

21

CALCULUL BOLȚILOR MONIER

CONSIDERAȚII ȘTIINȚIFICE ASUPRA RESULTATELOR EXPERIENȚELOR FACUTE LA PURKERSDORF CU BOLȚI SISTEM „MONIER”, DESCHIDERE DE 23 M.

DE

JOS. ANT. SPITZER,

inginerul soci tăței «G. A. Wags & Co.», întreprinderilor de lucrări în b. ton.

În raportul comitetului bolților a „Uniunii austriace de ingineri și arhitecți”, asupra experiențelor făcute în anul 1892 cu bolțile, de 23 m. deschidere de moalone, cărămidă, beton, sistemul Monier, nu s'a aplicat acest sistem în corcetarile relative la aprecierea științifică a rezultatelor experienței; de aceea, în baza materialului existent, ne vom ocupa în lucrarea de față cu rezolvirea acestei chestiuni.

Toată atențiunea era îndreptată în această direcție: a calcula cât se poate de exact raporturile statice în care se ivesc fenomenele secundare, și a deduce din datele experienței acele raporturi în care tensiunea internă ce transmite betonului și instalațiunilor de fer proporțional cu cantitatea acestor din urmă în bolți.

Aceste raporturi s'au căpătat în două moduri:

1) Din observarea schimbării formei bolței în diferitele stadii de încărcări, și

2) Din raporturile statice acelor secțiuni, în care se arată primele crăpături, unde fu învinsă rezistența betonului.

Pentru experiență se întrebuintă metoda lui Castigliano¹⁾ ca să nu fie nevoie de considerat vre-o aproximație relativ la formă și la secțiuni, pentru a putea căpăta ast-fel rezultate cât se poate de exacte.

1) Teoria greutății sistemelor elastice.

Înainte de toate trebuia cercetat dacă, și în ce mod operațiile relative la un material omogen s'ar putea aplica la schimbările de formă a bolților alcătuite din două materiale. Aceste calcule, reprezentate prin A, arătară că acele ecuații se pot aplica cu mult succes la boltele Monier.

Formulele, pentru funcțiunile statice și pentru derangerile cauzate atât în urma încărcărilor cât și în urma deformațiunilor culeelor s'au dedus direct din ecuațiile (sub B și C) și apoi s'a dezvoltat calculul. de aci reiese că culeea a suferit o deformațiune considerabilă în partea bolței neîncarte, și aceasta avu o influență atât de însemnată asupra condițiunilor statice, în cât nu se mai putu neglija această influență¹⁾.

1) Experiența s'a făcut cu o grindă încastată; aci se arătară mari abateri în tensiunile marginale la grinda neîncărată și în secțiunile periculoase pentru acele încărcări la cari apărură cele dintâi crăpături.

Se presintă de ex. (presupunând un material ideal omogen) la grinda rezistentă de 64.7 km/cm. în secțiunile periculoase N și N', contra numai a 36.0 kg. relat ve la 37.5 kg/cm. După ce această diferență fu recunoscută ca imposibilă din cauza neomogenității materialului, era vedit că o condiscendință a culeei ar scădea momentul rezemelor.

Afară de aceasta întrebuintărea coeficienților deformațiunei, la calculul deformațiunei secțiunei L (0.75 m. a rostului de rupere neîncărat) dădu, cu ajutorul secțiunei unei traverse bine întinsă, valori care erau cu mult mai mici ca diformațiunile măsurate. Probabilitatea ce rezultă de aci, cum că numai culeea s'ar fi diformat, a fost cu totul confirmată prin calculele reprezentate prin E, și stabili un acord între influența diformării asupra raporturilor statice, și datele calculului asupra fenomenelor ivite.

Relativ la schimbarea formei e de remarcat că ea era mai slabă în partea boltei încărcate de cât în cea neîncărcată.

Această deosebire e întemeiată pe de o parte pe valoarea formulei deduse, pe de altă parte și anume principalmente, pe aceia că bolta, în partea încărcată, primise o întărire esențială prin betonisare, tocmai pentru a putea suporta încărcarea, așa că prin aceasta, deformațiunile trebuia să fie mai slabe în acea parte. Considerații mai deaproape se găsesc sub G.

Dacă această influență locală a întăririi asupra schimbărilor de formă e esențială, (circa 20 %) apoi asupra funcțiilor statice (moment de flexiune și față normală), ea dispăre aproape complet, cum ne arată un calcul mai detaliat relativ la aceasta, și se poate neglija contura valorii deduse pentru o boltă *simetrică*. Pentru a fi cu totul debarasați de influența acestei întăririi, se consideră, pentru determinarea coeficienților de schimbarea formei, numai punctele 2(9) și 3(8), punctul 4(7) fu îndepărtat.

Luând în considerație acest lucru și influența deformațiunii culeei se găsi un acord extraordinar de satisfăcător între teorie și fenomenele apărute, și cu aceasta nu numai se confirmă exactitatea procedurii întrebuintă ci se și recunosc științificește efectul sistemului Monier.

În definitiv ie încă de observat că conform raportului comitetului bolților s'a urmărit experiențe asupra coeficienților egali ai elasticității și deformațiunii betonului relativ la extensibilitate și precisiune, și asupra influenței micelor schimbări de temperatură în timpul experienței, precum și asupra influenței acțiunii soarelui asupra jumătății bolței neîncărcate, experiențe care nu se avuse încă în vedere.

A. Cercetări asupra modului cum formulele relative la un material homogen, s'ar putea aplica la bolțile Monier.

Înainte de a ajunge la expunerea funcțiilor statice, e necesar să ne convingem dacă, și acum formulele aplicabile bolților dintr'un material homogen, s'ar putea întrebuinta la bolțile în chestiune, formate din două materialuri.

Dacă: dA reprezintă deformațiunea bolței într'un strat oare-care ds , dA_0 acea a betonului, și dA_1 acea a ferului, atunci :

$$dA = dA_0 + dA_1$$

Dacă însemnăm prin: M_0, M_1 momentele interne care lucrează în fie-care pătură corespunzătoare, prin P_0, P_1 forțele normale primite de beton de la fer, avem :

$$\left. \begin{aligned} dA_0 &= \frac{M_0^2}{2E_0J_0} ds + \frac{P_0^2}{2E_0F_0} ds \\ dA_1 &= \frac{M_1^2}{2E_1J_1} ds + \frac{P_1^2}{2E_1F_1} ds \end{aligned} \right\} 1)$$

însemnând :

E_0 coeficientul elasticității betonului
 E_1 " " ferului
 J_0 momentul inerției secțiunii betonului
 J_1 " " " ferului
 F_0 suprafața secțiunii betonului
 F_1 " " ferului.

Dacă M e momentul comun lucrând în acest loc, și P forța normală comună, atunci trebuie să aibă loc egalitatea :

$$M = M_0 + M_1 \dots \dots \dots 2)$$

$$P = P_0 + P_1 \dots \dots \dots 3)$$

Afară de acesta, din cauza legăturii interne între fer și beton, trebuie ca schimbarea lungimei și deformațiunea fie-cărui strat a bolței să fie aceiași pentru beton și fer.

Această schimbare de lungime în raport cu deformațiunea e dată de căturile diferențiale a schimbării formei după forța normală relativ la moment și se exprimă prin egalitatea :

$$\Delta ds = \left(\frac{dA_0}{dP_0} \right) = \left(\frac{dA_1}{dP_1} \right)$$

$$\Delta \varphi = \left(\frac{dA_0}{dM_0} \right) = \left(\frac{dA_1}{dM_1} \right)$$

sau ținând seamă de egalitățile 2) și 3)

$$\frac{P_0}{E_0F_0} = \frac{P_1}{E_1F_1} \dots \dots \dots 4)$$

$$\frac{M_0}{E_0J_0} = \frac{M_1}{E_1J_1} \dots \dots \dots 5)$$

Din aceste relații reese :

$$M_1 = \frac{E_1}{E_0} \cdot \frac{J_1}{J_0} \cdot M_0$$

$$P_1 = \frac{E_1}{E_0} \cdot \frac{F_1}{F_0} \cdot P_0$$

sau dacă :

$$\frac{E_1}{E_0} = n, \quad \frac{J_0}{J_1} = \alpha, \quad \frac{F_1}{F_0} = \beta$$

atunci

$$\begin{aligned} M_1 &= \alpha n \cdot M_0 \\ P_1 &= \beta n \cdot P_0 \end{aligned}$$

și din egalitățile 2) și 3)

$$\left. \begin{aligned} M_0 &= \frac{M}{1 + \alpha n} \\ P_0 &= \frac{P}{1 + \beta n} \end{aligned} \right\} 6)$$

și

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \frac{\alpha n}{1 + \alpha n} \cdot M \\ P_1 &= \frac{\beta n}{1 + \beta n} \cdot P \end{aligned} \right\} 7)$$

Aci e de relevat că la elementul-boltă, care se are aci în vedere, n trebuie să fie constant, cu toate acestea poate varia cu schimbarea funcțiilor statice, fără ca prin aceasta egalitățile să sufere vre-o schimbare. Având în vedere relațiunile 1), 6) și 7) formula relativă la deformațiune devine :

$$dA = \frac{1}{(1 + \alpha n)^2} \cdot \frac{M^2 ds}{2E_0 J_0} + \frac{1}{(1 + \beta n)^2} \cdot \frac{P^2 ds}{2E_0 F_0} + \frac{\alpha^2 n^2}{(1 + \alpha n)^2} \cdot \frac{M^2 ds}{2E_1 F_1} + \frac{\beta^2 n^2}{(1 + \beta n)^2} \cdot \frac{P^2 ds}{2E_1 F_1}$$

sau dacă se înlocuește :

$$\begin{aligned} E_1 &= nE_0 \\ J_1 &= \alpha J_0 \\ F_1 &= \beta F_0 \end{aligned}$$

$$\text{avem : } dA = \frac{M^2 ds}{2E_0(1 + \alpha n)J_0} + \frac{P^2 ds}{2E_0(1 + \beta n)F_0}$$

Inlocuind :

$$\begin{aligned} J_0 &= J - J_1 \\ F_0 &= F - F_1 \end{aligned}$$

T însemnând momentul de inerție ¹⁾ și F suprafața secțiunii pline a bolței avem :

$$dA = \frac{M^2 ds}{2E_0(1 + \alpha n)(J - J_1)} + \frac{P^2 ds}{2E_0(1 + \beta n)(F - F_1)}$$

Expresiunea numitorului e :

$$(1 + \alpha n)(J - J_1) = \left(+ \frac{J_1}{J - J_1} \cdot n \right) (J - J_1)$$

1) De oare-ce J_1 la J e foarte mic, s'ar putea pune direct în loc de $J_0 \dots J$ și $F_0 \dots F$ fără ca rezultatul calculelor să fie schimbate.

$$\begin{aligned} &= J + (n - 1)J_1 \\ &= J \left(1 + (n - 1) \frac{J_1}{J} \right) \\ &= (1 + \alpha' n') \end{aligned}$$

$$\text{dacă : } \alpha' = \frac{J_1}{J}, \quad n' = \frac{E_1}{E_0} - 1 = \frac{E_1 - E_0}{E_0}$$

Tot așa vom avea :

$$(1 + \beta n)(F - F_1) = F(1 + \beta' n')$$

dacă

$$\beta' = \frac{F_1}{F}, \quad n' = (n - 1) = \frac{E_1 - E_0}{E_0}$$

Formula schimbării formei se exprimă atunci :

$$\begin{aligned} dA &= \frac{M^2 ds}{2E_0(1 + \alpha' n')J} + \frac{P^2 ds}{2E_0(1 + \beta' n')F} \quad \text{sau} \\ dA &= \frac{1}{E_0(1 + \alpha' n')} \left[\frac{M^2 ds}{2J} + \frac{1 + \alpha' n'}{1 + \beta' n'} \frac{P^2 ds}{2F} \right] \end{aligned}$$

