III

EXTRAS DIN PUBLICATIUNILE STREINE

INCERCĂRI EXPERIMENTALE FĂCUTE ASUPRA PIESELOR DREPTE ÎNCĂRCATE LA CAP

Domnul de *Préaudeau*, inginer-şef de Poduri şi Şosele în Francia, a publicat de curênd în «Annales des Ponts et Chaussées» uă dare de seamă amănunţită despre *Incercările experimentale făcute de d-nia sa asupra pieselor drepte încărcate la cap*. Ca conclusiune d-lui propune nişte formule diferite de cele întrebuinţate până acum. Studiul d-lui de Préaudeau fiind foarte inreresant îl dăm aci în extract.

Studiele teoretice şi formulele practice relative la compresiunea pieselor drepte încărcate la cap, se raporta de ordinar la cazul când sarcinile sunt aplicate în axa pieselor. Aceasta este hypotesa în care s'a pus d. *Collignon* în *Nota asupra flexiunei pieselor drepte comprimate* (Annales 1889) şi formula lui *Rankine*, adesea ori întrebuinţată de constructori pentru calcularea dimensiunelor pieselor comprimate, a fost obţinută prin ajutorul experienţelor făcute asupra coloanelor şi stâlpilor cari suportau sarcini verticale în axa lor.

De aci resultă că aplicaţia acestor teorii sau acestor formule la construcţiile nituite, ar trebui să fie limitată la piesele simetrice şi simetric încărcate, şi să nu se aplice, cum se face de obiceiu, la ori-ce piesă încărcată la cap, or care'i este forma şi or care este punctul de aplicaţie al sarcinilor pe cari le supoartă.

In ce priveşte construcţia podurilor, nu ar trebui deci să se calculeze zăbrelele grindilor cu uă singură inimă în cari diagonalele sunt spate la spate şi prin urmare comprimate în direcţia tălpilor lor, cum se calculează zăbrelele simetrice cu inimă dublă încărcate în direcţia axului lor.

Această chestiune a fost discutată în tratatul asupra *Calculelor podurilor metalice* de d. *de Leber* care propune, pentru calcularea acestor piese, uă formulă empirică nouă, în care introduce ca argument *excentricitatea forţelor*. Tot în vederea excentricităţei forţelor d. *Bricka*, în traducţiunea francesă dată acestei lucrări, a conservat cuvêntul de *Resistenţa la abutare* pentru a exprima condiţiunile în care lucrează piesele încărcate la cap, reservând chestiunea de a se sci dacă aceste piese sunt comprimate pe toată secţiunea lor sau în parte întinse, după posiţia puntului de aplicare al eforturilor pe cari le supoartă.

D. de Préaudeau a făcut şi d-lui experienţe asupra pieselor abutate, centrate sau încărcate excentric pentru a studia deformaţia lor. D-lui descrie metoadele întrebuinţate, expune resultatele experienţelor, dă formulele cari resumă aceste experienţe şi termină indicând câte va reguli de construcţie prin ajutorul cărora se poate simplifica întrebuinţarea formulelor experimentale.

Lăsând la uă parte descrierea experienţelor vom da cât mai pe scurt resultatele.

Tot ce urmează se aplică exclusiv numai construcţielor compuse din elemente *rigide*.

Notaţiuni

Formulele sunt toate exprimate cu aceleaşi notaţiuni pe cari le resumăm încă de la început:

Uă piesă de lungimea l sau L este încărcată la cap cu uă sarcină totală C exprimată în tone. Secţiunea piesei fiind Ω (în milimetri pătraţi) sarcina mijlociă pe milimetru pătrat va fi:

$$N = \frac{1.000 \times C}{\Omega}$$

I este momentul de inerţiă luând metrul drept unitate şi *r* raza de giraţiă a secţiunei, în raport cu planul de flexiune considerat; $\frac{l}{r}$ este raportul lungimei la raza de giraţiă sau ***lungimea relativă***.

Sarcina este aplicată sau în sensul axei care trece prin linia care uneşte centrele de gravitate ale secţielor transversale ale piesei, sau la o distanţă *d* de acest ax.

E este coeficentul de elasticitate şi π raportul circonferinţei la diametru;

f, săgeata observată sau calculată cu metru la unitate;

F, săgeata observată sau calculată cu milimetru ca unitate. F=1.000 f.

T, efortul total de tracţiune aplicat paralel cu axa unei piese;

R, limita practică a efortului pe milimetru patrat admisă pentru piesele scurte;

n, distanţa minimă între centru de gravitate şi talpa unei piese.

Piesele centrate

Doă serii de experienţe foarte complecte asupra pieselor centrate au fost făcute: 1° de d. Bauschinger şi relatate într'un memoriu din 1887, 2° de d. Considère şi inserate în darea de seamă a Congresului procedeurilor de construcţiă când cu Exposiţia universală din 1889.

Aceşti doi ingineri au discutat mai întâiu cestiunea de a sci daca, pentru a determina resistenţa la ***flambare*** erea mai preferabil de a opera asupra pieselor articulate sau asupra celor înţepenite adică dacă extremităţile pieselor trebuie să remână libere sau să fie constrânse a conserva direcţia lor primitivă. Au recunoscut amândoi că se poate obţine cu aproximaţia condiţiunile teoretice ale ***articulaţiunei*** dar înţepenirea complectă este aproape imposibil de realisat, ast-fel ca experienetle făcute cu ajutorul pieselor articulate sunt singure comparabile, cele alte permit numai de a fixa un coeficent mijlociu cu care trebue să se înmulţească sarcina de flambare determinată pe uă piesă articulată pentru a ţine compt de înţepenirea aceleaşi piese.

Totuşi d. Bauschinger a făcut unele experienţe asupra pieselor cu ***extremităţi plate*** cari se pot considera ca înţepenite; dar a remarcat că resultatele erau mult mai complicate de cât pentru piesele libere, din causa dificultăţei de a menţine exact paralele tavile aparatului de compresiune, de a obţine uă presiune uniform repartisată pe uă suprafaţă întinsă, în fine de a se asigura că tangentele fixe la extremităţi sunt în acelaş plan în loc de a fi pur şi simplu în doă plane paralele.

D. Bauschinger pentru a clasa fiarele supuse la experienţe a determinat xeperimental resistenţa la ***compresiune*** şi a admis, când ea nu era determinată, cu trebuie să aibă valoarea mijlocie 45 kilograme pe milimetru pătrat. D. Considére a clasat fierele sale după resistenţa la ***tracţiune***, determinată experimental.

A trebuit deci, pentru a se putea face o comparaţie să se stabilească mai întâiu uă corelaţiune aproximativă între cei doi coeficenţi de ruptură şi, atribuind compresiunei un coeficent superior cu aproape 20% sarcinei de ruptură prin tracţiune s'au împărţit probele în trei serii pentru cari s'au găsit sarcini de ruptură.

	La tracţiune	La compresiune
Seria I	mai mici de 38 kg.	mai mici de 46 kg.
» II	între 38 şi 40 kg.	între 46 şi 48 kg.
» III	mai mari de 40 kg.	mai mari de 48 kg.

Cei doi experimentatori n'au mărginit experienţele lor între aceleaşi limite; Experienţele d-lui Considére sunt mai numeroase pentru valorile $\frac{l}{r}$ variând între 40 şi 120, ale d-lui Bauschinger sunt mai puţin numeroase pentru $\frac{l}{r} < 100$ şi se înmulţesc între 100 şi 250. Apropiând aceste experienţe se poate întinde şi complecta conclusiunile lor.

Dênşii sunt de acord a recunoaşte că formula lui Euler, care este în concordanţă cu observaţia pentru piesele lungi, nu s'aplică la piesele scurte. D. Considére remarca chiar că concordanţa acestei formule cu observaţia nu începe de cât când $\frac{l}{r}$ e 140 sau 150 şi N 9 sau 10 kg. şi cum, în construcţiile rigide, $\frac{l}{r}$ e coprins între 60 şi 90 resultă că, ***în limitele practicei***, formula lui Euler nu poate servi la determinarea sarcinei de flambagiu.

D. Considére arată că mersul fenomenului este diferit după cum sarcina de flambagiu e vecină cu limita practică de elasticitate sau îi este inferioară; Nepotrivirea el o atribue variaţiunei coeficentului de elasticitate în fibrele comprimate sau întinse.

Şi cum legea variaţiuni coeficentului de elasticitate într'uă piesă supusă la sarcini cari întrec limita de elasticitate pentru compresiune nu este cunoscută, nu se poate, îndată ce această limită este întrecută, să se scie, ce valoare a lui E ar trebui să se pue în formula lui Euler.

Pe de altă parte, această limită e tot d'auna depăşită de sarcina de flambagiu a pieselor întrebuinţate în construcţie şi e prin urmare necesar de a recurge la formulele empirice.

In practică, conform cu avisul d-lui Bauschinger, totalitatea fenomenelor poate să fie represintată printr'uă formulă de forma celei a lui Rankine $N = \frac{R}{1 + a\left(\frac{l}{r}\right)^2}$ numai cum N este sarcina mijlocie reală de flambagiu sau ***resistenţa la flambagiu***, *R* şi **a** vor trebui consideraţi ca nişte coeficenţi de determinat prin experienţă, relaţia între sarcina de flambagiu şi raportul $\frac{l}{r}$ fiind

$$N = R\frac{1}{1 + a\left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

Din experienţele sale D-l Bauschinger deduce:

$R = 22^{kg}{,}7$ pe milimetru pătrat,

$a = 0{,}000058$.

Resultate cari nu coincid exact cu legea cu Euler.

D-l de Préaudeau propune să se dea coeficenţilor valorile: $R = 30$ kg şi $a = 0{,}00009$.

Sarcina de flambagiu va fi deci determinată de formula:

$$(2)\quad N = 30 \times \frac{1}{1 + 0{,}00009\left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

Şi se va putea adopta, cu un coeficent de siguranţă de un sfert, formula practică de resistenţă la flambagiu (în kilograme pe milimetru pătrat),

$$(3)\quad R = 7.50 \times \frac{1}{1 + 0{,}00009\left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

Atunci pentru fierele ordinare şi cu

$$\frac{l}{r} = \begin{cases} 40 \\ 60 \\ 80 \\ 100 \end{cases} \quad \text{avem } R = \begin{cases} 6,^{kr}33 \\ 5,\ 5 \\ 4,\ 6 \\ 3,\ 8 \end{cases}$$

Aceste consideraţiuni se aplică numai la fiarele primei serii; pentru cele-l'alte doă, observaţiunile nu sunt destul de numeroase ca să permită un studiu detaliat, se va ţine un compt suficient de mărirea resistenţei metalului adăogênd un termen de corecţiune care ar fi, după cum se va cunoasce resistenţa la tracţiune T sau la compresiune,

$$N_1 = 0{,}60\,(T - 38) + 30 \times \frac{1}{1 + 0{,}00009\left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

$$N_2 = 0{,}50\,(Q - 46) + 30 \times \frac{1}{1 + 0{,}00009\left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

Aceste formule ne fiind de cât nişte relaţiuni empirice cari au nevoiă să fie controlate de noui experienţe.

Pentru cele-l'alte doă serii sarcina de flambagiu va fi dată de formulele

$$(4)\quad \text{Seria II}\ N = 3 + 30 \times \frac{1}{1 + 0{,}00009\left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

$$(5)\quad \text{Seria III}\ N = 6 + 30 \times \frac{1}{1 + 0{,}00009\left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

Valorile practice aplicabile acestor fiere ar consista să se adauge cifrelor de mai sus 0,75 sau 1,50 kg. după cum se consideră fiare din a doua sau din a treia seriă.

