

100<sup>m</sup> fie 3° — 4° după specie considerată. Se aduc toate localitățile la nivelul mării, (ca pentru presiune de ex.) și se trag curbele după rezultate. Se observă atunci că aceste curbe au mai aceeași formă în dierii ani. Pentru a trece de la epoca astfel asigurată a unui loc la epoca adevărată se ține compt atunci de altitudinea locului.

De s'ar considera în urmă emigrarea rândunelilor fie specia urbică, fie specia rustică tot așa s'ar proceda și s'ar constata aceeași atitudine cu anii în mersul curbelor.

3°) *Étude sur les Vendanges en France* par A. Angot unde, autorul, prin un istoric foarte larg vede cam ce regiuni sunt proprii acestei culturi, cam ce influență exercită înălțimea și orientarea locurilor asupra maturității, cam ce sumă de căldură este necesară acestei maturități și de acolo deduce câte-va consecințe asupra cantității sau calității vinului după coincidența cu cutare sau cutare fenomen meteorologic în momentul înfloririi sau maturității boabei.

Atât Domnul Angot cât și H. Vangon s'au ocu-

pat cu suma temperaturilor necesare înfloririi, desvoltării, maturității plantelor și au ajuns, — cu toate că epoca inițială e ceva cam arbitrară, — a determina pentru fie-care specie și pentru un număr de stațiuni bine definite aceste sume (pentru înflorirea liliacului în Nord-Vestul Franței ar trebui 330° de temperatură) H. Mangon pretinde (într'un Memoriu prezentat Academiei de științe) că cu aceste rezultate s'ar putea spune cu o lună chiar de mai înainte epoca maturității unei recolte dintr'un an. Ceea ce pentru viața economică ar fi încă util de s'ar putea afirma aceste fapte cu absolută siguranță! Mais!...

*Étude sur le psychromètre* par A. Angot.

*Influence de la Nébulosité sur la variation diurne de la température* à Paris par le même, etc. sunt asemenea obiecte de climatologie, alături cu o mulțime altele. Discuțiunea și studiarea lor se face după aceleași metode; observațiunile procurate de stațiunile meteorologice sunt însă materialul esențial și indispensabil.

(va urma)

**D. RUNGETZIANU**  
licențiat în științe

## ASUPRA CALCULULUI PODURILOR DE ȘOSELE

LUÂND ÎN CONSIDERAȚIE REGULAMENTUL AUSTRIAC PENTRU PODURI DIN ANUL 1887

### INTRODUCERE

Pentru poduri de șosele, regulamentul prevede, afară de greutatea proprie, două soiuri de încărcări pentru greutate mobilă, și anume :

a). Incărcarea căii cu un număr cât se poate de mare de trăsură și tot odată încărcarea trotuarelor și a spațiilor între trăsură cu numărul maximal de oameni.

b). Incărcarea căii și a trotuarelor cu oameni.

Din aceste două alternative se va lua cea mai nefavorabilă.

Pentru antretoase și longeroni se va întrebuința încărcarea după a), fiind-că aci intervine mai cu seamă greutatea roților. O excepție se face numai la poduri la cari reazemul longeronilor ie mai mare de cât 1, 2 sau 4 metri.

În articolul de față se va arăta încărcarea cea mai nefavorabilă pentru calculul momentelor și tot odată se va da un rezultat numeric și grafic pentru momentul maxim.

Vom deosebi 4 moduri de încărcări cari ne dau momentul maximum.

Dară mai întâi vom da câte-va notațiuni :

### Generalități

Vom numi

L deschiderea între reazeme.

B lărgimea podului.

l lungimea trăsurilor cu cai cari stau pe pod.

b lărgimea spațiului ocupat de trăsură.

