

CALCULUL CABLURILOR PENTRU PLANURILE AERIANE

I. Studiul unui cablu liber.

Nu se vor considera de cât planurile aeriene cu o singură deschidere, fără suporturi intermediare între capul și piciorul planului. Cablurile libere au forma unor lăntușoare.

Origina coordonatelor se ia la capul planului aerian, adică la origina cablului; axele coordonatelor sunt verticala originei și orizontala în planul cablului. Elementele ce trebuiesc determinate sunt: *tensiunea* la care este supus cablul pe m/m pătrat de secțiune; *unghiurile* cablului la capul și piciorul planului, numite unghiuri de plecare și unghiuri de sosire.

În practică, aceste unghiuri să măsoară cu un cerc divizat și un fir cu plumb.

Relațiunile între tensiunea cablului și unghiurile de plecare și sosire. Lungimea cablului

Fie :

M un punct al lăntușorului.

x și y coordonatele sale
 T_0 tensiunea cablului în O

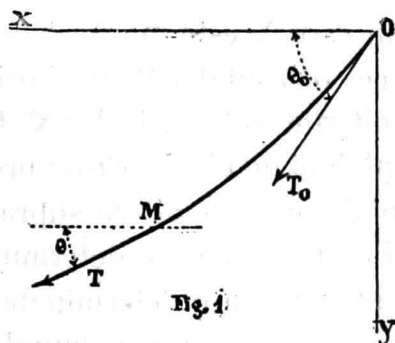
θ_0 și θ unghiurile acestei tensiuni

cu Ox

Π greutatea metrului de cablu

S lungimea arcului OM

Porțiunea cablului OM este supusă în O la ten-



siunea T_0 , în M la tensiunea T, și în fie-care punct la acțiunea gravitației.

Condițiunile de echilibru pentru arcul OM dau următoarele trei relațiuni :

$$T \cos \theta - T_0 \cos \theta_0 = 0$$

$$T \sin \theta - T_0 \sin \theta_0 + \Pi s = 0$$

$$x T \sin \theta - x T_0 \cos \theta + \Pi \int_0^M x ds = 0$$

Punând $T_0 = \pi T_0$, $T = \Pi T$

Cele trei ecuațiuni de echilibru să pot scri:

$$T_0 \cos \theta_0 - T \cos \theta = 0$$

$$T_0 \sin \theta_0 - T \sin \theta - s = 0$$

$$x T \sin \theta_0 - y T \cos \theta + \int_0^M x ds = 0$$

De unde să pot deduce următoarele relațiuni:

$$(1) x = T_0 \cos \theta_0 \left[\text{Ln tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta_0}{2} \right) - \text{Ln tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right) \right]$$

$$(2) y = T_0 \cos \theta_0 \left(\frac{1}{\cos \theta_0} - \frac{1}{\cos \theta} \right)$$

$$(3) s = T_0 \cos \theta_0 (\text{tg } \theta_0 - \text{tg } \theta).$$

Dacă punctul M este punctul de sosire a cablului la piciorul planului, avem trei relațiuni între coordonatele acestui punct, lungimea cablului, și unghiurile de plecare și sosire.

Relațiune între tensiunea lăntușorului și tensiunea firelor pe milimetru pătrat.

Tensiunea lăntușorului într'un punct este coeficientul tensiunii totale T a cablului în acest punct

prin greutatea metrului de cablu, adică valoarea T .

Fie:

π greutatea metrului de cablu;

δ greutatea specifică a oțelului;

σ sumă secțiunilor drepte în m/m pătrați;

Γ tensiunea firelor pe m/m pătrat.

Avem:

$$\pi = \delta \frac{\sigma}{1.000}$$

de unde

$$T = \frac{T}{\pi} = \frac{T}{\sigma} \frac{1.000}{\delta}$$

Greutatea specifică a oțelului este de 7-8; însă din cauza diferitelor operațiuni suferite, practica arată că greutatea specifică este ceva mai mare și poate fi luată egală cu 8.5.

Luând deci

$$\delta = 8,5$$

$$\text{și considerând că: } \Gamma = \frac{T}{\sigma}$$

avem

$$(4) T = 118 \Gamma$$

adică: *tensiunea lăntușorului într'un punct este egală cu tensiunea cablului pe millimetru pătrat în acest punct multiplicata cu factorul constant 118.*

Tensiunea lăntușorului într'un punct oare-care în funcțiune de tensiunea de sus

Considerând următoarele relațiuni deja scrise:

$$\begin{cases} T_0 \cos \theta_0 = T \cos \theta \\ y = T_0 \cos \theta_0 \left(\frac{1}{\cos \theta_0} - \frac{1}{\cos \theta} \right) \end{cases}$$

deducem imediat:

$$T = T_0 \frac{\cos \theta_0}{\cos \theta} \text{ și } y = T_0 \left(1 - \frac{\cos \theta_0}{\cos \theta} \right)$$

Eliminând pe $\frac{\cos \theta_0}{\cos \theta}$ între aceste două relațiuni obținem:

$$(5) y = T_0 - T$$

Adică: *diferința de tensiune a lăntușorului între două puncte oare-care este egală cu înălțimea verticală între aceste două puncte.*

Raza de curbură a lăntușorului

$$\text{Avem: } \rho = \frac{ds}{d\theta}$$

Diferențiând ecuația (3) obținem

$$ds = T_0 \cos \theta_0 \frac{d\theta}{\cos^2 \theta}$$

deci

$$(6) \rho = \frac{T_0 \cos \theta_0}{\cos^2 \theta}$$

Expresiunea ecuațiunilor lăntușorului printr'o abacă.

Considerând relațiunile (1) (2) și (3) și punând

$$\text{Ln } \text{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right) = f(\theta)$$

$$\frac{1}{\cos \theta} = \varphi(\theta)$$

$$\text{tg } \theta = \Psi(\theta)$$

relațiunile citate iau aceeași formă și devin

$$x = T_0 \cos \theta_0 [f(\theta_0) - f(\theta)]$$

$$y = T_0 \cos \theta_0 [\varphi(\theta_0) - \varphi(\theta)]$$

$$s = T_0 \cos \theta_0 [\Psi(\theta_0) - \Psi(\theta)]$$

Se vede că ele nu diferă de cât prin forma funcțiunilor f , φ , Ψ .

Insemnând prin X , Y și S cocientele lui x , y și s prin T_0 , obținem:

$$(7) X = \cos \theta_0 [f(\theta_0) - f(\theta)]$$

$$(8) Y = \cos \theta_0 [\varphi(\theta_0) - \varphi(\theta)]$$

$$(9) S = \cos \theta_0 [\Psi(\theta_0) - \Psi(\theta)]$$

X , Y și S sunt determinate prin condițiunile:

$$(10) X = \frac{x}{T_0}$$

$$(11) Y = \frac{y}{T_0}$$

$$(12) S = \frac{s}{T_0}$$

Considerând suprafața represintată prin ecuația cu trei variabile X , θ_0 și θ

$$X = \cos \theta_0 [f(\theta_0) - f(\theta)]$$

în care X este măsurat pe axa verticală, θ_0 și θ pe cea orizontală. Planuri orizontale, corespunzând la diferite valori ale lui X , taie această suprafață după linii de nivel a căror proecțiune pe planul orizontal constituie abaca suprafeței X .