In ce priveşce piesele cu extremităţile plate cari pot fi considerate ca înţepenite, D-l Bauschinger, după ce face reservele necesare asupra neregularităţeĭ resultatelor, găseşce:

$$R = 31^{kg}{,}50 \text{ şi } a = 0{,}000027$$

Această din urmă cifră diferă puţin de cea dată de Rankine (0,000033) şi valoarea lui R fiind numai puţin superioară aceleia din formula (2) va fi mai simplu de a admite pentru sarcina de flambagiu a pieselor înţepenite:

$$(6)\quad N = 30 \times \frac{1}{1 + 0{,}00003\left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

Şi cu acelaş coeficent de siguranţă $^1/_4$

$$(7)\quad N = 7{,}50 \times \frac{1}{1 + 0{,}00003\left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

Va resulta, pentru aceleaşĭ piese, după cum ele sunt articulate sau înţepenite, valorile următoare ale resistenţei practice la flambagiu, adică valorile mijlocii ale lui N cari n'ar trebui depăşite în practică:

pentru $\frac{l}{r}$ =	Piese articulate R =	Piese înţepenite R =
40	6.33	7.15
60	5. 5	6.77
80	4. 6	5.99
100	3. 8	5.77

Aşa dar, daca se admite, în piesele scurte, o valoare practică pentru lucrul secţiunilor comprimate $R = 7{,}50$ kg. micşorarea lucrului de impus pentru piese mai lungi, în vederea flambagiului, va fi:

pentru $\frac{l}{r}$ =	Piese articulate	Piese înţepenite
40	$7.50 - 6.55 =$ 0.95 kg. p. m. m.²,	$7.50 - 7.15 =$ 0.35 kg p. m. m.²
100	$7.5 - 3.94 =$ 3.56 kg. p. m. m.²,	$7.5 - 5.77 =$ 1.73 kg. p. m. m.²

Secţiunea unei piese de lungime crescătoare putênd suporta un efort dat va fi mărită, după lungimea iei:

pentru $\frac{l}{r}$ =	Piese articulate	Piese înţepenite
40	$\frac{7.50}{6.55} - 1 = 0.145$	$\frac{7.50}{7.15} - 1 = 0{,}045$
100	$\frac{7.50}{3.94} - 1 = 0.903$	$\frac{7.50}{5.77} - 1 = 0.299$

In fine daca se compară doă piese, una articulată, cea altă înţepenită suportând acelaş efort total, secţiunea celei de a doua va fi inferioară secţiei celei d'întêiu:

$$\text{pentru } \frac{l}{r} \begin{cases} 40 \text{ de } 1 - \frac{6.55}{7.5} = 0.0839 \\ 100 \text{ de } 1 - \frac{3.94}{5.77} = 0.\ 317 \end{cases}$$

Economia de metal va putea deci fi evaluată la 25% pentru construcţiunile ordinare.

Piesele excentrate

Fenomenele la cari dau nascere abutarea pieselor cintrate sau nu sunt de ordin foarte diferit: dacă piesele sunt cintrate şi omogene, nici uă flexiune nu se produce la început, şi îndată ce se manifestă uă săgeată piesa e pusă în pericol d'a se rupe; din contră, toate piesele excentrate se încovoaie când sunt puse la acţiunea unor forţe paralele cu axul lor, şi când flexiunea mărindu-se sub acţiunea crescândă a forţelor, piesa se rupe, nu este uă ruptură prin flambare ci prin flexiune.

Deci înainte de a căuta legea variaţiunei resistenţei la flambagiu cu excentricitatea eforturilor, să studiem legea experimentală a flexiunei pieselor abutate, când sunt încărcate excentric.

Când, în construcţiuni, un efort excentric tinde a încovoia uă piesă abutată, poate să fie doă feluri de calcule de făcut: sau să se caute a se pune secţiunea piesei în raport cu excentricitatea efortului ast-fel în cât travaliul maxim să rămâie inferior unei limite date sau să se anuleze flexiunea prin legături exterioare ca contraventurile. Căutând a studia prin experienţe legea flexiunilor, D-l de Préaudeau a mĕsurat şi ***greutăţile*** necesare pentru a anula flexiunea corespundĕtoare unui numĕr oare care de ***sarcini*** date. (Prin cuvêntul ***greutate*** D-l de Préaudeau vrea să dis'gneze in special eforturile transversale necesare să îndrepteze piesa încovoiată, ***sarcina*** fiind forţa aplicată paralel cu axul longitudinal care corespunde acestei greutăţi.

Experienţele au fost făcute asupra unor p'ese de formele $\top$, $+$, $\sqcup$, $\bullet$, $\bigcirc$, $\llcorner$ cu sau fără legături şi s'a luat numai resultatele mai mult sau mai puţin concordante. date de piesele cari n'au atins la nici uă epocă limita de elasticitate.

In general s'au observat, plecând de la o sarcină iniţială depindĕtoare de greutatea piesei săgeţile obţinute pentru diverse excentricităţi, după ce se căutase experimental posiţia arcului neutru de la care se mĕsura excentricităţile.

Se înţelege că la fiarele de construcţia cari nu suferiserĕ altă manoperă specială de cât indreptarea exactă a vĕrfurilor. neregularităţile secţiunei erau de natură a produce oare-care diferinţe în raport cu calculele făcute asupra secţiunilor rectangulare.

Resultatele date în tablouri se aplică la patru piese studiate în şapte posiţiuni diferite presintând secţiuni $\perp$, $+$, $\sqsubset$ şi suprafeţe coprinse 2.736 şi 3.820 milimetri patraţi.

Dacă să numesce lungime relativă câtul între lungimea ***reală*** şi raḍa de giraţia şi excentricitate ***relativă*** câtul excentricităţei reale variabilă de la 0,015 la 0,040 prin raḍa de giraţie, se va vedea că experienţele s'au făcut asupra unor lungimi relative coprinse între 35.71 şi 86,72 şi asupra unor excentricităţi relative variabile de la 0, 598 la 1,423.

Formula teoretică a săgeţitor :

$$(8)\quad f=d\times\frac{Nl^2}{8Er^2-Nl^2}$$

întrebuinţată cu argumentul N, sarcina pe milimetru patrat, în loc de C, sarcina totală dată de experienţe a necesitat o transformare care a fost făcută în tablourile studiate după esperienţe divideênd sarcina evaluată în kilograme prin secţiunea calculată în milimetri.

În tablouri s'a înscris valoarea mijlocie a săgeţilor observate la un numêr oare care de valori ale lui N şi ale lui d şi în dreptul lor valorile calculate prin formula de mai sus; aceste săgeţi sunt scrise în milimetri. Ele sunt mai mici de cât săgeţile observate şi raportul; nu este prea variabil; grupêndu-le după valorile crescende ale lui N se găsesc rapoarte coprinse între 1,52 şi 1,69 şi avênd în mod sensibil valoarea mijlocie 1.60.

Săgeţile fiind esprimate în milimetri, insemnândule cu F avem F=1,000 f. dacă N este exprimat în kilograme pe milimetru patrat.

$$E=20.000;\ 8\,E=160.000$$

Vom avea deci pentru valoarea experimentală a lui F :

$$(9)\quad F=1.600\,d\,\frac{Nl^2}{8Er^2-Nl^2}$$

Din această formulă putem trage unele conclusiuni utile pentru practică apropiând'o de formula travaliului fibrelor celor mai încărcate produs de uă sarcină mijlocie N pe milimetru patrat:

$$\max.\ N'=N+\frac{8Efn}{l^2}$$

Substituind valuarea lui f trasă din (9) aplicabilă la piesele libere, insemnând cu α un coeficient numeric de determinat experimental şi care să varieze cu condiţiuniunile experienţelor :

$$(9\ \text{bis})\quad f=\alpha d\,\frac{Nl^2}{8Er^2-Nl^2}$$

avem :

$$\max\ N'=N+8En\times\frac{\alpha dn}{8Er^2-Nl^2}$$

de unde :

$$(10)\quad N=\frac{\max.\ N'}{1+\dfrac{8\,E\alpha\left(\frac{n}{r}\right)\times\left(\frac{d}{r}\right)}{8\,E-N\left(\frac{l}{r}\right)^2}}$$

Pentru a pune această formulă în relaţiune cu cea dată pentru piesele centrate

$$(3)\quad R=7.50\,\frac{1}{1+0.0009\left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

trebue să se ia max. $N'=7.^{kg}50$

Pe de altă parte valoarea N corespondentă unei piese cintrate va fi tot de'una ***mai mică*** de cât valoarea R trasă din formula (3) aplicabilă la o piesă cintrată de aceleaşi dimensiuni.

Dacă dar se inlocueşte în al doilea membru al acestei ecuaţiuni N prin $R=7.50\,\frac{1}{1+0.0009\left(\frac{l}{r}\right)^2}$ ea va da uă limită ***inferioară*** a lui N corespunḍênd unei valori a lui N′ inferioară maximului admis de $7^{k}50$.

de unde :

$$N=\frac{7.50}{1+\dfrac{8\,E\alpha\left(\frac{n}{r}\right)\left(\frac{d}{r}\right)}{8\,E-\dfrac{7.5}{1+0.0009\left(\frac{l}{r}\right)^2}\left(\frac{l}{r}\right)^2}}$$

formulă care da valoarea sarcinei mijlocii N compatibilă ca uă sarcină maximă $N'=7.^{k}5$ prin ajutorul datelor teoretice, afară numai în ce priveste valoarea săgetei care trebue prin ajutorul coeficentului α, să fie pusă în concordanţă cu resultatele experienţelor.

Se vede că în casul cel mai general al unei piese comprimate de uă forţă cu uă excentricitate *d*, al cărei centru de greutate, este la o distanţă *n* de fibra cea mai încărcată, valoarea lui N depinde de trei argumente $\left(\frac{d}{r}\right)$ excentricitatea relativă a sarcinei ; $\left(\frac{n}{r}\right)$ excentricitatea relativă a piesei şi $\left(\frac{l}{r}\right)$lungimea relativă a piesei.

Pentru d=o (piesă centrată), formula se reduce la:

$$N=7.^{k}5$$

N se micşorează pentru valorile crescătoare ale fiecăria din cele trei argumente $\frac{d}{r}\ \frac{n}{r}\ \frac{l}{r}$

In construcţiile nituite, piesele excentrate sunt în genere legate pe talpă şi excentricitatea sarcinei este egală cu excentricitatea piesei, n=d.

Dacă limităm discuţiunea la acest cas formula va deveni:

$$(10\ \text{ter})\quad N=\frac{7.50}{1+\dfrac{8\,E\alpha\left(\frac{n}{r}\right)^2}{8\,E-\dfrac{7.5}{\left(\frac{r}{l}\right)^2+0.0009}}}$$

şi consecienţele pe cari le compoarta din punctul de vedere al formei secţiunilor se vor deduce mai uşor.

Cestiunea e, ca şi în casul general, de a face în acelaşi timp pe $\frac{n}{r}$ şi pe $\frac{l}{r}$ cât se poate mai mici.

Lungimea l fiind determinată de necesităţile construcţiei, elementele n şi r ar trebui să fie puse în corelaţiune cu lungimea. Or pentru a diminua primul raport $\frac{n}{r}$, în care ambele elemente sunt nedeterminate, se poate sau să se micşoreze n sau să se mărească r; dar pentru ca $\frac{l}{r}$ să fie cât mai mic posibil e necesar ca r să fie cât mai mare.