g greutatea proprie a construcției pe m<sup>2</sup>

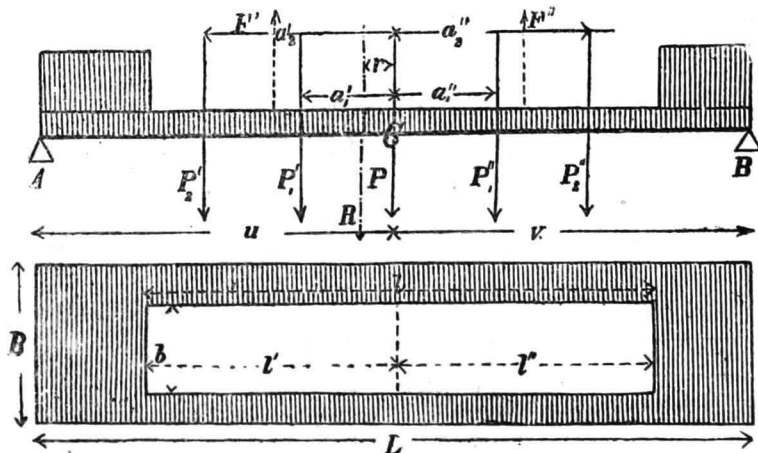


Fig. 1.

q greutatea mobilă de oameni pentru m<sup>2</sup>

G = g · L · B greutatea proprie totală.

Q = q · L · B greutatea totală a oamenilor.

Se luăm pe grindă un punct C cu distanța între reazami u și v și să ne închipuim în acest punct o greutate izolată P.

Vom avea :

$$u + v = L \quad (1)$$

și monumentul  $M_0$  în punctul C

$$\text{va fi } M_0 = \frac{u \cdot v}{L} P \quad (2)$$

Acuma vom observa diferitele moduri de încărcări.

### 1. Mod de încărcare

Podul este încărcat numai cu oameni.

$$M_1 = \frac{u \cdot v}{L} \left( \frac{G}{2} + \frac{Q}{2} \right) \quad (3)$$

Momentul maximum va fi pentru  $u = v = \frac{L}{2}$

$$\text{și este } M = \frac{G + Q}{8} L \quad (4)$$

### 2. Mod de încărcare

O parte de pod este încărcat cu trăsuri, iar înainte și după trăsuri sunt oameni. (Fig. 1).

Dacă în locul trásurilor s'ar afla oameni, am avea :

$$F = q \cdot b \cdot l \quad (5)$$

În cazul de față însă avem un sistem de greutăți izolate, și prin urmare vom avea momentul max într-o secțiune transversală când o greutate P a sistemului se va afla în această secțiune.

Vom numi  $P'$  greutățile care se află la stânga lui P, și distanța între ele o vom numi  $a'$ , greutățile aflate la dreapta lui P le vom numi  $P''$  și distanța între dânsese  $a''$ .

Momentul produs prin aceste greutăți este :

$$M_2 = \frac{u \cdot v}{L} (\Sigma P' + \Sigma P'' + P) - \frac{u}{L} \Sigma P' a' - \frac{v}{L} \Sigma P'' a'' \quad (6)$$

Și găsim acum momentul în C produs de greutatea F, și să observăm următoarele :

$l'$  este distanța între capătul trásurei de la stânga și C.

$l''$  distanța între capătul trásurei de la dreapta și C.

$F'$  și  $F''$  sunt greutăți ideale cari s'ar afla pe spațiul ocupat de trăsuri (și cu direcția **în sus**); și anume :

$$\left. \begin{aligned} F' &= + q b l' \\ F'' &= + q b l'' \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

Și momentul produs prin aceste greutăți va fi :

$$M_3 = - \frac{u \cdot v}{L} F + \frac{v}{L} \frac{F l'}{2} + \frac{u}{L} \frac{F l''}{2} \dots (8)$$

Vom avea deci adevăratul moment

$$M = M_1 + M_2 + M_3$$

Său dacă ne servim de valorile juste pentru momentele  $M_1$ ,  $M_2$  și  $M_3$  :

$$M_{II} = \frac{u \cdot v}{L} \left[ \Sigma P' - F' + \Sigma P'' - F'' + \left( P + \frac{G}{2} + \frac{Q}{2} \right) \right] - \frac{v}{L} \left( \Sigma P' a' - \frac{F l'}{2} \right) - \frac{u}{L} \left( \Sigma P'' a'' - \frac{F l''}{2} \right) \quad (9)$$

