intersecțiunile acestor din urmă 2 arce . . . . .	2			1					
	2	3		1	3	9	5	4	$R_2 P_3 D_1 A_3$
2') <i>Iată un procedeu mai simplu pentru a rezolva această problemă.</i>									
a) Pun un vîrf al compasului în C și apoi cel-l-alt ori unde în un punct X din care ca centru cu raza XC descriu un arc . . . . .		1					1		
b) Acest arc taie AB în D și ducem dreapta XD . . . . .	2			1					
c) Dreapta XD mai taie arcul în E. Unim C cu E . . . . .	2			1					
	4	1		2	1	8	5	3	$R_4 P_1 D_2 A_1$
3) <i>Din un punct exterior C să se coboare o perpendiculară pe dreapta AB.</i>									
a) Din C ca centru descriu un arc care taie AB în A și B . . . . .		1					1		
b) Repetăm problema (1) ca și cum am divide AB în 2 părți egale.	2	2		1	2				
	2	3		1	3	9	5	4	$R_2 P_3 D_1 A_2$
3') <i>Iată un procedeu tot atît de simplu, cu mai puține linii, dar mai neexact.</i>									
a) Din un punct B al dreptei AB, descriu un arc cu raza BC care taie dreapta AB în A . . . . .		1	1				1		
b) Din A cu raza AC descriu un arc care mai taie arcul descris în D.		2					1		
c) Unim punctele D și C . . . . .	2			1					
	2	3	1	1	2	9	6	3	$R_2 P_3 L_1 D_1 A_2$
4) <i>Prin un punct dat C să ducem o paralelă la o dreaptă dată AB.</i>									
a) Din C cu o rază oarecare descriu arcul AN care taie AB în punctul M . . . . .		1					1		
b) Din M cu raza MC descriu un arc care taie AB în I . . . . .		1					1		
c) Din M cu raza IC descriu un arc care taie primul arc în punctul N . . . . .		3					1		
d) Ducem dreapta CN . . . . .	2			1					
	2	5		1	3	11	7	4	$R_2 P_5 D_1 A_3$

Indicarea cestiunei și soluțiunei	Operațiuni					Coefi- cienți			Formula
	R	I	L	D	A	C	N	M	
4') <i>Iată o soluțiune mai simplă și mai exactă și cu linii mai puține.</i>									
a) Prin C din un centru oare-care cu o rază oare-care descriu un arc care taie AB în punctele I și K.		1			1				
b) Din K ca centru cu raza CI descriu un arc care taie primul arc în D.		3			1				
c) Ducem dreapta CD.	2			1					
	2	4		1	2	9	6	3	$R_2P_4D_1A_2$
4") <i>Iată în sine o soluțiune și mai exactă ca precedenta, dar cu mai multe linii.</i>									
a) Din C ca centru descriu un arc care taie AB în I și K.		1			1				
b) Din I descriu cu aceeași rază un arc care taie AB în D.		1			1				
c) Din D cu aceeași rază descriu un arc care taie primul arc în E.		1			1				
d) Ducem dreapta CE.	2			1					
	2	3		1	3	9	5	4	$P_2P_3D_1A_3$
5) <i>Pe dreapta AB în punctul A să facem un unghi ABC egal cu unghiul dat IKM.</i>									
a) Din K ca centru cu o rază oare-care descriu un arc care taie KM în m și KI în n.		1			1				
b) Din punctul A cu aceeași rază descriu un arc care taie AB în p.		1			1				
c) Din p cu o rază egală cu m descriu un arc care taie precedentul în r.		3			1				
d) Ducem dreapta Ar.	2			1					
	2	5		1	3	11	7	4	$P_2P_5D_1A_3$
6) <i>Să se împartă un unghi ABC în 2 părți egale.</i>									
a) Din B ca centru descriu un arc care taie AB în A și AC în C.		1			1				
b) Din A cu o rază mai mare ca $\frac{AC}{2}$ descriu un arc.		1			1				
c) Din C cu aceeași rază descriu un alt arc care taie precedentul în K.		1			1				
d) Ducem dreapta BK.	2			1					
	2	3		1	3	9	5	4	$R_2P_3D_1A_3$
7) <i>Cunoscând 2 unghiuri al unui triunghi să se găsească cel d'al treilea.</i>									
a) Ducem o dreaptă oare-care IK.					1				
b) Din vârful primului unghi dat descriu un arc între laturile lui.		1			1				
c) Din vârful unghiului al doilea descriu un arc între laturile lui cu aceeași rază ca și sus.		1			1				
d) Din un punct O oare-care al linii IK descriu un arc cu aceeași rază.			1		1				
e) Iau lungimea primului arc și o pun pe ultimul începînd de la dreapta IK.		3			1				
f) Iau lungimea arcului al doilea și o pun pe arcul al treilea în urma celui precedent.		3			1				
g) Unim ultimul punct obținut cu punctul O.	2			1					
	2	8	1	2	5	18	11	7	$R_2P_8L_1D_2A_3$

