Resultate pentru *Monatsbericte der D. S.* care daŭ, între altele, starea lunară a fenomenelor atmosferice pe oceanul Atlantic.

Hărțile synoptice, *Tägliche synoptische Wetterkarten*, representând aspectul vremei la 8 ore dimineața pe același ocean,

Pe basa acestor lucrări, care, cum se vede, își au sorgintea directă în materialul din jurnale, se elaboreadă mai târdiu apoi altele de un caracter mai general și mai sciințific, ca *Vierteljahrs-Wetter-Rundschau* și ca *Segelhandbuch* de alte forțe competinte ale Institutului, precum secția pentru cercetări meteorologice și biuroul sciințific al directorului.

Vierteljahrs-Wetter-Rundschau (Aspectul vremei pe trimestru) apare ca explicație la hărțile synoptice și studiază tipurile de isobare pe Oceanul Atlantic Nord.

Segelhandbuch (Manual pentru corăbiile cu pânză), din care până acum s'au elaborat și publicat două volume, cel pentru Oceanul Atlantic și cel pentru Oceanul Pacific, resumă studiile meteorologiei și fisice pe apă și aplică resultatele lor la stabilirea celor mai bune drumuri pentru corăbii. In această operă să grupează toate faptele esențiale care interesează marina și meteorologia maritimă, din punct de vedere atât practic cât și sciințific.

(Va urma)

de **D. Bungetzianu**
Licențiat în sciințe

TEORIA STABILITAȚEI LOCOMOTIVELOR

(Urmare)

IX. *Amplitudina oscilațiunilor*

Valoarea Z, a deplasărilor este formată de două părți, din care una ξ_0, dată de seria ecuațiunilor (14), (14^{bis}), (14^{ter}) (§ VII), rămâne aceiași pentru fie-care șină, iar cea-l'altă, Z_{i+1}, formată de termenul complimentar dependent de valorile inițiale, variază de la o șină la alta.

Pentru a i+1-a șină avem:

$$Z_i = \xi_0 + \frac{Z'_{oi}}{m} \sin mt + z_{oi} \cos mt = \xi_0 + \xi_{in}$$

Inlocuind $\frac{Z'_{oi}}{m}$ și Z_{oi} prin valorile lor in funcțiune de x și y, avem:

$$(16)\ \xi_{i+1} = \frac{\sin\frac{i\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} \left\{ \left[y \cos (i-1)\frac{\alpha}{2} - x \sin (i-1)\frac{\alpha}{2} \right] \sin mt \right.$$
$$\left. + \left[x \cos (i-1)\frac{\alpha}{2} + y \sin (i-1)\frac{\alpha}{2} \right] \sin mt \right\}$$

Semi-amplitudine Δ a mișcărei represintate de ξ_{i+1} este dată de:

$$\Delta^2 = \frac{\sin\frac{i\alpha}{2}}{\sin\frac{i\alpha}{2}} \left\{ \left[y \cos (i-1)\frac{\alpha}{2} - x \sin (i-1)\frac{\alpha}{2} \right]^2 \right.$$
$$\left. + \left[x \cos (i-1)\frac{\alpha}{2} + y \sin (i-1)\frac{\alpha}{2} \right]^2 \right\}$$

sau, reducând și luînd rădăcina pătrată:

$$\Delta = \frac{\sin\frac{i\alpha}{2}}{\sin\frac{i\alpha}{2}} \sqrt{x^2+y^2}.$$

Ast-fel amplitudina oscilațiunei complimentare se compune d'intr'un factor constant, $\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}$ și d'intr'un factor variabil cu i, numărul de ordin al șinei. Amplitudinea va fi maxima când vom avea:

$$\sin\frac{i\alpha}{2} = 1$$

sau:

$$\frac{i\alpha}{2} = (2p+1)\frac{\pi}{2}$$

relațiune care permite a determina pe i. Această determinare e foarte ușoara prin metoada grafică care servește a găsi perioada. De câte ori un vîrf al poligonului înscris va cădea în N sau N', adică în $\frac{\pi}{2}$ sau $\frac{3\pi}{2}$ (fig. 5 No. 3) numărul care ne arată al câtelea vîrf e de la origina O ne va da o valoarea lui i. In practică nu e necesar ca vîrful poligonului să cadă exact în N sau N'; e destul se fie vecin de unul sau altul din aceste două puncte

Valoarea lui t pentru care ξ_{i+1} este egală cu Δ este dată de expresiunea:

$$\operatorname{tg} mt = \frac{y \cos (i-1)\frac{\alpha}{2} - x \sin (i-1)\frac{\alpha}{2}}{y \sin (i-1)\frac{\alpha}{2} + x \cos (i-1)\frac{\alpha}{2}},$$

în care trebue să facem $\frac{i\alpha}{2} = (2p+1)\frac{\pi}{2}$, cea ce dă:

$$\operatorname{tg} mt = \frac{y \sin \frac{\alpha}{2} - x \cos \frac{\alpha}{2}}{y \cos \frac{\alpha}{2} + x \sin \frac{\alpha}{2}}.$$

Pentru ca ξ_{i+1} să poată într'adevĕr deveni maximum, trebue ca valoarea lui t, dată de tg mt, să fie mai mică ca τ, durata percurgerei unei șine. Insă la o valoare oare-care a tg mt, corespunde în tot-d'a-una un arc nt, coprins între o și π. Pentru a fi siguri să avem: $mt < nt$, e de ajuns ca arcul mt să fie mai mare ca π. Relațiunea $mt = \pi$, sau $\frac{ml}{V} = \pi$, va da valoarea vitesei limite corespundătoare:

Cea ce precede ne dă mijlocul de a găsi maximum termenului complimentar ξ_{i+1}. Trebue acum să căutăm maximul lui $Z_1 = \xi_2 + \xi_{i+1}$.

Valorile lui ξ_0 sunt date de ecuțiunile (14), (14^{bis}), (14^{ter}) cari sunt prea complicate pentru ca să putem trage direct, într'un mod simplu, conclusiile ce căutăm. De aceea e preferabil de a construi grafic curba ξ_0.