Acest mod de încărcare se poate asemăna cu acela din formula (2) dacă ne-am închipui că în secția C s'ar afla o greutate ideală :

$$P_{uv} = P + \frac{G}{2} + \frac{Q}{2} \dots (10)$$

și la stânga acestei greutăți s'ar mai afla altele numite  $P'$  la distanța  $a'$  de la acestea și încă o greutate F drigeată în sus și la o distanță  $\frac{l'}{2}$  tot de la greutatea P. —

De asemenea avem pentru partea din dreapta a secției C greutățile  $P''$  la distanța  $a''$  și greutatea în sus  $F''$  la distanța  $\frac{l''}{2}$

Vom numi acest sistem de greutăți izolate : «*încărcarea virtuală a podului*». Ei produce în diferitele secții aceleași momente ca și încărcarea reală compusă din trăsuri și oameni, numai trebuie să observăm ca trásurile să nu treacă afară de reazami.

Să numim R suma tuturor greutăților virtuale, adică :

$$R = \Sigma P' + P + \Sigma P'' + \frac{G}{2} + \frac{Q}{2} - F \dots (11)$$

Să mai numim  $M'$  suma tuturor momentelor produse de greutățile sistemului virtual aflate la stânga secției, și  $M''$  pentru cele din dreapta secției și vom avea :

$$M_{II} = \frac{u \cdot v}{L} R - \frac{u}{L} M' - \frac{v}{L} M'' \dots (12)$$

Ecuația (12) are și o însemnătate grafică : Momentele sunt exprimate prin ordonatele unei parabole care taie pe verticalele reazemelor lungimele  $M'$  și  $M''$ .

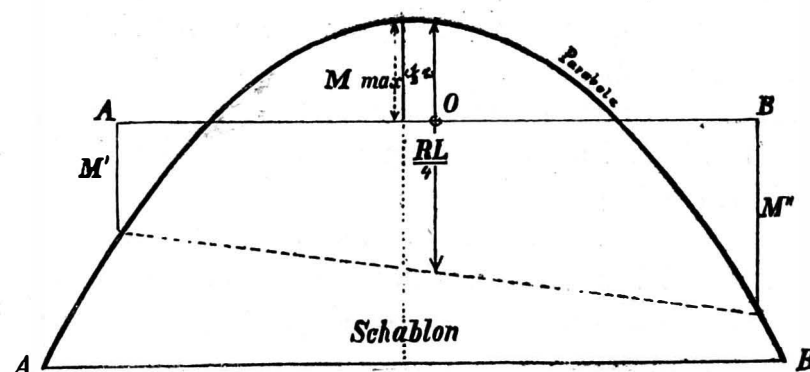


Fig 2

Aceste momente ideale le putem numi «*momente de reazem*» (Stützenmomente).

Linia de împreunare a acestor momente vom numi-o «linie de închiere» (Schlusslinie).

Dacă luăm mijlocul acestei linii și ducem o verticală pe AB (fig. 2) obținem o ordonată a parabolei egală cu  $\frac{RL}{4}$

Ori și cum ar varia  $M'$  și  $M''$ , parametrul parabolei rămâne același și de aceea se poate face un șablon de carton în forma acestei parabole pentru a ușura încercările.

Dacă greutatea aflată în punctul C este înlocuită prin o altă greutate,  $M'$  și  $M''$  se vor modifica.

Dacă schimbăm locul secției C cu  $du$  și observăm

$$ca : v = L - u$$

$$\text{și} : dv = - du$$

vom avea :

$$\frac{dM}{du} = (v-u)R + M' - M'' = 0 \quad (13)$$

$$\text{și} \quad r = \frac{M' - M''}{R} \quad (14)$$

este distanța între resultanta tuturor puterilor virtuale și secția C.

Maî obținem următoarele ecuații :

$$\left. \begin{aligned} u - v &= r \\ u + v &= L \\ u &= \frac{L+r}{2} \\ v &= \frac{L-r}{2} \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

Dacă introducem valorile pentru  $u$  și  $v$  din ecuația (15), în ecuația (12) obținem :

$$M_{\max} = \frac{L^2 - r^2}{4L} R - \frac{L-r}{2L} M' - \frac{L+r}{2L} M''$$

Să însemnăm  $M_m$  momentul pentru  $u=v=\frac{L}{2}$ , și după (14)  $r = \frac{M' - M''}{R}$

și vom avea :

$$M_{\max} = M_m + \frac{r^2}{4L} R \quad (16)$$

De aci se vede că momentul maximum este totdeauna mai mare de cât momentul la mijlocul grinzei, cât timp  $r$  nu este egal cu zero.