Trebue deci căutată forma secţiei care, pentru cea mai mare valoare a lui r să dea cea mai mică valoare lui n pentru o suprafaţa egală.

1⁰. *Secţiuni rectangulare*

avem:

$$I=\frac{ab^3}{12},\quad n=\frac{b}{2},\quad r^2=\frac{I}{\Omega}=\frac{b^2}{12},\quad r=\frac{b}{2\sqrt{3}}$$

peunde:

$$\frac{n}{r}=\frac{b}{2}\times\frac{2\sqrt{3}}{b}=\sqrt{3}=1{,}73.$$

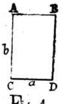
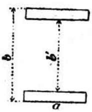


Fig. 1.

Raportul $\frac{n}{r}$ e deci constant şi egal cu 1,73 or cari ar fi valorile relative ale lui a şi b.

2. *Secţiuni dublu* ⊤ *reduse la tălpile extreme*



$$I=\frac{a}{12}(b^3-b'^3),\quad n=\frac{b}{2},\quad r^2=\frac{I}{\Omega}\frac{1}{12}\left(\frac{b^3-b'^3}{b-b'}\right).$$

$$r=\frac{1}{2\sqrt{3}}\sqrt{\frac{b^3-b'^3}{b-b'}},\quad \frac{n}{r}=\frac{b\sqrt{3}}{\sqrt{(b-b')^2+3bb'}},$$

Fig. 2

variând de la $\frac{n}{r}=\sqrt{3}$ când $b'=0$ (cazul precedent) la $\frac{n}{r}\ 1=$ când $b=b'$ limita către care tind grosimele tălpilor, când, cu secţia egală, lărgimea creşce indefinit.

3. *Secţiuni disimetrice*. Complicaţiunea formulelor n'a permis de a întinde această discuţiune la secţiunile disimetrice, cari sunt tocmai cele mai întrebuinţate în construcţia pieselor nituite de tălpile lor.

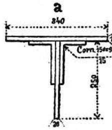
Vom proceda deci prin ajutorul exemplelor împrumutate mai întâiu pieselor noastre de experienţă.

Piesa No. 1		Ω=3 820.65	n=0 043	r=0.0438	$\frac{n}{r}$=0.982
» » 5 A	⊥	Ω=2.915,18	n=0.024	0.0289	0.830
» » 7 A		Ω=3.286,70	n=0.024	0.0259	0.926

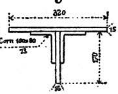
Vom mai compara şi trei figuri de diagonale întrebuinţate în poduri a căror zăbrele au fost calculate fără a se ţine seamă de disimetria sarcinilor.

Valorile excentricităţei relative sunt deci, în aceste diferite casuri, inferioare unităţei; ele au minimum lor pentru secţiele 5 A şi b şi cresc pentru secţiele caracterisate printr'o mai mare sau mai mică disproporţie.

a



b



c

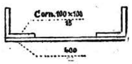


	Fig. 3.	Fig. 4.	Fig 5.
Ω =	14,495 mm²	9,691 mm²	9,550 mm²
n =	0,0696	0.0425	0,0256
r =	0,0768	0.0516	0,0289
$\frac{n}{r}$ =	0,906	0823	0,885

Fig. 3. Fig. 4. Fig 5.

Primul resultat al acestei comparaţiuni constă deci a arăta pentru ce secţiele disimetrice trebue să fie, conform cu practica, preferate pentru această întrebuinţare secţielor dublu ⊤ şi acestea secţielor rectangulare.

Dar comparaţiunea diferitelor secţiuni disimetrice între ele trebue să fie mai aprofundată pentru a indica acelea cari trebuesc preferate; vom mărgini acest studiu la secţiele fiarelor profilate cele mai usitate, resultatele obţinute vor putea să fie întinse prin analogia la secţiele compuse, în genere.

Am împrumutat elementele acestor calcule şi le-am reunit în tabloul următor pe valori sensibil egale ale secţiunei şi pe valori crescênde ale momentului de inerţie.

TABLOUL A.

Elemente principale ale câtor-va secțiunĭ obișnuite de fiare profilate

(Extract din Deutsches Normal-profil-Buch)

b = lățimea fiarelor;
h' = inălțimea nervurelor;
d = grosimea fiarelor;
e = grosimea nervurelor la fiarele ⊔

NOTA. — *In insemnarea profilelor distanța cotată la inceput este perpendiculară pe axa de flexiune; momentul de inerție e calculat cu milimetru ca unitate.*

Numĕrul de ordine și forma secțieĭ	Numĕrul profiluluĭ	Dimensiunĭ în milimetri				Secția in m/m pătrațĭ	Moment de inerție	Rada de girație in m/m		Excentricitatea in m/m	Excentricitatea relativă	Lungimea limiteĭ in metri	
		b	h	d	e			r^2	r	n	$\frac{n}{r}$	$\frac{1}{r}=40$	$\frac{1}{r}=100$
1	2	3	4	5	6	7							
1 ⊥	3/6	60	30	5,5	«	464	29.091	62.7	7.9	7.0	0.88	0.32	0.79
2 ∟	4/6	60	40	5	«	475	62.600	131.0	11.4	9.9	0.87	0.46	1.14
3 ⊥	4,5/4,5	45	45	5,5	«	465	87.400	188.0	13.7	13.3	0.97	0.55	1.37
4 ∟	5	50	50	5	«	475	112.400	236.0	15.3	14.4	0.94	0.61	1.53
5 ∟	6/4	60	40	5/7	«	475	174.200	336.0	19.1	19.9	1.04	0.76	1.99
6 ∟	6	60	60	8	«	896	297.000	330.0	18.0	17.9	0.99	0.72	1.80
7 ∟	8	80	80	10	«	1.500	890.000	593.0	24.3	23.7	9.93	0.97	2.43
8 ∟	8/12	120	80	12	«	2.256	1.160.000	514.0	22.7	20.5	0.90	0.91	2.27
9 ∟	10	100	100	12	«	2.260	2.100.000	920.0	30.3	29.4	0.97	1.21	3.03
10 ∟	12/8	120	80	12	«	2.256	3.250.000	1.444.0	38.0	40.5	1.06	1.52	3.80
11 ⊔	18	180	70	8	11	2.800	1.300.000	464.0	21.5	21.0	0.97	0.86	2.15
12 ⊥	8/16	160	80	13	«	2.950	1.340.000	454.0	21.3	18.3	0.85	0.85	2.13
13 ∟	9/15	150	90	13	«	2.951	1.860.000	599.0	24.5	21.7	0.88	0.98	2.45
14 ⊥	12	120	120	13	«	2.950	3.890.000	1.318.0	36.3	34.8	0.96	1.45	3.63
15 ∟	12	120	120	13	«	2.950	4.005.000	1.350.0	36.7	34.8	0.95	1.47	3.67
16 ∟	15/9	150	90	13	«	2.951	6.770.000	2.294.0	47.9	51.7	1.08	1.92	4.79
17 ⊔	22	220	80	9	12,5	3.760	2.226.000	601.0	24.5	23.4	0.95	0.98	2.45
18 ∟	9/22,5	225	90	13	«	3.926	2.050.000	522.0	22.8	18.0	0.78	0.91	2.28
18 bis ∟	100/200	200	100	14	«	4.004	2.880.000	719.0	26.8	20.0	0.82	1.07	2.68
19 ∟	14	140	140	15	«	3.980	7.320.000	1.830.0	42.7	40.5	0.94	1.71	4.27
20 ⊥	14/14	140	140	15	«	3.980	7.340.000	1.844.0	42.9	40.5	0.94	1.72	4.29
21 ∟	22,5/9	225	90	13	«	3.926	20.730.000	5.280.0	72.6	85.5	1.17	2.92	7.26
22 ∟	10/20	200	100	16	«	4.544	3.230.000	710.0	26.7	22.8	0.85	1.07	2.67
23 ∟	20/10	200	100	16	«	4.544	18.700.000	4.115.0	64.1	72.7	1.13	2.56	6.41
24 ∟	16	160	160	17	«	5.150	1.244.000	2.410.0	49.1	46.0	0.93	1.96	4.91

Pentru a le ușura discuția, facem mai ântâi un tablou (a) in ipotesa admisă că $\alpha = 1$. pentru valorile $\frac{l}{r}$ și $\frac{n}{r}$ admisibile in practicà.

TABLOUL a

$\frac{l}{r}$	$\frac{n}{r}$ 0,80	0,85	0,90	0,95	1,00	1.10
40	$\frac{7,5}{1,68}=4,4$	$\frac{7,5}{1,77}=4,2$	$\frac{7,5}{1,87}=4,0$	$\frac{7,5}{1,96}=3,8$	$\frac{7,5}{2,08}=3,6$	$\frac{7,5}{2,36}=3,2$
60	$\frac{7,5}{1,74}=4,3$	$\frac{7,5}{1,77}=4,1$	$\frac{7,5}{1,92}=3,9$	$\frac{7,5}{2,03}=3,7$	$\frac{7,5}{2,15}=3,5$	$\frac{7,5}{2,39}=3,1$
80	$\frac{7,5}{1,79}=4.2$	$\frac{7,5}{1,86}=4,0$	$\frac{75,}{2,0}=3,8$	$\frac{7,5}{2,11}=3,6$	$\frac{7,5}{2,23}=3,4$	$\frac{7,5}{2,49}=3,0$
100	$\frac{7,5}{1,83}=4,05$	$\frac{7,5}{1,95}=3,8$	$\frac{7,5}{2,074}=3,6$	$\frac{7,5}{2,197}=3,4$	$\frac{7,5}{2,326}=3,2$	$\frac{7,5}{2,6}=2,9$

Daca α ar avea o valoare diferită de unitate, valorile calculate ar lua forma $N = \frac{7,5}{1+\alpha k}$; k fiind partea fracționară a divisoruluĭ in fracțiunile calculate mai sus.

Aplicând aceste valori la anumite secțiuni ale tabloului a, comparate doă câte doă, se găseșce pentru valori egale ale lui l:

TABLOUL b

No	Forma	Ω	$\frac{n}{r}$	$\frac{l}{r}$	No.	
17	$\frac{220}{3}\times\frac{80}{12,5}$	3,760	0,95	$\frac{2,00}{0,0245}=81$	Kilg. 3,6	A.
18	$\frac{2,25\times90}{13}$	3,926	0,78	$\frac{2,00}{0,0228}=87$	4,15	A.
19	$\frac{140\times140}{15}$	3,980	0,94	$\frac{2,00}{0,0427}=46$	3,75	B.
18	$\frac{225\times90}{13}$	3,926	0,78	$\frac{2,00}{0,0228}=87$	4,15	B.
23	$\frac{200\times100}{16}$	4,544	1,13	$\frac{2,60}{0,0641}=40$	3,2	C.
22	$\frac{200\times100}{16}$	4,544	0,85	$\frac{2,60}{0,0267}=98$	3,9	C.
13	$\frac{150\times90}{15}$	2,951	0,88	$\frac{2,00}{0,0245}=81$	3,75	D.
18bis	$\frac{200\times100}{14}$	4,004	0,82	$\frac{2,00}{0,0268}=74$	4,12	D.
18	$\frac{225\times90}{13}$	3,926	0,78	$\frac{2,00}{0,0228}=87$	4,15	D.

