care din ele se găsesce, în general, o parte meteorologică, o descriere de călătorii și o serie de hărți cu drumurile de «minima» și cu datele lor. In clasificarea depresiunilor ca isobar mediu s'a ales cel de 755 mm. și resultatele obținute se arată concordante, afară de cele relative la coastele Americei, pe unde anticycloni manifestă o prea mare varietate. Temperatura nu s'a putut lua până acum în mare considerare în aceste cercetări. Lucrările din urmă, în această direcție, se rapoartă în special la mersul «anticycionilor» și se efectuează pe basa hărților anterioare.

Aus dom Archiv der Deutschen Seewarte represintă «Repertoriul Institutului» și grupează memoriile colaboratorilor sĕi din toate ordinele de cercetări. In paginele sale se întâlnesc lucrări purtând numele d-lor Neumayer Köppen, Bebber, Eylert, Koldewey, Knipping, Stechert, Grossman, etc. și referindu-se la toate subiectele de fisică, de meteorologie, de hidrografie, de magnetism, de astronomie, etc., îmbrățișate de misiunea și de orizontul unui atare observatoriu.

Activitatea literară a lui Deutsche Seewarte

Producțiunile literare, în fine, care se elaborează de Deutsche Seewarte și se publică, saŭ ca uvrage separate, saŭ ca părți din alte opere, sunt, în resumat, următoarele:

1) *Annalen der Hydrographie u. mar. Meteorologie*, unde se publică tot ce e nou și tot ce are raport cu subiectele de hydrografie și de marină de la toate organele lui Seewarte atât din interior cât și din afară.

2) *Quadrate des Nordatlantischen Ozeans*, în unire cu institutul din Utrecht.

3) *Der Pilote* 6 vol.—cea mai mare parte deja apărută.

5) *Tägliche synoptische Wetterkarten*, pentru oceanul Atlantic și părțile adjacente — 8 ani de publicare.

5) *Vierteljahrs-Wetter-Rundschau*, ca explicație la hărțile precedente—5 vol. complecte;

6) *Segelhanbuch für den Atlantischen und Stillen Ozean*—2 opere voluminoase;

7) *Tägliche Wetterberichte der Deutchen Seewarte*, cu hărți și cu tabele;

8) *Deutsches Meteorologisches Jahrbuch*, cu resultatele stat. normale și stat. de signale—17 vol;

9) *Tabelle der Mittel-Summen und Extremen* din notările stațiunilor de pe coaste, publicate odinioară în *Monatsberichte* și comunicate și astăḑi în Analele de hydrografie;

10) *Deutsche überseeische Meteorologische Beobachtungen*—6 caete până în present;

11) *Segelhanbduch des Englischen Kannales und Küstenbeschreibung*—3 părți apărute.

12) *Aus dem Archiv*—16 vol. până în present.

13) In fine, hărți magnetice, hărți de curenți de profunḑimi, de isobare, etc. publicate atât separat cât și în textul a diverse uvrage corespunḑĕtoare.

Această lungă și variată listă nu e oare un omagiu destul de elocinte, adus activităței acestui Institut ?

Serviciile, făcute marinei și speranțele date sciinței de ostenelele și de sacrificiile lui Deutsche Seewarte, nu constitue oare un motiv de recunosciință pentru această Instituțiune și o onoare pentru Imperiul German ?

1894, Noembre, Hamburg.

TEORIA STABILITAȚEI LOCOMOTIVELOR

(Urmare)

V.— Frecările roților pe șine în mișcările laterale ale uneĭ locomotive.

Când o mașină se sprijină pe cale, mișcarea de oscilațiune este cu totul alta de cât daca e liber suspendată, din causa resistențelor ce opune calea deplasărilor laterale, vom studia aceste resistențe.