Când curba formată de cale aste aceia pe care am presupus'o la § IV, ordonatele ξ_0 sunt tot-d'a-una negative, afară când mt poate deveni mai mare ca $\frac{3\pi}{2}$, cea ce cere ca mt să fie asemenea mai mare Ele trec printr'un singur maximum.

Pentru a avea valorile maxima ale lui Z_1, fie positiv fie negativ, va fi de ajuns a construi resultanta curbei ξ_0 și a curbei complimentare ξ_{i+1}. corespundĕnd la valoarea lui i:

$$\frac{i\alpha}{2} = (2p+1)\frac{\pi}{2}.$$

Variațiunea amplitudinei cu vitesa.

Am vĕdut mai sus că, dacă $\sin\frac{\alpha}{2} = 0$, valorile inițiale succesive Z_{0n} și Z'_{0n} sunt egale cu nx și ny, adică cresc indefinit cu timpul Atunci mișcarea nu mai e periodică, ci se compune dintr'o succesiune de oscilațiuni cu amplitudine crescândă. Ecuațiunea acestei mișcări pentru a n+1-a șină este:

$$Z_1 = \xi_0 + ny \sin mt + nx \cos mt.$$

In realitate, deplasările nu pot cresce indefinit, și cea ce precede însemnează numai că ele 'și ating maximum pentru vitesa corespundĕnd la: $\sin\frac{\alpha}{2} = 0$ de unde $\alpha = mt = 2q\pi$, sau: $\tau = q\frac{2\pi}{m}$

Ast-fel, acest maximum are loc când perioada $\frac{2\pi}{2}$ a oscilațiunilor proprii a arcurilor es e egală cu perioada τ, sau cu un sub-multiplu întreg al acestei perioade τ, a funcțiunei ce represintă curba formată de cale. Relațiunea $\tau = \frac{l}{V} = \frac{2\pi}{m}$ dă valoarea vitesei ce corespunde la cele mai mari oscilațiuni. Această vitesă se poate numi «*vitesa critică*» a locomotivei

Acest resultat era lesne de prevĕdut, pentru că e consecința unui principiu de mecanică care a fost demonstrat de D. Vicaire, inspector general de mine, și al cărui enunțiu este următorul:

«Când facem să lucreze o forță perturbatrice asupra unui sistem material animat de mișcări mici plecând de la posițiunea de echilibru stabil, dacă perioada forței perturbatrice tinde către acea a uneia din oscilațiunile simple proprii sistemului, amplitudina perturbațiunei devine din ce în ce mai mare. La limită, perturbațiunea se confundă cu oscilațiunea simplă corespundătoare, a cărei amplitudine cresce indnfinit cu timpul.

«Trebue să luăm cuvîntul indefinit în sensul că amplitudinea iese din limitele în cari ecuațiunile liniare rămîn destul de apropiate». *(Comptes Rendus de l'Académie des Sciences,* 12 janvier 1891).

Pentru a studia într'un mod complect variatiunea amplitudinei cu vitesa, e necesar a construi curbele representative ale valorilor x, y și Δ.

Căutarea minimumului amplitudinei nu presintă mai puțin interes de cât acea a maximului.

Construind curba deplasărilor primare ξ_0, pentru diferite vitese, se recunoaște (după cum se va vedea mai departe) că maximum lui ξ_0 nu variaza simțitor cu vitesa. Prin urmare, vom avea minimum amplitudinei când acel maximum al lui ξ_0 nu va putea fi întrecut, adică când termenul complimentar va fi nul. Cum nu poate fi nul pentru șina a doua, pentru că x și y nu se anulează în același timp, aceasta însemnează că perioada trebue să fie numai de două șine. In acest cas, avem: $\frac{3}{2} = \pi$, sau. $V = \frac{ml}{x}$. Vitesa corespundătoare este dar îndoitul vitesei critice.

Se vede în fine că amplitudinea oscilațiunilor trebue să crească pînă la vitesa critică, pentru ca să se micșoreze apoi pe măsură ce crește vitesa.

Exemplu de determinarea amplitudinilor. Pentru a lămuri cea ce precede, vom face o aplicațiune numerică.

Presupunem că $\eta = 4$ milimetri și că distanța osiilor e de $2^m,1$, toate cele lalte date rămînînd aceleași ca la § VIII.

Construim mai întîi curbele ξ_0 pentru vitese de două, trei, patru și cinci învîrtituri pe secundă. Ele sûnt represintate în *Fig. 4, Pl. 1, No. 3).*

Se vede că, începând de la origină, aceste curbe se confundă aproape, că maximum lor are mai aceași valoare și Corespunde la o aceași abscisă: $t = 0'',165$, sau $mt = \pi$. Valorile x sunt ordonatele 2, 3, 4, 5 ale extremităților acestor curbe. Se calculează și valorile lui y și se construesc curbele x și y *Fig. 5, Pl. 1, No. 3)* în funcție de vitesă. In fine din aceste două din urmă, se deduce curba $\Delta = \frac{\sqrt{x_2 + y_2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$, care dă variațiunea amplitudinei mișcărei complimentare. Această curbă se compune din două ramuri avênd ca asimptotă ordonată ce corespunde vitesei critice.

Se vede că valoarea Δ se micșorează când vitesa cresce.

S'a vědut mai sus că maximum amplitudinei mișcărei complimentare ξ_{i+1} se produce când avem:

$$\sin \frac{i\alpha}{2} = 1, \text{ sau: } \frac{i\alpha}{2} = (2p+1)\frac{\pi}{2}$$

și valoarea lui t pentru care ξ_{i+1} este egal cu semi-amplitudinea, este dată de:

$$(17) \quad \operatorname{tg} mt = \frac{\pm\left(y \sin \frac{\alpha}{2} - x \cos \frac{\alpha}{2}\right)}{\pm\left(y \cos \frac{\alpha}{2} + x \sin \frac{\alpha}{2}\right)}$$

Numărătorul și numitorul au tot-d'auna acelaşi semn, însă semnul fie-căruia este + sau —, după după cum p este par sau impar.