și dacă :

$$\begin{aligned} E_0 [1 + \alpha' n'] &= E \\ dA &= \frac{1}{E} \left[\frac{M^2 ds}{2J} + \frac{1 + \alpha' n'}{1 + \beta' n'} \cdot \frac{P^2 ds}{2F} \right] \end{aligned}$$

Fiind-că influența forței nominale dispăre aproape complet față de cea a momentelor, cu atât mai mult ea poate înlocui coeficientul $\frac{1 + \alpha' n'}{1 + \beta' n'}$, care în mediu e 1.10, cu 1 și atunci căpătăm :

$$dA = \frac{M^2 ds}{2EJ} + \frac{P^2 ds}{2EF}$$

După ce coeficientul $\alpha' = \frac{J_0}{J}$ să schimbă forte pu-

țin pentru toate secțiunile, cum reese din tabelele dresate, așa că se poate pune în locul lor o valoare medie, pare vedit ca: *calculul se poate astfel urmări ca și cum materialul bolței ar fi homogen, și coeficientul elasticității constant $E = E(1 + \alpha' n')$.*

Tabela coeficienților α' și β'

Secțiune	d cm	d ₁ cm	J cm ⁴	J ₁ cm ⁴	$\frac{J_1}{J} = \alpha'$	F cm ²	F ₁ cm ²	$\frac{F_1}{F} = \beta'$
O	60'0	45'0	180000	23379	0'01299	6000	46'18	0'00770
I	55'0	40'0	1386460	18472	0'01322	5500	46'18	0'00840
II	52'0	47'0	1171730	15804	0'01349	5200	46'18	0'00888
III	47'5	32'5	893100	12192	0'01365	4750	46'18	0'00972
IV	43'0	28'0	662560	9051	0'01366	4300	46'18	0'01074
V	38'5	23'5	475550	5373	0'01340	3850	46'18	0'01200
VI	35'0	20'0	357290	4618	0'01293	3500	46'18	0'01319
Media $\alpha' = 0'01335$					$\beta' = 0'01009$			

1) Aci însemnă d grosimea bolței.
 d_1 distanța drugilor de suport.

Valorile medii a $\frac{1 + \alpha' n'}{1 + \beta' n'}$

pentru $n' =$	$\frac{1 + \alpha' n'}{1 + \beta' n'}$
20	1.046
40	1.094
60	1.122

Prin urmare, în următoarele formule, ce se întrebuintează la diferitele cazuri de încărcare, s'a considerat materialul ca homogen. În concluziunile raportului comitetului bolților Dl. profesor *Toh. E. Brik* a calculat bolțile Monier pe baza unui material ideal homogen.

B. Calcularea momentelor de flexiune și a presiunii normale.

Pentru păturile simetrice verticale fără rostul de rupere articolat, lăsând la o parte influența forțelor de apăsare în toate cazurile, formula schimbării formei e dată prin expresiunea:

$$A = \int_0^{1/2} \frac{M_x^2 + M_x'^2}{2EJ_x} ds + \int_0^{1/2} \frac{P_x^2 + P_x'^2}{2EF_x} ds + L \quad 10$$

unde însemnă (Fig. 1):

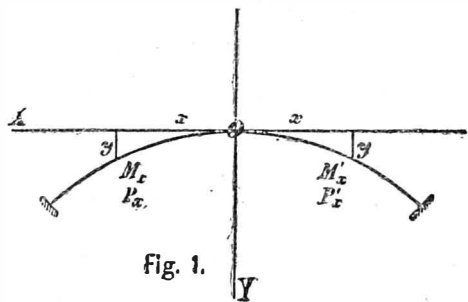


Fig. 1.

M_x, M_x' momentele de flexiune.

P_x, P_x' forțele normale pentru secțiunea (xy).

E coeficientul elasticității = $E_0(1 + \alpha' n')$.

J_x momentul inerției.

F_x suprafața secțiunii pline.

ds lungimea arcului.

L schimbarea formei fețelor păturei de deasupra.

Maî departe:

M — momentul vertical.

H împingerea orizontală.

S forța verticală.

m_x, m_x' momentele forțelor exterioare pe suprafața de la punctul vertical până la secțiune (x y).

V_x, V_x' forțele verticale a forțelor exterioare pentru acele secțiuni.

φ_x unghiul secțiunii rostului normal și vertical.

$$\left. \begin{aligned} M_x &= M - H \cdot y - S \cdot x + m_x \\ M_x' &= M - H \cdot y + S \cdot x + m_x' \end{aligned} \right\} \quad 11)$$

$$\left. \begin{aligned} P_x &= H \cos \varphi_x - S \sin \varphi_x + V_x \sin \varphi_x \\ P_x' &= H \cos \varphi_x - S \sin \varphi_x + V_x' \sin \varphi_x \end{aligned} \right\} \quad 12)$$

Aci M, H, S sunt mărimi statice ce nu se pot determina.

$$\left(\frac{dA}{dM} \right) = 0 \quad 13)$$

$$\left(\frac{dA}{dH} \right) = 0 \quad 14)$$

$$\left(\frac{dA}{dS} \right) = 0 \quad 15)$$

Având în vedere relațiile 11) și 12) egalitățile 13), 14), 15) devin:

$$\int_0^{1/2} \frac{M_x + M_x'}{E J_x} ds + \left(\frac{dL}{dM} \right) = 0 \quad 16)$$

$$- \int_0^{1/2} \frac{(M_x + M_x')}{E J_x} dsx + \int_0^{1/2} \frac{(P_x + P_x') \cos \varphi_x}{E F_x} ds +$$

$$\frac{dL}{dH} = 0 \quad 17)$$

$$\int_0^{1/2} \frac{(-M_x + M_x')}{E J_x} x ds + \int_0^{1/2} \frac{(-P_x + P_x')}{E F_x} \sin \varphi_x ds +$$

$$\left(\frac{dL}{dS} \right) = 0 \quad 18)$$

de unde, ținând samă de egalitățile 11) și 12) avem:

$$\left. \begin{aligned} \frac{2M}{E} \int_0^{1/2} \frac{ds}{J_x} - \frac{2H}{E} \int_0^{1/2} \frac{y ds}{J_x} + \\ \frac{1}{E} \int_0^{1/2} \frac{M_x + M_x'}{J_x} ds + L = 0 \end{aligned} \right\} \quad I$$

$$\left. \begin{aligned}
 & -\frac{2M}{E} \int_0^{1/2l} \frac{y ds}{J_x} + \frac{2H}{E} \left[\int_0^{1/2l} \frac{x^2 ds}{J_x} + \int_0^{1/2l} \frac{\cos^2 \varphi x ds}{F_x} \right] \\
 & \frac{1}{E} \left[-\int_0^{1/2l} \frac{M_x + M_x'}{J_x} y ds + \int_0^{1/2l} \frac{V_x + V_x'}{F_x} \sin \varphi x \right. \\
 & \quad \left. \cos \varphi x ds \right] + L'' = 0 \\
 & \frac{2S}{E} \left[\int_0^{1/2l} \frac{x^2 ds}{J_x} + \int_0^{1/2l} \frac{\sin \varphi x^2}{F_x} ds \right] + \\
 & \frac{1}{E} \left[\int_0^{1/2l} \frac{-M_x + M_x'}{J_x} x ds + \int_0^{1/2l} \frac{(-V_x + V_x')}{F_x} \sin \varphi x^2 \right. \\
 & \quad \left. ds \right] + L''' = 0
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{II} \\ \text{III} \end{array}$$

Egalitățile I, II, III servesc la determinarea necunoscutelor M, H, S, în toate cazurile de încărcări. Intrebuintarea lor în toate cazurile următoare dă loc următoarelor simplificări:

a) *Greutate proprie.*

Aci $M_x = M_x'$
 $V_x = V_x', L = L' = L'' = L''' = 0$
 Și ast-fel egalitatea III:
 $S = 0$

rămân egalitățile II și I după înmulțire cu $\frac{E}{2}$

$$\begin{aligned}
 & M \int_0^{1/2l} \frac{ds}{J_x} - H \int_0^{1/2l} \frac{y}{J_x} ds + \int_0^{1/2l} \frac{M_x}{J_x} ds = 0 \quad \text{I-a} \\
 & -M \int_0^{1/2l} \frac{y ds}{J_x} - H \left[\int_0^{1/2l} \frac{y^2 ds}{J_x} + \int_0^{1/2l} \frac{\cos \varphi x^2 ds}{F_x} \right] - \\
 & \int_0^{1/2l} \frac{m xy}{J_x} ds + \int_0^{1/2l} \frac{V_x \sin \varphi x \cos \varphi x ds}{F_x} = 0 \quad \text{II-a}
 \end{aligned}$$

b) *Influența încărcării unilaterale.*

Aci $M_x' = 0, V_x' = 0, L = L' = L'' = L''' = 0$
 și deci:

$$M \int_0^{1/2l} \frac{ds}{J_x} - H \int_0^{1/2l} \frac{y ds}{J_x} = \frac{1}{2} \int_0^{1/2l} \frac{M_x ds}{J_x} = 0 \quad \text{I}_b$$

$$\left. \begin{aligned}
 & -M \int_0^{1/2l} \frac{y ds}{J_x} + H \left[\int_0^{1/2l} \frac{x^2 ds}{J_x} + \int_0^{1/2l} \frac{\cos \varphi x^2 ds}{F_x} \right] \\
 & -\frac{1}{2} \int_0^{1/2l} \frac{M_x y ds}{J_x} + \frac{1}{2} \int_0^{1/2l} \frac{V_x \sin \varphi x \cos \varphi x ds}{F_x} = 0 \\
 & S \left[\int_0^{1/2l} \frac{x^2 ds}{J_x} + \int_0^{1/2l} \frac{\sin \varphi x^2 ds}{F_x} - \int_0^{1/2l} \frac{m_x x ds}{J_x} + \right. \\
 & \left. \int_0^{1/2l} \frac{V_x \sin \varphi x^2 ds}{F_x} \right] = 0 \quad \dots \dots \dots \text{III}_b
 \end{aligned} \right\} \text{II}_b$$

c) *Influența deformațiunii culeei*

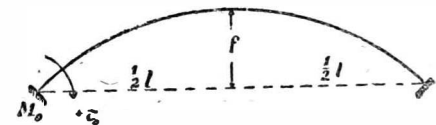


Fig. 2.

$M_x = M_x' = 0, V_x = V_x' = 0$

$L = M_0 \text{ arc } \tau_0$ unde: $M_0 = -f \cdot H - \frac{1}{2} l$. S mo-

mentul rostului de rupere

$\text{arc } \tau_0$ modificarea culeei

urmează:

$L' = \left(\frac{dL}{dM} \right) = \tau_0$

$L'' = \left(\frac{dL}{dH} \right) = -f \tau_0$

$L''' = \left(\frac{dL}{dS} \right) = -\frac{1}{2} l \tau_0$

Egalitățile I, II, III se schimbă în:

$$M \int_0^{1/2l} \frac{ds}{J_x} - H \int_0^{1/2l} \frac{4 ds}{J_x} + \frac{1}{2} E \tau_0 = 0 \quad \dots \dots \text{I}_c$$

$$-M \int_0^{1/2l} \frac{y ds}{J_x} + H \left[\int_0^{1/2l} \frac{y^2 ds}{J_x} + \int_0^{1/2l} \frac{\cos \varphi x ds}{F_x} \right] -$$

$\frac{1}{2} E f \tau_0 = 0 \quad \dots \dots \dots \text{II}_c$

$$S \left[\int_0^{1/2l} \frac{x^2 ds}{J_x} + \int_0^{1/2l} \frac{\sin \varphi x^2 ds}{F_x} \right] - \frac{1}{4} E l \tau_0 = 0 \quad \dots \text{III}_c$$

Calcularea schimbării formei bolței

a) In urma încărcărilor

Aci e vorba de calculat deplasările orizontale și verticale a secțiunii precum și modificările secțiunii.