Se vede deci, in A că corniera cu aripi inegale, incovoiate perpendicular pe aripa aceasta este mai favorabilă de cât ferul U; in B că aceiași secțiune este mai favorabilă de cât corniera cu ramuri egale, in C, că este mai avantagios, din acest punct de vedere, de a supune la incovoiere piesa disimetrică în sensul ramurei mici mai mult de cât în sensul celei mari; in D ca in diferite secțiuni desimetrice, cea mai avantagioasă poate să nu fie aceia la care disproporția este cea mai mare.

Urmează de aci că din punctul de vedere în care ne-am pus *secțiunile cele mai favorabile sunt cele cari coprind uă inimă simplă, de inălțime sensibil egală cu jumĕtatea lărgimei tălpei $b = 2\,h$.*

Sub influența sarcinelor compatibile cu max N', aceste piese se vor incovoia și se poate pune intrebarea dacă aceste flexiuni nu vor intrece limitele admisibile pentru construcțiuni rigide.

Să calculăm mai ântâiu săgețile teoretice presupunĕnd L=1 in formula

$$f = \alpha n \frac{N}{\frac{8\,E\,r^2}{l^2} - N}$$

TABLOUL c

No.	Forma	l	n	N	$\frac{r}{l}$	f
17		2,00	23,4	Klgr. 3,6	$\frac{1}{81}$	0,004
18		2,00	18,0	4,15	$\frac{1}{87}$	0,0044
19		2,00	40,5	3,75	$\frac{1}{46}$	0,002
18		2,00	18,0	4,15	$\frac{1}{87}$	0,0044
23		2,60	72,7	3,2	$\frac{1}{40}$	0,0024
22		2,60	22,8	3,9	$\frac{1}{98}$	0,007
13		2,00	21,7	3,75	$\frac{1}{81}$	0,0039
18 bis		2,00	22,0	4,12	$\frac{1}{74}$	0,0036
18		2,00	18,0	4,15	$\frac{1}{87}$	0,0044

Doă piese sunt în special rigide: No. 19 și 23 cele alte nu presintă din acest punct de vedere diferințe notabile, afară de No. 22, dar cum această piesă are o rază de girație foarte comparabilă cu a piesei No, 18 bis, pentru care *n* are aproape aceeași valoare se poate conchide de acolo că ori de câte ori valoarea $\frac{l}{r}$ se apropie de valoarea limită generalmente admisă în practica $\frac{l}{r} = 100$, flexiunile pieselor excentrate sau o valoare notabilă care e bine să fie evitată scoborând limita superioară a lui $\frac{l}{r}$ la 80.

In resumat, formula care dă sarcina mijlocia N compatibilă cu o sarcină maximă pe milimetru $N' = 7^{k.}5$ pentru valori date ale lui $\frac{n}{r}$ și $\frac{l}{r}$ ținênd compt prin ajutorul coeficentului α de flexiunea reală datorită datelor speciale piesei considerate este:

$$(10\ \text{ter.})\qquad N = \cfrac{7.50}{1 + \cfrac{8\,E\alpha\left(\frac{n}{r}\right)^2}{8\,E - \cfrac{7.5}{\left(\frac{r}{l}\right)^2 + 0.0009}}}$$

Aplicațiunea acestei formule la un oare-care numĕr de fiare profilate presupuse în condițiunile teoretice ale flexiunei, cu $\alpha = 1$, arată ca forma cea mai favorabilă a pieselor excentrate este aceea în care înălțimea inimei (piesa ⊤ sau corniera inegală) este aproape jumĕtate din lărgimea tălpei.

Când sarcinile nu trec peste cifrele date de această formulă, flexiunile pieselor rĕmân în limite admisibile, compatibile cu rigiditatea, cât timp $\frac{l}{r}$ este inferior lui 80 este interes, ***din acest punct de vedere***, de a nu trece pentru aceste piese peste valoarea $\frac{l}{r} = 80$.

Cum am mai spus'o, formula (10 ter.) dă o valoare minimă înlocuind formula (10). Se poate căuta care ’i este gradul de aproximație introducênd în formula (10) o primă valoare trasă din formula (10 ter.). Operând ast-fel se va găsi:

pentru secția 18 se va găsi 4 kg. în loc de 4.15.
» » 23 » » » 3 » » » » 3.20.

In practică se poate mulțumi cu prima aproximație

De altă parte se poate căuta să se represinte valorile formulei (10 ter.) printr'o expresie de formă mai simplă, cu condiție ca diferințele între resultatele celor doă formule să nu fie prea sensibile.

Dacă se calculează N prin formula:

$$(13)\qquad N = \overset{k.}{7.8} - 4\,\frac{n}{r} - \frac{1}{200}\,\frac{l}{r}$$

se găsesce pentru $\frac{n}{r}$ variând de la 0.80 la 1.10.
» » » $\frac{l}{r}$ » » » 40 » 1.00 valorile comparative date în tabloul următor:

$\frac{l}{r}$	$\frac{n}{r}$ 0,80 Formula teoretică	0,80 Formula practică	0,85 Formula teoretică	0,85 Formula practică	0,90 Formula teoretică	0,90 Formula practică	0,95 Formula teoretică	0,95 Formula practică	1,00 Formula teoretică	1,00 Formula practică	1,10 Formula teoretică	1,10 Formula practică
	kg.	kg.	kg.	kg.	kg.	kg.	kg.	kg.	kg.	kg.	kg.	kg.
40	4,4	4,4	4,2	4,2	4,0	4,0	3,8	3,8	3,6	3,6	3,2	3,2
60	4,3	4,3	4,1	4,1	3,9	3,9	3,7	3,7	3,5	3,5	3,1	3,1
80	4,2	4,2	4,0	4,0	3,8	3,7	3,6	3,6	3,4	3,4	3,0	3,0
100	4,1	4,1	3,8	3,9	3,6	3,8	3,4	3,5	3,2	3,3	2,9	2,9

Așa dar, dacă ne mărginim la valorile lui $\frac{l}{r}$ inferioare lui 80, concordanța e complectă și formula empirică poate fi întrebuințată cu aceași aproximație ca și formula teoretică.

Și una și alta se rapoartă la casul când flexiunile urmează legile formulei teoretice. Daca ar fi alt-fel, ar trebui să ne servim de tabloul ***a*** în care valorile $N = \frac{7.5}{1+K}$ ar trebui să fie înlocuite prin $N = \frac{7.5}{1+\alpha K}$, fiind coeficentul numeric al formulei 9 bis.

Am ḑis că independent de legea flexiunilor, d. de Préaudeau a încercat să determine, pentru piesele ex centrate, valoarea ***greutăților***, aplicate transversal, necesare pentru a îndrepta uă piesă încovoiată de uă sarcină dată aplicată la cap.

Formula teoretică relativă la această ipotesă, insemnând cu P greutatea totală aplicată transversal și C sarcina totală aplicată la cap și cu aceleași notațiuni ca mai sus este

$$(11)\quad P = \frac{3Cd}{l}\left(\cfrac{1}{1 - \cfrac{Nl^2}{8\,Er^2}}\right)$$

Formulă care se va reduce când Nl^2 este neglijabil în raport cu $8.Er^2$ la

$$(12)\quad P = \frac{3Cd}{l}$$

Daca comparăm această din urmă formulă cu resultatul observațiunilor vom remarca mai întâiu că trebuie să punem de laturi resultatele date de piesele cari, fiind prea rigide sunt în parte supuse la legile flexiuneĭ pieselor scurte.

Pentru cele alte piese experiențele nu sunt destul de precise pentru a permite uă discuțiune complectă a fenomenului, ele justifică totuși câte-va conclusiuni generale.

1. Greutățile transversale observate sunt mult mai mari de cât cele calculate prin formula (12) și în genere superioare celor calculate prin formula (11).

2. Raportul ***P*** care, după formula (12) ar trebui să fie constant, se măresce în fapt, pentru o aceiași piesă

cu valoarea momentului sarcinei Cd și pentru piese diferite cu lungimea lor relativă $\frac{l}{r}$

3. Legea variațiunei acestor rapoarte nu pare a putea fi exprimată numai prin simpla introducere în formula (11) a coeficenților determinați prin experiențe.

Acestea ar putea să fiă resumate, sub titlu de primă aproximațiă printr'uă formulă empirică :

$$(14)\quad P = -\frac{3Cd}{l}\left(1.20 + 0.028\ Cd\ \frac{l}{r}\right)$$

Valorile lui *P* calculate prin această formulă sunt în general superioare valorilor date de experiențe; nepotrivirea devine foarte sensibilă pentru piesele rigide, dar aplicațiunea sa la aceste piese n'ar avea alt inconvenient de cât de a da un supliment de siguranță.

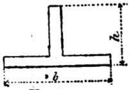


Fig. 6.

Dacă în formula (14) se neglige termenul al doilea care depinde singur de rigiditatea piesei, se vede că valoarea observată a lui P este superioară cu $20^0/_0$ valorilor trase din formula (12).

Dacă de altă parte s'ar considera sarcini excentrice C, aplicate la un sistem rigid de lungime $\frac{l}{2}$ la uă distanță d de axa de rotație, greutatea P, necesară pentru echilibru, ar avea drept valoare

$$\frac{P}{2} = \frac{Cd}{\frac{l}{2}} \text{ de unde } P = \frac{4Cd}{l}$$

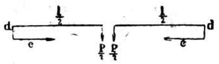


Fig. 7.

Substituțiunea unui sistem elastic sistemului rigid are de efect de a înlocui coeficentul 4 prin unul din coeficentele 3 (formula 12) sau 3,60 (formula 14) pentru sarcinele ușoare și piesele relativ scurte; pentru sarcinele mai mari și piesele mai lungi, coeficientul crește repede prin adăogarea celui de al doilea termen al formulei (14).

2. *Piese libere legate de membrure, aplicațiuni la construcțiunile rigide*

Formulele cari preced și cari se resumă într'uă formulă de resistența aplicabilă la piesele excentrate încărcate liber în planul tălpei lor, nu sunt direct aplicabile construcțiunilor nituite în cari doă cause perturbatrice lucrează în sensul stabilității: 1. Rigiditatea membrurelor de cari piesele zăbrelelor sunt legate, 2. înțepenirea mai mult sau mai puțin complectă care poate să resulte din legăturile între piesele considerate și cele alte elemente ale construcției.

Experiențele asupra pieselor legate de membrure presintă dificultăți speciale cari fac comparațiunea încă mai nesigură de cât cele de cari am vorbit; ele nu pot deci pretinde să indice modificări în formulele generale stabilite mai nainte ci numai corecțiunile ce trebuie să se facă la coeficenții lor.

Figura 8 represintă piesa No. 1 cu membrurile pe cari au fost montată; puntul de aplicațiune al presiunilor trebuind să se deplaseze în diferite punte pe basa AB, erea necesar, pentru a evita sucirea cornierei B, de a avea un calagiu interpus între corniеră și secțiunea extremă a piesei; dar acest calagiu era dificil de regulat.

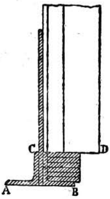


Fig 8.

Daca lăsa vre-un joc, se producea uă deplasare unghiulară între planele AB și CD până când calagiu fiind strâns corniera B tindea să se închidă.

Dacă se strângea calagiu prea tare tindea din contră să deschidă corniera și să producă efecte inverse.

De aceia resultatele experiențelor au fost mai neregulate de cât cele precedente; ele au fost comparate cu cele date de formula teoretică:

$$(8)\quad f = \frac{Ndl^2}{8\,Er^2 - Nl^2}$$

luând cele doă valori ale lui l indicate de figură, l_1 lungimea totală și l_2 lungimea între membruri.