Dacă calculăm valorile lui arctg mt, se vede că ele sunt tot-d'a-una coprinse, pentru vitesele mai mari ca vitesa critică și afară de vecinătatea acesteia din urmă, între $\frac{\pi}{2} + 45^0$ și π și între $\frac{3\pi}{2} + 45^0$ și 2π. Prin urmare, amplitudinea mișcărei complimentare corespunde aproximativ. la cea mai mare valoare negativă a deplasărei primare ξ_0, care se reprezintă prin $mt = x$.

Numai pentru toate vitesele superioare vitesei critice, valoarea $\xi_{i+1} = \Delta$ este positivă. In adevěr, să considerăm ecuațiunea (16) care dă pe ξ_{i+1}, $\sin \frac{\alpha}{2}$ este tot d'auna positiv, pentru că $\alpha < 2\pi$.

Calculînd expresiunile: $y \sin \frac{\alpha}{2} - x \cos \frac{\alpha}{2}$ și $y \cos \frac{\alpha}{2} + x \sin \frac{\alpha}{2}$, cu ajutorul curbelor din *fig. 5, Pl. I, No. 3,* găsim că prima este tot-d'a-una positivă și cea d'a doua negativă începênd de la vitesa critică. Ele 'și păstrează semnele în valoarea lui ξ_{i+1} cînd avem: $\frac{i\alpha}{2} = 2q\pi + \frac{\pi}{2}$; prin urmare, expresiunea dintre acolade în ξ_{i+1} este positivă, sin mt fiind positiv, și cos mt negativ, pentru valoarea tg mt dată de (17). De altă parte, sin $\frac{i\alpha}{2} = 2q\pi + \frac{3\pi}{2}$, expresiunea d'intre acolade este tot-d'auna negativă, și $\sin \frac{i\alpha}{2} = -1$. Produsul ξ_{i+1} este dar iar positiv. In resumat, termenul complimentar dobîndesce între $\frac{\pi}{2} + 45^0$ și π (acestea fiind valorile lui mt) valoarea Δ posivitivă. La acelaşi moment, valoarea ξ_0 este vecină de valoarea sa negativă cea mai mare, și deplasarea positivă corespundĕtoare (dând descărcarea roței) este: $\Delta - \xi^0$.

Termenul complimentar poate dobîndi și valoarea Δ negativă, cu condițiune însă ca valoarea lui arc tg mt, coprinsă între $\frac{3\pi}{2} + 45^0$ și 2π, să fie mai mică ca arcul mt, și pentru aceasta trebue ca vitesa să fie cel mult egală cu $18^m,85$. De exemplu, pentru $mt = 2\pi - \frac{\pi}{8}$, ceea-ce corespunde la o vitesă de $17^m,5929$ sau $63^{km},330$ pe oră, perioada este de șease-spre-dece șine; la a noa șină, termenul complimentar atinge valoarea positivă Δ, care e egală cu $+16^{mm},8$. Valoarea lui ξ^0 este — 5 milimetri. Deci greutatea suspendată s'a ridicat cu cantitatea $z_1 = 16,8-5 = 11^{mm},8$ d'asupra posițiunei sale mijlocii. De altă parte în acelaşi moment, scufundarea şinei, şi prin urmare, a roței sau a bazei inferioare a arcului este de 2 milimetri. Prin urmare săgeata arcului a crescut în total cu $11,8+2=13^{mm},8$, și tensiunea arcului, 5,000 kilograme în starea statică, s'a micşorat cu: $\frac{13,8}{6} = 2^{tone}.300$.

In acelaşi cas, pentru $mt'=2\pi - 49^0 14'$, ξ_{i+1} atinge valoarea negativă $\Delta = 16^{mm},8$.

La acest moment, $\xi_0 = 0$, $\varepsilon_1 = 0^{mm},5$. Deci: $z_1 - \varepsilon_1 = -16,8+0,5 = -K\theta_1$, și supraîncărcarea fie-cărei roți d'înainte este: $\theta_1 = \frac{16,3}{6}$, adică 2,716 kilograme.

Când admitem, ca în § IV, că roata cade de *pe şina din amonte pe şina din aval* supraîncărcarea este în tot-d'auna puțin mai mare de cât descărcarea.

Se vede în definitiv că cu denivelări de şine de 4 milimetri, denivelări relativ slabe presentându-se normal pe căile bine întreținute, tensiunea arcurilor roților d'înainte şi, prin urmare, presiunea ce exercită aceste roți pe şine variază între limite considerabile. Se poate chiar afirma că în vecinătatea unei vitese oare-care tensiunea arcurilor se anulează periodic şi că atunci roțile nu apasă pe cale de cât în limita proprii lor greutăți. Incă nu este sigur daca arcurile n'ar putea lua o tensiune negativă.

Această vitesă critică, care e foarte periculoasă din punctul de vedere al siguranței, este dată, după cum s'a vědut mai sus, de ecuațiunea $mt=2\pi$, de unde:

$$\frac{1}{V}\sqrt{\frac{g}{PK}} = 2\pi,$$

sau, în fine,

$$V=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{PK}}.$$

l fiind lungimea şinelor; P, greutatea suspendată pe fie-care resort; K coeficientul de flexibilitate.

Vitesa V este dar proporțională cu lungimea şinelor şi în raport invers cu rădăcina pătrată a greutății suspendate şi a flexibilității. Ea e independentă de diametrul roților. Coeficientul de flexibilitate al roților de locomotivă este de obicei de la 5 la 6 milimetri, şi greutatea suspendată, în mijlociu de 5.000 kilograme pe roată, adică 10 tone de fie-care osie. In aceste condițiuni, vitese critice sunt:

Cu şine de	$5^m,50$	$59^{km},400$ pe oră
»	$6^m,00$	$64^{km},800$ »
»	$8^m,00$	$86^{km},400$ »
»	$11^m\,00$	$118^{km},800$ »

Ajungem ast-fel la conclusia isbitoare: că stabilitatea cea mai puțin bună a celor mai multe locomotive corespunde tocmai la vitesele obicinuite ale trenurilor de călători.

Uuul din marele avantagii ale şinelor lungi este de a întirdia vitesa critică.