Construcția paralelei se poate executa după cum se vede în fig. 5. Având sistemul ideal de greutăți putem construi un poligon funicular; dacă preluăm prima și ultima tangentă a poligonului până la verticala în dreptul lui P obținem niște distanțe care înmulțite cu  $H$  \*) dau  $M'$  și  $M''$ .

Tangentele dela capetele poligonului se taie într'un punct prin care trece *resultanta* tuturor forțelor sistemului virtual

Dacă ducem verticale la dreapta și la stânga resultantei, la distanța  $\frac{L}{2}$ , obținem pe poligon două puncte care împreunate prin o linie dreaptă ne dă linia de închiere a poligonului.

Ordonata cea mai mare ne dă momentul  $\frac{RL}{4}$ , și înălțimea maxima a parabolei este în mijlocul grinzei.

Dacă mișcăm tot sistemul, în cât să vie o altă greutate în punctul C, atunci se vor schimba numai  $M'$  și  $M''$ , însă  $\frac{RL}{4}$  rămâne același.

### III. Mod de încărcare

Trăsurile se află pe tot podul iară la dreapta și la stânga oameni.

$G$  este greutatea proprie.

$Q'$  greutatea totală a încărcării fără de greutatea trăsurilor.

$$Q' = (B-b) L q \dots (18)$$

Momentul în o secție oarecare va fi :

$$M_1 = \frac{uv}{L} \left( \frac{G}{2} + \frac{Q'}{2} \right)$$

Momentul produs de forțele izolate, și dacă o forță se află pe numitul punct, va fi :

$$M_2 = \frac{uv}{L} (\Sigma P' + \Sigma P'' + P) - \frac{v}{L} \Sigma P'a' - \frac{u}{L} \Sigma P''a''$$

și Momentul produs de ambele încărcări este :

$$M = M_1 + M_2 = \frac{uv}{L} \left( \Sigma P' + \Sigma P'' + P + \frac{G}{2} + \frac{Q'}{2} \right) - \left\{ \begin{aligned} & - \frac{v}{L} \Sigma P'a' - \frac{u}{L} \Sigma P''a'' \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Vra să zică greutatea reală se poate înlocui prin o alta, virtuală, pentru care forța în punctul mai sus zis, este  $\left( P + \frac{G}{2} + \frac{Q'}{2} \right)$  iar la dreapta și la stânga aflându-se  $P'$  și  $P''$ .

Ecuația 19 o putem scrie și astfel :

$$M_{III} = \frac{uv}{L} R - \frac{v}{L} M' - \frac{u}{L} M'' \dots (20)$$

și este ecuația unei parabole.

Momentul maximum este :

$$M_{\max} = M_m + \frac{r^2}{4L} R \dots (21)$$

Pentru maximum maximorum trebuie să fie :

$$\left. \begin{aligned} \Sigma P' + P &> \Sigma P'' \\ \Sigma P'' &< P + \Sigma P' \end{aligned} \right\} \dots (21a)$$

\*) Distanța polară.

#### IV. Mod de încărcare

Încărcarea unilaterală cu oameni și trăsuri (fig. 3).

Pentru această încărcare regulele devin mai complicate fiindcă parabola până acum întrebuintată este înlocuită prin o altă cubică.

Fie  $z$  lungimea locului ocupat de oameni (fig. 3) și  $Z = z + l'$  . . . . . (22)

Dacă înlăturăm această greutate vom avea modul de încărcare No. III, și vom construi parabolele după cele zise și No. III.

La ordonatele acestei parabole se mai adaugă Momentele produse prin  $Z$ .

În special avem:

$$M_z = \frac{Z}{2L} (L - l' - z) \dots (23)$$

și pentru maximum

$$\frac{dM_z}{dz} = \frac{q}{2L} [2z(L - l' - z) - z^2] = 0 \dots (24)$$

deci vom obține maximum pentru:

$$Z = \frac{2}{3} (L - l')$$

sau

$$u = z + l' = \frac{2}{3} L + \frac{1}{3} l' \dots (25)$$

Momentele sunt indicate printr-o curbă a cărei construcție se vede în fig. 3.