Vom admite că în starea statică centrul de gravitate al locomotiveĭ se află în planul mediŭ

Această ipotesă, de altmintrelea, nu e absolut exactă în practică, ori câtă îngrijire am pune în regularea unei mașini, pentru că repartizarea greutăței pe cele doă roți ale unei osii nu este egală, ci supusă a varia: 1° din cauza diferenței uzurei cusineților și bandagilor; 2° din causa modificărei după un timp, mai mult sau mai puțin lung, al flexibilităței arcurilor.

Mișcarea generală a locomotivei se compune, după cum am vĕḑut mai sus, dintr'o translație a centrului de gravitate și dintr'o rotație împrejurul unui ax vertical trecênd prin centru. Trebue să scim mai întâi în ce constă exact mișcarea de translație.

O locomotivă progresează pe șine prin efectul rotațiunei roților. Se considerăm mișcarea unei singure osii, care este animată de o iuțeală de rotațiune constantă ω, ale cărei roți n'au *conicitate* și care e așeḑată pe cale (fig. 3) ast-fel ca să facă un unghiu θ cu normala la cale, și ast-fel ca centrul θ să se afle la o distanță ζ de axa căi, $O_1 \gamma$. Această osie progresează pe șine ca un sul cilindric pus pe un plan, adică într'o direcțiune O A normală la osie și cu o iuțeală ω r, r fiind raza cilindrului. Această iuțeală are ca componente: 1° pe axul $O_1\ \gamma$, paralel la cale, ω r cos θ; 2° pe axul O_1 x, ωr sin θ. Să presupunem acum că aplicăm la această osie forțe capabile de a produce o mișcare de rotațiune împejurul axului vertical trecênd prin centrul de gravitate θ, însă ast-fel ca iuțeala unghiulară ω să rĕmâie constantă, deplasarea osiei, într'un timp infinit de mic dt, se va compune atunci dintr'o translație, egală cu ωr dt, după normala OA, și dintr'o rotație dθ împrejurul lui O. Unghiul θ va putea varia, însă translația elementară se va face tot-d'a-una după normală la osie și va avea la fie-care moment ca componente: ωr cos θ dt după Oγ, și ωr sin θ dt după Ox.

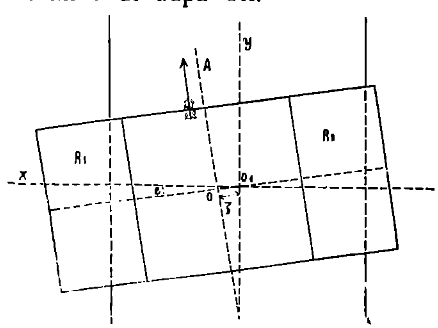


Fig. 3)

Translațiunea depinde decĭ de θ, adică de rotațiune.

Să presupunem acum că cele douĕ roți ale osiei sunt conice, ele sunt așeḑate pe cale în aceași posițiune ca în fig. 3, și se presupune mai întîi că nu e nici o forță aplicată la osie, aceasta fiind simplu animată de o iuțeală de rotațiune uniformă. Va fi, ca mai sus rostogolire perfectă și translație elementară îndreptată după normala la osie. Numai unghiul θ va varia la fie-care minut, prin faptul rostogolirei, pentru că roata R_1 se rostogolesce pe o rază mai mare și roata R_2 pe o rază mai mică de cât raza mijlocie r. Fie ζ distanța $O O_1$; γ conicitatea, și 2 e lărgimea căi; drumul percurs de R_1 este:

$$\omega\ (r + \zeta\gamma)\ dt.$$

și pentru R_2.

$$\omega\ (r - \zeta\gamma)\ dt.$$

Roata R_1 percurge deci, mai mult de cât roata R_2, un drum:

$$2\ \omega\zeta\gamma\ dt,$$

și unghiul θ scade cu cantitatea:

$$d\theta = \frac{\omega\gamma}{e}\ \zeta\ dt.$$

Ast-fel *efectul conicităţeĭ bandagelor este de a produce o rotațiune a osieĭ împrejurul mijloculuĭ sĕu, când roțile se rostogolesc perfect.*