X. *Influența reacțiunilor glisierelor asupra oscilațiunilor arcurilor*

Am vědut la § V că, dacă numim F_1 și F_2 reacțiunile glisierelor, putem pune:

$$F_1+F_2=A+B \sin 2\pi n\,(4t-\varphi),$$
$$F_1-F_2= \quad C \sin 2\pi n\,(2t-\varphi),$$

n fiind numěrul de învîrtituri pe secundă A, B, C nisce coeficienți depindênd de date. Când luăm ca origină a timpului momentul în care unul din pistoane este în punctul mort înainte, faza φ are o foarte mică valoare. N'avem de cât să punem origina timpului puțin după numitul punt mort pentru ca să putem admite că φ e nul.

Vom obține ascilațiunile arcurilor datorite presiunei capului pistonului pe glisiere introducênd valorile lui F_1+F_2 şi F_1-F_2 în expresiunile lui u, v şi w (§§ III şi VI) şi efectuând integrările. Găsim ast-fel, cantitățile M şi N fiind constantele de integrare:

$$u = AK + M \sin mt + N \cos mt \frac{BKm^2}{(8\pi n)^2-m^2} \sin 8\pi nt,$$

$$v = M_1 \sin mt + N_1 \cos mt - \frac{1}{3}\frac{CKm^2}{(4\pi n)^2-m^2} \sin 4\pi nt,$$

$$w=\left(\frac{\delta}{2b}+\frac{1}{3}\right)AK + M_2 \sin mt + N_2 \cos mt - \frac{C}{3}\frac{Km^2}{(4\pi n)^2-m^2}\sin 4\pi nt-\left(\frac{\delta}{2b}+\frac{2}{3}\right)\frac{BKm^2}{(4\pi n)^2-m^2}\sin 8\pi nt,$$

de unde deducem pentru $z_1 = \frac{v+w}{2}$:

$$2z=\left(\frac{\delta}{26}+\frac{1}{3}\right)AK+M_0 \sin mt\, N_0 \cos mt - \frac{2C}{3}\frac{Km^2}{(4\pi n)^2-m^2}\sin 4\pi nt-\left(\frac{5}{26}+\frac{2}{3}\right)\frac{BKm^2}{(8\pi n)^2-m^2}\sin 8\pi nt.$$

Aceste expresiuni implică condițiunile: $4\pi n \lesseqgtr m$ şi $8\pi n \gtrless m$, adică că numărul de învîrtituri trebue să fie deferit de $\frac{3}{4}$ și de $\frac{3}{2}$. Daca nu, integralele ar avea o altă formă și ar conține un termen proporțional cu t.

Pentru a găsi constantele M_0 și N_0 vom presupune că valorile inițiale ale luĭ z_1 și $\frac{dz_1}{dt}$ sunt nule. Obținem atunci:

$$N_0 = -\left(\frac{\delta}{2b} + \frac{1}{3}\right)AK,$$

$$M_0 = 4\pi n \frac{C}{3}\,\frac{Km}{3(4\pi n)^2 - m^2} + 8\pi n\left(\frac{2b}{\delta} + \frac{2}{3}\right)\frac{BKm}{(8\pi n)^2 - m^2}.$$

Mișcarea reprezentată de z_1 este resultanta a trei mișcări simple avînd drept perioade respective $\frac{2\pi}{m}$, $\frac{1}{2n}$ sau o jumătate de învirtitură, și $\frac{1}{4n}$ sau un sfert de învirtitură. Aceste două din urmă mișcări pot fi confundate într'una singură cu perioada $\frac{1}{qn}$. Perioada mișcărei totale va fi dar cel mai mic comun multiplu întreg al cantităților $\frac{2\pi}{m}$ și $\frac{1}{2n}$. Daca $\frac{2\pi}{m} = \frac{1}{p}$, p fiind un număr întreg altul de cît un multiplu de 2, perioada comună este durata unei învirtituri.

Se poate considera expresiunea lui z_1 ca compunêndu-se d'un termen $\left(\frac{\delta}{2b} + \frac{1}{3}\right)AK(1 - \cos mt)$ care nu conține vitesa n, și dintr'o serie de alți termeni avînd la numitor $(4\pi n)^2 - m^2$ și $(8\pi n)^2 - m^2$. Acești termeni se micșoreaze din ce în ce mai mult pe măsură ce vitesa cresce.

Aplicațiune numerică. — Daca presupunem, ca mai sus, $m = 6\pi$, perioada termenilor în sin mt și cos mt este de $\frac{1}{3}$ de secundă. Daca numărul de învirtituri este de trei sau de șease, perioada totală este asemenea de o treime de secundă. Pentru $n=3$, valorile lui F_1+F_2 și F_1+F_2 sunt representate în *Fig. 2, Pl. I, No. 3*; ele au ca ecuațiuni:

$$F_1 + F_2 = 2.9 + 1{,}2 \sin 8\pi nt,$$
$$F_1 - F_2 = S{,}4 \sin 4\pi nt.$$

Presupunênd: $\delta = 1^m{,}80$, $b = 2^m{,}10$ și pentru cele-l'alte date valorile admise mai sus, putem construi curba z, (*Fig. 6, Pl. I, No. 3*).

Vedem că maximum lui z_1 este de 6 milimetri, ceea ce provoacă o micșorare de tensiune a arcului de 1,000 de kilograme.

Pentru vitesa de patru învirtituri pe secundă, maximum lui z, e numai de $3^{mm},25$.

E lesne de vădut, în virtutea teoremei D. Vicaire citată în § IX, că oscilațiunile datorite reacțiunilor asupra glisierelor 'și au amplitudinea maximă când perioada reală $\frac{1}{n}$ a acestor reacțiuni este egală cu $\frac{2\pi}{m}$, perioadă a oscilațiunilor proprii a arcurilor.

Luând pentru forțele F_1+F_2 și F_1-F_2 expresiuni apropiate, în care perioada nu mai e de cât $\frac{1}{2n}$ și $\frac{1}{4n}$, am găsit pe o cale indirectă valoarea aproximativă pentru maximum amplitudinei și vedem că, în exemplul numeric ales, acest maximum corespunde la o micșorare de tensiune a arcurilor d'înainte de 1.000 kilograme.