Pentru o valoare determinată a lui θ_0 și θ corespunde o valoare determinată pentru X ; dar pentru o valoare a lui X corespund o serie de valori θ_0 și θ supuse numai la condițiunea ca punctele determinate să fie pe curbă corespunzând valorii lui X .

Construind de asemenea abaca lui Y pe acelaș plan ca și cea a lui X, să vede că la o valoare a lui X și Y corespund două curbe determinate a căror intersecție are drept coordonate valorile lui θ_0 și θ_1 corespunzătoare.

Abaca valorilor lui X și Y permite deci a rezolva ecuațiunile (7) și (8) în raport cu θ_0 și θ_1 când să dau X și Y.

Abaca lui S permite a rezolva problemele în care intervine relația (9).

Curbele X, Y, S constituiesc abaca cablului liber.

Valorile unghiurilor de sosire θ , sunt măsurate pe axa orizontală; valorile lui θ_0 pe cea verticală.

Pentru valorile pozitive ale lui θ , și θ_1 ; curbele obținute sunt în întregime d'asupra bisectriței unghiului abacei, căci se presupun valorile θ_0 mai mari decât acele ale lui θ ; și se vede ușor că pentru valori negative θ_1 , curbele Y sunt, în raport cu axa lui θ_0 , simetrice celor obținute pentru valori pozitive.

Puntele de intersecțiune ale curbelor X și Y sunt ușor de determinat; de asemenea și pentru puntele de intersecție ale curbelor X și S, afară de cazul unor valori θ_0 și θ_1 , foarte puțin deosebite una de alta: curbele se taie atunci sub unghiuri foarte ascuțite.

Din cele ce preced rezultă:

1^o Unui lăntușor determinat corespunde un punct al abacei și unul singur;

2^o Ori-ce punct al abacei corespunde la o serie de lăntușoare pentru care raporturile $\frac{x}{T_0}$, $\frac{y_1}{T_0}$, $\frac{s}{T_0}$ sunt determinate.

Ajunge a lua un punct din abacă și valoarea unuia din elementele x_1 , y_1 , s_1 , T_0 pentru ca un lăntușor să fie determinat.

Rezolvirea diferitelor probleme asupra cablurilor libere

Când se studiază proiectul unui plan aerian, se dă în general punctul de plecare și punctul de sosire a planului; dar să mai dispune de un parametru arbitrar care este tensiunea la partea de sus a cablului.

Fie:

x_1 și y_1 coordonatele piciorului planului.
 θ_1 unghiul de sosire al cablului.

În general avem cinci elemente: x_1 , y_1 , T_0 , θ_0 , θ_1 și trebuie calculate două cu ajutorul celor-lalte trei.

Numărul combinărilor posibile este de zece, care se pot așeza, din punctul de vedere al calcului, în cinci grupe:

	Date	necunoscute
1) Grup	T_0 , x_1 , y_1	θ_0 , θ_1
2) Grup	T_0 , θ_0 , θ_1	x_1 , y_1
3) Grup	$\begin{cases} T_0, x_1, \theta_0 \\ T_0, y_1, \theta_1 \\ T_0, x_1, \theta_1 \\ T_1, y_1, \theta_1 \end{cases}$	$\begin{cases} y_1, \theta_1 \\ x_1, \theta; \\ y_1, \theta_0 \\ x_0, \theta_0 \end{cases}$
4) Grup	$\begin{cases} y_1, \theta_0, \theta_0 \\ x_1, \theta_0, \theta_0 \end{cases}$	$\begin{cases} T^0, z_1 \\ T_0, y_1 \end{cases}$
5) Grup	$\begin{cases} x_1, y_1, \theta_0 \\ x_1, y_1, \theta_1 \end{cases}$	$\begin{cases} T_0, \theta_1 \\ T_0, \theta_0 \end{cases}$

Combinarea din întâiul grup corespunde următoarei probleme:

1^o Cari trebuie să fie unghiurile de plecare și sosire a unui cablu de un diametru determinat pentru ca tensiunea cablului pe m/m pătrat să fie egală cu Γ_m .

Acest problem se întâlnește la așezarea cablurilor aeriene, căci singurile elemente ce se pot măsura ușor pentru a determina tensiunea cablului sunt unghiul de plecare și cel de sosire.

După relațiunea (4) avem:

$$T_0 = 118 \Gamma_m.$$

apoi relațiile (10) și (11) dau două valori X și Y:

$$X = \frac{x_1}{T_0} \quad Y = \frac{y_1}{T_0}$$

și curbele corespunzătoare pe abaca să întâlnească într'un punct pentru care valorile θ_0 și θ_1 sunt tocmai necunoscutele căutate.

Dacă Γ_m este tensiunea maximă la care poate fi supus cablul, unghiul θ_0 corespunzător este unghiul limită care nu trebuie atins pe timpul punerii în tensiune a cablului pentru a nu se expune la o rupere.

Dacă unghiul de sosire θ_1 este în aceste condiții negativ sau prea aproape de zero, planul aerian prezintă o contrapantă la sosire și este în rele condiții pentru a funcționa ca plan automotor. Vagonetul nu va ajunge la piciorul planului, de cât când forța sa vie va fi îndestulătoare pentru a învinge rezistența contrapantei.

Problemele rezultând din combinările grupului

al doilea, al treilea și al patrulea sunt ușor de rezolvat, să prezintă însă rar în practică.

Combinările celui de al cincilea grup să aplică în cazul unui cablu așezat a cărui tensiune pe m/m pătrat voim s'o determinăm.

2^o A determina tensiunea Γ^m pe m/m pătrat a unui cablu a cărui unghi de plecare și de sosire au fost măsurate.

Presupunem că s'a măsurat unghiul de plecare Θ_0 .
Avem :

$$x_1 = T_0 X \quad y_1 = T_0 Y$$

de unde: $\frac{y_1}{x_1} = \frac{Y}{X}$

La fie-care valoare a lui X corespunde deci o valoare a lui Y determinată prin relația precedentă. Fie A punctul de intersecție a unei curbe X cu curba Y corespunzătoare. Se constată, că locul punctelor A este pe abacă aproape exact o linie dreaptă, ușor de tras determinând două din punctele sale. Intersecțiunea acestei drepte cu orizontala Θ_0 dă pe abacă punctul corespunzător lanțușorului studiat.

Cunoscând acest punct să deduce imediat T_0 din

$$\text{una din cele trei relațiuni } T_0 = \frac{x_1}{X} = \frac{y_1}{Y}$$

și valoarea căutată a lui Γ este :

$$\Gamma = \frac{T_0}{118}$$

Lungimea maximă a planurilor automotoare.