Indicarea cestiunei și soluțiunei	Operațiuni					Coefi- cienți			Formula
	R	P	L	D	A	C	N	M	
8) <i>Să se construiască un triunghi, cunoscîndu-se 2 laturi și unghiul cuprins între ele.</i>									
a) Ducem o dreaptă oare-care.					1				
b) Din un punct K al acestei linii luăm o lungime KI egală cu a (vezi Melik).		2	1		1				
c) Din C cu o rază egală cu a descriu un arc între laturile unghiului dat.		1			1				
d) Din I cu o rază egală cu coarda arcului precedent, descriu un arc, care taie primul arc în D.		3			1				
e) Ducem dreapta KD.	2			1					
f) Din K cu o rază egală cu b descriu un arc care taie dreapta KD în M.		3			1				
g) Ducem dreapta IM.	2			1					
	4	9	1	3	4	21	14	7	$R_4P_9L_1D_3A_4$
Dacă am fi procedat întocmai cum se dă soluțiunea în geometria din Melic am fi găsit coeficienții mult mai mari.									
9) <i>Să se construiască un triunghi cunoscînd o latură și două unghiuri adiacente.</i>									
a) Ducem o dreaptă oare-care.					1				
b) Purtăm lungimea dată pe această dreaptă (IM).		2	1		1				
c) Din punctul B cu raza a descriu un arc între laturile unghiului.		1			1				
d) Din punctul C facem același lucru.		1			1				
e) Din punctul I facem același lucru.		1			1				
f) Pe arcul necesitat de operațiunea (b) purtăm arcul dat de operațiunea (c).		3			1				
g) Pe arcul descris la operațiunea (e) purtăm arcul obținut la operațiunea (d).		3			1				
h) Ducem din I și K 2 drepte la extremitățile arcelor respective.	4			2					
	4	11	1	3	6	25	16	9	$R_4P_{11}L_1D_3A_6$
10) <i>Să se construiască un triunghi cunoscînd cele 3 laturi.</i>									
a) Ducem o dreaptă nedefinită.					1				
b) purtăm lungimea IK egală cu a.		2	1		1				
c) Din I cu o rază egală cu b descriem un arc.		3			1				
d) Din K cu o rază egală cu c descriu un arc.		3			1				
e) Unim intersecțiile celor 2 arce cu punctele I, K.	4			2					
	4	8	1	3	3	19	13	6	$R_4P_8L_1D_3A_6$
11) <i>Să se construiască un triunghi cunoscînd 2 laturi și unghiul opus la una din ele.</i>									
Presupunem cazul când avem 2 soluțiuni.									
a) Ducem o dreaptă nedefinită.					1				
b) Pe această dreaptă luăm KI egală cu dreapta dată.		2	1		1				
c) Din vârful unghiului dat cu raza KI descriu un arc.		1			1				
d) Purtăm pe arcul descris la operațiunea (b) arcul obținut la operațiunea (c).		3			1				