De altă parte, am arătat mai sus că influența denivelărilor căi este mult mai importantă. Rezultă că, în studiul stabilităței locomotivelor, efectele acestei din urmă cause trebue mai cu seamă apreciate.

XI. *Influența diferinței de flexibilitate a arcurilor.*

Dacă, în ecuațiunile (2) din § I, valoarea flexibilităței K n'ar fi aceiași pentru toate arcurile, sistemul ar fi în practică nerezolvabil. Cu toate acestea, trebue să știm ce se întâmplă când flexibilitatea nu e aceiași, pentru că, de obicei, flexibilitatea arcurilor osiilor motoare este diferită de acea a arcurilor celor-l'alte osii.

Vom rezolva problema pentru cazul particular al unei mașini cu trei osii, egal încărcate și egal depărtate, în care centrul de gravitate al greutăței suspendate s'ar afla în planul arcurilor. S'a vădut, la finele § VI, că această ipoteză nu micșorează întru nimic exactitatea resultatului.

Fie K′ flexibilitatea arcurilor osiei d'înainte (purtătoare), și K acea a arcurilor a celor-l'alte două osii (motoare).

Admițând că am studia numai oscilațiunile provocate de curbura căi, presupusă aceiașĭ pentru fiecare șir de șine, sistemul ecuațiunilor (1) și (2) din § I se reduce la sistemul următor:

$$\frac{p}{g}\frac{d^2z_1}{dt^2} = \theta_1 - \pi_1, \quad z_1 - \varepsilon_1 = -K'\theta_1,$$

$$\frac{p}{g}\frac{d^2z_2}{dt^2} = \theta_2 - \pi_2, \quad z_2 - \varepsilon_2 = -K\theta_2,$$

$$\frac{p}{g}\frac{d^2z_3}{dt^2} = \theta_3 - \pi_3, \quad z_3 - \varepsilon_3 = -K\theta_3;$$

și ecuațiunile din condițiune sunt:

$$z_2-z_1=z_3-z_2,$$
$$\pi_1+\pi_2+\pi_3=0,$$
$$\pi_1-\pi_3=0.$$

Rezolvarea acestui sistem conduce la ecuațiunea următoare în z_1:

$$\frac{d^2z_1}{dt^2}+\frac{g}{6P}\left(\frac{1}{K}+\frac{5}{K'}\right)z_1=E_1,$$

în care:
$$E_1=\frac{g}{6P}\left(\frac{5\varepsilon_1}{K'}-\frac{\varepsilon_3}{K}+\frac{2\varepsilon_2}{K}\right).$$

Deplasarea z_1 este o funcțiune trigonometrică de arcul m_1t, m_1 avênd valoarea:

$$m_1=\sqrt{\frac{g}{6P}\left(\frac{1}{K}+\frac{5}{K}\right)}$$

Daca K K', m_1 se reduce, după cum trebue să și fie, la $\sqrt{\frac{g}{PK}}$.

Perióda oscilațiunei proprie a arcurilor d'inainte este $\frac{2\pi}{m_1}$. Pentru ca să fie mai lungă de cît aceea care corespunde la o aceiași flexibilitate a tuturor arcurilor, trebue să avem:

$$\sqrt{\frac{g}{6P}\left(\frac{1}{K}+\frac{5}{K'}\right)}<\sqrt{\frac{g}{PK}},$$

de unde: $K'>K$.

Ast-fel, mărind flexibilitatea arcurilor uneia din osii, se măresce durata periódei fundamentale.

Când punem: $\varepsilon_1=\eta+\lambda t$, cele-l'alte valori ε fiind presupuse nule, oscilațiunea Z_1 este dată de ecuațiunea următoare, pe care o vom numi ecuațiune primară:

$$Z_1=\frac{1}{1+\frac{K'}{5K}}\left(-\eta+\lambda t-\frac{\lambda}{m}\sin mt+\eta\cos mt\right).$$

In casul când flexibilitatea este aceiași pentru toate arcurile, coeficientul $\frac{1}{1+\frac{K'}{5K}}$ se reduce la $\frac{5}{6}$.

Prin urmare, raportul valorilor maxima ale lui Z_1 (independente de m sau de m_1), fie flexibilitatea diferită, fie aceiași, este $\frac{1+\frac{1}{5}}{1+\frac{K'}{5K}}$. Daca $K'>K$, acest raport e mai mic ca 1. Prin urmare, când flexibilitatea arcurilor d'înainte e mai mare de cît acea a celor-l'alte arcuri, amplitudina oscilațiunilor primelor este mai mică de cît daca flexibilitatea ar fi peste tot aceiași. Această mișcare de amplitudine nu e, de altmintrelea, simțitoare de cât daca flexibilitatea este foarte diferită. Ast-fel, punînd $K'=2K$, raportul este de $\frac{6}{7}$ și, punînd $K'=K$, raportul e de $\frac{6}{10}$.

Presupunem acum că osia cu flexibilitatea K' ar fi osia d'îndărăt, și să căutăm oscilațiunile părței d'inainte sau, ceea ce e tot una, valorile lui Z, sub efectul unei denivelări: $\varepsilon_3=-\eta+\lambda t_1$, convenind acum că osia de indiciu 3 să fie osia d'nainte.

Pentru a rezolva sistemul de ecuațiuni, trebue mai întii să calculăm valoarea lui Z, care este:

$$Z_1=-\frac{g}{6PK}\frac{1}{m_1^2}\left(-\eta+\lambda t-\frac{\lambda}{m}\sin m_1t+\eta\cos m_1t\right).$$

Apoi, deducem valoarea lui Z_3, care este, punînd

$$\sqrt{\frac{g}{PK}}=m:$$

$$Z_3=\frac{4K+K'}{5K+K'}\left(-\eta+\lambda t-\frac{\lambda}{m}\sin mt+\eta\cos mt\right)$$
$$+\frac{K'}{5K(5K+K')}\left[-\frac{\lambda}{m_1}\sin m_1t+\frac{\lambda}{m}\sin mt+\eta\right.$$
$$\left.(\cos m_1t-\cos mt)\right].$$

Ast-fel deplasarea Z, se compune din două oscilațiuni simple avênd ca perioadă $\frac{2\pi}{m}$ și $\frac{2\pi}{m_1}$.