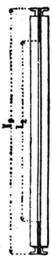


Fig. 9

Raportul între săgețile calculate și săgețile observate prin ajutorul lungimei l_1 a variat pentru sarcini totale crescând de la 8—24 tone, de la 1,02 la 0,99 și 0,943; Acelaș raport calculat prin ajutorul lungimei l_2 a fost de 0,49, 0,385, 0,368.

Aceste raporturi par a arăta că săgețile reale, cu cât sarcinele se măresc cresc mai puțin repede de cât a presupune formula teoretică, dar având în vedere aproximația resultatelor, și ținând compt de acea că din puntul de vedere care ne ocupă, în calcule trebuie să punem maximul săgeței observate, vom admite rapoarte constante și egale pentru prima ipotesă cu 1,00 și pentru a doua cu 0,45.

De unde cele doă formule urmëtoare:

F fiind ca mai sus, săgeata exprimată în milimetri F = 1,000 f: l, lungimea totală, s. e. pentru coloane de fer laminat, rezemate pe membruri nituite, ***dar cu uă articulațiune la fie-care extremitate:***

$$(15)\quad F = 1.000\ d \times \frac{Nl_1^2}{8\,Er^2 - Nl_1^2}$$

l_2 lungimea între membrure, s. e. pentru barele zăbrelelor legate de membrure, dar presupunênd pe acestea destul de flexibile pentru a putea admite ***uă articulațiune la*** fie-care extremitate, cea-ce se realisează foarte greu în practică :

$$(16)\quad F = 450\ d \times \frac{Nl_2^2}{8\,Er^2 - Nl_2^2}$$

Pentru a deduce din aceste date valorile limite ale sarcinei admisibilă pe milimetru pătrat, va trebui, în formula (10 ter) sau în tabloul *a* să se facă $\alpha = 1{,}000$ sau $\alpha = 0{,}450$.

Formula (13) se aplică la primul caz; pentru al doilea se va transporta coeficentul $\alpha = 0{,}450$ în valorile tabloului *a*.

Vom avea deci :

Pentru piesele mĕsurate pe toată lungimea

$$(13)\qquad N = 7{,}8 - 4\,\frac{n}{r} - \frac{1}{200}\,\frac{l}{r}$$

și pentru piesele mĕsurate între membri :

$$N = \frac{7.50}{1 + 0.450\,K}$$

valorile lui K se află în tabloul (a).

Experiențele relative la greutățile transversale necesare pentru a împiedica flexiunea pieselor sub o sarcină dată, dau resultate destul de nesigure din causa dificultăței de a defini cu precisiune influențele cari resultă din legături și de a sci prin urmare ce lungime trebue introdusă în formula (8); sub această reservă, resultatele obținute cu lungimea l_1 sunt exprimate aproximativ prin formula :

$$(17)\qquad P_1 = \frac{3\,Cd}{l_1}\left(1{,}20 + 0{,}006\,Cd\,\frac{l_1}{r}\right)$$

și cu lungimea l_2

$$(18)\qquad P_2 = \frac{3\,Cd}{l_2}\left(0.90 + 0.006\,Cd\,\frac{l_2}{r}\right)$$

Aceste formule simplificate devin :

$$P_1 = \frac{3\,Cd}{l_1} \text{ și } P_2 = \frac{3\,Cd}{l_2}$$

Ipoteza articulațiunei complecte, care s'a adoptat până aci pentru că singură presintă, din punctul de vedere experimental, date comparabile, e adesea în dezacord cu efectul legărei pieselor nituite cari produc o înțepenire mai mult sau mai puțin complectă.

Valoarea săgeței nu este determinată pentru piesele incastrate al căror moment de înțepenire nu este cunoscut, și toți experimentatorii sunt de acord să recunoască că resultatele date de piese considerate ca înțepenite sunt din cele mai variabile.

D-nu de Préaudeau a făcut câte-va experiențe asupra pieselor cu membrure, comparând direct cornierele lor de legătură. Resultatele au fost foarte variabile. Când înțepenirea a fost realisată pe axul membrurei, săgețile comparate cu cele ale precedentelor experiențe au fost aproape egale cu jumĕtatea săgeților acelorași piese prevĕḑute cu o articulațiune. Raportul între greutățile necesare pentru a anula flexiunea este acelaș, în mediu dar depărtarea între cifrele diverselor experiențe sunt adesea foarte variabile și nu permit să se considere această conclusiune de cât ca o aproximațiune destinată numai la stabilirea formulelor practice.

Reluând pe cele cari se aplică la casurile pieseler legate de membrure, cu articulația, și presupunênd o înțepenire complectă avem :

1. In funcțiune de lungimea l_1

$$(19)\qquad F_1 = 500\,d\,\frac{Nl_1^2}{8\,Er^2 - Nl_1^2}$$

2. In funcțiune de lungimea l_2

$$(20)\qquad F_2 = 225\,d\,\frac{Nl_2^2}{8\,Er^2 - Nl_2^2}$$

Scim că analisa care dă valoarea teoretică a săgeților pieselor libere nu se aplică la piesele înțepenite; trebue deci pentru acestea să se caute prin asimilația valorile practice ale sarcinei mijlocii. Ori, se poate admite ca o piesă înțepenită încărcată la cap, de lungime l, ia o formă sinusoidală, așa că există la mijloc o zonă de lungime $\frac{l}{2}$ a cărei deformație este aceeași ca aceea a unei piese libere de aceeași lungime. De altă parte, observațiunea arată că săgeata totală a piesei înțepenită este aproape jumĕtate din săgeata aceleași piese libere, zona mediană va avea deci o săgeată egală cu sfertul săgeței piesei libere.

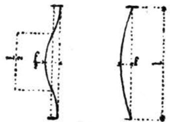


Fig. 10.

Prin urmare pentru a aplica formula (10 ter) la o piesă incastrată, α fiind coeficentul experimental al săgeților aceleași piese presupusă liberă, avênd drept lungime relativă $\frac{l}{r}$ va trebui să înlocuim α prin $\frac{1}{4}$ și $\frac{l}{r}$ prin $\frac{l}{2r}$.

Vom avea deci :

$$(21)\qquad N = \cfrac{7.50}{1 + \cfrac{1}{4}\,\cfrac{8\,E\alpha\left(\frac{n}{r}\right)^2}{8E - \cfrac{7.50}{4\left(\frac{r}{l}\right)^2 + 0.00009}}}$$

Și se va putea aplica calculele tabloului (a) prin ajutorul formulei

$$N = \frac{7.50}{1 + \frac{1}{4}\,\alpha K}$$

luând în tablou valoarea lui K corespunḑênd la jumĕtatea lungimei totală a piesei.

In ce privesçe greutatea, se poate mărgini a diminua la jumĕtate coeficenții formulelor 17 și 18 :

$$(22)\qquad P_1 = \frac{3\,Cd}{l_1}\left(0.60 + 0.003\,Cd\,\frac{l_1}{r}\right)$$

$$(23)\qquad P_2 = \frac{3\,Cd}{l_2}\left(0.45 + 0.003\,Cd\,\frac{l_2}{r}\right)$$

Studiu experimental al flexiunei pieselor simetrice supuse la cap la niște eforturi excentrice de tracțiune

In zăbrelele podurilor metalice de deschideri prea mici pentru a fi construite cu inimă dublă, piesele întinse sunt supuse, ca și piesele comprimate, la eforturi excentrice; se produc flexiuni în plane perpendiculare pe axa membrurelor și daca, cum aceasta se face de obiceiu, barele sunt nituite la punctul lor de intersecție, ele acționează una asupra alteia de oare-ce această legătură obligă să ia aceeași săgeată, or care ar fi efortul la care cele doă piese sunt supuse.

In experiențele făcute s'a căutat: 1) săgețile corespundětoare unor eforturi crescênde de tracțiune 2) greutățile aplicate transversal până la anularea săgeței.

Săgeata.— Formula teoretică pentru săgeți, în casul eforturilor excentrice de tracțiune este:

$$f = d\,\frac{Nl^2}{8\,Er^2 + Nl^2} \tag{24}$$

sau, luând milimetru ca unitate de săgeată

$$F = 1.000\ d\,\frac{Nl^2}{8\,Er^2 + Nl^2} \tag{24 bis}$$

Resultă din tablourile resultatelor că experiențele verifică foarte exact această formulă fără a fi nevoe de întroducerea vre-unui coeficent de corecțiune. Lungimea l, cu ajutorul căreia s'a făcut aceste calcule este egală cu lungimea reală a piesei presupunênd că tracțiunea se exercită în planele A B și CD trecênd prin vêrfurile piesei: or, nu încape îndoială că penele cu cari se prindeau piesele presentând o suprafață totală de 0.12 făceau nesigură lungimea la care putea să se încovoaiă, dar această nedeterminare pare a nu fi avut asupra flexiunelor o influență notabilă.

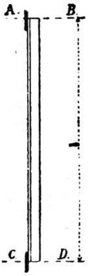


Fig. 11.

Or formula obținută pentru flexiunea prin compresiune, luând de argument lungimea totală, a fost:

$$F_{,} = 1.000\ d\,\frac{Nl^2}{8\,Er^2 - Nl^2} \tag{15}$$

Dacă piesele sunt destul de lungi pentru ca diferința între *l* și *l,*, care este egală cu dublul lungimei coprinsă între pene să fie neglijabilă formulele nu vor diferi de cât prin semnul termenului Nl^2 la numitor și daca se represintă grafic cele doă curbe ele vor avea tangentă comună la origină și vor presinta concavitățile lor în doă sensuri opuse. Fig. 12 și 13 represintă pentru piesele 1 și 5, comparațiunea curbelor date de experiență, în cari s'a lăsat să subsiste iregularitățile experimentale cari dau lângă origină o dublă intersecție în loc de contactul teoretic care ar trebui să existe între cele doă curbe a căror tangentă la origină are ecuațiunea:

$$f = \frac{dNl^2}{8Er^2}$$

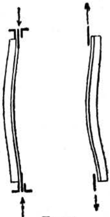


Fig 14.

Urmează de acolo că, valorile N fiind egale, săgețile datorite unui efort de tracțiune sunt mai mici de cât acelea produse de uă compresiune, și aceasta se esplică, căci excentricitatea se micșorează in primul cas și se măresce in al doilea cu valorile crescênde ale lui N cum o arată crochiul alăturat fig. 14.

Greutate. — Formula teoretică dând greutățile capabile de a impedica flexiunea sub un efort de tracțiune T este:

$$P = \frac{3Td}{l}\left(\frac{1}{1+\frac{Nl^2}{8Er^2}}\right) \tag{25}$$

care se reduce, când eforturile sunt destul de mici, la:

$$P = \frac{3Td}{l} \tag{26}$$

ca pentru casul compresiunei.

Să comparăm cele 2 d'întâiu formule:

la compresiune $P_1 = -\frac{3cd}{l}\left(\frac{1}{1-\frac{Nl^2}{8Er^2}}\right)$

la tracțiune $P_2 = \frac{3Td}{l}\left(\frac{1}{1+\frac{Nl^2}{8Er^2}}\right)$

Resultă că:

Pentru uă aceiași piesă lucrurile remânênd egale, valoarea greutăților transversale trebue să se mărească mai repede de cât sarcina totală pentru experiențele la compresiune și mai puțin repede pentru resistența la tracțiune, aceasta este uă altă formă a observațiunei făcută mai sus pentru crescerile săgeților.