Schimbare a formei pe întinderea AN (fig. 3) e:

$$A = \int_{1/2l}^{x_n} \frac{M_{x_2} ds}{2EJ_x} + \int_{1/2l}^{x_n} \frac{P_{x_2} ds}{2EF_x}$$

în care: M_x și P_x sunt mărimi calculate înainte. a

In secțiunea N sunt :

M_n momentul de flexiune

H apăsarea orizontală

V_n forța verticală.

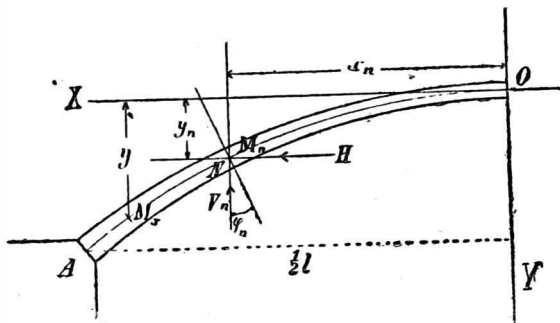


Fig. 3.

Inseamnă :

$\uparrow \eta$ verticala

$\leftarrow \xi$ împingerea orizontală

$\searrow \tau$ modificarea secțiunii N pozitivă în direcția săgeții, atunci formula e :

$$\eta = \left(\frac{dA}{dV_n} \right) = \int_{1/2l}^{x_n} \frac{M_x}{EJ_x} \left(\frac{dM_x}{dV_n} \right) ds + \int_{1/2l}^{x_n} \frac{P_x}{EF_x} \left(\frac{dP_x}{dV_n} \right) ds$$

$$\xi = \left(\frac{dA}{dH} \right) = \int_{1/2l}^{x_n} \frac{M_x}{EJ_x} \left(\frac{dM_x}{dH} \right) ds + \int_{1/2l}^{x_n} \frac{P_x}{EF_x} \left(\frac{dP_x}{dH} \right) ds$$

$$\tau = \frac{dA}{dM} = \int_{1/2l}^{x_n} \left(\frac{M_x}{EJ_x} \right) \left(\frac{dM_x}{dM_n} \right) ds + \int_{1/2l}^{x_n} \left(\frac{P_x}{EF_x} \right) \left(\frac{dP_x}{dM_n} \right) ds$$

însă avem :

$$M_x = M_n - H(y - y_n) - V_n(x - x_n) + m_x$$

$$P_x + H \cos \varphi_x - V_n \sin \varphi_x + V_a \sin \varphi_x$$

atunci :

$$P_x \sin \varphi = V_x$$

$$P_x \cos \varphi = H$$

și rezultă :

$$\eta_p = + \frac{1}{E} \int_{1/2l}^{x_n} \frac{M_x}{J_x} (x - x_n) ds - \frac{1}{E} \int_{1/2l}^{x_n} \frac{V_x ds}{F} \quad \text{IV}$$

$$\xi_p = - \frac{1}{E} \int_{1/2l}^{x_n} \frac{M_x}{J_x} (y - y_n) ds + \frac{H}{E} \int_{1/2l}^{x_n} \frac{ds}{F_x} \dots \text{V}$$

$$\tau_p = \frac{1}{E} \int_{1/2l}^{x_n} \frac{M_x}{J_x} ds \dots \text{VI}$$

6) In urma deformării culeei

Lăsând la o parte influența forțelor normale, care aproape dispar avem :

$$A = \int \frac{M_x^2}{2EJ_x} ds + L$$

Aci $M_x = M_n - H(y - y_n) - S(x - x_n)$

$$L = M_0 \arccos \tau_0 = \left[M_n - H(f - y_n) - S \left(\frac{1}{2} l - x_n \right) \right] \arccos \tau_0$$

In general: $M = a E \tau_0$, $H = b E \tau_0$, $S = c E \tau_0$
unde a, b, c, sunt coeficienți independenți de E, τ_0 .

Ținând seamă de aceste avem :

$$\eta \tau_0 = - \tau_0 \left[\int_{1/2l}^{x_n} \frac{a (x - x_n)}{J_x} ds + \left(\frac{1}{2} l - x_n \right) \right] \quad \text{VII}$$

$$\xi \tau_0 = - \tau_0 \left[\int_{1/2l}^{x_n} \frac{a (y - y_n)}{J_x} ds + (f - y_n) \right] \quad \text{VII}$$

$$\tau \tau_0 = \tau_0 \left[1 + \int_{1/2l}^{x_n} \frac{ads}{J_x} \right] \quad \text{IX}$$

D. Mersul calculelor.

Pentru dezvoltarea calculelor e nevoie a inlocui ca totdeauna integralele determinate a egalităților I, II, III prin sume. In acest scop ambele jumătăți de boltă fură împărțite în 6 părți egale cu lungimea $\Delta s = 2'16.$, secțiunile rosturilor normale fură determinate precum și mărimile J, F, $\sin \varphi$, $\cos \varphi$ și m, pentru fie-care secțiune.

Valorile aproximative pentru integralele determinate se capătă după regulile lui Simpson

$$\sum \frac{\Delta s}{J_x} = \frac{\Delta s}{3} \sum \frac{n}{J_x} = \frac{\Delta s}{3} \left[\frac{1}{J_0} + \frac{4}{J_1} + \frac{2}{J_2} + \frac{4}{J_3} + \frac{2}{J_4} + \frac{4}{J_5} + \frac{1}{J_6} \right]$$

$$\sum \frac{y \Delta s}{J_x} = \frac{\Delta s}{3} \sum \frac{nyx}{J_x} = \frac{\Delta s}{3} \left(\frac{y_1}{J_0} + \frac{4y_1}{J_1} + \frac{y_2^2}{J_2} + \frac{4y_3}{J_3} + \dots + \frac{y_6}{J_6} \right)$$

Pe urmă rezultă 1) tabela I următoare;

TABELA I

Sesjiune	x	y	d	n	$\frac{n}{J_x}$	$\frac{ny}{J_x}$	$\frac{ny^2}{J_x}$	$\frac{na^2}{J_x}$
0	11.71	4.59	0.000	1	55.56	255.00	1170.43	7618
I	10.00	3.17	0.550	4	288.50	914.58	2899.20	29379
II	8.26	2.02	0.520	2	170.69	344.79	696.49	11646
III	5.30	1.145	0.575	4	437.89	512.84	587.20	17777
IV	4.26	0.510	0.430	2	301.86	155.95	78.51	5476
V	2.15	0.125	0.385	4	811.12	105.14	13.14	3888
VI	0.00	0.000	0.350	1	376.78	00.00	0.00	0
	cos φ_x	sn φ_x	$\frac{n}{F_x}$			$n \cos^2 \varphi_x$ F φ	$n \sin^2 \varphi_x$ F φ	
0	0.708	0.706	1.667	1		0.84	0.82	
I	0.802	0.597	7.273	4		4.68	2.59	
II	0.880	0.475	3.846	2		2.98	0.87	
III	0.935	0.355	8.421	4		7.36	1.06	
IV	0.970	0.245	4.651	2		4.38	0.28	
V	0.992	0.125	10.389	4		10.22	0.46	
VI	1.000	0.000	2.857	1		2.86	0.00	
Sume . . .			39.104	—	2385.51	22.9630	5378.29	75.784

Termenii independenți de M, H, S din egalitățile I, II, III, se calculează în modul următor:

TABELA II

Secțiune	Greutate proprie			Încărcare tot			
	Mx	$\frac{nMx}{J_x}$	$-\frac{nyMx}{J_x}$	Mx	$\frac{nMx'}{J_x}$	$-\frac{nyMx'}{x}$	$\frac{nxMx'}{J_x}$
0	70.377	3943.2	-18099.2	60.80	3380.6	-15516.8	39586
I	50.531	14578.7	-46214.4	45.81	13216.6	-41896.0	133355
II	32.436	5539.8	-11190.5	30.82	5260.7	-10626.6	42453
III	18.160	8109.4	-9285.4	18.00	8062.0	-9231.1	50790
IV	7.960	2405.8	-1226.0	8.28	2499.4	-1274.7	10647
V	1.972	1658.7	-207.3	2.15	1808.4	-226.1	3888
VI	0.000	—	—	—	—	—	—
	Vx	$nV_x \sin^2 \varphi_x$ cos φ_x	F φ	Vx'	$nV_x \sin \varphi_x$ cos φ_x	F φ	$\frac{nV_x \sin \varphi_x^2}{F_x}$
0	14.058	—	11.7	100.00	—	8.3	8.3
I	11.228	—	30.1	90.00	—	31.3	23.3
II	8.570	—	13.8	70.00	—	12.2	6.1
III	6.098	—	17.0	50.00	—	13.0	5.3
IV	3.850	—	4.3	30.00	—	1.3	0.5
V	1.826	—	2.3	10.00	—	1.3	0.2
VI	0.000	—	—	—	—	—	—
Total . . .	36235.7	—	86135.5	—	34227.7	-78702.7	281763

1) Tot calculul se raportează la bo'ți de 1'00 m. deschidere.

În urmă rezultă următoarele egalități I, II, III:

a) *Greutate proprie* (presurtat prin $\frac{\Delta s}{E_s}$)

$$2385.51 M - 2286.30 H + 36235.7 = 0 \quad I_a)$$

$$-2286.30 M + 5478.28 H - 86135.7 = 0 \quad II_a)$$

de unde urmează

$$M = -0.201 \text{ t/m}$$

$$H = 15.693 \text{ t}$$

b) *Încărcare în totul de 10 t pe lățimea bolței de 1.00 m*

(prescurtare prin $\frac{\Delta s}{3E}$)

$$2385.51 M - 2286.30 H + 17113.9 = 0 \quad I_b)$$

$$-2286.30 M + 5478.28 H - 39351.4 = 0 \quad II_b)$$

$$757.5 - 140882 = 0 \quad III_b)$$

de unde urmează:

$$M = -0.483 \text{ t/m}$$

$$H = 6.982 \text{ t}$$

$$S = 1.859 \text{ t}$$

c) *Deplasarea culeei de τ_0*

$$2385.51 M - 2286.30 H + \frac{3}{2} \frac{E \tau_0}{\Delta s} = 0 \quad I_c)$$

$$-2286.30 M + 5478.28 H - \frac{3}{2} \frac{E F \tau_0^2}{\Delta s} = 0 \quad II_c)$$

$$757.84 S - \frac{3}{4} \frac{E I \tau_0}{\Delta s} = 0 \quad III_c)$$

de aci urmăză pentru $\Delta s = 2.16 \text{ l} = 23.42$

$$M = 0.00044424 E \text{ arc } \tau_0$$

$$H = 0.00076727 E \text{ arc } \tau_0$$

$$S = 0.00010720 E \text{ arc } \tau_0$$

unde τ_0 ia semnul plus sau minus cum se arată în fig. 4.

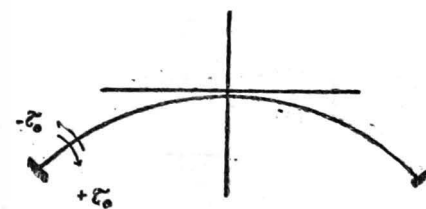


Fig. 4.