Pentru Momente avem:

$$M = \frac{u}{L} R - \frac{v}{L} M' - \frac{u}{L} M'' + M_z \dots (26)$$

$R$ ,  $M'$  și  $M''$  sunt determinate după No. IV.

$$M_z = \frac{q(u - l')^2 v}{2L} \dots (27)$$

Pentru a găsi mai lesne max. maximorum este mai bine a introduce în calcule valori numerice după cum se vede în exemplul.

#### Exemple

Fie:

$G = 40$ tone	$b = 4.8$ m
$L = 12$ m.	$l = 9$ m
$B = 5.5$ m.	
$q = 400$ kg. p.m <sup>2</sup>	
$Q = q \cdot B \cdot L = 26.4$ t	

Pentru calculul grafic avem pentru lungimi  $l^m = 8$  m/m pentru forțe  $1^t = 2$  m/m și  $H = 20$  tone.

#### 1. Mod de încărcare

Parabola pentru momente este indicată în fig. 4 cu o linie plină și  $K_2$  este poligonul forțelor.

$$M_1 = \frac{G+Q}{8} L = \frac{40+26.4}{8} \times 12 = 99.60 \text{ tm (cquaț. 4)}$$

#### 2. Mod de încărcare

Roata întâi a trăsurei se află pe punctul C.

$$F = 9bl = 0.4 \times 4.8 \times 9 = 17.28 \text{ t}$$

$$F' = 0.4 \times 4.8 \times 4.1 = 7.872 \text{ t}$$

$$F'' = 0.4 \times 4.8 \times 4.9 = 9.408 \text{ t}$$

$$P = 6 + 20 + 13.2 = 39.2 \text{ t (ecuația 10)}$$

$$R = 6 + 6 + 1.5 + 1.5 + 20 + 13.2 - 17.28 = 30.92 \text{ (e. 11)}$$

$$M' = 6 \times 2.8 - 7.872 \times 2.05 = +0.6624 \text{ tm}$$

$$M'' = 1.5 \times 2.2 + 1.5 \times 4 - 9.408 \times 2.45 = -13.75 \text{ tm}$$

$$r = \frac{M' - M''}{R} = \frac{0.66 + 13.75}{30.92} = 0.467 \text{ m}$$

$$M_m = \frac{LR}{4} - \frac{1}{2} M' - \frac{1}{2} M'' = 92.76 - 0.33 + 6.88 = 99.21 \text{ tm}$$