Dacă avem $C = T$ în valoare absolută, raportul, pentru uă aceiași piesă are de valoare:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{8Er^2+Nl^2}{8Er^2-Nl^2}$$

și este, prin urmare, tot-d'a-una mai mare de cât unitatea.

Experiențele n'au putut să fie destul de precise pentru a permite uă discuțiune complectă dar ele dau loc la aceleași conclusiuni generale ca mai sus și anume:

1⁰) Greutățile transversale observate sunt mai mari

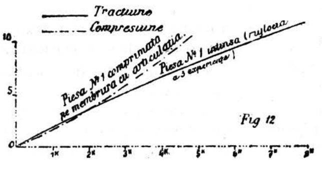


Fig 12

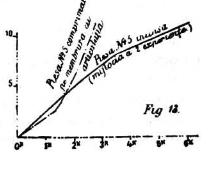


Fig 13.

de cât cele calculate de formula (26) și in genere superioare celor pe cari le dă formula (25).

2°) Raportul $\frac{P}{Td}$ care, dupe formula (26) ar trebui să fie constant, se măreșce, de fapt, pentru aceeași piesă cu valoarea momentului sarcinei Td și pentru piese diferite cu lungimea relativă $\frac{l}{r}$;

3°) Ca o primă aproximație care da resultate prea forte pentru piesele rigide și puțin cam slabe pentru piesele flexibile, resumăm experiențele prin formula empirică:

$$(27)\quad P_2 = \frac{3Td}{l}\left(1{,}10+0{,}0055Td\frac{l}{r}\right)$$

Presupunênd că această formulă se aplică la uă piesă de lungime egală cu acea mĕsurată intre corniere pentru care avem la compresiune

$$(17)\quad P_1 = \frac{3Cd}{l}\left(1.20+0.006Cd\frac{l}{r}\right)$$

vom avea

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{1.20+0.006\ Cd\ \frac{l}{r}}{1.10+0.0055\ Td\ \frac{l}{r}}$$

și pentru $C=T$ raportul va fi mai mare de cât unitatea, cum o indică teoria.

Și daca neglijăm mica diferență între coeficenții termenilor de al doilea cari intră in ordinul erorilor de experiență:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{1.20}{1.10} = 1.10 \text{ in țifră rotundă.}$$

Acum putem discuta cu uă oare care aproximație cea ce se petrece in zăbrelele grindei cu inima simplă ale cărei bare comprimate sau intinse sunt nituite la intersecția lor.

Daca piesele ar lucra isolat, flexiunile lor ar fi date prin formulele (15 și 24 bis) și raportul săgeților ar fi

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{8Er^2+Nl^2}{8Er^2-Nl^2}$$

F_1 fiind săgeata barei comprimate și F_2 săgeata barei intinse.

Acest raport fiind tot-d'a-una mai mare de cât unitatea «*presupunênd basele egale și egal încărcate*», resultă că piesa întinsă micșorează flexiunea piesei comprimate și invers; dar trebue observat că legătura între cele două bare nu poate avea de efect de a le îndrepta complect de vreme ce se încovoia in ccelaș sens.

Luând kilogramul și milimetrul drept unități se va putea scrie cu $E = 20.000$:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{160.000+N\left(\frac{l}{r}\right)^2}{160.050+N\left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

Să calculăm rapoartele corespundênd la limitele practice $\frac{l}{r}=40, \frac{l}{r}=100$.

Pentru $\frac{l}{r}=40$ vom avea cu $N=10$ kg.

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{176}{144} = 1{,}22;\quad F_2\ \frac{1.000d}{11}$$

și pentru $\frac{l}{r}=100$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{260}{60} = 4.33;\quad F_2\ \frac{1.000d}{2{,}6}$$

Daca dar se pune $D=1.000d$ exprimând excentricitatea în milimetri ca și săgeata, vom avea, pentru representarea grafică a săgeților în ambele ipotese con siderate figurile următoare. luând săgețile pe ordonate și excentricitățile pe abscise linia dreaptă F_2 a cărei ecuație este $F_2 = \frac{1}{11}D$ representă flexiunea barei întinse după excentricitatea sarcinei; pentru bara comprimată ea e representată prin

$$F_1 = \frac{1.22}{11}D$$

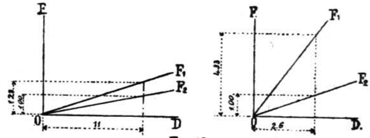


Fig 15.

Curba reală a săgeților, pentru piesele nituite la intersecția lor, se va aședa in unghiul F_1OF_2 și figurile arată că utilitatea acestei legături se mărește foarte repede cu flexibilitatea pieselor. In ce privește efortul de tracțiune transmis de niturile de legare n'avem elementele necesare pentru a'l determina cu precisiune; dar se va obține o limită superioară presupunênd că efortul este suficient pentru a indrepta piesa comprimată, acest efort fiind dat prin formula:

$$(17)\quad P_1 = \frac{3Cd}{l}\left(1.20+0{,}006Cd\ \frac{l}{r}\right)$$

Dacă pe de altă parte, s'ar căuta ce valori relative ar trebui să aibă eforturile elementare N_1 (la compresiune) și N_2 (la tracțiune) pentru ca săgețile să fie egale, s'ar găsi pentru exprimarea lui N_2 in funcție de N_1:

$$N_2 = \frac{8EN_1}{8E-2N_1\left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

Expresiune care cresce cu N_1 și cu $\frac{l}{r}$; raportul $\frac{N_2}{N_1}$ fiind de altmintrelea mai mare de cât unitatea, egalitatea flexiunei ar cere ca efortul de tracțiune să fie tot-d'a-una mai ridicat de cât efortul de compresiune.

Studiu experimental asupra flexiunei pieselor cu secția disimetrică supuse la cap la eforturi de comppresiune.

Experiențele preced cari au fost făcute asupra pieselor cu secția semetrică: este în adevĕr mai ușor a observa și a compara flexiunile plane. Or dacă se considera piese cu secțiuni disimetrice, s. e. colțari cu ramuri egale sau neegale legate cu membrure, or ce compresiune paralelă sau perpendiculară pe membrure va determina flexiuni oblice în raport cu valoarea momentelor de intrare ale piesei după axele considerate și dacă vrem ca aceste piese să nu sufere de cât flexiuni plane, trebue ca axele principale de inerțiă să fie paralele și perpendiculare pe axa de compesiune.

Axele principale de interție sunt cunoscute pentru cornierile cu ramuri egale, unul din ele fiind neapărat îndreptat după bisectrița unghiului, dar pentru cornierile cu ramuri neegale, este necesar de a resolvi mai întâi cele doă cestiuni următoare:

1. Fiind date momentele de interție ale unei piese după doă axe dreptunghiulare, trecênd prin centrul său de greutate, să se determine axele și momentele principale de intrare în posiție și în mărime.

2. Fiind date, în mărime și în posiție, momentele și axele principale de intrare, să se găsească valoarea momentelor de inerție corespundênd cu doă axe rectangulare cari fac, cu axele principale, un unghiu dat.

Fie un colțar cu ramure neegale, al cărui centru de greutate este în G și ale cărei ramuri sunt paralele cu doă axe Gx și Gy, momentul de inerție în raport cu un ax XX care face un unghiu ω cu Gx, are drept valoare:

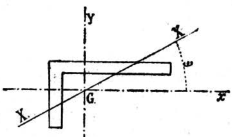


Fig. 16.

$I_X = 1\,\omega \cos^2\omega + I_Y \sin^2\omega - 2\,\text{sim}\,\omega \cos\omega \iint xydxdy$ (Colligon).

Pentru ca axul XX să fie un ax principal, trebue ca derivata lui I_X în raport cu ω să fie nulă de unde însemnând cu M integrala celui de al treilea termen

$$\text{tg } 2\omega = -\frac{2M}{I_Y - I_X}$$

$$\left.\begin{aligned} I_X &= \frac{I_X + I_Y}{2} + \sqrt{\left(\frac{I_Y - I_X}{4}\right)^2 + M^2} \\ I_Y &= \frac{I_X + I_Y}{2} - \sqrt{\left(\frac{I_Y - I_X}{4}\right)^2 + M^2} \end{aligned}\right\} \text{(Rankine)}$$

Dar dintr'uă observațiune făcută de D-l Collignon resultă că elementele simetrice ale figurei considerate, în raport cu una din axele paralele cu ramurile, dau uă valoare nulă în integrala M, elementele simetrice dând doă câte doă aceiași valoare lui X și niște valori egale și de semn cotra lui y și invers.

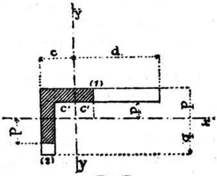


Fig. 17.

Așa dar calculul integralei poate fi limitat la elementele ne hașurate ale figurei fără a considera pe cele hașurate.

Dacă facem mai întâiu să varieze numai Y, vom avea pentru ramura (1) de integrat:

$$xdx \int_{p'}^{p} ydy = \frac{1}{2}\, xdx\,(p^2 - p'^2)$$

apoi făcênd să varieze X, integrala lui va fi:

$$1/2\ (p^2 - p'^2) \int_{c'}^{d} xdx = \frac{1}{4}(p^2 - p'^2)\,(d^2 - c'^2)$$

Pentru ramura (2) vom avea de asemenea:

$$xdx \int_{-p}^{q} ydy = \frac{1}{2}\, xdx\ (q^2 - p^2)$$

$$\text{și } \frac{1}{2}(q^2 - p^2) \int_{-c'}^{-c} xdx = \frac{1}{4}(q^2 - p^2)\,(c^2 - c'^2)$$

de unde în fine: $M = \frac{1}{4}(p^2 - p'^2)\,(d^2 - c'^2) + (q^2 - p^2)\,(c^2 - c'^2)$

Valoarea care trebue transportată în ecuația care dă tg. 2ω,

Experiențele făcute de d. de Préaudeau au avut de scop să verifice prin mĕsurări directe posiția axelor principale de inerție și să studieze legile flexiunei perpendiculare pe aceste axe, comparându-le cu formula experimentală dată pentru piesele simetrice; se regulau piesele de probă ast-fel că se aducea orizontal unul din axele sale principale.

Când axul XX este horizontal, dacă piesa este excentrată paralel cu acest ax, flexiunile sunt verticale și depind de momentul de inertie perpendicular.

Săgețile observate s'au găsit mai mari de cât cele aflate prin formulele teoretice și raportul este 1.52—1.59.

Axul YY fiind vertical, dacă piesa este excentrată paralel cu acest ax, flexiunile sunt horizontale și depind de momentul de inertie perpendicular.

Calcularea lor a dat rasultate analoage, dar raportul săgeților observate către săgețile calculate, care erea de 1,56 pentru uă excentricitate de 0,01 n'a mai fost de cât de 1,29 pentru uă excentricitate de 0,02.

Cu toată această anomaliă admițênd că formula:

$$(9)\ F = 1{,}600\ d\,\frac{Nl^2}{8\,Er^2 - Nl^2}$$

representă maximul săgeților observate, se vede că ea se poate aplica la piesele considerate.

Când ramura AB este horizontală, dacă se excentrează piesa paralel cu această ramură, flexiunea este oblică și s'a observat componentele ei în doă plane unul horizontal și cel alt vertical.