Cu ajutorul necunoscutelor M, H, S, astfel căpătate, în baza egalităților 11) și 12), și a tabelor I și II se capătă următoarele valori pentru momentele relative la forțele normale în diferitele secțiuni.

a) Greutatea proprie

$$\begin{aligned} M_0 &= -1.156 \text{ t/m} & P_0 &= 21.017 \\ M_1 &= +0.605 & P_1 &= 19.185 \\ M_2 &= +0.515 & P_2 &= 17.832 \\ M_3 &= -0.151 & P_3 &= 16.787 \\ M_4 &= -0.354 & P_4 &= 16.113 \\ M_5 &= -0.354 & P_5 &= 15.741 \\ M_6 &= -0.201 & P_6 &= 15.639 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_0 &= -0.074^m \\ e_1 &= +0.039 \\ e_2 &= +0.033 \\ e_3 &= -0.010 \\ e_4 &= -0.023 \\ e_5 &= -0.021 \\ e_6 &= -0.013 \end{aligned}$$

b) Încărcare în totul de 10'00t 1)

$$\begin{aligned} M_0 &= +6.551 & P_0 &= 10.691 \\ M_1 &= +4.438 & P_1 &= 9.862 \\ M_2 &= +0.877 & P_2 &= 8.586 \\ M_3 &= -2.189 & P_3 &= 7.643 \\ M_4 &= -3.683 & P_4 &= 7.053 \\ M_5 &= -3.102 & P_5 &= 6.819 \\ M_6 &= -0.483 & P_6 &= 6.982 \\ M_5' &= +2.642 & P_5' &= 7.158 \\ M_4' &= +3.875 & P_4' &= 7.228 \\ M_3' &= +3.235 & P_3' &= 7.188 \\ M_2' &= +0.767 & P_2' &= 7.027 \\ M_1' &= -3.858 & P_1' &= 6.709 \\ M_0' &= -10.761 & P_0' &= 6.255 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_0 &= +0.938^m \\ e_1 &= +0.636 \\ e_2 &= +0.126 \\ e_3 &= -0.314 \\ e_4 &= -0.528 \\ e_5 &= -0.459 \\ e_6 &= -0.069 \\ e_5' &= +0.379 \\ e_4' &= +0.555 \\ e_3' &= +0.464 \\ e_2' &= +0.110 \\ e_1' &= -0.553 \\ e_0' &= -1.542 \end{aligned}$$

1) Relativ la 20'00l pe 2m'00 lățimea bolței.

c) Încărcare de 78.525t la care primele crăpături devin vizibile

Valorile lui M_4 și P_4 se capătă multiplicând cu $\frac{78.525}{20.000} = 3.926$ va da valoarea calculată din 6)

$$\begin{aligned} M_0 &= +25.719 \text{ t/m} & P_0 &= 41.973 \text{ t} \\ M_1 &= +17.423 & P_1 &= 38.718 \\ M_2 &= +3.443 & P_2 &= 33.708 \\ M_3 &= -8.594 & P_3 &= 30.007 \\ M_4 &= -14.459 & P_4 &= 27.689 \\ M_5 &= -12.571 & P_5 &= 26.772 \\ M_6 &= -1.903 & P_6 &= 27.412 \\ M_5' &= +10.371 & P_5' &= 28.102 \\ M_4' &= +15.214 & P_4' &= 38.377 \\ M_3' &= +12.701 & P_3' &= 28.220 \\ M_2' &= +3.011 & P_2' &= 27.578 \\ M_1' &= -15.147 & P_1' &= 26.340 \\ M_0' &= -42.248 & P_0' &= 24.556 \end{aligned}$$

Linia de încărcare rezultată tocmai în urma încărcării fu înscrisă în tabela XV, prin ajutorul lui e calculat. În jumătatea bolței neîncărcate se presantă una dreaptă. Linia de sprijin servește pentru determinarea imediată a momentului de flexiune în secțiunea convenabilă a bolței.

c) Deplasarea culeelor

Momentele, ce se presintă în diferitele secțiuni, pot fi căpătate măsurând direct distanța e la axa arcului, știind că linia de încărcare e dreaptă. Mai înainte s'a determinat linia de sprijin.

$$M_0 = M - Hf - S \frac{1}{2} = -0.000433401 E \text{ arc } \tau_0 - 1.261 \frac{E}{10^6} \tau_0' \text{)}$$

$$M_0' = M - Hf + S \frac{1}{2} = 0.00182105 E \text{ arc } \tau = - 0.529 \frac{E}{10^6} \tau_0'$$

unde:

$$M = +0.00044424 D \text{ arc } \tau_0 = 0.1292 \frac{E}{10^6} \tau_0'$$

$$M = +0.00076727 E \text{ arc } \tau_0 = 0.2232 \frac{E}{10^6} \tau_0'$$

$$S = 0.00010720 E \text{ arc } \tau_0 = 0.0312 \frac{E}{10^6} \tau_0'$$

În urmă rezultă:

1) τ_0' minuta de măsură.

$$e_0 = -5'65 \text{ m.}$$

$$e_0' = -2'375 \text{ m.}$$

$$e_0 = +0'579 \text{ m.}$$

Momentul într'un punct convenabil e:

$$\left. \begin{aligned} M_n &= en \cdot H = 0'00076727 \text{ en} \cdot E \text{ are } \tau_0 = \\ &= 0'2232 \text{ en} \frac{E}{10^6} \cdot \tau_0' = (a10^6) \frac{E}{10^6} \tau_0' \end{aligned} \right\} 19)$$

Resultă la deplasarea culeei cu 1', pentru coeficienții ($a10^6$) valori ce se găsesc în tabela următoare.

În aceste tabele III, IV și V e cuprins un număr suficient de funcțiuni pentru calcularea deformărilor secțiunilor 2(2), 4(7); 3(8).

E. Calcularea deplasărilor culeei.

Înainte de a merge mai departe cu calculele e necesar mai întâi de știut dacă și cu cât s'a deplasat rostul neîncărcat, după ce cetirea L_1 nu s'a luat direct la el. Aci e vorba de derminat coeficientul E al schimbării formei, și deplasarea τ' care e pozitivă în sensul săgeții (fig. 5).

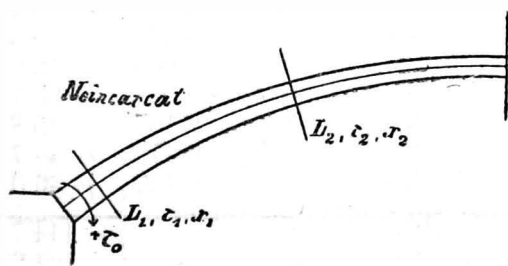


Fig. 5.

În acest scop se procedeză ast-fel:

După egalitățile VI și IX

$$\tau_1 = \frac{1}{E} \int_{1/2l}^{x_1} \frac{M_x^P}{J_x} ds + \tau_0 \left[1 + \int_{1/2l}^{x_1} \frac{a}{J_x} ds \right] \dots 21)$$

$$\tau_2 = \frac{1}{E} \int_{1/2l}^{x_2} \frac{M_x^P}{J_x} ds + \tau_0 \left[1 + \int_{1/2l}^{x_2} \frac{a}{J_x} ds \right] \dots 22)$$

Calculul trebuie urmărit pentru intervalul de când începe observarea deplasarea la care s'a arătat încărcarea unilaterală $Q_0 = 20'447t$, până la încărcarea critică $Q_1 = 78'525t$, precum și pentru schimbarea suferită de greutatea $Q' = 58'078t$. Valorile lui M_x sunt pentru greutatea $Q = 20'00t$, acestea

trebuie înmulțite cu $p = \frac{58'078}{20'00} = 2'904$.

În egalitatea 21) în mod aproximativ avem:

$$A' = \int_{1/2l}^{x_1} \frac{M_x}{J_x} ds = -2'904 \frac{(1'55 + 1'17)}{2} \times 6'982 \times \\ \times 0'75 \times 55'56 = -1149.$$

$$B' = 1 + \int_{1/2l}^{x_1} \frac{a}{J_x} ds = 1 - \frac{1}{2} (5'65 + 5'05) \times$$

$$0'00076727 \times 0'75 \times 55'56 = 1 - 0'1710 = +0'820.$$

În egalitatea 22) în virtutea tabeli III avem:

TABELA III punctul 2(9), $\frac{\Delta_s}{3} 0'36$

	$\frac{n}{J_x}$	$x-x_n$	$y-y_n$	ÎN CĂR C A R E A $Q = 20t$.								Deplasarea culeei $\tau = +1'$			
				M_x	$\frac{n}{J_x} M_x$	$\frac{n}{J_x} M_x(x-x_n)$	$\frac{n}{J_x} M_x(y-y_n)$	$\frac{n}{F_x}$	V_x	$\frac{n}{F_x} V_x$	en	$(a10^6)$	$\frac{n}{J_x} (a10^6)$	$\frac{n}{J_x} (a10^6)(x-x_n)$	$\frac{n}{J_x} (a10^6)(y-y_n)$
0'	55'56	5'41	3'445	-10'761	-598'0	-3234	-2060	1'67	1'859	-	-5'65	-1'261	-70'1	-379	-241
0 ₁ '	252'49	4'62	2'710	-7'052	-1780'5	-8226	-4825	6'95	-1'859	-	-4'80	-1'071	-272'5	-1250	-733
I'	144'25	3'79	2'025	-3'858	-556'5	-2109	-1127	3'64	-1'859	-	-4'00	-1'893	-128'8	-488	-261
I ₁ '	313'46	2'90	1'410	-1'257	-304'0	-1143	-556	7'48	-1'859	-	-3'26	-0'728	-228'1	-661	-322
II'	170'69	1'96	0'875	+0'768	+130'9	+257	+114	3'85	-1'859	-	-2'60	-0'580	-99'1	-194	-87
II ₁ '	384'00	1'00	0'410	+2'290	+829'4	+876	+363	8'00	-1'859	-	-1'98	-0'442	-169'7	-170	-70
III	111'97	0'08	0'000	+3'235	+362'2	+0	+0	2'11	-1'859	-	-1'43	-0'319	-35'7	0	0
Suma $\Sigma =$				-1956'5	-13576	-8093	33'70	-	-	-	-	-	-1002'0	-3142	-171'4
$\frac{1}{3}\Delta_s \Sigma =$				-704'3	-4887'4	-2913'7	12'1	-	-22'5	-	-	-	-360'7	-1131'1	-717'0

TABELA IV punctul (7)4, $\frac{1}{3}\Delta s = 0.36$

	$\frac{n}{J_x}$	$x-x_n$	$y-y_n$	I N C Ă R C A R E A Q = 20t.								Deplasarea culeei $\tau = +1'$			
				M_x	$\frac{n}{J_x} M_x$	$\frac{n}{J_x} M_x(x-x_n)$	$\frac{n}{J_x} M_x(y-y_n)$	$\frac{n}{F_x}$	V_x	$\frac{n}{F_x} V_x$	en	($a10^6$)	$\frac{n}{J_x} (a10^6)$	$\frac{n}{J_x} (a10^6)(x-x_n)$	$\frac{n}{J_x} (a10^6)(y-y_n)$
0	55.56	5.41	3.445	+6.551	+ 364.0	+ 1969	+ 1254	1.67	-8.14	- 13.6	-2.37	-0.529	- 29.39	-259.0	-101.1
0 ₁	252.49	4.62	2.710	+5.726	+1445.8	+ 6680	+ 3918	6.95	-7.14	- 49.6	-2.74	-0.388	- 91.96	-452.6	-165.4
I	144.25	3.79	2.025	+4.436	+ 640.2	+ 2426	+ 1298	4.64	-7.14	- 26.1	-1.17	-0.261	- 37.64	-142.5	- 76.2
I ₁	313.46	2.90	1.410	+2.235	+ 700.6	+ 2042	+ 988	7.48	-7.14	- 53.4	-0.69	-0.154	- 48.27	-139.9	- 68.1
II	170.69	1.96	0.875	+0.877	+ 149.7	+ 293	+ 131	3.85	-5.14	- 19.8	-0.27	-0.060	- 10.24	- 20.1	- 9.0
II ₁	384.00	1.00	0.410	-0.768	- 294.9	- 395	- 121	8.00	-5.14	- 31.1	+0.06	+0.013	+ 4.99	+ 5.0	+ 2.1
III	111.97	0.00	0.000	-2.189	- 245.1	-	-	2.11	-3.14	- 5.6	+0.33	+0.074	+ 8.27	-	-
Suma $\Sigma =$				+2766.3	+13105	+ 7422	33.70	-	-210.1	-	-	-	-210.24	-909.1	-517.6
$\frac{1}{3}\Delta s \Sigma =$				993.6	4717.8	+2688.5	12.1	-	-75.7	-	-	-	-75.69	-327.4	-186.4