Indicarea cestiunei și soluțiunei	Operațiuni					Coefi- cienți	Formula
	R	P	L	D	A		
e) Unim extremitatea acestui arc cu punctul K . . . . .	2			1			
f) Din I ca centru cu latura dată ca rază descriem un arc care taie linia precedentă în 2 puncte . .		3			1		
g) Unim aceste puncte cu punctul I . . . . .	4			2			
	6	9	1	4	4	24 16	$R_6 P_9 L_1 D_4 A_4$
12) Să se ducă o circumferență prin 3 puncte date A, B, C.							
a) Ridicăm o perpendiculară pe mijlocul dreptei AB (problema 1)	2	2		1	2		
b) Ridicăm o perpendiculară pe mijlocul dreptei BC (problema 1)	2	1		1	1		
c) Din intersecția acestor două drepte descriem circumferența . .		2			1		
	4	5		2	4	15 9	$R_4 P_5 D_2 A_4$
13) Să se ducă o tangentă în un punct dat A al unei circumferențe date.							
a) Ducem dreapta OA . . . . .	2			1			
b) Ridicăm în A o perpendiculară (problema 2')	4	1		2	1		
	6	1		3	1	11 7	$R_6 P_1 D_3 A_1$
13') Iată o soluțiune mai simplă și mai exactă.							
a) Din A ca centru cu raza AO descriem un arc care taie circumferența dată în B . . . . .		2			1		
b) Din B ca centru cu raza BA descriem un arc care taie pe cel precedent în C . . . . .			1		1		
c) Din C ca centru cu raza CA descriem un arc care taie cercul descris din B în punctul D . . .		2			1		
d) Ducem dreapta AD . . . . .	2			1			
	2	4		1	3	10 6	$R_2 P_4 D_1 A_3$
14) Din un punct exterior A să se ducă tangente la o circumferență.							
a) Unim punctul A cu centrul O .	2			1			
b) Aflăm mijlocul lui AO (problema 1) . . . . .	2	2		1	2		
c) Din acel mijloc T cu raza OT descriem o circumferență . . . . .		2			1		
d) Unim punctul A cu punctele unde circumferența dată e tăiată de ultima circumferență descrisă . . . . .	4			2			
	8	4		4	3	19 12	$R_8 P_4 D_4 A_3$
14') Iată o soluțiune mai simplă							
a) Ducem un diametru oarecare MON . . . . .	1			1			
b) I în M și N cu raza OA descriem arce care se taiu în P . .		4			2		
c) Din A ca centru cu raza PO descriem o circumferență care taie circumferența dată în X și Y . .			3		1		
d) Ducem dreptele AX și AY . .	4			2			
	5	7		3	3	18 12	$R_5 P_7 D_3 A_3$
14'') Iată o soluțiune mai exactă ca precedenta.							
a) Ducem prin A o secantă oarecare ABC . . . . .	1			1			
b) Din C ca centru cu raza CA descriem un arc . . . . .		2			1		
c) Pe BC luăm BD CA . . . . .		1			1		

Indicarea cestiunei și soluțiunei	Operațiuni					Coefi- cienți	Formula
	R	P	L	D	A		
d) Din D ca centru cu raza CA descriem un arc care taie arcul precedent în K . . . . .		1			1		
e) Din A cu raza AK descriem un arc care taie circumferența dată în X și Y . . . . .		2			1		
f) Ducem dreptele AX, AY . . .	4			2			
	5	6		3	4	18 11	$R_5 P_6 D_3 A_4$
15) Să se ducă tangente comune la 2 circumferențe date.							
a) Ducem linia centrelor OO' .	2			1			
b) Din punctul A unde OO' taie circumferența O, purtăm pe OO' raza cercului O' de o parte și de alta a punctului A . . . . .		3			1		
c) Din O ca centru cu razele egale, cu suma și diferența celor 2 raze descriem 2 arce . . . . .		4			2		
d) Luăm mijlocul I al lui OO' .	2	1		2	2		
e) Din I ca centru cu raza IO descriem o circumferență care taie arcele precedente în 4 puncte .		2			1		
f) Unim punctul O cu aceste 4 puncte M, M' N, N' . . . . .	8			4			
g) În punctele unde dreptele duse taie circumferența O, ducem perpendiculare pe razele respective OM, OM, cari taiu OO' în V și Z .	8	2		4	2		
h) Ducem VN, și ZN' .	4			2			
	24	12		13	8	57 36	$R_{24} P_{12} D_{13} A_8$
16) Pe o dreaptă dată AB să se descrie un segment de cerc capabil de un unghi dat IKM.							
a) Din A, B, K cu o rază AC descriem 3 arce . . . . .		3			3		
b) Pe arcul descris din B purtăm de la intersecția lui cu AB în jos, lungimea arcului cuprins între KI și KM. Se obține punctul H . . . . .		3			1		
c) Unim intersecțiile arcelor descrise din A și B . . . . .	2			1			
d) Unim punctele B și H cu o dreaptă care taie în P arcul descris din B . . . . .	2			1			
e) Pe mijlocul dreptei HP ridicăm o perpendiculară care taie linia dusă la (c) în punctul O .	2	2		1	2		
f) Din O ca centru cu raza OH descriem segmentul . . . . .		2			1		
	6	10		3	7	25 16	$R_6 P_{10} D_3 A_7$
16') Iată o soluțiune mai simplă a acestei probleme.							
a) Din A și B cu raza AB descriem 2 arce cari se taiu în punctele P și Q . . . . .		3			2		
b) Din K cu raza AB descriem un arc care taie KI și KM în punctele M și N . . . . .		1			1		
c) Pe prelungirea arcului MN luăm arcul NR egal cu MN . .	2			1			
d) Pe arcul descris din A luăm în spre P arcul MPS=MNR . .	3			1			
e) Ducem dreptele PL și BS cari se taiu în O . . . . .	4			2			
f) Din O ca centru cu raza OA descriem segmentul . . . . .		2			1		
	4	11		2	6	23 16	$R_4 P_{11} D_2 A_6$