Raportul celor doă componente fiind foarte sensibil constant, resultă că flexiunea e plană și că unghiul planului mijlociu de flexiune cu verticala are drept tangentă raportul între suma săgeților verticala și suma săgeților horizontale observate cu uă aceiași excentricitate.

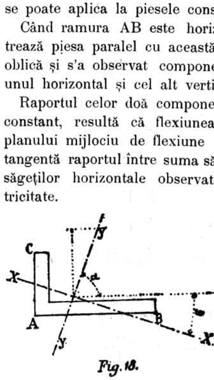


Fig. 18.

Fiă α acest unghiu care adunat cu ω dă un unghiu aproape egal cu 90^0

De altă parte excentricitatea, în raport cu axul XX, este egală cu proecția $\alpha \cos\omega$ pe YY.

Rapotul între resultatele obținute cu uă excentricitate de 0,01 și una de 0,094 a fost 1,43 care nu diferă mult de valorile precedente.

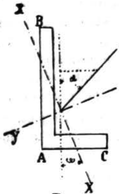


Fig 19.

Cu uă excentricitate de 0,02 s'a găsit raportul 1,62.

Când ramura AC este horizontală se observă, ca și în casul precedent, flexiuni sensibil plane și raportul între săgețile observate și cele calculate este de 1,64. El verifica formula experimentală într'un mod foarte satisfăcător.

Comparațiunea între formulele experimentale și formulele teoretice

1. *Piesele centrate*

Formula lui Euler deja discutată ne-a arătat: 1° că nu concordă cu experiența de cât in limitele de perfectă elasticitate; 2° că ea nu poate servi la determinarea dimensiunilor pieselor, pentru care se poate din contră intrebuința formulele experimentale de forma celei a lui Rankine.

$$(1)\quad N = R\,\frac{1}{1+a\left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

R și ***a*** fiind doi coeficienți determinați prin experiențele directe asupra resistenței maximum la flambagiu și intrebuințați, prin ajutorul unui coeficent de reducțiune convenabil, la determinarea dimensiunilor.

Formula flexiunei pieselor centrate nu permite să fie verificată experimental de oare-ce această flexiune resultă, de fapt, atât din uă mulțime de circumstanțe accidentale, precum defectul de cintragiu sau de omogeneitate cât și din legile generale ale elasticității: starea de echilibru a piesei care se încovoia este instabilă, de oare-ce ea este în pericol d'a se rupe. De aceea nu se poate observa cu folos un fenomen așa de nedeterminat.

2. *Piesele excentrate*

Din contră, flexiunea pieselor excentrate resultă dintr'uă stare de echilibru stabil, determinat de valorile sarcinei și ale excentricității și de reacțiunile elastice cari se produc în piesă.

Formula teoretică a fost comparată cu experiența în trei ipotese:

1. Pentru piese isolate fără legături.
2. Pentru piese legate cu membruri și analoage cu stâlpii construcțiunilor nituite și cu barele zăbrelelor, grinḑilor cu inima simplă.
3. In fine pentru aceleași piese înțepenite.

Când uă piesă excentrată tinde să se încovoaiă, se poate anula această flexiune prin întrebuințarea unor legături convenabile: Acesta este problemul contraventurilor care se presintă in toate construcțiunile și care este foarte des obiectul unor calcule și disposițiuni puțin exacte.

Determinarea secțiunei pieselor

1. *Piesele centrate*

1. ***Sarcina de ruptură prin flambare.***

Dacă în formula lui Rankine:

$$(1)\quad N = \frac{R}{1+a\left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

se dă lui R fie valoarea resistentei la ruptură prin tracțiune, fie uă valoare determinată prin experiențe directe, vom avea pentru ***a***

Piese libere	Colligaon	0,00012
	Bauschinger	0,00009 la 0,000614 0,000058 cu R = 22 kg. 7
	Formula propusă (Préaudeau)	0,00009 cu R = 30 kg.
Piese înțepenite	Rankine	0,000033
	Bauschinger	0,000041 la 0,000311 0,000027 cu R = 31 kg. 5
	Formula propusă (Préaudeau)	0,00003 cu R = 30 kg.
Piese semi-înțepenite	de Leber . .	0,00008

2. ***Formula practică de resistență la flambare***

E de ajuns, in cea-ce precede, de a multiplica valoarea lui R cu un coeficent de securitate care ar putea să fie între $^1/_4$ și $^1/_5$; se va admite s. e. pentru maximul de travaliu la compresiune aplicabil la piese scurte R = 7 kg. 50.

2. *Piesele excentrate*

In diferitele casuri studiate am recunoscut că reunind N^1, sarcina într'un punt al secției unei piese excentrate, valoarea sarcinei mijlocii N compatibilă cu uă valoare dată max N^1 în secția cea mai încărcată erea dată prin formula

$$(10)\quad N = \frac{\max N^1}{1+\dfrac{8\,Ed\left(\frac{n}{r}\right)^2}{8E-N\left(\frac{l}{r}\right)^2}}$$

Formula de mai sus este de al doilea grad in N și ar putea fi resolvită in raport cu aceasta variabilă; dar se poate obține o limită inferioară a valorei sale inlocuind in al doilea membru al sĕŭ pe N cu valoarea aplicabilă la aceiași piesă centrată.

Se obține ast-fel formula:

$$N = \frac{7.50}{1+\dfrac{8\,E\alpha\left(\frac{n}{r}\right)^2}{8\,E-\dfrac{7.50}{\left(\frac{r}{l}\right)^2+0.00009}}}$$

și pentru E = 20 000 aproximativ.

$$N = \frac{7.5}{1+\dfrac{\alpha\left(\frac{n}{r}\right)^2\left[\left(\frac{r}{l}\right)^2+0.00009\right]}{\left(\frac{r}{l}\right)^2+0.000045}}$$

sau

$$N = \frac{7.5}{1+\alpha\left(\frac{n}{r}\right)^2\left[1+\dfrac{0.000045\left(\frac{l}{r}\right)^2}{1+0{,}000045\left(\frac{l}{r}\right)^2}\right]}$$

Valoarea experimentală a lui ω a fost găsită în mijlociu:

Piese libere	nelegate	. . . .	$\omega = 1{,}6$
	legate de membruri	a, în funcția de lungime intre corniere .	$\omega = 1{,}0$
		b, în funcția de lungime intre membruri	$\omega = 0{,}45$

La piesele încastrate, pentru a aplica formula trebue să se dea lui α $^1/_4$ din valoarea ce ar avea daca piesa ar fi liberă și lui $\frac{1}{r}$ $^1/_2$ aceleași valori.

La piesele libere puse in condițiuni ast-fel că flexiunea lor urmează legea teoretică, se poate intocmi cu $\alpha = 1.0$ formula prin

$$N = 7{,}5 - 4\frac{n}{r} - \frac{1}{200}\frac{l}{r}$$

Formule relative la contraventuire.

Când uă piesă dreaptă incărcată la cap e prea lungă sau are uă prea mică radă de girație, se poate după casuri, să fie nevoie să se mărească dimensiunile sale saŭ a se divisa in secțiuni, ale căror extremități să constitue noduri, cu condiția ca flexiunea lor să fie anulată prin legături convenabile. Cum ar fi s. e. uă coloană care pătrunde printr'un tavan; se poate căuta ce forțe F trebue să fie aplicate in mijlocul sĕu pentru ca să nu se producă nici o flexiune. Daca coloana e incărcată in centrul sĕŭ chestiunea nu este susceptibilă de o soluțiune experimentală, de oare-ce flexiunea nu s'ar produce de cât puțin timp înaintea rupturei; dar experiențe au fost făcute asupra pieselor excentrate, și daca pentru piesele centrate, se caută valoarea limită a excentricității relative care poate resulta din circumstanțe accidentale, se va putea deduce efortul maximum necesar pentru a anula săgeata ce s'ar produce în mijlocul piesei și prin urmare dimensiunile pieselor de contraventuire.

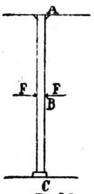


Fig 20.

Piese excentrate. Dificultatea de a compara resultatele experiențelor delicate a condus la resumarea resultatelor obținute în niște formule empirice.

Pentru a le intrebuința la determinarea secțiunei pieselor de contraventuire, va trebui să se introducă un coeficient de siguranță egal cu 4 sau cu 5 și se va putea admite (C fiind valorat in tone) formulele *practice* următoare:

Piese libere. . . . $P = -\frac{15Cd}{l}\left(1.20 + 0{,}029Cd\frac{l}{r}\right)$

Piese legate de membruri	a mĕsurate	fără corniere	$P = -\frac{15Cd}{l}\left(1.10 + 0.006Cd\frac{l}{r}\right)$
	b «	intre membruri	$P = -\frac{15Cd}{l}\left(0.90 + 0{,}006Cd\frac{l}{r}\right)$
Piese ințepenite legate de membruri	a «	fără corniere	$P = -\frac{15Cd}{l}\left(0.60 + 0{,}003Cd\frac{l}{r}\right)$
	b „	intre membruri	$P = -\frac{15Cd}{l}\left(0.45 + 0{,}003Cd\frac{l}{r}\right)$

Piese centrate. Pentru a trage din aceste resultate uă formulă aplicabilă la piesele centrate, trebue să facem uă ipoteză asupra excentricității relative care poate fi atinse accidental, chiar in construcțiuni stabilite. D. Considére a dat pentru aceasta valoarea 0.05; pentru că am căutat formule destinate să dea dimensiuni practice, va trebui să inmulțim acest raport cu un coeficent de securitate coprins intre 4 și 5, și valoarea $\frac{d}{r} = 0{,}25$ va corespunde cu efortul maxim pe care'l poate suporta uă piesă de contraventuire destinată să impedice flexiunea unei piese centrate.

Formulele practice corespundĕtoare vor fi:

Piese libere. . . . . $P = \frac{3.75C}{\left(\frac{l}{r}\right)}\left(1.20 + 0{,}007Cl\right)$

Piese libere legate de membruri	intre corniere	$P = \frac{3.75C}{\left(\frac{l}{r}\right)}\left(1.20 + 0.0015Cl\right)$
	intre membruri . . .	$P = \frac{3.75C}{\left(\frac{l}{r}\right)}\left(0.90 + 0{,}0015Cl\right)$
Piese ințepenite legate de membruri	intre corniere	$P = \frac{3.75C}{\left(\frac{l}{r}\right)}\left(0.60 + 0{,}0007Cl\right)$
	intre membruri . . .	$P = \frac{3.75C}{\left(\frac{l}{r}\right)}\left(0.45 + 0.0007Cl\right)$

Să arătăm printr'uă aplicație intrebuințarea acestor formule,

Uă coloană centrată cu o secție de 3.000 milimetri pătrați este încărcată cu o greutate de 18 tone, fie pe milimetru pătrat 6 kg.

Avem

$$l = 10^m \text{ și } \frac{l}{r} = 100$$

După formulă presiunea maximă pe milimetru pătrat nu ar trebui să intreacă

$$N = \frac{7.5}{1 + 0{,}00009\left(\frac{l}{r}\right)^2} = 3{,}^{kg}94$$

Așa dar trebue sau să se mărească secțiunea coloanei făcênd'o $\frac{18.000}{3.94} = 4.568$ $^m/_m{}^2$ adică să fie mărită cu 1,568 $^m/_m{}^2$ mai *mult de jumĕtate* sau să se întrebuințeze contraventuiri determinate prin formula:

$$P = \frac{3.75\,C}{\frac{l}{r}}\,(1.20 + 0{,}007\,Cl).$$

Efortul maximum P, la care vor avea să resiste contraventuirile va fi $P = 1.66$.