TABELA V punctul 3(8), $\frac{1}{3}\Delta s = 0.72$

	$\frac{n}{J_x}$	$x-x_n$	$y-y_n$	I N C Ă R C A R E A Q = 20t.								Deplasarea culeei $\tau = +1'$		
				M_x	$\frac{n}{J_x} M_x$	$\frac{n}{J_x} M_x(y-y_n)$	$\frac{n}{F_x}$	V_x	$\frac{n}{F_x} V_x$	en	($a10^6$)	$\frac{n}{J_x} (a10^6)$	$\frac{n}{J_x} (a10^6)(y-y_n)$	
0	55.56	11.71	4.59	+6.551	+ 364	+ 1670	1.67	- 8.14	- 13.6	- 2.47	-0.529	- 29.4	-134.9	
I	288.50	10.09	3.27	+4.438	+ 1280	+ 4058	7.27	- 7.14	- 51.9	- 1.17	-0.261	- 75.3	-238.9	
II	170.69	8.27	2.02	+0.777	+ 150	+ 303	3.85	- 5.15	- 19.8	- 0.27	-0.060	- 10.2	- 20.6	
III	447.89	6.30	1.145	-2.189	- 980	- 1122	8.42	- 3.14	- 26.4	+ 0.33	+0.074	+ 33.1	+ 37.9	
IV	321.86	2.26	0.510	-3.683	- 1122	- 567	4.65	- 1.14	- 5.3	+ 0.68	+0.152	+ 45.8	+ 23.4	
V	841.12	2.15	0.125	-3.202	- 2693	- 335	10.39	+ 0.86	+ 8.9	+ 0.77	+0.172	+144.7	+ 18.1	
VI	279.88	0.00	0.000	-0.483	- 135	0	2.86	+ 1.86	+ 5.4	+ 0.58	+0.129	+ 36.0	-	
Suma $\Sigma =$				- 3.26	+ 4004	39.11	-	-103.8	-	-	-	+144.7	-390.6	
$\frac{1}{3}\Delta s \Sigma =$				- 2251	+ 2884	26.2	-	74.1	-	-	-	104.2	-281.2	

$$A'' = \int_{\frac{1}{2}l}^{x_2} \frac{M_x}{J_x} ds = -2.904 \times 704.3 = -2045$$

$$B'' = 1 + \int_{\frac{1}{2}l}^{x_2} \frac{a}{J_x} ds = -0.240.$$

Egalitățile 21) și 22) devin:

$$\tau_1 = -\frac{1149}{E} + 0.8290 \tau_0 \dots \dots \dots 23)$$

$$\tau_2 = -\frac{2045}{E} + 0.2400 \tau_0 \dots \dots \dots 24)$$

unde τ_0 trebuie transformat în măsură de arc. De acolo rezultă:

$$\text{arc } \tau_0 = \frac{2045 \tau_2 - 1149 \tau_1}{1970.3} \dots \dots \dots 25)$$

$$E = -\frac{1970.3}{0.240\tau_1 + 0.829\tau_2} \dots \dots \dots 26)$$

de urmăză:

$$\text{arc } \tau_0 = -0.001060$$

$$\tau_0' = -3'39'' = 3.65'$$

$$E = 1,395000 \text{ tm}^2 = 139.500 \text{ kg/cm}^2.$$

Din calculul de față rezultă că deplasarea efectivă a culeei s'a ivit, și că a atins o valoare ce nu se pôte neglija într'un calcul mai riguros.

În partea neîncărcată se explică deplasarea culeelor din forma liniei de presiune, și mai departe din împrejurarea că culeea resistă, la încercarea arcului pe piatră, la presiuni considerabile, în timp ce fundamentul de argil cedă puțin; la îndepărtarea arcului de piatră însă, culeea fu întorsă în stratul primitiv, de unde prin forțele de presiune

noi, fu dus atât de departe până ce se opri la terenul comprimat. În favoarea acestui fapt vorbește și circumstanța că deja pentru întâile intervale de încărcări se arată o deplasare considerabilă. Relativ la acest lucru trebuie luat în considerație în cursul cercetărilor viitoare (sub H) o deplasare corespunzătoare pentru stadiul încărcării $Q=0$ până la $Q=20'447t$, la care nu se luaseră înainte cetirea reperelor.

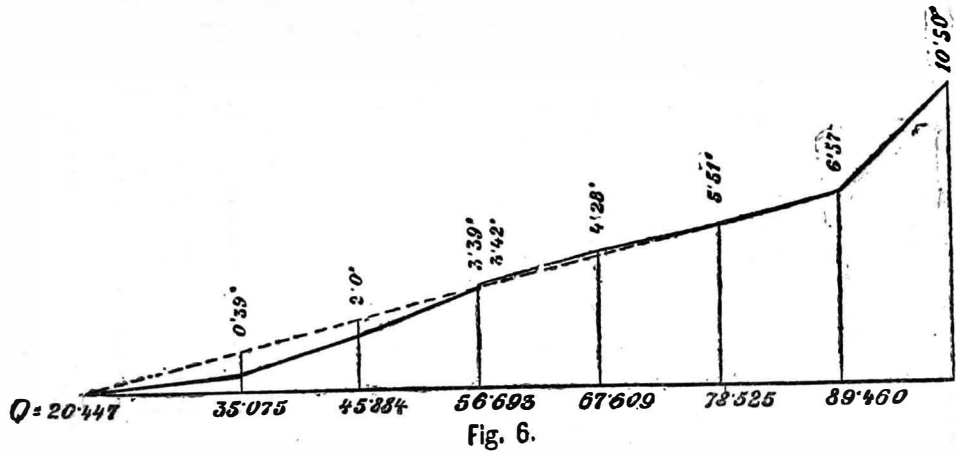


Fig. 6.

Cum arată fig. 6, deplasarea măsurată Z_1 e proporțională încărcării și trebuie luată în considerație, pentru a nu complica degeaba calculul, mai ales că nu e vorba de valori principale ci de valori corective, și deplasarea culeelor t_0 e iarăși proporțională încărcării. O cercetare mai amănunțită relativă la acesta, arată că deplasările în primele stadii de încărcări erau proporțional ceva mai mari ca în încărcările mai târzii.

TABELA VI

SECȚIUNE		0	I	II	III	IV	V	VI	V'	IV'	III'	II'	I'	0'	Presiunea orientată în zona H
1	arc	- 1.16	+ 0.61	+ 0.52	- 0.52	- 0.36	- 0.33	- 0.20	- 0.33	- 0.36	- 0.15	+ 0.52	+ 0.61	- 0.16	15.64
	singur	- 0.74	+ 3.9	+ 3.3	- 1.0	- 2.3	- 2.1	- 1.3	- 2.1	- 2.3	- 1.0	+ 3.3	+ 3.9	- 7.4	-
2	Incărcarea $Q=20.00t$	+6.551	+4.438	+0.877	-2.189	-3.683	-3.202	-0.483	+2.642	+3.875	+3.235	+0.767	-3.858	- 40.761	69.82
3	Deplasarea culeei	-0.529	-0.261	-0.060	+0.074	+1.152	+0.172	+0.129	+0.038	-0.116	-0.319	-0.580	-0.893	-1.261	-
	$\tau_0 = -1', E=1.400.000$	+0.741	-0.365	+0.084	-0.104	-0.213	-0.241	-0.181	-0.053	+0.162	+0.447	+0.812	+1.250	+1.765	- 0.31
4	Incărcarea $Q'=67.609$	+22.14	+15.00	+2.970	- 7.40	-12.46	-10.82	- 1.63	+8.93	+13.10	+10.93	+ 2.59	-13.04	-36.37	23.60
5	Deplasarea culeei	+ 3.11	+ 1.53	+ 0.35	- 0.43	- 0.89	- 1.01	- 0.76	- 0.22	+ 0.68	+ 1.88	+ 3.41	+ 5.25	+ 7.41	- 1.30
6	Incărcarea $Q''=78.525$	+25.72	+17.42	+ 3.44	- 8.59	-14.46	-12.67	- 1.90	+10.37	+15.21	+12.70	+ 3.01	-15.15	-42.25	27.41
7	Deplasarea culeei	+ 3.71	+ 1.83	+ 0.42	- 0.52	- 1.07	- 1.21	- 0.91	- 0.27	+ 0.81	+ 2.24	+ 4.06	+ 6.65	+ 8.83	- 1.56
8	După 1+4.	+20.98	+15.61	+ 3.49	- 7.55	-12.82	-11.15	- 1.83	+ 8.60	+12.74	+10.78	+ 3.11	-12.43	-37.53	39.24
9	e_n cm.	+53.5	+39.8	+ 8.9	-19.3	-32.7	-28.4	- 4.7	+21.6	+32.5	+27.5	+ 7.9	-31.7	-95.8	-
10	După 1+4+5.	+24.09	+17.14	+ 3.84	- 7.98	-13.71	-12.16	- 2.59	+ 8.38	+13.42	+12.66	+ 6.52	- 7.18	-30.12	37.94
11	e' cm.	+63.5	+45.2	+10.1	-21.0	-36.2	-32.1	- 6.8	+22.1	+35.4	+33.4	+17.2	-18.9	-79.5	-
12	După 1+6.	+24.56	+18.03	+ 3.96	- 8.74	-14.82	-12.90	- 2.10	+10.04	+14.85	+12.55	+ 3.53	-14.54	-43.41	43.05
13	e_n'' cm.	+57.1	+41.9	+ 9.20	-20.3	-34.5	-30.0	- 4.9	+23.3	+34.5	+29.2	+ 8.2	-33.8	-100.8	-
14	După 1+6+7.	+28.27	+19.86	+ 4.38	- 9.26	-15.89	-14.11	- 3.01	+ 9.77	+15.66	+14.79	+ 7.59	- 8.29	-34.58	41.49
15	e''	+68.2	+47.9	+10.5	-22.3	-38.3	-34.0	- 7.3	+23.6	+37.8	+35.7	+18.3	-19.8	-83.4	-

Atunci pentru încărcarea fundamentală $Q=20$ t deformare

$$\tau_0' = -3.65 \times \frac{20.00}{58.079} = -1.26$$

și pentru intervalul de încărcare 0 până la 78.525 t

$$\tau_0' = -1.26 \times \frac{78.525}{20.00} = -4.94 = 5.0 \text{ --- 27)}$$

În baza acestor fapte a fost dresată tabela VI în care sunt trecute momentele de flexiune și lungimea verticală a liniei de sprijin de la axa bolței, pentru fazele de încărcări luate în considerație. Aci e de observat că în tablou nu figurează linia de încărcare pentru încărcarea proporțională ($Q = 67.609$ t) în scop de a nu face ca tabloul să nu fie neînțeles.

Din valorile lui e' calculate se poate construi linia de încărcare.