Indicarea cestiunei și soluțiunei	Operațiuni					Coefi- cienți			Formula
	R	P	L	D	A	O	N	M	
17) Să se construiască a patra proporțională cu 3 drepte $M, N, P$ .									
a) Ducem 2 drepte cari se taie în O. . . . .				2					
b) Pe una luăm $OA=M$ , $OC=N$ și pe cea-l-altă $OB=P$ — . . . .		9			3				
c) Prin C ducem o paralelă la AB, care taie OB în D . . . . .	2	6	1	2					
	2	15		3	5	25	17	8	$R_2 P_{15} D_3 A_5$
7') Iată o soluțiune mai simplă.									
a) Descriu o circonferență cu o rază mai mare ca jumătatea celei mai mari din liniile $M, N, P$ . . . .						1			
b) Din un punct R al acestei circonferențe luăm $RA=N$ , $RB=P$ , $RC=M$ , așa ca B să fie între R și C . . . . .		8	1		3				
c) Luăm pe arcul RA, un arc $AE=BC$ . . . . .		3			1				
d) Ducem RE care taie AB în H. RH e linie căutată . . . . .	4			2					
	4	11	1	2	5	23	16	7	$R_4 P_{11} L_1 D_2 A_5$
17'') Iată un procedeu și mai simplu:									
a) Ducem o dreaptă oarecare . . . . .				1					
b) Luăm din un punct al acestei drepte $RA=N$ , $RB=P$ . . . . .		5	1		2				
c) Ducem o circonferență prin A și B. . . . .		3			3				
d) Din R cu o rază egală cu M descriu un arc care taie circonferența în C, așa că R e între C și A . . . . .		3			1				
e) Ducem dreapta RC care taie circonferența în D, iar RD e linia căutată . . . . .	2			1					
	2	11	1	2	6	22	14	8	$R_2 P_{11} L_1 D_2 A_6$
Se vede că această construcțiune are o linie mai mult, dar cu toate acestea e mai exactă ca precedenta.									
17''') Dacă $N$ și $P$ sunt mai mici ca $2M$ , putem întrebuița o construcțiune de o simplitate remarcabilă.									
a) Din un punct O cu raza M descriu o circonferență . . . . .		2			1				
b) Din un punct R al circonferenței cu raza N descriu un arc care taie circonferența în A . . . . .		2	1		1				
c) Din A cu raza P descriu un arc care taie circonferența în B, A fiind între R și B. . . . .		3			1				
d) Din B cu raza de mai sus descriu un arc care taie arcul al doilea în A' și A'. AA' e linia căutată. . . . .		1			1				
		8	1		4	13	9	4	$P_8 L_1 A_4$
Construcțiunea unei a treia proporționale se va deduce din precedentele făcând $N=P$ .									
18) A se construi media geometrică între 2 drepte date $M$ și $N$ .									
a) Ducem o dreaptă pe care luăm $BC=N$ , $AB=M$ . . . . .		5	1	1	2				