Sunt, prin urmare, două valori ale vitesei critice date de relațiunile:

$$V_1=\frac{m_1l}{2\pi},\quad V=\frac{ml}{2\pi},$$

prima fiind mai mică de cât a doua, daca $K'>K$

Primul termen din Z_3 avênd ca coeficient $\frac{4K+K'}{5K+K'}$ dă valori ceva mai mari de cât acelea ce ar avea Z_3, daca flexibilitatea ar fi peste tot aceiași. Daca $K'=K$, $\frac{4K+K'}{5K+K'}=\frac{5}{6}$.

Daca $K'=2K$, $\frac{4K+K'}{5K+K'}=\frac{6}{7}$; raportul se apropie de unitate.

Al doilea termen din Z_3, este funcțiune de flexibilități, și coeficientul sĕŭ iea valori cu atât mai mari cu cât K' e mai mare în raport cu K. Tot asemenea și amplitudinea deplasărei totale z_3. La limită, arcurile d'inaite oscilează ca și cum arcurile și osia d'indărăt n'ar exista.

De exemplu, un tip fórte rĕspîndit de locomotivă de călători, este mașina cu patru osii, din care două motóre și două purtătoare, una d'inainte, cel-l'altă din-dărăt. De obicei, flexibilitatea arcurilor celor d'intâi trei osii este aproape aceiași, dar arcurile osiei d'indărăt au o flexibilitate până la de șeapte ori mai mare. Greutatea suspendată este asemenea mai mică. In acest cas, oscilațiunile părței d'inainte sunt aproape aceleași că și când osia de d'indărăt n'ar exista.

XII. *Casul unei mașini cu patru osii.*

Făcând aceleași ipoteze ca la începutul paragrafului precedent și presupunênd pentru tóte arcurile aceiași flexibilitate și aceiași greutate suspendată, ecuațiunile mișcărei într'o mașină cu patru osii sunt următoarele:

$$\left\{\begin{aligned}&\frac{P}{g}\frac{d^2z_1}{dt^2}=\Theta_1-\pi_1,\\&\frac{P}{g}\frac{d^2z^2}{dt^2}=\Theta^2=\pi^2,\\&\frac{P}{g}\frac{d^2z_3}{dt_2}=\Theta^3-\pi^3,\\&\frac{P}{g}\frac{d^2z_4}{dt^2}=\Theta_4-\pi_5,\end{aligned}\right.\left\{\begin{aligned}&z_1-\varepsilon=-K\Theta_1,\\&z_2-\varepsilon=-K\Theta_2,\\&z_3-\varepsilon=-K\Theta_3,\\&z_4-\varepsilon=-K\Theta_4,\end{aligned}\right.\left\{\begin{aligned}&\pi_1+\pi_2+\pi_3+\pi_4=o,\\&z_1-z_2=z_2-z_3=z_3-z_4\\&(\pi_1-\pi_4)\,l_1+(\pi_2-\pi_3)\\&l_2=o.\end{aligned}\right.$$

Cantitățile l_1, l_2 sunt distanțele osiilor la centrul de gravitate.

Acest sistem se resolvă lesne adunând primele patru ecuațiuni, ceia ce dă variabila auxiliară $u=z_1+z_2+z_3+z_4$ în funcțiune de care putem calcula necunoscutele.

Dacă punem atunci $\varepsilon=-\eta+\gamma\tau$, avem pentru deplasarea primară z_1:

$$z_1=\frac{7}{10}\left[-\eta+\gamma\tau-\frac{\gamma}{m}\sin m\tau+\eta\cos m\tau\right],$$

când mașina n'are de cât trei osii, coeficientul termenului între paranteze este $\frac{5}{6}$.

Prin urmare, raportul oscilațiunilor primare ale arcurilor d'inaite pentru o mașină cu patru osii și peniru o mașină cu trei osii, toate datele rĕmânênd aceleași, etc:

$$\frac{\frac{7}{10}}{\frac{5}{6}}$$

Ast-fel într'o mașină cu patru osii, oscilațiunile d'inaite, date de ecuațiunea primară, sunt cu o a cincea parte mai puțin puternice de cât într'o mașină cu trei osii.

S'ar putea studia pe deplin oscilațiunile totale și să se vadă că această conclusiune subsistă.

XIII. *Cazul unei mașini cu boghiu*

Să considerăm acum o mașină avênd două osii motoare d'îndărăt și un boghiu d'inainte, ast-fel ca *pivotul boghiului* și osia d'îndărăt să fie la aceiași distanță de osia centrală.

Să păstrăm pentru cele două osii d'îndărăt aceleași notațiuni ca mai sus. Fie, afară de aceasta, Q greutatea apăsând pe boghiu; z_0, deplasarea verticală a pivotului boghiului; ξ_2, ξ_2 deplasările arcurilor osiei d'inainte și a osiei d'îndărăt a boghiului; χ, χ, variațiunile greutăței purtate de aceste arcuri; și θ'_1 și θ'_2, variațiunile tensiunilor lor. Avem însă două sisteme de ecuațiuni pentru mașină și pentru boghiu.