Presiunile marginale în secțiunile O, N, N', și O' pentru încărcări critice dădură, presupunând un material ideal Q omogen:

VII. a) Neconsiderând deplasarea τ_0

Secțiune	Momente de flexiune	Forțe normale t	Momente de rezistență W. cm ²	Suprafața secțiunii F cm ²	Rezistența Kg/cm ² în urmă		Presiuni marginale Kg/cm ² . Pres. (+) elas. (-)	
					Momente	Forțe normale	Deplasare	Freecare
O	+24.56	62.000	60.000	6.000	+40.93	+10.50	-30.43	+51.43
N	-14.39	43.66	30.104	4.250	+47.80	+10.27	+58.07	-37.53
N'	+15.00	44.63	32.561	4.420	+46.07	+10.09	-35.98	+56.16
O'	-43.40	45.57	60.000	6.000	+72.33	+7.60	+79.93	-64.73

VII^a. b) Considerând deplasarea $\tau_0 = 5'$

Secțiune	Momente de flexiune	Forțe normale	Momente de rezistență W. cm ²	Suprafața secțiunii F cm ²	Rezistență Kg/cm ² în urmă		Presiuni marginale Kg/cm ² . Pres. (+) elas. (-)	
					Momente	Forțe normale	Deplasare	Freecare
O	+28.27	61.73	60.000	6.000	+47.12	+10.29	-36.83	+57.41
N	-15.48	42.09	30.104	4.250	+51.42	+9.90	+61.32	-41.52
N'	+16.14	43.18	32.561	4.420	+49.60	+9.77	-39.83	+59.37
O'	-34.57	44.62	60.000	6.000	+57.62	+7.44	+65.06	-50.18

Din ultima tabelă reese că direcțiunea presiunii în O' era (-50.18 Kg/cm²), în N și N'... 41.52 în raport cu 39.83 Kg/cm². În timp ce față de rezistență a betonului simplu era numai de 20 Kg/cm², cu așezămintele de fier se căpătă o rezistență egală

acelei a unui material ideal homogen de la 40 până la 50 Kg/cm².

Se intreveade deja ce acțiune întăritoare au așezămintele de fier în bolți.

F. Calculul deformării bolței în urma deplasării culeelor.

a) SECȚIUNEA 2 (9)

După egalitatea VII avem (fig. 7 și 8);

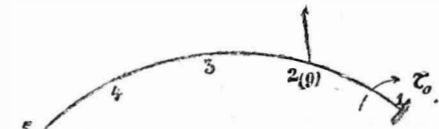


Fig. 7.

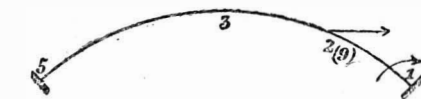


Fig. 8.

$$\tau_{1,2} = -\tau_0' \left[\int_{\frac{1}{2}l}^{x_1} \frac{a(x-x_2)}{Jx} ds + \left(\frac{1}{2}l - x_2 \right) \text{arc } 1' \right]$$

$$= \tau_0' [-0.001131 + 5.41 \times 0.00029n9]$$

și pentru $\tau_0' = 1.26'$

$$\tau_{1,2} = +0.056 \text{ cm. 28)}$$

$$\xi_2 = -\tau_0' \left[\int_{\frac{1}{2}l}^{x_1} \frac{a(y-y_2)}{Jx} ds + (f-y_2) \text{arc } 1' \right]$$

$$= \tau_0' [-0.000617 + 3.445 \times 0.0002909]$$

$$\xi_2 = -0.000385 \tau_0' = +0.084 \text{ cm. --- 28)}$$

În mod analog

b) SECȚIUNEA 4 (7)

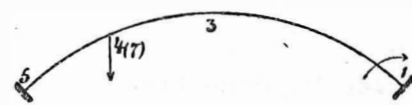


Fig. 9.



Fig. 10.

$$\tau_{1,2} = -0.000327\tau_0' = +0.041 \text{ cm. } \left. \begin{array}{l} \tau_{1,2} = -0.000186\tau_0' = -0.023 \text{ cm. } \end{array} \right\} \text{ --- 29)}$$

c) SECȚIUNEA 3 (8)

$$\xi_3 = +0.000281\tau_0' = -0.035 \text{ cm.} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \text{are } \tau_3 = +0.000104\tau_0' = -0.45 \end{array} \right\} \text{--- --- 30)}$$

G. Calculul coeficientului deformațiunii din deranjările cauzate în urma încărcării.

Relativ la deformarea bolței, calculată în urma deplasării (rotațiunii) culeelor, coeficienții deformațiunii bolței se calculează în baza deformațiunii cauzată prin încărcare. Aci deformațiunile se redă la încărcarea $Q = 20.00 \text{ t}$, pentru care se calculează funcțiunile statice. E de observat că deformațiunea în urma deplasării culeelor se urmează în același sens ca cea cauzată prin încărcare, aceasta din urmă e de redus în general, prin valoarea calculată sub F.

În tabelele următoare se vede, afară de $E = E_0$ ($1 + \alpha \cdot n'$) cu valoarea medie $\alpha' = 0.01335$, și E_0 și $n = \frac{E_1}{E_0}$.

Aci coeficientul deformațiunii se determină în limitele proporționalității ca coeficienți de deformațiune *locali*, corespunzători diferitelor faze de încărcări.

După cum arată diagramul, liniile de deplasare (rotațiune) nu sunt drepte ci multe curbe suinde, la care coeficientul deformațiunii corespunzător încărcării se determină prin *tangenta la această curbă*.

În schimbarea formelor trebuie în orice caz cuprinse și cele *durabile*, cari din cauza lipsei observațiunilor relative, nu se introduc în acest caz în calcule.

Acestea nu sunt de alt-fel de nici o importanță pentru determinarea raportului în care presiunile interne se transmit ambelor materiale: beton și fer.

E încă de observat, că pentru instalațiile de fier coeficientul deformațiunii se arată constant în încărcările ce se consideră.

Descrășterea coeficientului deformațiunii în raport cu creșterea greutății, n'are nici o însemnătate pentru valoarea egalităților relative la deformațiune în calculul funcțiunilor statice, și pentru deformațiunile diferitelor intervale de încărcare în care coeficientul deformațiunii poate fi considerat ca constant.

Dacă e vorba de ex. de influența greutății totale Q , care e atât de considerabilă în cât se ob-

servă deja schimbări în coeficientul deformațiunii, atunci putem proceda astfel:

Se împarte greutatea Q în n părți egale q , în care se poate considera coeficientul deformațiunii ca constant, ceea ce se poate admite de oare-ce n se poate alege ori-cât de mare.

Formula deformațiunii e:

$$A = \frac{M^2 ds}{2 EJ}$$

Împărțind greutatea Q avem:

$$A = A_0 + A_1 + A_2 + \dots + A_n$$

$$Q = nq$$

$$A_0 = \int \frac{\mu^2 ds}{2 E_0 J} = \frac{1}{E_0} \int \frac{\mu^2 ds}{2 J}$$

$$A_1 = \frac{1}{E_1} \int \frac{\mu_1^2 ds}{2 J}$$

$$A_2 = \frac{1}{E_2} \int \frac{\mu_2^2 ds}{2 J}$$

$$\vdots$$

$$A_n = \frac{1}{E_n} \int \frac{\mu_n^2 ds}{2 J}$$

După ce intervalele de încărcare q sunt egale între ele, și coeficienții deformațiunii: E_0, E_1, \dots, E_n dispar în calculul funcțiunilor statice: $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$ pentru diferențiere, rezultă că din diferitele egalități trebuie urmate aceleași valori pentru funcțiunile statice, ca și valorile $\int \frac{\mu^2 ds}{2 J}$ care depind exclusiv de forma arcului și de mărimea q , trebuie deci să fie egale între ele, atunci se poate scrie:

$$\int \frac{\mu_0^2 ds}{2 J} = \int \frac{\mu_1^2 ds}{2 J} = \dots = \int \frac{\mu_n^2 ds}{2 J} \quad \text{și}$$

$$A_0 + A_1 + A_2 + \dots + A_n = A = \left[\frac{1}{E_0} + \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \dots + \frac{1}{E_n} \right] \int \frac{\mu^2 ds}{2 J}$$

Dacă însă diferite stadii de încărcări nu corespund, ci se introduce în calcul un coeficient mediu E , avem:

$$A = n \frac{1}{E} \int \frac{\mu^2 ds}{2 J} = \frac{1}{E} \int \frac{M^2 ds}{2 J} = \int \frac{M^2 ds}{2 EJ}$$

În calculul de față coeficientul deformațiunii raportat la coeficientul elasticității poate fi considerat aproape ca constant în intervalul de încărcare 0 până 67.609 t. Următoarele intervale sunt relativ atât de mici încât coeficientul în intervalul lor se poate privi ca constant, de și se deosebește considerabil de faza de încărcare ce-l precede. Nici într'un cas însă, cum arată observația, schimbarea coeficientului deformațiunii n'are influența asupra

funcțiilor statice, și procedeul urmat are importanța asupra primelor faze de încărcări atit timp cât ambele materiale lucrează reciproc unul asupra altuia pentru a primi tensiunile interne.

Aceste presupuneri se referă la schimbarea și derivarea coificenților corespunzători.

Atunci avem pentru:

SECȚIUNEA 2 (9)

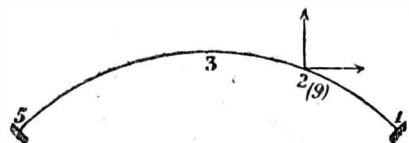


Fig. 11.

$$\eta_p = \frac{1}{E} \left[+ \int_{\frac{1}{2}l}^{x_2} \frac{M_X (x - x_2)}{J_X} ds + \int_{\frac{1}{2}l}^{x_2} \frac{V_X ds}{F_X} \right] =$$

$$= \frac{1}{E} \left[- 4887.4 + 22.5 \right] = - \frac{4865}{E_0 (1 + \alpha' n')}$$

$$\xi_p = - \frac{1}{E} \left[\int_{\frac{1}{2}l}^{x_2} \frac{M_X (y - y_2)}{J_X} ds - H \int_{\frac{1}{2}l}^{x_2} \frac{ds}{F_X} \right] =$$

$$= - \frac{1}{E} \left[- 2913.5 - 6.982 \times 2.1 \right] = + \frac{2998}{E}$$

TABELA VIII

$$\eta_{2(p)} = - \frac{4865}{E}, \eta_{2(\tau)} = + 0.056 \text{ cm.}$$

Punctul observat	Incărcarea totală	$\frac{Q_n - Q_{n-1}}{p} = \frac{Q_n - Q_{n-1}}{20.00t}$	rotațiune η cm.	$\frac{\eta_n - \eta_{n-1}}{p} = \eta'$	$\eta' - \eta\tau$	E Kg/cm ²	E ₀ Kg/cm ²	n
1	0.000	—	0.130	—	—	—	—	—
2	67.609	3.380	1.225	0.324	0.269	181500	152100	14.5
3	78.525	0.546	1.620	0.725	0.668	72900	43400	50.5
4	89.460	0.547	2.080	0.841	0.785	62000	32600	67.0
5	99.561	0.505	2.615	1.059	1.003	48600	19200	114.5

TABELA IX

$$\xi_{2(p)} = \frac{2998}{E}, \xi_{2(\tau)} = 0.018 \text{ cm.}$$

Punctul observat	Incărcarea totală	$\frac{Q_n - Q_{n-1}}{p} = \frac{Q_n - Q_{n-1}}{20.00t}$	rotațiune η cm.	$\frac{\xi_n - \xi_{n-1}}{p} = \xi'$	$\xi' - \xi\tau$	E	E ₀	n
1	0.000	—	0.090	—	—	—	—	—
2	67.609	3.380	0.635	0.161	0.143	209900	180500	12.2
3	78.525	0.546	0.875	0.440	0.392	76600	47200	46.7
4	89.460	0.547	1.140	0.486	0.437	68600	39200	56.1
5	89.561	0.505	1.460	0.634	0.586	51200	21800	101.1