Pentru ca un plan să poată fi în adevăr considerat ca automotor, trebuie să nu prezinte contrapantă la sosire, ast-fel în cât oprind'o puțin înainte de sosire greutatea să se poată singură pune în mișcare. Condițiunea aceasta însă nu e suficientă.

Să luăm cazul limită $\Theta_1 = 0$, valorile corespunzătoare ale lui Θ_0 pe abacă se găsesc tocmai pe axa Θ_0 .

Fie Γ_m tensiunea maximă pe m/m pătrat care să poate impune cablului; maximum T_0 corespunzător acestei valori este $T_0^m = 118 \Gamma_m$.

1^o Pentru o lungime orizontală determinată x, un plan automotor nu poate fi stabilit de cât dacă înălțimea verticală a planului întrece oare-care limită.

Elementele acestui caz limită corespund pe abacă cu punctul de intersecție a axei Θ_0 cu curba X determinată prin relațiunea

$$X = \frac{x_1}{T_0^m}$$

Valorile găsite sunt coprinse în tabloul alăturat

Lungimea orizontală

a planului în metri. 300-400-500-600-700-800-900-1000

Înălțime verticală $\Gamma^m=42k$ 8 50-16.5-25-36.5-50-65-83.5-125

minimă în metri $\Gamma^m=21k$ 18 25-32 6-62,5

2^o Pentru o înălțime verticală determinată y, un plan automotor nu poate să fie stabilit de cât numai dacă lungimea sa orizontală este inferioară unei limite.

Elementele acestui caz limită corespund pe abacă cu punctul de intersecție a asei Θ_0 cu curba Y determinată prin relația :

$$Y = \frac{y}{T_0^m}$$

Valorile ast-fel găsite sunt coprinse în tabloul alăturat :

Înălțimea verticală

în metri. 10-20-30-40-50-60-70-80-90-100

Lungimea orizontală $\Gamma^m=42k$ 320-450-540-640-700-775-825-875-935-990

marimă în metri $\Gamma^m=21k$ 225-320-387-437-495-537-580-617-655-690

3^o Pentru o pantă medie i definită prin relația

$$\text{tg } i = \frac{y_1}{x_1}, \text{ nu se poate stabili un plan automotor}$$

de cât dacă lungimea orizontală este inferioară unei limite.

Avem în acest caz :

$$\text{tg } i = \frac{y_1}{x_1} = \frac{Y}{X}$$

Insemnând cu I locul punctelor de intersecție pe abaca curbelor X și Y care satisfac relația precedentă. Acest loc este foarte aproximativ o linie dreaptă.

Punctul abacei corespunzând cazului limită es.e intersecțiunea acestei linii I cu axa Θ_0 .

Tabloul următor coprinde valorile găsite :

Valoarea i în gr. de 7.90-9.10-10,50-12,60-15 60.

Valoarea tg i $1/8-1/7-1/6-1/5-1/4$

Lungimea orizontală $\Gamma^m=42k$ 1200-1350-1560-1840-2290.

minimă în metri. $\Gamma^m=42k$ 600-675-780-920-1145.

Trebuie observat că condițiile obținute în cele trei cazuri precedente nu sunt suficiente pentru a putea stabili un plan automotor; totuși practica arată că dacă datele problemului satisfac, planul stabilit este automotor când rezistențele pasive sunt reduse la minimum printr'o bună instalațiune și o bună ungere. Forța vie a căruciorului este atunci de ajuns pentru ca el să poată urca contrapantă la sosire.

Studiul unui cablu așezat peste ridicături.

Când se stabilește un proiect de plan aerian, să prezintă de examinat cazul dacă oare-care ridicături intermediare nu ar stânjeni trecerea vagonetelor. Problema poate fi rezolvată în chipul următor.

Fie x' și y' coordonatele ridicăturii; coordonate măsurate cu tacheometrul.

Insemnând prin T_0^m tensiunea maximă pe m/m pătrat de cerut cablului; valoarea corespunzătoare T^0 este :

$$T_0^m = 118 T^m.$$

Fie A punctul abacei corespunzător lăntușorului a cărui tensiune este T_0^m . Acest punct A este determinat prin întelmiria curbelor X și Y date prin relațiile :

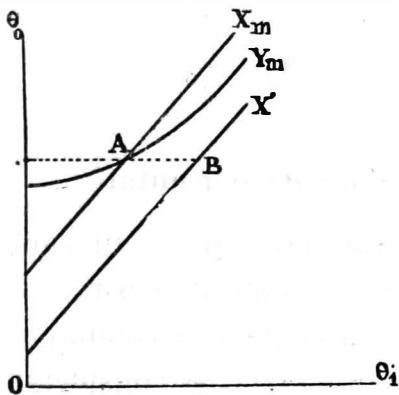


Fig. 2.

$$X_m = \frac{x_1}{T_0^m} \quad Y_m = \frac{y_1}{T_0^m}$$

E ușor de determinat ordonata y' a lăntușorului corespunzător abscisei x' . Considerând în adevăr curba X' determinată prin relația :

$$X' = \frac{x'}{T_0^m}$$

ea taie orizontala punctului A într'un punct B; y' este imediat determinat prin relația :

$$y' = T_0^m Y'$$

— Dacă avem :

$Y'_a > y'$ cablul va trece pe d'asupra ridicăturii;

$Y'_a = y'$ cablul va atinge ridicătura;

$Y'_a < y'$ trebuie a face o tranșee pentru trecerea cablului.

Trebuie afară de aceasta ca greutatea să poată trece fără a lovi obstacolul, ceea-ce reclamă un spațiu liber de desubtul cablului. Pentru a calcula acest spațiu trebuie a determina care este ordonata vagonetului când el trece în acel punct, acest problem va fi rezolvat mai pe urmă.

În anume cazuri, este interesant a stabili un plan aerian deservind un punct intermediar. Problema revine atunci la următorul : a face să treacă un lăntușor prin trei puncte date.

Studiul unui cablu trecând printr'un punct intermediar dat.

Fie x' y' coordonatele punctului intermediar M. Considerând succesiv cele două porțiuni ale lăntușorului,

una mergând de la punctul de plecare a cablului la punctul M, cea-laltă de la punctul M la punctul de sosire.

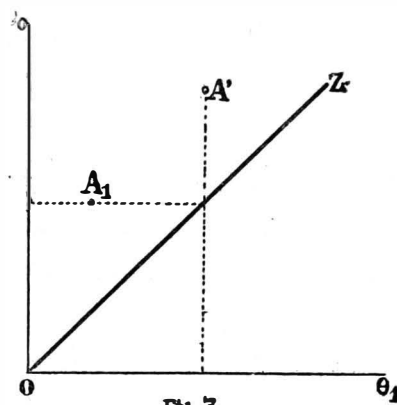


Fig. 3.