Indicarea cestiunei și soluțiunei	Operațiuni					Coefi- cienți			Formula
	R	P	L	D	A	C	N	M	
b) Pe AC ca diametru descriu un cerc, servindu-ne de circonferența cu care am găsit punctul B (facem ast-fel economie de operațiune PA). . . . .	2	3		1	2				
c) În B pe AC ridic o perpendiculară care taie circonferența în D, având grijă ca la determinarea lui C să însemnăm și punctul C' așa că $BC = BC'$ . BD este linia căutată. . . . .	2	2		1	2				
	4	10	1	3	6	24	15	9	$R_4 P_{10} L_1 D_3 A_6$
18') Iată a doua soluțiune clasică.									
a) Ducem o dreaptă AB pe care luăm $AC=N$ , $AB=M$ . . . . .		5	1	1	2				
b) Descriu pe CB ca diametru o circonferență, servindu-ne și de arcul cu care am găsit punctul B. Fie O mijlocul găsit al lui AB. . . . .	2	3		1	2				
c) Pe AO ca diametru descriu o circonferență care taie circonferența precedentă în D. AD e linia căutată . . . . .	2	4		1	2				
	4	12	1	3	7	27	17	10	$R_4 P_{12} L_1 D_2 A_1$
Această soluțiune e mai complicată ca precedenta cu toate că pare mai simplă. Putem vedea aici că dacă am avea 2 compasuri am putea economisi 2 operațiuni (PA), căci pentru a găsi mijlocul lui AO ne-am putea servi de circonferența descrisă cu raza M.									
18'') Iată o soluțiune mai simplă a acestei probleme:									
a) Descriu un cerc oarecare cu o rază mai mare ca M. Fie O centrul și A un punct al circonferenței . . . . .								1	
b) Din A cu o rază M descriu un arc care taie circonferența în B și C. . . . .	2	1			1				
c) Din A cu raza N descriu un arc care taie circonferența în F și G. . . . .		3			1				
d) Ducem dreptele AB, AC cari taie arcul precedent în D și E. . . . .	4			2					
e) Ducem dreapta DE care taie circonferența în M și N. AN e linia căutată . . . . .	2			1					
	6	5	1	3	3	18	12	6	$R_6 P_5 L_1 D_3 A_3$
18''') Iată în fine o soluțiune mult mai simplă.									
Presupunem că $M > N$ .									
a) Ducem o dreaptă AB. . . . .				1					
b) Descriu din un punct A cu raza M o circonferență. . . . .	2	1			1				
c) Aceste două linii se taie în B; din B cu raza N descriu un arc care taie dreapta AB în C coprins între A și B. . . . .		2			1				
d) Din C cu raza N descriu un arc care taie pe precedentul în P și Q. . . . .		2			1				
e) Dreapta PQ taie circonferența în H. BH e linia căutată. . . . .	2			1					
	2	6	1	2	3	14	9	5	$R_2 P_6 L_1 D_2 A_3$