SECȚIUNEA 4 (7)

TABELA X

$$\eta_{4(p)} = \frac{4642}{E}, \eta_{4(\tau)} = 0.041 \text{ cm.}$$

Punctul observat	Q	p	η_4	η'	$\eta' - \eta\tau$	E	E ₀	n
1	0.000	—	0.140	—	—	—	—	—
2	67.609	1.380	0.875	0.217	0.176	263600	23420	9.4
3	78.525	0.546	0.190	0.577	0.536	82400	57300	38.4
4	89.460	0.547	1.540	0.540	0.590	77500	48100	45.8
5	99.561	0.505	1.945	0.802	0.761	61000	31600	69.7

TABELA XI

$$\xi_{4(p)} = - \frac{2604}{E}, \xi_{4(\tau)} = 0.023 \text{ cm}$$

Punctul observat	Q	p	ξ_4	ξ'	$\xi' - \xi\tau$	E	E ₀	n
1	0.000	—	0.000	—	—	—	—	—
2	67.609	3.380	0.660	0.166	0.143	263600	152400	14.4
3	78.525	0.546	0.845	0.339	0.316	86700	53000	41.5
4	89.460	0.547	1.055	0.384	0.361	77500	42800	51.4
5	99.561	0.505	1.295	0.475	0.452	61000	28200	78.1

SECȚIUNEA 3 (8)

TABELA XII

$$\xi_{3(p)} = - \frac{2687}{E}, \xi_{3(\tau)} = - 0.036 \text{ cm.}$$

Punctul observat	Q	p	ξ_3	ξ'	$\xi' - \xi\tau$	E	E ₀	n
1	0.000	—	0.040	—	—	—	—	—
2	67.609	3.380	0.700	0.195	0.150	168000	138600	15.9
3	78.525	0.546	0.895	0.357	0.322	83500	54100	40.7
4	89.460	0.547	1.145	0.457	0.422	63700	34300	64.2
5	99.561	0.505	1.395	0.495	0.460	58400	2900	75.9

TABELA XIII

$$\text{arc } \tau_{3(p)} = \frac{2251}{E}, \tau_{3(p)} = \frac{7738000}{E}$$

$$\tau_{3(\tau)} = 0.45$$

Punctul observat	Q	p	τ	τ'	$\tau' - \tau\tau$	E	E ₀	n
1	20.447	—	0.00	—	—	—	—	—
2	67.609	2.358	5.83	2.47	2.02	383000	353600	6.2
3	78.525	0.546	9.26	6.28	5.83	132709	103300	21.3
4	89.460	0.547	17.05	14.24	13.79	56100	23700	92.8

Relativ la secțiunea 4 (7) e de remarcat că, în formulele pentru deplasări în urma încărcării, influența întăritoare a instalațiilor de beton nu se resimte de loc în partea încărcată. Această circumstanță ar trebui să fie principala cauză că *deformațiunile părții bolței încărcate* sunt mult mai neînsemnate ca ale părții *neîncărcate*.

Condițiunea e după formula:

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{4642}{4865} = 0.95,$$

după observație:

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{0.640}{0.741} = 0.76$$

$$\frac{\xi_1}{\xi_2} = \frac{2604}{2999} = 0.87; \frac{0.384}{0.75} = 0.79$$

Condițiunea acelorași deplasări verticale ivite în partea încărcată și neîncărcată în primul sfert de boltă e aproape 0.76, în timp ce după formnlă această condițiune e de 0.95. Diferența de 20% și poate avea explicația în influența zăbrelelor, și ar corespunde unei creșteri de 20% a momentelor de inerție relative la deplasări comparativ unei creșteri de 6% a tăriei bolței, ceea ce e foarte probabil când se observă mai de aproape bolta.

De alt-fel valorile obținute, din deplasarea secțiunii 4 (7), pentru E_0 și n nu trebuie luate în considerație, afară numai dacă s'ar introduce în calcule și influența întăririi locale în punctele de încărcare, ceea ce pare abia necesar relativ la celelalte valori existente.

Asemenea deplasarea secțiunii 3 (8) arată mari neregularități ș. de aceea valorile deduse de acolo nu trebuie luate în considerație.

Valorile deduse din deplasările orizontale 2 (9) nu posedă, din cauza micii mase de deplasare, acea greutate pe care o au acele deduse din deplasări verticale 2 (9), de aceea valorile deduse din deplasările verticale a secțiunii 2 (9) și a deplasărilor orizontale a secțiunii 3 (7) se pot neglija.

În urmă ar fi de considerat coeficientul deformațiunii betonului E_0 și $\frac{E_1}{E_0}$ pentru starea de la început până la încercarea proporțională în mijloc.

$$\left. \begin{array}{l} E_0 = 145000 \text{ kg./cm} \\ n = 15 \end{array} \right\} \dots \dots \dots 31)$$

Pentru starea critică:

$$\left. \begin{array}{l} E_0 = 33500 \text{ kg./cm} \\ n = 65 \end{array} \right\} \dots \dots \dots 32)$$

H. Calculul coeficientului $\frac{E_1}{E_0} = n$ din momente și forțe normale în acele secțiuni unde apărură primele crăpături

În acest caz coeficientul elasticității betonului și raportului care figurează betonul și fierul în secțiuni s'a determinat din observarea deformațiilor. În ce ce urmează s'a luat altă cale pentru a stabili acțiunea reciprocă a ferului și a betonului din măsurarea forței de rezistență a betonului întrebuințat, și din calculul funcțiunilor statice (moment de flexiune și forță normală) în acțiunile O' , N , și N' (fig. 12 în care apărură pr.mele crăpături).

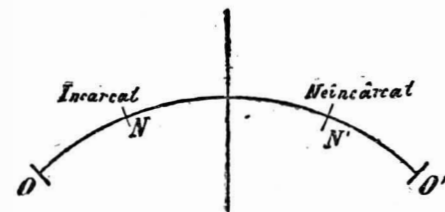


Fig. 12.

Adoptând semnele reprezentative din capitolul I

$$\left. \begin{array}{l} M_0 = \frac{M}{1 + \alpha u} \\ P_0 = \frac{P}{1 + \beta u} \end{array} \right\} \dots \dots \dots 6)$$

$$\left. \begin{array}{l} M_1 = \frac{\alpha n}{1 + \alpha n} M \\ P_1 = \frac{\beta n}{1 + \alpha n} P \end{array} \right\} \dots \dots \dots 7)$$

Insemnând cu K forța de rezistență a betonului W_0 , W_1 momentele de rezistență pentru beton și fier

$$K = \frac{M}{W_0 (1 + \alpha n)} - \frac{P}{F_0 (1 + \beta n)} \text{ sau:}$$

$$K = \frac{M}{W (1 + \alpha n')} - \frac{P}{F (1 + \beta n')} \text{ dacă:}$$

$$\alpha' = \frac{J_1}{J}, \quad \beta' = \frac{F_1}{F}, \quad n' = (n-1) = \left(\frac{E_1}{E_0} - 1 \right)$$

T și F momente de inerție și suprafața secțiunii ideale homogene.

Dacă: $\frac{M}{W} = \sigma_m$, $\frac{P}{F} = \sigma_p$, tensiunile ideale în urma

înlocuirii momentelor și forțelor normale, atunci avem:

$$\frac{\sigma_m}{1 + \alpha' n'} - \frac{\sigma_p}{1 + \beta' n'} = K.$$

Aci n' e necunoscut dar p \acute{o} te fi ast-fel pus \acute{i} n eviden \acute{t} ă:

$$n' = \frac{\sigma_m - K}{\alpha' K} - \frac{\sigma_p}{\alpha' K} = \frac{1 + \alpha' n'}{1 + \beta' n'} \quad (33).$$

Calculul se urm \acute{a} rește numai pentru urm \acute{a} toarele sec \acute{t} iuni:

a) Sec \acute{t} iunea O' la rostul de rupere neinc \acute{a} rcat, unde ap \acute{a} ru prima cr \acute{a} p \acute{a} tur \acute{a} .

b) Sec \acute{t} iunile N, N' \acute{i} n jum \acute{a} t \acute{a} țile de bolt \acute{a} inc \acute{a} rcat \acute{a} , și neinc \acute{a} rcat \acute{a} \acute{i} n care se ar \acute{a} tar \acute{a} imediat cr \acute{a} p \acute{a} turile.

Pentru calculul infiuen \acute{t} eii deplas \acute{a} rei culeei t_0 se dispun calculele ast-fel:

$$\tau_0 = 5; \quad E = 1.4 \times 10^6.$$

a) Sec \acute{t} iunea O'

pentru $p = 3.926$.

$$M_{g+p} = -43.40 \text{ m}$$

$$M_\tau = +8.83$$

$$M = -34.57 \text{ mt}$$

$$P_{g+p} = 45.57 \text{ m}$$

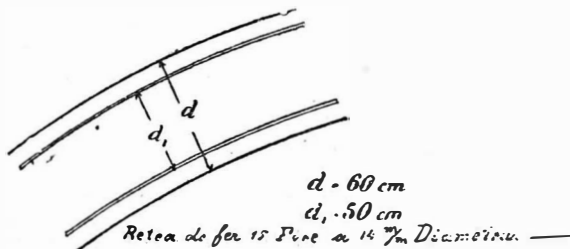
$$P\tau^*) = -0.95 \text{ t}$$

$$P = 44.62 \text{ t}$$

$$d = 0.60 \text{ m}$$

$$F = 6000 \text{ cm}^2$$

$$W = 60000 \text{ cm}^3$$



$$F_1 = 2 \times 16 \times 1.53238 = 46.16 \text{ cm}^2$$

Fig. 13

$$J = \frac{1}{12} 100 \cdot 60^3 = 1,800,000 \text{ cm}^4$$

$$F_1 = 46.18 \text{ cm}^2$$

$$\frac{F_1}{F} = \beta' = \frac{46.18}{6000} = 0.00770$$

$$J_1 = 2 \times 23.09 \times \left(\frac{50}{2}\right)^2 = 28860 \text{ cm}^4$$

$$\times H_\tau = -0.2232 \times 1.4 \times 5.0 = -1.562 \text{ t}$$

$$S_\tau = -0.0312 \times 1.4 \times 5.0 = -0.218 \text{ t}$$

$$P\tau = H_\tau \cos \varphi_0 - S_\tau \sin \varphi_0 = -1.562 \times 0.708 + 0.218 \times 0.706 = -0.95 \text{ t}$$

$$\frac{J_1}{J} = \alpha' = \frac{28.8600}{1,800,000} = 0.01603$$

Re \acute{t} ețele de fier erau \acute{i} n apropiere de rostul de rupere nu ca de obicei \acute{i} n bolt \acute{a} la dep \acute{a} rtare de 7.5 cm. de marginea extern \acute{a} , ci la dep \acute{a} rtarea numai de 5 cm.