A' și A_1 sunt punctele abacei corespunzătoare. Tensiunea sus și unghiul de plecare al lăntușorului A_1 sunt respectiv egale cu tensiunea jos și unghiul de sosire al lăntușorului A_1 . Pe abacă orizontala punctului A_1 și verticala punctului A' să întelnesc deci pe dreapta OZ, bisectrița unghiului drept care coprinde abaca.

Fie T_0 tensiunea sus;

T' tensiunea în M;

Θ_0 unghiul de plecare în O,

Θ' unghiul în M

Θ_1 unghiul de sosire.

Insemnând prin $X' Y' S'$ valorile lui X Y S în punctul A; și prin $X_1 Y_1 S_1$ valorile lor în A_1 , după relațiile (5) putem scri :

$$T' = T_0 - y^1.$$

Avem deci pentru lăntușor în A^1 și A_1 :

$$(13) \quad \begin{cases} x' = T_0 X' \\ y' = T_0 Y' \end{cases}$$

$$(14) \quad \begin{cases} x_1 - x^1 = (T_0 - y^1) X_1 \\ y_1 - y^1 = (T_0 - y^1) Y_1 \end{cases}$$

de unde deducem :

$$(15) \quad \begin{cases} \frac{y^1}{x_1} = \frac{Y^1}{X^1} = I^1 \\ \frac{y_1 - y^1}{x_1 - x^1} = I_1 \end{cases}$$

Tragem pe abacă linia I^1 corespunzătoare intersecției liniilor X' și Y' determinate prin prima din relațiile (15).

Tragem de asemenea linia I_1 . Aceste două linii sunt foarte aproximative drepte perpendiculare pe OZ.

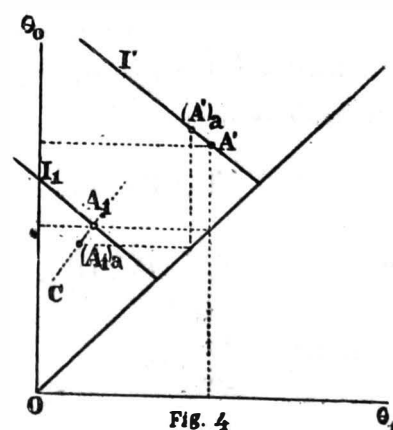


Fig. 4.

Punctele A^1 și A_1 sunt respectiv situate pe I^1 și I_1 ; am văzut de ase-

menea ca aceste puncte sunt conjugate în cât verticala lui A_1 și orizontala A_1 se întîlnesc pe bisectrița OZ .

Din prima ecuație (13) deducem valoarea lui T_0 pentru a o înlocui în prima ecuație (14); obținem:

$$(16) \frac{x'}{X'} = \frac{x_1 - x^1}{X_1} = y^1$$

Considerăm pe linia I^1 un punct oare-care $(A_1)_a$ (fig. 4). Fie $(X^1)_a$ valoarea lui X corespunzătoare. Din ecuația (16) să deduce imediat o valoare $(X_1)_a$ precum:

$$(X_1)_a = \frac{(x_1 - x^1) (X^1)_a}{(x_1 - y^1) (X^1)_a}$$

Determinăm pe linia (X_1) un punct $(A_1)_a$ așa în cât orizontala dusă printr'insul să întîlnească verticala punctului $(A^1)_a$ pe directrița Oz . Cele două puncte $(A^1)_a$ și $(A_1)_a$ sunt conjugate ca și (A^1) și (A_1) . Fie C curba locul punctelor $(A_1)_a$, curbă ușor de trasat determinând două sau trei din punctele sale; ea întîlnește linia I , în punctul A , care este punctul căutat. Să determinăm ușor conjugatul său A^1 pe I_1 .

Orizontala punctului A_1 determină imediat valoarea Θ_0 ce trebuie dată unghiului de plecare a lanțușorului pentru ca aceasta să treacă prin punctul intermediar M ; și se calculează ușor tensiunea corespunzătoare în punctul de sus.

Influența variațiilor de temperatură asupra tensiunii cablurilor.

Diferențiind ecuațiile (1) (2) (3) obținem:

$$dx = d T_0 \frac{x}{T_0} + (T_0 - x \operatorname{tg} \Theta_0) d\Theta_0 + (y - T_0) d\Theta_1$$

$$dy = d T_0 \frac{y}{T_0} + (T_0 - y) \operatorname{tg} \Theta_0 d\Theta_0 + (y - T_0) \operatorname{tg} \Theta_1 d\Theta_1$$

$$ds = d T_0 \frac{s}{T_0} + (T_0 - s \sin \Theta_0) \frac{1}{\cos \Theta_0} d\Theta_0 + (y - T_0) \frac{1}{\cos \Theta_0} d\Theta_1$$

Considerând influența variației lungimei ds asupra tensiunii unui cablu întins între origina și punctele (x, y) dx și dy sunt nule și avem:

$$d T_0 \frac{x_1}{T_0} + (T_0 - x \operatorname{tg} \Theta_0) d\Theta_0 + (y - T_0) d\Theta_1 = 0$$

$$d T_0 \frac{y_1}{T_0} + (T_0 - y_1) \operatorname{tg} \Theta_0 d\Theta_0 + (y_1 - T_0) \operatorname{tg} \Theta_1 d\Theta_1 = 0$$

$$d T_0 \frac{s_1}{T_0} + (T_0 - s_1 \sin \Theta_0) \frac{1}{\cos \Theta_0} d\Theta_0 + (y_1 - T_0) \frac{1}{\cos \Theta_0} d\Theta_1 = 0$$

E destul a elimina $d\Theta_0$ și $d\Theta_1$ între aceste trei relații pentru a avea ecuația care leagă dT_0 cu ds .

Punem:

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_1 (T_0 - x_1) \operatorname{tg} \Theta_0 & y_1 - T_0 \\ y_1 (T_0 - y_1) \operatorname{tg} \Theta_0 & (y_1 - T_0) \operatorname{tg} \Theta_1 \\ s_1 (T_0 - s_1 \sin \Theta_0) \frac{1}{\cos \Theta_0} & (y_1 - T_0) \frac{1}{\cos \Theta_0} \end{vmatrix}$$

$$\Delta^1 = \begin{vmatrix} T_0 - x \operatorname{tg} \Theta & y_1 - T_0 \\ (T_0 - y_1) \operatorname{tg} \Theta_0 & (y_1 - T_0) \operatorname{tg} \Theta_1 \end{vmatrix}$$

Relațiunea între dT_0 și ds , este atunci:

$$(17) \frac{dT_0}{T_0} \Delta - ds_1 \Delta^1 = 0$$

Fie α coeficientul de dilatație lineară al oțelului și δt variația de temperatură lungirea corespunzătoare este $s, \alpha \delta t$ avem deci:

$$ds = s, \alpha \delta t$$

și variația tensiunii este dată prin relațiunea:

$$(18) \frac{\delta T_0}{T_0} \Delta - \Delta^1 s, \alpha \delta t = 0$$

II. Acțiunea exercitată de o greutate.

Considerăm un plan aerian prevăzut cu un cablu de tracțiune de început și un cablu de sosire.