1^0 Pentru mașină:

$$\left\{\begin{aligned}&\frac{P}{g}\frac{d^2z_3}{dt^2}=\theta_3-\pi_3,\\&\frac{P}{g}\frac{d^2z_4}{dt^2}=\theta_4-\pi_4,\\&\frac{Q}{g}\frac{d^2z_0}{dt^2}=(\theta_1+\theta_2)-(\chi_1+\chi_2),\end{aligned}\right.\left\{\begin{aligned}&z_3-\varepsilon_3=-K\theta_3,\\&z_4-\varepsilon_4=-K\theta_4,\end{aligned}\right.\left\{\begin{aligned}&\pi_3+\pi_4+\chi_1\\&\quad+\chi_2=o\\&z_0-z_3=z_3-z_4,\\&\pi_4-(\chi_1+\chi_2)=o;\end{aligned}\right.$$

2^0 Pentru boghiu:

$$\left\{\begin{aligned}&\frac{Q}{2g}\frac{d^2\xi_1}{dt^2}=\theta'_1-\chi_1,\\&\frac{2g}{Q}\frac{d^2\xi_1}{dt^2}=\theta'_2-\chi_2,\end{aligned}\right.\quad\left\{\begin{aligned}&\xi_1-\varepsilon_1=-K'\theta'_1,\\&\xi_2-\varepsilon_2=-K'\theta'_2,\end{aligned}\right.\quad\Big\{\chi_1-\chi_2=o.$$

Aceste două sisteme de ecuațiuni se pot reduce la un singur sistem, care e următorul:

$$(1)\ \frac{P}{g}\frac{d^2z_3}{dt^2}=\theta_3-\pi_3,\ z_3-\varepsilon_3=-K\theta_3,\ (5)\ \pi_3+\pi_4+\chi_1+\chi_2=o$$

$$(2)\ \frac{P}{g}\frac{d^2z_4}{dt^2}=\theta_4-\pi_4,\ z_4-\varepsilon_4=-K\theta_4,\ (6)\ \frac{\xi_1+\xi_2}{2}-z_3=z_3-z_4,$$

$$(3)\ \frac{Q}{3g}\frac{d^2\xi^2}{dt^2}=\theta'_1-\chi_1,\ \xi_1-\varepsilon_1=-K'\theta'_1,\ (7)\ \pi_4-(\chi_1+\chi_2)=o$$

$$(4)\ \frac{Q}{2g}\frac{d^2\xi_2}{dt^2}=\theta_2'-\chi_2,\ \xi_2-\varepsilon_2=-K'\theta^2\ (8)\ \chi_1-\chi_2=o.$$

Sistemul de ecuațiuni (3), (4) și (8) permite de a găsi necunoscuta auxiliară $\xi_0=\xi_1-\xi_2$.

Sistemul (1), (2) și (5) dă cunoscuta auxiliară $z'=z_3+2z_4$.

Dacă luăm, în fine, ca altă necunoscută auxiliară $\xi'=\xi_1+\xi_2$, suma ecuațiunilor (3) și (4) ținênd seamă de (2) și (7) dă :

$$(9)\qquad \frac{Q}{2g}\frac{d^2\xi'}{dt^2}+\frac{\xi'}{K'}-\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{K'}=\frac{P}{g}\frac{d^2z_4}{dt^2}+\frac{z_4}{K}-\frac{\varepsilon_4}{K}.$$

Insă, după (6) avem :

$$\xi_1+\xi_2=\xi'=4z'-10z_4,$$

de unde :

$$z_4=\frac{2z'}{5}-\frac{\xi'}{10}.$$

Se poate dar în ecuațiunea (9), să exprimăm pe ξ' în funțiune de date și de necunoscuta auxiliară z' deja găsită.

Obținem în cele din urmă relațiunea următoare:

$$\frac{d^2\xi'}{dt^2}\left(\frac{Q}{2g}+\frac{P}{10g}\right)+\xi'\left(\frac{1}{K'}+\frac{1}{10K}\right)=\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{K'}+\frac{2\varepsilon_3-\varepsilon_4}{5K},$$

din care deducem pe ξ' și toate cele-l'alte necunoscute.

Se vede că problema poate fi complet resolvată în casul cel mai general, flexibilitate și greutate suspendată diferite.

Cantitatea m_1, care dă perioada de oscilațiune proprie, are ca valoare:

$$m_1 = \sqrt{\frac{g}{\frac{Q}{2} + \frac{P}{10}\left(\frac{1}{K'} + \frac{1}{10\,K}\right)}}.$$

Deplasarea $z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$ a *pivotului boghiului* este o funcțiune trigonometrică de arcul $m_1 t$ și are ca perioadă $\frac{2\pi}{m_1}$.

Se scie că maximum al acestei deplasări corespunde vitesei date de expresiunea $V_1 = \frac{l m_1}{2\pi}$ l fiind lungimea șinelor.

Exemplu numeric. — Valorile datelor sunt în genere următoarele: încărcarea unei roți de *boghiu*, 3000 kilograme; încărcarea unei roți motrice, 6000 kilograme; $K = 0{,}006$; $K' = 0{,}001$.

Din acestea deducem: $m_1 = 17{,}822$, și: $\frac{m_1}{2\pi} = 2{,}8363$.

Vitesa critică este dar: $V_1 = l.\ 2{,}8363$.

Pentru șine de 6 metri, este egală cu $61^{km}{,}264$ pe oră, și pentru șine de 8 metri, cu $81^{km}{,}684$.

Presupunem acum, pentru simplificare, că am avea: $\frac{Q}{2} = P$, $K' = K$. Pentru o denivelare $\varepsilon_1 = \eta + \lambda t$, deplasarea z_0 a *pivotului boghiului* are ca expresiune:

$$z_0 = \frac{\xi_1 + \xi_2}{2} = \frac{5}{11}\left(-\eta + \lambda t - \frac{\lambda}{m}\sin mt + \eta\cos mt\right).$$

Comparând această valoare cu acelea cari au fost obținute pentru mașinele cu trei și cu patru osii, ajungem la conclusiunile următoare:

In condițiunile de greutate și de flexibilitate a arcurilor presupuse mai sus, oscilațiunile primare a *pivotului boghiului* și:

1. A arcurilor d'înainte a unei mașini cu trei osii sunt în raportul $\frac{\frac{5}{11}}{\frac{5}{6}} = \frac{6}{11}$;

2. A arcurilor d'înainte a unei mașini cu patru osii: $\frac{\frac{5}{11}}{\frac{7}{10}} = \frac{50}{77}$, sau aproximativ $\frac{5}{8}$;

3. A puntului situat în mijlocul celor două osii d'înainte a unei mașini cu patru osii ordinare $\frac{\frac{5}{11}}{\frac{11}{20}} = \frac{100}{121}$, sau aproximativ $\frac{5}{6}$.