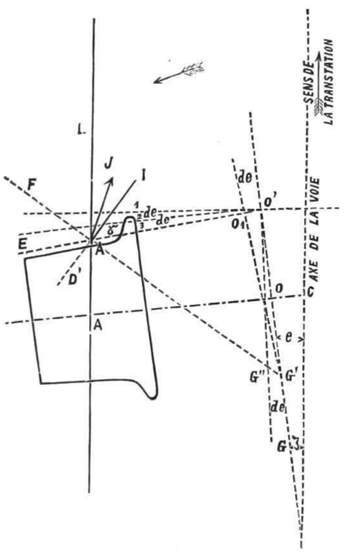
Dacă sunt forțe aplicate la osie ținênd a o face să se învârtească împrejurul unui ax vertical trecênd prin centrul de gravitate, însă fără să modifice vitesa de rotațiune ω, mișcarea osiei va fi constituită de o translație într'o direcțiune normală, OA, și de o rotație împrejurul axului vertical trecênd prin centrul de gravitate, care va fi resultanta rotațiunei datorite *conicităței bandagelor* și a rotațiunei datorite forțelor aplicate.

Presupunem acum că am avea, că într'o locomotivă, un numĕr oare-care de osii solidare și supuse a rĕmâne paralele. Ele vor fi animate de o mișcare de translație care va fi continuu îndreptată după normala la direcțiunea lor comună și de o mișcare de rotațiune împrejurul axului vertical trecênd prin centrul de gravitate al sistemului. Dar, V=ωr este iuțeala locomotivei, centrul de gravitate se va deplasa după axa căi cu o vitesă V cos θ și după axul perpendicular cu o vitesă V sin θ. Unghiul θ fiind tot-d'a-una foarte mic, se poate lua ca valoare a primei componente : V (1 – θ) sau simplu

V, și ca valoare a celei d'a doua componente: $V\theta$.

Pentru a cunoasce forțele de frecare desvoltate între roți și șine de mișcarea de rotațiune n'avem de cât să cunoascem direcțiunea lor, adică acea a alunecărei elementare, căci valorile lor sunt egale cu greutatea aderentă multiplicată prin cœficientul de frecare, care nu e altul de cât cœficientul de aderență.

Fie (Fig. 4) G centrul de gravitate al locomotivei, să considerăm o roată A făcênd cu șina un unghiŭ θ, care e egal cu unghiul ce face axul GO al locomotivei cu axul căi. Să presupunem că ma-



(Fig. 4)

șina e animată de o mișcare de rotațiune de la dreapta la stînga, și că unghiul θ cresce cu $d\theta$ în timpul dt.

Translațiunea elementară se va face după axul comun tuturor osiilor: centrul de gravitate G va veni în G, și centrul O al osiei considerate în O, după timpul dt. Dar, dacă n'ar fi de cât o singură osie, OA, care s'ar rostogoli perfect, în timpul când centrul sĕŭ O ar veni în O′ axul sĕŭ normal s'ar învârti împrejurul acestui centru cu un unghiu oarecare $d\theta_1$:

$$d\theta_1 = \frac{\omega\,8}{e} \times \overline{CO} \times dt$$

ast-fel că puntul G, considerat ca un punt al axului normal la osie, ar veni nu în G′ ci în G″. Faptul solidarității mai multor osii paralele împedică ca G să vie în G″. Trebue dar să se producă o alunecare a osiei considerate, pentru că nu sevîrșesce în realitate împrejurul centrului sĕu rotaținnea care va resulta din rostogolirea perfectă.

Conclusiunea, este că, în translația unuĭ tren de osii paralele, nicĭ una din ele nu se póte rostogoli perfect, afară numai dacă axa locomotivei ar coincida cu axa căi.