Presupunem vagonetul în contact cu cablul purtător numai printr'o singură roată, și considerăm un element infinit mic MM^1 al traiectoriei punctului de contact al acestei roți cu cablul. Asimilăm acest element MM^1 cu o porțiune de plan înclinat cu unghiul α .

Fie (fig. 5)

R_x, R_y , compozantele acțiunii greutății pe cablul purtător.

P greutatea greutății.

m masa,

t^1 tensiunea cablului de tracțiune de la plecare în M ;

t_0 tensiunea cablului de tracțiune la sosire în M^1 ;

ds arcul MM^1

$v = \frac{ds}{dt}$ viteza în M ;

x^1 și y^1 coordonatele punctului M ;

x_1 și y_1 coordonatele piciorului planului.

Când cablurile sunt destul de întinse, cea ce are tot-deauna loc în

practică, tensiunile t^1 și t_0 fac cu MM^1 unghiuri

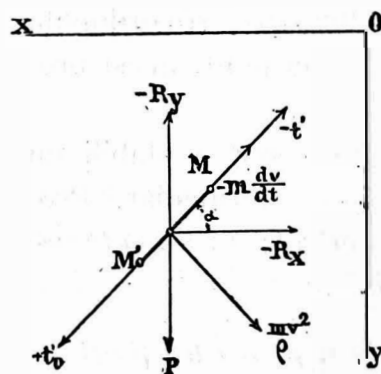


Fig. 5.

foarte mici, și să poată admite pentru proiecțiunile acestor tensiuni pe MM^1 valorile t^1 și t^1_0 .

Considerăm cablul purtător în vecinătatea punctului M.

De amândouă părțile roței, tensiunile acestui cablu sunt evident egale dacă să neglige frecarea de rostogolire. Fie (fig. 6):

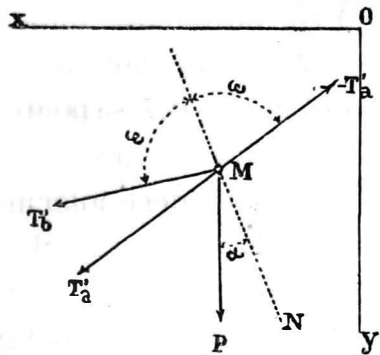


Fig. 6.

T'_a tensiunea părții superioare în M;

T'_c tensiunea părții inferioare în M;

Avem:

$$T'_a = T'_c$$

Reacțiunea cablului încărcării este rezultantă tensiunilor — T'_a și T'_c ; această rezultantă

este prin urmare bisectrița unghiului format de tensiunile — T'_a și T'_c .

Putem conchide de aci că normala la traiectoria punctului M este bisectrița unghiului format prin cele două porțiuni ale cablului purtător. Acest loc este definit printr'o elipsă a cărei focare și raze vectoriale le-am cunoaște; focarele sunt vârful și piciorul cablului, și, în loc de raze vectoriale rectilinii, avem două lanțușoare cu suma lungimilor lor constantă.

Echilibrul greutății.

Forțele care lucrează asupra greutății sunt i reacțiunea cablului purtător a cărei compozante sunt — R_x și — R_y ;

Gravitatea de unde rezultă o forță verticală P; tensiunea — t^1_a a cablului de tracțiune la plecare; tensiunea t^1_0 a cablului de tracțiune la sosire; reacțiunile de inerție adică: reacțiunea tangențială — $m \frac{dv}{dt}$ dirijată după MM^1 și reacțiunea normală $\frac{m v^2}{\rho}$.

Dacă să proiectează pe direcțiunea MM^1 , se obține o relațiune de unde se deduce tensiunea cablului de tracțiune.

Proiectând pe direcțiunea perpendiculară lui MM^1 și examinând succesiv termenii dați de forțele enumerate mai sus avem de considerat:

1. Reacțiunea cablului purtător. (Fie (fig. 6).

T^1 valoarea comună a lui T^1_a și T^1_c ;

2 ω unghiul format de T^1_a cu T^1_c avem:

$\text{proj}(-R_x) + \text{proj}(-R_y) = \text{proj}(-T^1) + \text{proj}(T^1_b) = -2 T^1 \cos \omega$ presupunând că proiecțiunile sunt positive în sensul o y.

2. Gravitatea. Compozanta datorită acțiunii gravității este $P \cos \omega$.

Tensiunea cablurilor de tracțiune. Proiectând pe direcțiunea MM^1 , avem foarte aproximativ (fig. 5).

$$t^1 = t^1_0 + P \sin \omega - m \frac{dv}{dt}$$

Fie:

t tensiunea cablului de tracțiune de sosire la roata de jos;

α greutatea cablului de tracțiune pe metru;

T unghiul lui t^1 cu ox;

T^1_0 unghiul lui t^1_0 cu ox.

Scim că avem:

$$t^1_0 = t + \pi^1 (y_1 - y^1)$$

Dar greutatea π^1 este numai de 0.^{kg} 150 aproape. Termenul $\pi^1 (y_1 - y^1)$ este deci foarte mic.

Pe de altă parte, t este aproape de tensiunea inițială jos dată cablului de tracțiune fără sfârșit la așezarea sa. Această tensiune este cunoscută și avem foarte aproximativ:

$$t^1 = t + P \sin \omega - \frac{dv}{dt} t^1_0 = t$$

Dacă se cunoaște pozițiunea punctului M, lanțușoarele cablului de tracțiune de sosire și al celui de plecare sunt determinate prin două puncte și tensiunea într'unul din ele. Cu ajutorul abacei cablului liber, se calculează imediat T^1 și T^1_0 .

De altă parte, e ușor de văzut că avem, dacă MN este normal la MM^1 (fig. 7).

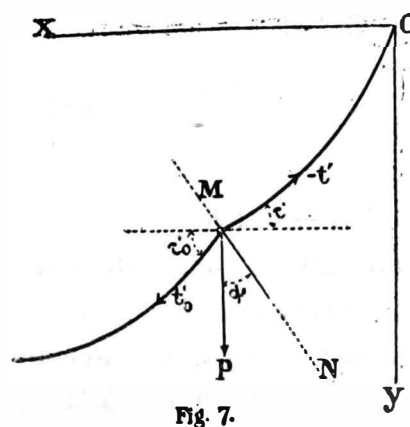


Fig. 7.

unghiul — t^1 cu MM^1
 $= t^1 + \frac{\pi}{2} - \omega = \frac{\pi}{2} (\omega - t^1)$

unghiul t^1 cu $MN =$
 $\nu + \frac{\pi}{2} - \omega^1_0 = \frac{\pi}{2} -$
 $(t^1 - \omega)$.