Dacă le facem să lucreze la 6 kg. pe m/m pătrat, secția lor va trebui să fie de $\frac{1.660}{6} = 277$ m/m² și dacă presupunem că aceste contraventuiri au aceiași lungime totală ca și coloana, adică daca se poate găsi punte de legare la 5 m. de fie-care parte, volumul lor va fi proporțional cu uă secție de 277 m/m pătrați în loc de 1.568 m/m ², secția cu care ar trebui mărită coloana pentru a resista singură fără contraventuire.

Trebue observat că după metoda întrebuințată pentru calcularea formulelor, se va găsi uă valoare pentru P, chiar când C va fi foarte mic, dar nu va fi nevoe să se ţină seamă de ea de cât când $C > \Omega N$, căci alt-fel piesa resistă fără contraventuire.

Piese supuse la eforturi excentrice de tracţiune

Nu s'a putut, pentru aceste piese, să se facă de cât uă singură serie de experienţe în care excentricitatea erea uniform egală cu distanţa între centrul de gravitate şi talpa piesei, experienţa a arătat că flexiunea urmează legea teoretică, ast fel că formula trebuind să servească la determinarea dimensiunilor este anoloagă cu cea a pieselor comprimate, afară de uă schimbare de semn. De unde presupunênd $\alpha = 1$ şi $d = n$

$$(28)\quad N = \frac{\max N'}{1 + \dfrac{8E\left(\frac{n}{r}\right)^2}{8E + N\left(\frac{l}{r}\right)^2}}$$

Dar nu se cunoasce, ca pentru piesele comprimate uă valoare a lui N care să poată servi de prima aproximaţie în corecţiunea celui de al doilea membru, şi pentru a evita resolvirea ecuatiunei de gradul al II, cel mai simplu ar fi să se calculeze N cu ajutorul a doă aproximaţii succesive, făcând mai întâiu $N = 0$ în al doilea membru al formulei de sus.

Cu aceaşi aproximaţiă ca în experienţele de compresiune, s'a găsit pentru greutăţile capabile de a anula flexiunea datorită unui efort dat:

$$(27)\quad P = \frac{3Td}{l}\left(1{,}10 + 0{,}0055\, T\, d\, \frac{l}{r}\right)$$

Această formulă aplicându-se exclusiv pieselor libere legate de membrure.

Resultă din comparaţia formulei de sus cu formula

$$P = \frac{3Cd}{l}\left(1{,}20 + 0{,}006\, C\, d\, \frac{l}{r}\right)$$

Că greutatea necesară pentru a anula flexiunea corespunḑênd la acest efort de compresiune pentru piese de aceaşi lungime şi de aceaşi secţiune, este mai mare de cât daca secţiunea erea produsă printr'un efort de tracţiune, şi raportul este aproape 1,10.

Deci într'un zebrelagiu ale cărui bare sunt legate la intersecţia lor, barele intinse micşorează flexiunea barelor comprimate, dar nu pot s'o anuleze, de vreme ce ambele săgeţi sunt îndreptate în acelaşi sens.

Conclusiuni

Conclusiunile d-lui de Préaudeau se mărginesc la a resuma formulele relative la determinarea dimensiunilor pieselor, precum şi secţia pieselor contraventuirei.

Compresiune

I. Piese centrate.

Piese libere: $N = \dfrac{7.5}{1 + 0.00009\left(\frac{l}{r}\right)^2}$

Piese înţepenite: $N = \dfrac{7.5}{1 + 0.00003\left(\frac{l}{r}\right)^2}$

II. Piese excentrate.

Nu se consideră din punctul de vedere al aplicaţiunilor de cât piesele legate şi sunt împărţite în doă categorii:

1) Coloanele, stâlpii sau piesele analoage, în cari lungimea considerată este mĕsurată, ***între corniere***; 2) barele zăbrelelor podurilor pentru cari lungimea este mĕsurată ***între membrure***.

a) *Piese libere:*

$$N = \frac{7.5}{1 + \alpha\left(\frac{n}{r}\right)^2\left[1 + \dfrac{0.000045\left(\frac{l}{r}\right)^2}{1 + 0.000045\left(\frac{l}{r}\right)^2}\right]}$$

Pentru piesele mĕsurate între corniere $\alpha = 1$. Valorile lui N sunt exprimate în limitile practicei prin formula empirică:

$$N = 7.8 - 4\,\frac{n}{r} - \frac{1}{200}\,\frac{l}{r}.$$

Pentru piesele mĕsurate între membrure $\alpha = 0{,}450$, formula trebue să fie întrebuinţată cu elementele tabloului *a*.

b) *Piese înţepenite:* Formula este aplicabilă cu condiţiune d'a înlocui:

Pentru piesele mĕsurate între corniere $\left\{\begin{array}{l} \alpha = 1 \text{ prin } \alpha = \frac{1}{4} \\ \text{şi } \frac{l}{r} \text{ prin } \frac{l}{2r} \end{array}\right.$

Pentru piesele mĕsurate între membrure $\left\{\begin{array}{l} \alpha = 0.450 \text{ prin } \alpha = \frac{0.450}{4} = 0.1125 \\ \text{şi } \frac{l}{r} \text{ prin } \frac{l}{2r}. \end{array}\right.$

In or-ce cas, secţiunile cele mai favorabile pentru această întrebuinţare sunt acelea a căror tip este un simplu ⊤ cu înălţime egală cu jumĕtatea lărgimei tălpei, şi trebue evitate valorile lui $\frac{l}{r}$ mai mari ca 80.

Tracţiune.

Nu se consideră de cât piesele legate de membruri; efortu maxim pe milimetru patrat care le poate fi aplicat resultă *cu ajutorul aproximaţiilor succesive*, din formula:

$$N = \frac{7.5}{1 + \dfrac{8E\left(\frac{n}{r}\right)^2}{8E + N\left(\frac{l}{r}\right)^2}}$$

Secţiunea pieselor de contraventuire

Aceste formule determină efortul *practic* de tracţiune pe care trebue să'l poată suporta trăgătorii capabili d'a impedica flexiunea la mijlocul unei piese de lungime *l* suportând la cap o sarcină *C*, evaluată în tone, când această valoare întrece pe cea obţinută prin multiplicarea cu secţiunea a sarcinei pe milimetru patrat dată de formulele de la compresiune.

Compresiune

I. Piese centrate. a) Piese fără legături :

$$P = \frac{3.75\ C}{\left(\frac{l}{r}\right)} (1.20 + 0.007\ Cl)$$

b) Piese mĕsurate între corniere :

Piese libere : $P = - \frac{3.75\ C}{\left(\frac{l}{r}\right)} (1.20 + 0.0015\ Cl)$

Piese înțepenite: $P = - \frac{3.75\ C}{\left(\frac{l}{r}\right)} (0.60 + 0.007\ Cl)$

c) Piese mĕsurate între membruri:

Piese libere : $P = - \frac{3,75\ C}{\left(\frac{l}{r}\right)} (0.90 + 0.0015\ Cl)$

Piese înțepenite: $P = - \frac{3,75\ C}{\left(\frac{l}{r}\right)} (0.45 + 0.007\ Cl)$

II. Piese excentrate. Nu se consideră de cât piesele egate de membruri.

a) Piesele mĕsurate între corniere :

Piese libere : $P = - \frac{15\ C\ d}{l} \left(1.20 + 0.006\ C\ d \frac{l}{r}\right)$

Piese înțepenite : $P = - \frac{15\ C\ d}{l} \left(0.60 + 0.003\ C\ d \frac{l}{r}\right)$

b) Piese mĕsurate între membruri.

Piese libere : $P = - \frac{15\ C\ d}{l} \left(0.90 + 0,006\ C\ d \frac{l}{r}\right)$

Piese înțepenite : $P = - \frac{15\ C\ d}{l} \left(0.45 + 0.003\ C\ d \frac{l}{r}\right)$

Tracțiune

Piese libere legate cu membruri :

$$P = \frac{15\ T\ d}{l} \left(1.10 + 0.0055\ \ T\ d \frac{l}{r}\right)$$

Domnul de Préaudeau terminând studiul D-lui face câte-va observațiuni asupra întrebuințărei oțelului în construcțiuni și ajunge la conclusiunea că oțelul n'ar fi avantajos în lucrările de dimensiuni mijlocii unde se cere întrebuințarea grindilor cu inima simplă; el ar fi reservat numai pentru grindile cu inima dublă, îndată ce deschiderea ar fi destul de mare pentru ca întrebuințându'l să resulte economia.

Dar aceste considerațiuni se bazează pe flexibilitatea comparată a pieselor comprimate de oțel sau de fer și acest punt ar trebui să fie obiectul unor verificări experimentale.

D-lui mai publică mai multe note relative la diferitele experiențe făcute, niște tablouri cu resultatele experiențelor și descrie aparatele întrebuințate.

Aceste chestiuni de detaliu au fost lăsate la uă parte. Doritorii de a le citi vor găsi la Societate broșura pe Aprilie 1894 a Analelor de Poduri și Șosele francesă, din cari s'a făcut extrasul de mai sus.

Extras de
P. P. PERETZ, inginer

MAȘINA PENTRU CURAȚIREA ȘINELOR LA TRAMWAIE.

Mașinile existente pentru curățirea șinelor sunt în destul de bune în cea cea ce privesce curățatul, însă prezintă inconvenientul, că în timp uscat produc un praf colosal, lucru care este supărător trecătorilor și locuitorilor.

Prin urmare ast-fel de mașini nu pot fi permise chiar din punctul de vedere sanitar. Acest lucru deci a dat nascere la construirea de mașini cari să nu producă praf în timpul curățatului, iar gunoiul să se poată aduna automatic în căruțe de transport.

Curățitorul de șine al lui *Falconer* și *Westphal* la Brisbane este ast-fel construit : o bucată de fer în formă de limbă este băgată în scobitura șinei, pentru a curăța gunoiul aflat acolo și a'l transmite într'un coș sub-vagon susținut prin bare paralele. Insă peria întvârtitoare după un timp oare-care aruncă înainte sau înapoi gunoiul adunat, ast-fel că condițiunea de căpetenie care trĕbue să fie satisfăcută de aceste mașini nu este îndeplinită, fiind-că gunoiul căzut în părți laterale trebuie să fie adunat din nou de către curățitori. In timp uscat acest aparat nu poate funcționa din causa marelui praf ce desvoltă, ast-fel că va fi necesar a uda șinele înainte de curățat. O construcțiune Americană a lui *Marton Blackwell* se poate într'adevĕr întrebuința, cu toate aceste modul de exploatare este foarte costisitor. Gunoiul strâns printr'o dispositiune cu elevator, este adunat într'o lădiță. Când această lădiță se umple, este luată și înlocuită cu o alta, ast fel că curățarea poate urma înainte. Se află numai trei lădițe, cari sunt așezate pe un vagon aflat înapoia mașinei; Imediat ce lădițele s'au umplut, căruța trebue să le ducă pentru a fi golite, ast-fel că trebue a se face un drum special pentru aceasta și a fi foarte exacți, dacă dorim ca mașina de curățit să nu sufere întrerupere în funcționarea ei.

Mașina pentru curățatul șinelor a lui *Carl Th. Bischoff* inginer la Hamburg pare că îndeplinesce toate condițiune cerute. Această mașină care merge pe șine ea și tramvaiu, putând în acelaș timp să meargă cu ușurință și pe pavagiu este trasă de cai. Această ma-