$$M_{\max} = M_m + \frac{r^2}{4L} R = 99.93 \text{ tm}$$

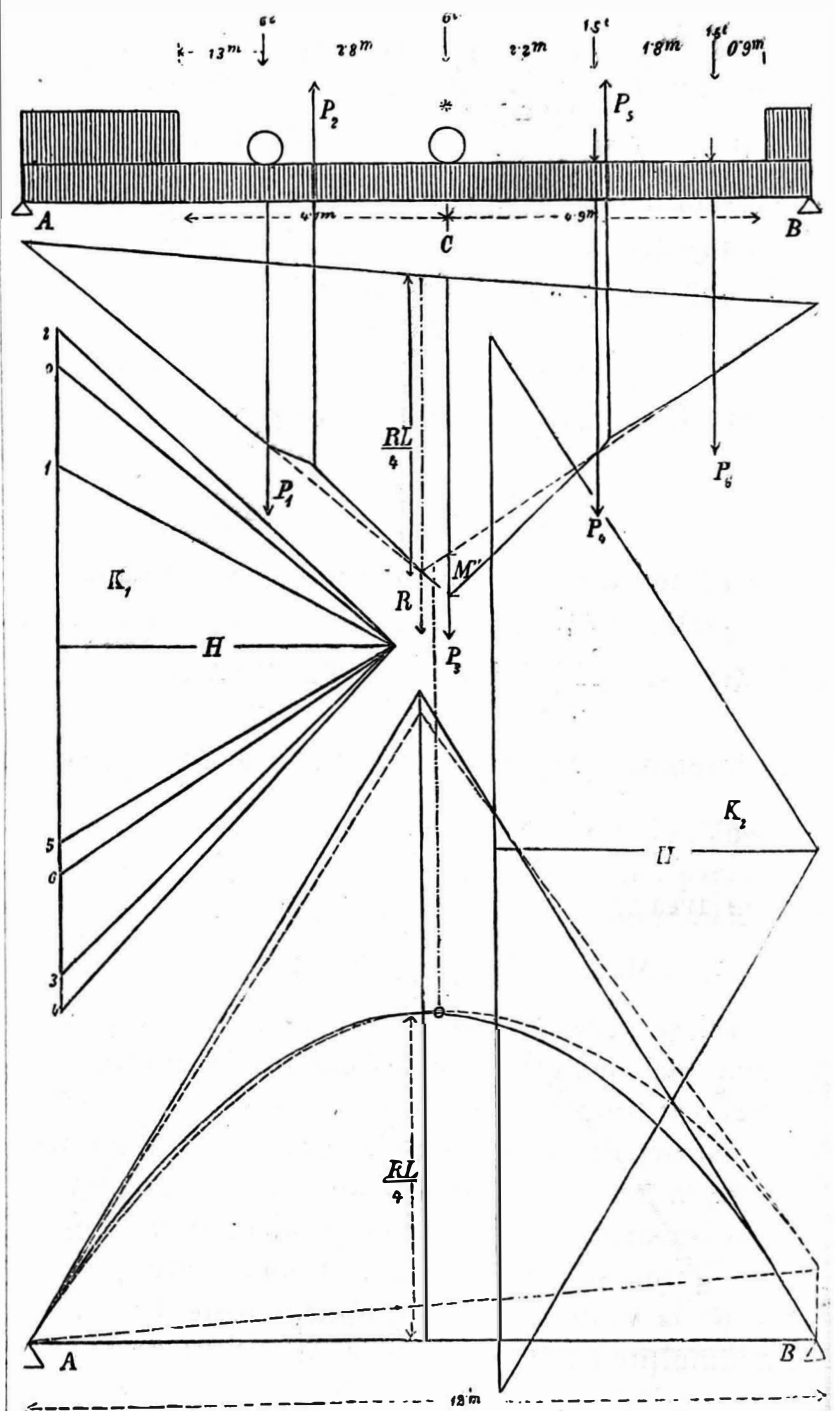


Fig. 3



Pentru calcul grafic s'au adoptat următoarele :

Pentru  $P_1'$  avem  $P_1$

»  $F'$  »  $P_2$

»  $P = \frac{G}{2} + \frac{Q}{2} + 6t$  avem  $P_3$

»  $P_1''$  avem  $P_4$

»  $F''$  »  $P_5$

»  $P_2''$  »  $P_6$

$K_1$  este poligonul forțelor pentru sistemul virtual  
— Parabola punctată corespunde sistemului virtual.

### 3. Mod de încărcare (n'are figură)

Greutățile sunt 1.5, 1.5, 6, 6, 1.5, 1.5 t  
Distanțele între ele 1.8 2.2 2.8 2.2 1.8

Greutatea a treia se află pe punctul C.

$$M' = 1.5 \times 4 + 1.5 \times 2.2 = 9.3 \text{ mt}$$

$$M'' = 6 \times 2.8 + 1.5 \times 5 + 1.5 \times 6.8 = 34.5 \text{ tm}$$

$$Q' = 0.4 (5.5 - 4.8) \times 12 = 3.36 \text{ t}$$

$$R = \frac{G}{2} + \frac{Q'}{2} + \Sigma P = 39.68 \text{ t}$$

$$r = \frac{M' - M''}{R} = 0.635 \text{ m}$$

$$M_m = \frac{R L}{4} - \frac{M'}{2} - \frac{M''}{2} = 97.14 \text{ tm}$$

$$M_{\max} = M_m + \frac{r^2}{4L} R = 97.14 + 0.35 = 97.49 \text{ tm}$$

### 4. Mod de încărcare

$$M' = 0$$

$$M'' = 6 \times 2.8 + 1.5 \times 5 = 24.3$$

$$Q' = 9 (B - b) L = 3.36 \text{ t}$$

$$R = \Sigma P + \frac{Q'}{2} + \frac{G}{2} = 35.18$$

$$Z = u - 1.3 = 10.7 - v, v = 12 - u$$

$$Z = 0.4 \times 4.8 (u - 1.3) = 1.92 (10.7 - v) \text{ (ecuația 22)}$$

$$M_z = \frac{1.92}{2} \times \frac{(10.7 - v)^2 v}{12} = \frac{1}{12} (109.91v - 20.54v^2 + 0.96v^3)$$