Deducem proiecțiunile lui — t^1 și t^1_0 pe direcțiunea MM^1 :

$\text{proj}(-t^1) = (t + P \sin \omega - m \frac{dv}{dt}) \sin (\alpha - t^1)$
 $\text{proj} t^1_0 = t \sin (T^1_0 - \nu)$.

4. Reacțiunea inerției. Reacțiunea tangențială este normală pe direcțiunea pe care să proiectează.

Reacțiunea normală (forța centrifugă) este în proiecție $\frac{m v^2}{\rho}$.

In adevăr, observând cum lucrează un plan ae-

rian, se constată că curbura traiectoriei vagonetului diferă puțin de curbura lăntușorului cablului liber. Forte aproximativ se poate deci lua în loc de ρ , raza de curbură a acestui lăntușor în punctul corespunzător aceleiași abscise.

Am vădit mai sus că ρ are ca valoare :

$T_0 \frac{\cos \Theta_0}{\cos \Theta}$. Să cunoaște T_0 care este tensiunea sus a lăntușorului liber. Dacă cunoaștem, aproximativ, abscisa punctului M, să calculează Θ prin abaca cablului liber și să obține deci valoarea lui ρ .

Toate elementele reacțiunilor inerției sunt astfel determinate, și compunând-o pe MN ea este :

$$\frac{mv^2}{\rho} = m \frac{v^2 \cos^2 \Theta}{T_0 \cos \Theta}$$

Formula echilibrului. Echilibrul compozantelor pe direcțiunea MN dă relațiunea :

$$2T' \cos \omega = P \cos \alpha + t \sin (T'_0 - \alpha) \left(t + P \sin \alpha - \frac{mdv}{dt} \right) \sin (\alpha - t') + \frac{mv^2}{\rho}$$

Să poate simplifica această expresiune observând că t este foarte mic și nu întrece 60—80 kgr. rar 100 kgr.; de altă parte, unghiurile $(T'_0 - \alpha)$ și $(\alpha - t')$ sunt foarte mici. Să pot neglija termenii cari conțin pe t și avem :

$$(19) \quad 2T' \cos \omega = P \cos \alpha + P \left(\sin \alpha - \frac{1}{g} \frac{dv}{dt} \right) \sin (\alpha - t') + \frac{P v^2 \cos^2 \Theta}{g T_0 \cos \Theta_0}$$

Exprimând greutatea încărcării prin o lungime L de cablu avem

$$P = \alpha L$$

și punând

$$P \left(\sin \alpha - \frac{1}{g} \frac{dv}{dt} \right) \sin (\alpha - t') + \frac{P v^2 \cos^2 \Theta}{g T_0 \cos \Theta_0} = K \alpha L$$

Relația (19) devine :

$$(20) \quad 2T' \cos \omega = L \cos \alpha + KL$$

În această relație coeficientul K este foarte mic. Terminul KL provine în adiver din :

1. Compozantele tensiunilor — t' și t'_0 , aceste tensiuni fiind foarte aproape de direcțiunea MM' și având însăși o valoare foarte mică, compozantele care rezultă normal pe MH' sunt mici ;

2. Compozanta normală a inerției $\frac{P v^2 \cos^2 \Theta}{g T_0 \cos \Theta_0}$

Pe planuri de mică deschidere, T_0 poate să nu fie mare, dar viteza de mers este mică.

Pe planurile de mari deschideri care sunt cele

mai interesante, v poate atinge 25 m. pe secundă, dar T_0 este în general > 3000 și întrece adese 5000

E destul de adevăr, pentru ca T_0 să fie 5000, ca cablul să lucreze la 40 kgr. pe m/m patrat. Pe de altă parte, avem tot-deauna $\cos^2 \Theta < 1$ și pentru planurile unde panta medie nu este prea forte, avem încă :

$$\cos \Theta_0 > \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Să vede că pe lângă termenul $\cos^2 > 0,7$ să poate neglija un termen $< 0,02$.

Cu destulă aproximație, să poate deci înlocui relația (20) prin relația mai simplă :

$$(21) \quad 2T_1 \cos \omega = L \cos \alpha$$

Dacă vom o relație mai exactă, e de ajuns odată calculele făcute cu (21) a înlocui în K elementele astfel găsite. Fie

α_1 valoarea apropiată a lui α găsit

K_1 valoarea apropiată a lui K

Punând

$$L \left(1 + \frac{K_1}{\cos \alpha_1} \right) = L_1$$

În loc de relația (20) putem întrebuința relația mai exactă :

$$(22) \quad 2T_1 \cos \omega = L_1 \cos \alpha$$

și L_1 e ceva mai mare de cât L.

Expresiunea relațiunei $2 T' \cos \omega = L \cos \alpha$ cu ajutorul unci abace.

Un cablu încărcat se compune din două lăntușoare care au un punct comun, punct de sosire pentru lăntușorul superior și punct de plecare pentru lăntușorul inferior. Însemnând cu A' lăntușorul superior și cu A, lăntușorul inferior, fie :

Θ , unghiul de sosire al lăntușorului A'

Θ_0 , unghiul de plecare al lăntușorului A,

E ușor de constatat că avem :

$$(23) \quad \begin{cases} \omega = \frac{\pi}{2} - \frac{\Theta + \Theta_0}{2} \\ \alpha = \frac{\Theta' + \Theta_0}{2} \end{cases}$$

Punând

$$\Lambda = \frac{\cos \alpha}{\cos \omega}$$

deducem

$$(24) \quad \begin{cases} \Lambda = \frac{\sin \Theta' - \Theta_0}{2} \\ \cos \frac{\Theta + \Theta_0}{2} \end{cases}$$

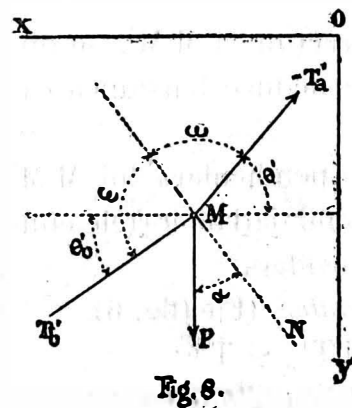


Fig. 8.

Din relația (21) avem:

$$(25) \quad v = \frac{L}{2T}$$

Observăm ca această relație (25) este de aceeași formă ca și relațiile (10) (11) și (12) dând pentru cablul liber valorile lui X , Y și S . Toate sunt de primul grad în raport cu tensiunea lăntușorului; numai unghiurile de plecare și de sosire ale lăntușoarelor intervin în funcțiile transcendente X , Y , S și v .

Se poate exprima și Λ cu o abacă analoagă celor care exprima funcțiile X , Y și S .

Pentru aceasta, se măsoară valorile Θ' pe axul orizontal Θ_x , valorile Θ'_0 pe axul vertical Θ_y și se trag curbele obținute pe abaca care dă pe X , Y și S .