$$\sigma_m = \frac{3,457.000}{60000} = 57.62 \text{ kg./cm.}^2$$

$$\sigma_m - K = 57.62 - 20 = 37.62 \text{ kg./cm.}^2$$

$$\sigma_p = \frac{44.620}{6000} = 7.44 \text{ kg./cm.}^2$$

$$\frac{\sigma_m - K}{\alpha' - K} = \frac{37.62}{0.01603 \times 20} = \frac{37.62}{0.3206} = 117.4$$

$$\frac{\sigma_p}{\alpha' K} = \frac{7.44}{0.3206} = 23.2$$

de unde: $n' = 84.2$ și

$$\underline{n} \underline{85} \text{ aproape} \quad (34).$$

b) Sec \acute{t} iunea N

$$M_p = 0.516 \times 6.982 \times 3.926 = -14.04 \text{ tm}$$

$$M_g = \dots \dots \dots -0.35 \text{ tm}$$

$$M_\tau = \dots \dots \dots -1.09$$

$$M = -15.48$$

$$P_{g+p} = 43.80 - \frac{0.20}{9.16} (43.80 - 42.51) = 43.66$$

$$P\tau = 1.562 \times 0.970 + 0.218 \times 0.245 = -1.57$$

$$P = 42.09$$

$$d = 42.5 \text{ cm.}$$

$$d_1 = 27.5 \text{ cm.}$$

$$F_1 = 46.18 \text{ cm.}^2$$

$$F = 42.50 \text{ cm.}^2 \quad W = 30.104 \text{ cm.}^3$$

$$\beta' = \frac{46.18}{4250} = 0.01087$$

$$J_1 = 2 \times 23.09 \times \left(\frac{27.5}{2}\right)^2 = 8729 \text{ cm.}^4$$

$$J = \frac{1}{12} 100 \times 42.5^3 = 629713 \text{ cm.}^4$$

$$\alpha' = \frac{J_1}{J} = 0.01356$$

$$\sigma_m = \frac{1548000}{30104} = 51.42 \text{ kg./cm.}^2$$

$$\sigma_p = \frac{42090}{4250} = 9.90 \text{ kg./cm.}^2$$

$$\frac{\sigma_m - K}{\alpha' K} = \frac{31.42}{0.2730} = 115.1$$

întemeiat de *Castigliano*; în special merită a fi menționat că *seria de crăpături în secțiunile* cele care lucrează mai mult sunt născerea boltei, (rostul de rupere) neîncărcată, în așa zisele secțiuni primejdioase N, N' , și după aceea tocmai la rostul de rupere încărcat, e în perfect acord cu teoria. Aceasta nu e numai o probă de exactitatea procedurii urmată și de omogenitatea materialului și lucrării.

2). *Teoria arcurilor elastice nearticulate* are mare însemnătate la bolțile *Monier*.

stalațiunile de fer, materialul bolței, considerat ca omogen, capătă o forță de rezistență aproape dublă. Din această circumstanță numai, reese ce mare rol joacă instalațiunile de fer în bolți.

5) *Coeficienții deformațiunii* deduși din variațiunile secțiunilor bolței, descresc treptat cu *crescerea încărcării*. Nu se poate determina din datele experienței în ce raport deformațiunile *persistente* sau o descrescere a coeficientului elasticității materialului de beton, au vre-o influență. Cu toate acestea întrebarea, cit pot fi considerate ca elastice construc-

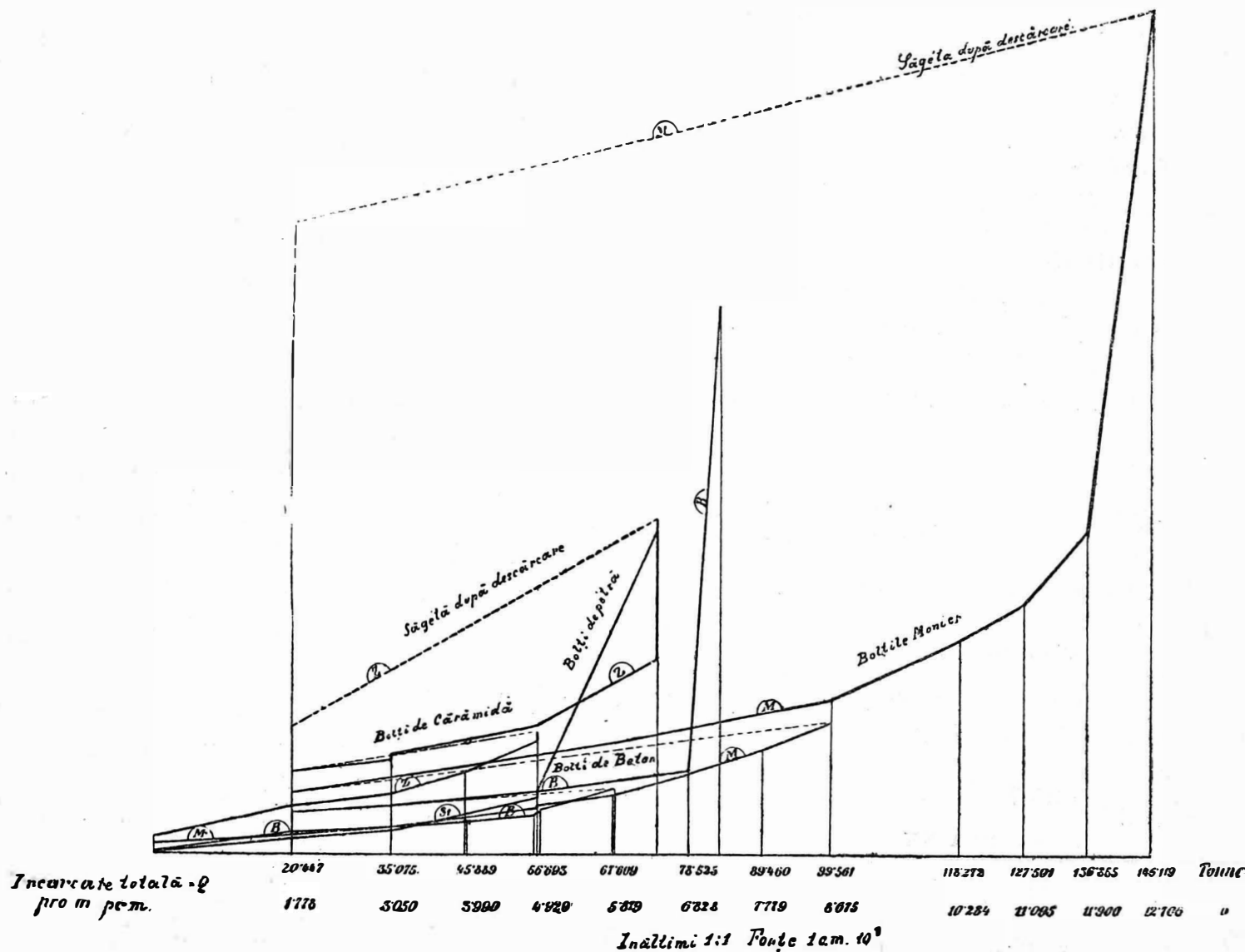


Fig. 14.

3) Pentru determinarea funcțiilor statice — forțe normale, momente de flexiune — se poate considera bolta ca fiind dintr'un material ideal-omogen.

4) Considerând materialul ca ideal - omogen, acesta prezintă o forță de rezistență de 40 — 50 kg/cm^2 . Fiind-că forța de rezistență a betonului întrebuițat fu ca 20 kg/cm^2 , pare evident că prin in-

știile de fer, n'are nici o influență asupra raportului în care se împart tensiunile interne asupra ambelor materiale ale bolței.

6) Acest raport, determinat, considerând constant coeficientul deformațiunii raportat la acel al elasticității construcțiilor de fer, din diformațiunile diferitelor stări de încărcări și din tensiuni, crește în același mod ca și travaliul materialului

bolței și se poate lua ca o valoare medie $n = 70$ pentru starea de încărcare critică, ivirea primelor crăpături.

7). Raportul-coeficient $n = 70$ e considerat casu-ficient pentru a judeca bolta din punctul de vedere al raporturilor statice, în special împărțirea tensiunilor interne asupra ferului și a betonului și gradul de siguranță al construcțiunei pentru încărcările critice.

8). Pentru starea de încărcare critică (greutatea totală $Q = 78'525t$) extensibilitatea ferului fu de 1300 kg/cm^2 la roatul de rupere neîncărcat și de 811 raportat la 835 kg/cm^2 în secțiunile primejdioase, și în momentul când se produsera deja crăpături în beton, ferul era încă capabil să reziste. In această circumstanță stă ridicarea extraordinară a gradului de siguranță contra betonului simplu.

Relativ la acesta mai e de remarcat, că, după ce bolta fu supusă la încărcarea de 146,119t, se produsera ruperi, construcțiilor de fer ¹⁾ nu erau încă rupte, și după încărcări urmate se produce o retrogradare a bolței. Raportul între greutatea ce produse ruperile și greutatea critică era 1'86, nici una din cele-l'alte bolți nu presintă un raporl atât de favorabil. Relativ la aceasta fig. 14, unde se vîd deplasările verticale a punctului 4(7) pentru diferitele bolți puse la încercare, și tabela comparativ anexată.

¹⁾ Crăpăturile necesit în ultimul stadiu după ruperea produsă, se vîd în fotografiile date (fig. 14).

FELUL BOLTEI	Grosimea bolței în centimetri			în încărcarea critică în tone		Forțele de rezistență maxime atinse	încărcarea în care se produc ruperile în tone		Raportul între greutatea în care se fac ruperile și încărcarea critică	Raportul încărcării în care se fac ruperile în cele-l'alte bolți, și în bolta Monier
	la cheia	la rostulderupere	în mijlocie	în tone	pro metri patrați		în totul	în metri patrați		
Boltă de piatră	60	110	85	56'51	1'457	9'4	74'022	3'218	1'31	0'21
» « cărămidă	60	120	90	42'2	1'83	7'0	67'548	2'937	1'60	0'46
» » beton	70	70	70	63'25	2'75	17'9	83'275	3'619	1'31	0'57
» Monier	35	60	47'5	78'93	3'414	50'18	146'12	6'353	1'86	1'00

9). Din fig. 14 se vede schimbările de formă a bolței Monier la încărcările de la început sunt aceleași ca și a celor-l'alte bolți, la încărcările mai mari totuși sunt mai mici ca a celor-l'ate; din bolta Monier în aceleași împrejurări nu presintă flexiuni mai mari ca celor-l'alte bolți.

10). Marea însemnătate a întroducerei ferului, are de rezultat că bolțile Monier au nevoie de mai mici forțe pentru a putea suporta aceleași greutăți sa cele-l'alte bolți.

Acestea cit și câștigul în înălțime la construcția dată au de urmare o micșorare considerabilă a împingerii orizontale și prin acesta o influență favorabilă asupra dimensiunilor arcului și a culeelor, fapte, cari în bolți mai mari, au o mare influență asupra cheltuelilor. Instalațiile de fer nu aduc numai o ridicare extraordinară a gradului de siguranță, ci și însemnate economii.

ÎMBUNĂTĂȚIREA PORȚILOR DE FER ȘI A CELOR-L'ALTE CATARACTE DE PE DUNĂREA-DE-JOS

(URMARE)

Lucrări anterioare pe Dunărea-de-jos

Marea importanță a Dunărei-de-jos, a fost apreciată de Romani; ei au executat aci importante lucrări, a căror urme vizibile ici și colea în lungul Dunărei excită admirațiunea oamenilor competenți; căci ele denotă cunoștinți tehnice puțin comune la acea epocă și niște eforturi gigantice.

Afară de numeroase poduri de piatră, Romanii au construit drumuri de halagiū în lungul fluviului, de la Ratisbona pînă la Dunărea-de-jos.

Totuși pe Dunărea-de-jos se găsesc urmele cele

mai remarcabile și cele mai numeroase de lucrări hidraulice și de regulare.

Iuliu Cesar concepu ideia cuceririi Daciei; succesorii săi August și Tiberiu o puseră în practică începînd atacurile în potruva Dacilor.

Tiberiu construi cel întei o șosea care (an 33 — 34) începea de la Singidunum (astă-zi Belgrad) și se prelungea pînă la Brza-Palanca și Bonon a (astă-zi Vidin).

Câte-va părți de cale săpate în stîncă și două table comemorative, din care una se găsește lângă