Dacă în loc de a face ipotesa $\frac{Q}{2} = P$, cea ce revine a spune că fie-care roată a *boghiului* are aceași încărcare ca și roțile motoare, am pune $Q = P$, de unde resultă că încărcarea *boghiului* este aceași ca și încărcarea unei roți motoare (adevĕrul este coprins între aceste două limite, și ultimul cas ar fi acela în care am substitui *un boghiu* osiei purtătoare d'înainte a unei mașini cu trei osii) expresiunea deplasărei z_0 ar fi următoarea:

$$z_0 = \frac{18}{55}\left(-\eta + \lambda t - \frac{\lambda}{m}\sin m_1 t + \eta\cos m_1 t\right)$$

și această deplasare e, egală cu deplasarea arcurilor d'înainte ale mașinei cu trei osii, care 'i e identică sub toate raporturile, afară numai în cea ce privesce osia purtătoare în raportul:

$$\frac{\frac{18}{55}}{\frac{5}{6}} = \frac{108}{275},$$ adică ceva mai puțin de cât $\frac{2}{5}$.

Resultă că e un foarte mare avantagiu, într'o mașină cu două osii *cuplate* așeḑate d'indărăt, ca să aibă un *boghiu* d'inainte în loc de o osie purtătoare.

In resumat, *boghiul* are de efect de a atenua considerabil oscilațiunile cadrului unei locomotive. In aceasta consistă, în mare parte, superioritatea sa foarte reală.

Principalele conclusiuni ce reies din studiul de mai sus sunt următoarele:

Oscilațiunile pe arcuri a cadrului unei locomotive depind de vitesa mersului și trec printr'un maximum pentru oare-cari iuțeli, cari, adesea-ori sunt tocmai vitesele obicinuite ale trenului de călători;

Oscilațiunile cadrului fac să varieze considerabil, nu atât încărcarea ce se reazimă pe arcuri, cât tensiunile acestora, adică presiunea exercitată de roată pe cale.

Această presiune poate, în unele casuri, să se afle redusă la simpla greutate a roții. Șinile și traversele pot fi atunci ripate de efectul mișcărei de șovăire, și dacă, în această ultimă mișcare, buza roței vine de exercită contra șinei o reacțiune laterală care, multiplicată cu coeficientul de frecare, dă un produs superior presiunei verticale a roței pe șină, această roată poate să se urce pe șină și să deraieze fără altă causă. Se înțelege, de altmintrelea, că această coincidență a descărcărei unei roți cu maximum de aderență a budenului cu șina trebue să se producă numai foarte accidental.

Se vor discuta aceste cestiunĭ în a doua parte a acestui memoriu.

Stabilitatea unei mașini depinde d'un numĕr oarecare de elemente al căror rol a fost interpretat în studiul ce precede. Se pot ușor compara diferitele tipuri de locomotive din puntul de vedere al stabilităței, și avem mijloacele de a calcula diferitele elemente constitutive ale unei mașini, astfel ca maximum sĕu de stabilitate să corespundă vitesei de mers mijlociu care 'i este hotărîtă.

(Va urma)

DRUMURI DE FER DE INTERES LOCAL

Legea de la 27 Decembre 1893

In urma prorogăreĭ de la 17 Iuniu 1887, prin care se stabilesc condițiunile de exploatare și construcțiune a c. f. de interes local, cu aprobarea ambelor camere, decidem următoarele:

Art. 1. Dispozițiunile art. I până la X inclusiv din legea de la 17 Iunie 1887 R. G. B. No. 8 prorogate conform art. I din legea de la 28 Decembre 1890 și prin care se stabilesc condițiunile de exploatare și construcțiune a c f de interes local se prorogează până la 31 Decembre 1894.

Art. 2. Cu aducerea la îndeplinire a dispozițiunilor din presenta lege, care va intra în vigoare pe ḑiua de 1 Ianuarie 1894 sunt însărcinați ministrul de Comerț, de Interne și Ministrul de Finance.

Notă Această lege este publicată în ultima ediţiune a «Die österreichischen Eisenbahngesetze» Prorogare ulterioară sau modificare a legeĭ nu ne-am putut'o procura până acum.

BELGIA

Primul act legislativ relativ la Căile Ferate economice a fost promulgat la 8 Iulie 1875, el este intitulat: «Legea asupra tramvaiurilor». După art. 3 al acestei legi, durata concesiunei este fixată la 50 ani maximum.

După art. 5, redevența de plătit eventual de către concesionar, pentru utilisarea căilor publice, este atribuită statului, provinciei sau comunei, după natura căiei pe care tramvaiul e stabilit. Când tramvaiul împrumută căi de diferite naturi, actele de concesiune determină repartisarea redevenţelor între stat, provincie și comună.

Guvernul este autorizat a renunța la partea revenind fiscului, cu sarcina pentru provincie sau comună de a suporta, în total sau în parte, cheltuelile de întreținere a căilor parcurse.

Provincia poate renunța la partea care'i revine, cu sarcină pentru comună, de a suporta în total sau în parte cheltuelile de întreținere a căilor provinciale.

Scutirea de plată acordată căilor ferate economice după această lege era limitată la întrebuințarea căilor publice pentru stabilirea acestor căi. Aceste avantagii părând neîndestulătoare pentru stimularea înființărei de căi ferate vicinale, guvernul a instituit, în 1880 o comisiune specială, însărcinată a studia mijloacele de a înzestra țara cu drumuri de fer secundare sau vicinale.

Pe baza lucrărilor acestei comisiuni a fost elaborată legea din 28 Mai 1884 care autoriză pe guvern a aproba statutele unei societăți numită: «Societatea națională a drumurilor de fer vicinale» având de scop construirea și exploatarea drumurilor de fer vicinale în regat.

Această lege nu se aplică tramvaiurilor destinate a deservi orașele, care rĕmâneau sub regimul legei din 9 Iulie 1875.

Concursul Statului, provinciilor și comunelor era determinat:

Acțiunile representând capitalul social al societăței nu pot să fie de cât în mânele comunelor provinciilor sau statului.

Concesiunile nu sunt acordate de guvern de cât dacă se justifică subscrierea, de către comunele interesate, a unui numĕr de acțiuni îndestulător