Indicarea chestiunii și soluțiunii	Operațiuni					Coeficienți			Formula
	R	P	L	D	A	C	N	M	
18'') Următoarea soluțiune e echivalentă cu precedenta de și are altă formulă.									
a) Din un punct C cu raza M descriu o circonferență . . . . .		2			1				
b) Duc o rază oare-care CB . . . . .	1			1					
c) Din B cu raza N descriu un arc care taie BC în K între B și C . . . . .		3			1				
d) Din K cu raza N descriu un arc care taie pe precedentul în P și Q . . . . .		1			1				
e) Dreapta PQ taie circonferența în A și AK=AB e linia căutată . . . . .	2			1					
19) Prin un punct dat să se ducă o dreaptă care să treacă prin punctul de întâlnire inacesibil a 2 drepte date.	3	6		2	3	14	9	5	$R_3P_3D_2A_3$
Iată o soluțiune din cele mai simple.									
a) Fie ABC, A'B'C' cele 2 drepte date. Ducem 2 drepte oare-cari BB', CC' cari se taia în I și apoi o dreaptă trecând prin I . . . . .	1				3				
b) Din punctul dat P ducem dreptele PB, PB' cari taia dreapta precedentă în E și F . . . . .	4				2				
c) Ducem dreptele CE, CF cari se taia în P' . . . . .	4				2				
d) PP' e dreapta căutată . . . . .	2				1				
20) A se înscrie un cerc în un triunghi dat ABC.	11				8	19	11	8	$R_1D_1$
a) Ducem bisectrițele unghiurilor A și B cari se taia în O . . . . .	4	6			2	6			
b) Lăsăm din O o perpendiculară pe AB, care taie AB în I . . . . .	2	3	1	1	2				
c) Din O cu raza OI descriu cercul . . . . .	2	2			1				
20') Iată o construcțiune mult mai simplă.	6	11	1	3	9	30	18	12	$R_6P_{11}L_1D_3A_3$
a) Pe BA în sensul BA luăm AD=AC și BE=EC . . . . .		4			2				
b) Din A cu raza DE descriu un arc care taie AB în R' (în sensul AB) și AC în Q' (în sensul AC) . . . . .		3			1				
c) Descriu din B' cu raza DE un arc care taie pe precedentul în M și N pe care le unim cu o dreaptă . . . . .	2	1			1	1			
d) Descriu din Q cu raza DE un arc care taie pe cel descris din A în M' și N' pe cari le unim cu o dreaptă . . . . .	2	1			1	1			
e) Din intersecția O a acestor drepte cu raza OR descriu circonferența . . . . .		2			1				
	4	11		2	6	23	15	8	$R_4P_{11}D_3A_3$

Indicarea chestiunii și soluțiunii	Operațiuni					Coeficienți			Formula
	R	P	C	D	A	C	N	M	
21) Să se găsească centrul de greutate al unui triunghi ABC									
a) Căutăm mijloacele A' și B' ale laturilor BC, AC și ducem dreptele AA' BB' cari se taia în G . . . . .	8	3		4	3	18	11	7	$R_3P_3D_2A_3$
21') Iată o soluțiune mai simplă dar mai neexactă, cu toate că are linii mai puține.									
a) Din B cu raza CA și din A cu raza CB descriu 2 arce ce se taia în C' . . . . .		6			2				
b) Dreapta C'B taie primul arc în A' . . . . .	2				1				
c) Ducem dreptele CC', AA' cari se vor taia în C . . . . .	4			2					
22) Să se așeze un punct ale cărui coordonate sunt date (x,y).	6	6		3	2	17	12	5	$R_6P_6D_3A_3$
a) Luăm pe OX lungimea OA=X și pe OY lungimea OB=Y . . . . .		6			2				
b) Descriu din A cu raza Y un arc de cerc . . . . .		1			1				
c) Din B cu raza X descriu un alt arc care taie pe precedentul în M, punctul căutat . . . . .		3			1				
Dacă am avea 2 compasuri am putea economisi operațiunea P <sub>3</sub> , pentru a relua din nou distanța OA.	10			4	14	10	4		$P_{10}A_4$

Din exemplele tratate mai sus, reiese importanța pe care ar avea-o geometrografia pentru ingineri. În adevăr, cu ajutorul geometrografiei s'ar putea vedea că multe din chestiunile de geometrie descriptivă, statică grafică, etc. sînt rezolvate în mod foarte complicat, ceea ce ar necesita căutarea de noi soluțiuni mai simple și mai exacte. Pe de altă parte când posedăm mai multe metode pentru a rezolva o problemă, ne am putea pronunța, care din acele metode convine mai bine pentru chestiunea ce voim a rezolva.

Așa de exemplu pentru calculul grafic al unei grinzi cu zăbrele, ne am putea decide cari din cele 3 metode: a lui *Culmann*, a lui *Ritter* sau a lui *Cremona* ar fi cea mai bună de adoptat. În fine practicând geometrografia, ne-am putea obișnui a economisi diferite operațiuni, fie de exemplu prin întrebuințarea a mai multor instrumente, fie prin trasarea mai dinainte a liniilor cari ne ar trebui mai târziu, etc., după cum am arătat la cote-va din exemplele tratate mai sus.

Ion Ionescu.