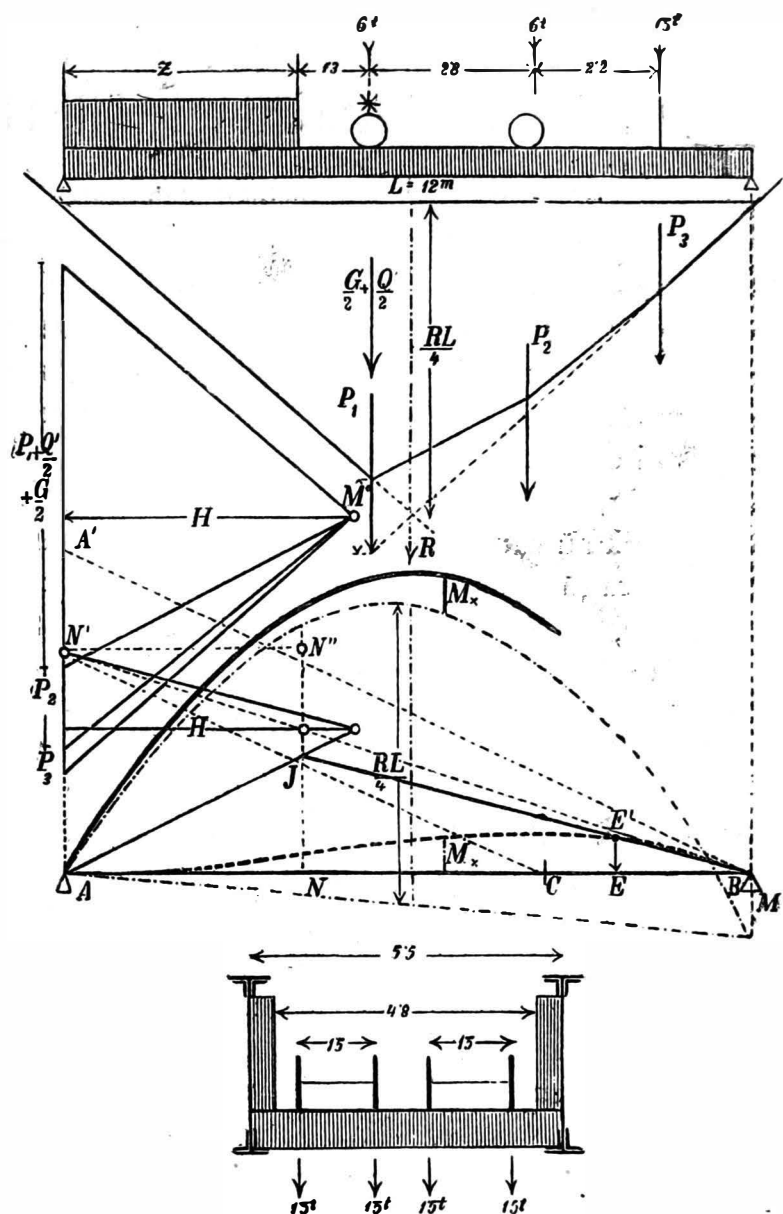


Fig. 4

$$M = \frac{(12 - v)v}{12} \times 35.18 - \frac{(12 - v)}{12} \times 24.3 + M_z =$$

$$= \frac{1}{12} (0.96v^3 - 55.72v^2 + 507.77v - 291.6)$$

$$\frac{dM}{dv} = \frac{1}{12} (2.88v^2 - 111.44v + 507.77) = 0$$

$$V = 5.28$$

$$\text{Și } M_{\max} = 106.17 \text{ tm}$$

Extras de inginer G. Carp din Oesterreichische Monatschrift für den Öffentlichen Baudienst.