Totalitatea curbelor X , Y , S și Λ formează *abaca cablului încărcat*, cu care se poate rezolva toate problemele relative la cablurile încărcate.

Proprietatea caracteristică a bacei cablului încărcat.

Considerând un cablu încărcat compus din două lăntușoare A' și A , însemnăm prin:

- p unghiul de plecare al lăntușorului A' ,
- n' unghiul său de sosire la încărcare.
- p' unghiul de plecare a lăntușorului A ,
- n unghiul de sosire la piciorul planului.

Presupunând cele două puncte A' și A , care reprezintă lăntușoarele, așezate pe abaca cablului încărcat.

Coordonatele punctului A' sunt p și n' ;

Coordonatele punctului A sunt p' și n .

Verticala punctului A' întâlnește orizontala punctului A într'un punct B ale cărui coordonate sunt p' și n' și care este așezat prin urmare pe linia Λ

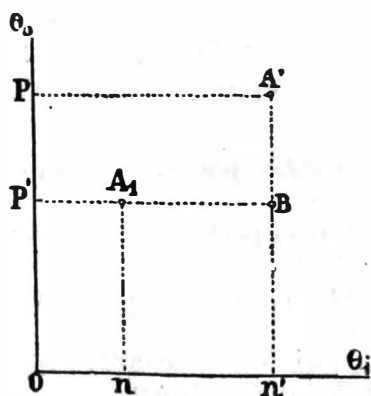


Fig. 9.

determinată prin relațiile (24) și (25). Ajungem atunci la concluzia:

Or-ce cablu încărcat determină pe abaca trei puncte A' , A_1 , B conjugate astfel încât verticala punctului A' și orizontala punctului A' să întâlnească în B pe linia Λ .

III. Calculul unui cablu încărcat.

Desemnăm prin:

$T_0 = T + y'$ tensiunea sus a unui cablu încărcat;

s' lungimea lăntușorului superior A' ;

s lungimea totală a cablului,

$X' Y' S'$ valorile lui X , Y , S corespunzătoare lui A' ;

$X_1 Y_1 S_1$ valorile lui X , Y , S corespunzătoare lui

A_1 — Elementele lăntușoarelor A' și A_1 sunt legate prin următoarele șapte ecuațiuni care rezultă din relațiunile (10) (11) (12) și (25).

$$(26) \quad x' = (T + y') X' \quad \left| \quad (29) \quad x, -x' = T' X,$$

$$(27) \quad y' = (T + y') Y' \quad \left| \quad (30) \quad y, -y' = T' Y,$$

$$(28) \quad s' = (T + y') S' \quad \left| \quad (31) \quad s, -s' = T' S,$$

$$(32) \quad T' \Lambda = \frac{L}{2}$$

Aceste ecuațiuni conțin noă variabile: T' , x' , y' , s' , p , n' , p' , n , L , e destul a cunoaște două pentru a determina pe cele-lalte.

Cele două probleme principale de rezolvat să pot enunța astfel:

1^o *Ce încărcare să poate impune cablurilor susținătoare ale unui plan aerian deja instalat pentru ca tensiunea firelor pe milimetru pătrat să nu întrecă o cantitate determinată Γ_m .*

2^o *Un plan trebuind să suporte o încărcare determinată P , care este diametrul minimum al cablurilor de întrebuințat pentru ca tensiunea firelor să nu întrecă limita Γ_m pe milimetru pătrat.*

1^o Calculul încărcării pentru un cablu dat.

Travaliul impus cablului variază când greutatea percurge planul de la un cap la altul.

Pentru a calcula tensiunea care corespunde unui punct pentru o poziție a încărcării, se va defini acest punct prin ordonata sa y' , vom avea atunci de determinat care este încărcarea care va impune cablului, în acest punct, tensiunea Γ_m pe milimetru pătrat.

Trebue a determina de asemenea și abscisa x' corespunzătoare, pentru această încărcare ordonatei y' , pentru a putea construi trapetoria căruciorului.

Datele sunt: $y' = b$ și T_0 , $T'_m = 118 \Gamma_m - y'$ necunoscutele p , n' , p' , n , x' , s' , L .

Ecuațiunile (27) și (30) determină imediat.

Valorile Y' și Y , și punctele A' și A , sunt, pe abacă, stuate respectiv pe curbele astfel determinate.

Considerând un punct oare-care (A), a pe Y. Acestui punct corespund valorile (X₁)_a și (S₁)_a a determinate pe abacă.

Relațiile (29) și (31) dau valorile I'_a și s'_a corespunzătoare și ecuațiile (26) și (28) permit apoi a determina (X'₁)_a și (S'₁)_a. Curbele (X'₁)_a și (S'₁)_a să întâlnească într'un punct (A')_a (fig. 10).

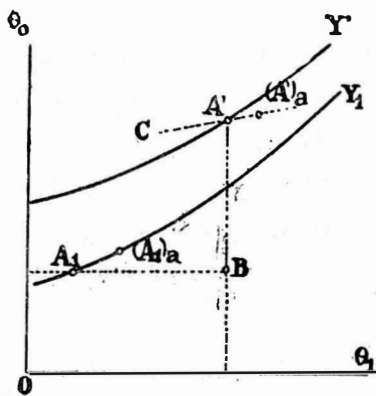


Fig. 10.

Fig. 10.

Fie C, curba locului punctelor (A')_a, curba ușor de construit. Această curbă întâlnește curba Y într'un punct care e tocmai punctul A' căutat. Cunoscând punctul A', să determină ușor punctul A, și prin urmare B de unde rezultă valoarea A_m corespunzătoare.

rea A_m corespunzătoare.

Relația (32) dă atunci imediat

$$L = 2 T'_m A_m$$

Greutatea care nu trebuie întrecută pentru încărcare este deci:

$$P = 2 \pi T'_m A_m$$

2° Diametrul cablului pentru o încărcare determinată.

Să dă și aci tensiunea maximă Γ_m de impus cablului și ordonata punctului încărcat $y' = t$.

Să presupunem că tensiunea cablului liber și prin urmare lungimea sa sunt date dinainte.

Ca și mai sus să calculează imediat T'_m și să determine cele trei puncte A', A, B de unde rezultă valoarea corespunzătoare A_m. Avem și aci:

$$L = 2 T'_m A_m$$

Dacă P. este greutatea încărcării, greutatea π a cablului susținător pe metru curent este dată prin relațiunea:

$$\Pi = \frac{P}{L}$$

Cunoscând greutatea cablului pe metru să determine ușor diametrul său.

Secțiunea în milimetri patrați este dată prin relațiunea

$$Q = \frac{P}{2A_m \Gamma_m}$$

Trajectoria căruciorului.

Problema calculului traiectoriei căruciorului să poate pune precum urmează:

Un cablu așezat al cărui elemente sunt cunoscute este parcurs de un cărucior de greutatea P; care este abscrisă căruciorului când acesta este într'un punct a cărui ordonată este $y_1 = b$.

Problema este mai complexă decât cele precedente, căci nu cunoaștem valoarea lui T₁. Datele sunt:

$$y_1 = b \text{ și } L = \frac{P}{\pi}$$

Avem totuși o idee aproximativă asupra lui T₁.

Dăm lui T₁ o valoare (T₁)_a presupusă apropiată de valoarea adevărată. Operând că în primul problem vom determina trei puncte conjugate, corespunzând acestei valori (T₁)_a, de unde va rezulta pentru L o valoare (L)_a în general diferită de valoarea dată.

La o altă valoare (L)₁ a lui T₁ ar corespunde de asemenea o altă valoare (L)₂.

Ducând pe un ax orizontal valorile lui T₁ și pe un ax vertical valorile lui L; obținem un punct E care corespunde la valoarea (T₁)_a și un punct F care corespunde la valoarea (T₁)₂. Ducând orizontala corespunzătoare valorii lui L dată; ea taie dreapta EF într'un punct H pentru care abscisa corespunzătoare este (T₁)_c.

Tensiunea astfel determinată este foarte aproximativ tensiunea adevărată a lanțușorului de sus.

Cunoscând această tensiune, să poate așeza pe abacă cele trei puncte conjugate exacte A₁, A₁ și B, și ecuațiunea (26) dă imediat pe x₁.

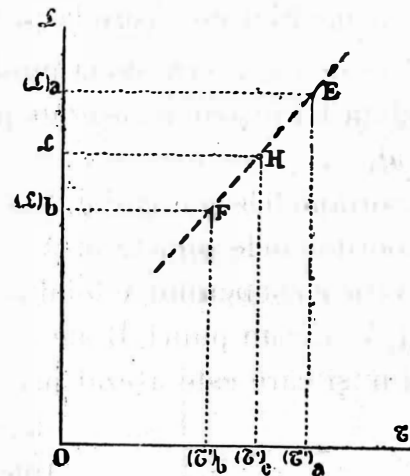


Fig. 11.

Extras din *Annales des mines*. Cables porteurs de plans aériens par L. Babu.

Printre numeroasele sisteme de transporturi aeriene prin cabluri sunt și planurile aeriene.

Un plan aerian să compune din aparate fixe, care constituiesc calea și din aparate mobile.

Calea este construită din cabluri solide ancorate, care sub influența gravitației iau forma unor lanțușoare.

Cablurile care să par a conveni mai bine sunt cele com-

puse din 6 fâșii formate din fire de 20-22 zecimi de milimetru. Aceste cabluri pot să lucreze cu siguranță la 1/2 din rezistența lor totală.

Aparatele mobile sunt:

- a) cablul fără sfârșit de tracțiune
- b) roată cu frână de sus

c) roată de întoarcere jos

d) cărucioarele sau vagonetele.

Un asemenea plan este automotor și funcționarea sa e ușor de înțeles.

Mai există tot în acest sistem planuri ne automotoare sau bisantomotoare.

ORGANISAREA SERVICIULUI METEOROLOGIC REGAL DIN BERLIN

Cum s'a dezvoltat acest Institut

Institutul Meteorologic din Berlin fu înființat în 1847 și atașat pe lângă Biuroul de Statistică, ca o secție științifică a acestuia.

Alex. de Humboldt, prin amicul său Dietrich, directorul acestui Biuro, luptă mult pentru această creațiune.

Meteorologul Mahlmann fu însărcinat la început cu organizarea acestui serviciu și normele puse de dânsul pe acest teren sunt stimate chiar și pînă astăzi.

De la creațiunea sa și pînă în anul 1886 Institutul stătu necontenit în încăperile și sub administrația Biuroului de Statistică.

Representantul cel mai ilustru al său în această perioadă fu meteorologul *Dove*, care urmă lui Mahlmann.

Pe timpul celor d'antăiu ani de existență numărul stațiilor meteorologice fură între 30—40.

Publicațiunile pe care *Dove*¹⁾ încep să le scoată asupra acestei materii îi câștigă noi aderenți. Mai multe state vecine ca: Marele Ducat Meklenburg-Schwerin, regatul Hanovrei, marele ducat Oldenburg, Saxa-Turingen, etc., adoptară sistemul prusian de organizare meteorologică și se alipiră Institutului din Berlin, trimițând aci materialul lor de observațiune.

Cercul de activitate al Institutului se lărgișimăi tare, după evenimentele istorice din 1866 și „*Klimatologie von Norddeutschland*“ publicată de *Dove* și lucrată cu ajutorul asiduă al asistentului său *Dörgens*, apare ca rezultatul unei frumoase serii de observațiuni din această epocă.

1) *Dove* este cel mai mare și mai productiv meteorolog german până acum. El a scris între 1826—78, în timp va să zică, de 52 de ani, 248 de bucăți în această direcție, ceea ce revine, în medie, la 4,68 bucăți pe an.

Istrumentele în stațiuni erau pe atunci mai mult de Greiner și de Pistor & Martins (Berlin); observațiile erau remunerate cu câte 180—220 M. anual; orele de observațiune erau 6^a.2^p.10^p; inspecțiunile se urmau cu o îngrijire particulară.

Lipsa de mijloace, pe de o parte, repulsiunea lui *Dove* pentru inovațiuni, pe de alta, făcuseră totuși ca Institutul, la moartea acestui meteorolog — în 1879 Aprilie 4 — să se găsească într'o notabilă stare de inferioritate față cu altele similare din Europa. Necesitatea unei reorganizări se simțea de toți și întreprinderi în acest scop începură să se desbată.

Pe timpul interimarilor D-lor Arndt și Helmann la direcțiunea Institutului publicațiunile începură să se lucreze după sistemul nouă internațională, instrumentele să se prefacă, stațiunile de ploaie să se organizeze, câte-va de munte să se creeze, biblioteca, în fine să-și facă mici achizițiuni în specialitate. Aparițiunea fabricii R. Fuess (1880) produse o revoluțiune în aparatele meteorologice și eftinătatea lor, omorând fabricile anterioare, înlesni răspândirea mai departe a rețelei meteorologice¹⁾.

Cu toate acestea ameliorări, fondul cel slab (30790 M. în 1884/85) al Institutului nu permite o reorganizare mai esențială, precum era nevoie.

În anul 1885 această reorganizare intră, într'adevăr într'o fasă reală.

Creațiunea unei catedre de Meteorologie la Universitatea din Berlin fu primul pas.

Această catedră fu oferită prin ordinul de Cabi-

1) Un termometru ordinar de Greiner, excelent de altminterlea, costa 30 M.; unul pentru «maxima» costa 53 M.! Fuess face tot așa de bun și mai transportabile un termometru ordinar pentru 12 M. Un barometru «Pistor und Martins» costa peste 200 M. Unul de Fuess cu cuveta metalică costă 90 M.

Un pluviometru, în fine, vechi costă cât șase din timpul actual!