Alunecarea are de efect de a aduce axul din posițiunea O′G″ în posițiunea O′G′, ceea ce face ca osia să treacă din posițiunea 1, ce ar lua, dacă ar fi singură, în rostogolirea perfectă, la posițiunea 2. Există dar o alunecare longitudinală îndărăt egală ca $e d\theta_1$; nu există o alunecare transversală.

Dacă numim ζ distanța lui G la axul căi și l distanța OG, alunecarea, care resultă din causă că nu se produce rostogolire perfectă, are ca valoare:

$$e d\theta_1 = e\,\frac{\omega\gamma}{e}\,(\zeta + l\theta)\,dt = \omega\gamma\,(\zeta + l\theta)\,dt.$$

Dacă acum unghiul θ cresce cu $d\theta$ la fie-care rotațiune împrejurul lui G, osia trece din posițiunea 2 la posițiunea 3, și puntul O′ vine în O_1. Va fi dar o alunecare longitudinală egală cu $e d\theta$ și o alunecare transversală egală cu $l\,d\,\theta$.

Cele două componente ale alunecărei elementare sunt deci:

longitudinal. . . . . . $e\,(d\,\theta_1 + d\,\theta)$
lateral . . . . $l\,d\,\theta$.

Forța de frecare J egală cu fP (P, greutatea aderentă; f, cœficient de frecare) și direct opusă alunecărei elementare face cu osia un unghiu γ, a cărei tangentă este.

$$tg\mu = \frac{e\,(d\theta + d\theta_1}{l d\theta}.$$

Valoarea $tg\,\gamma$ este maxima când $d\theta$ este foarte mare în raport cu $d\theta_1$ și este atunci egală cu $\frac{e}{l}$, de unde urmează că forța J este atunci perpendiculară la dreapta ce unesce puntul de contact A′ (al roței cu șina) cu centrul de gravitate.

Când $d\theta = o$, $tg\mu = \infty$, $\gamma = 90^0$ și forța J este în direcțiunea A′L a șinei.

Prin urmare, când $d\theta$ este positiv, adică când θ cresce, forța de frecare a roței A este coprinsă în unghiul DA′L (DA′ normal la AG′), și momentul sĕu în raport cu axul vertical trecênd prin G′ este coprins între fPd ($d = AG$) și fPe (e, semi-lărgimea căi). Acest moment este, în toate casurile, opus mișcărei de rotațiune tindênd a mări pe θ.

Când θ se micșorează și $d\theta$ e negativ, douĕ casuri se pot presenta, după cum $d\theta_1$ este positiv sau negativ, adică după cum centrul osiei se află de o parte sau de alta a axului căi.

Presupunem că am avea casul fig. 4. Valoarea lui tg γ este negativă cât timp $d\theta$ e mai mic ca $d\theta_1$ în valoarea absolută, și forța J se află în unghiul EA′L. Când $-d\theta = d\theta_1$, tg $\gamma = o$, și forța are direcțiunea A′E. Momentul forței J este favorabil rotațiunei cât timp J se află în unghiul LA′F, și defavorabil când J e în unghiul EA′E. In fine, când $d\theta$ este foarte mare în valoare absolută, forța de frecare este îndreptată după A′D′.

Să presupunem acum că $d\theta$, ar fi negativ, adică că roata se rostogolesce pe o rază mai mică de cât raza mijlocie. Roata A_1, opusă la A, trebue, pentru ca osia să 'și păstreze paralelismul cu cele-l'alte osii, să alunece înainte cu o cantitate $e\,d\theta_1$. Dacă, în acelaşi timp, unghiul θ cresce cu $d\theta$ către stânga, atunci avem o nouĕ alunecare, $ed\theta$, și o alunecare către interior, $ld\theta$. Prin urmare, unghiul γ_1 ce face forța de frecare J_1 cu osia este:

$$\operatorname{tg} \mu_1 = -\frac{e(d\theta+d\theta_1)}{ld\theta}.$$

Acest unghiu μ_1 este egal și de semn contrariu cu unghiul μ, și cele douĕ forțe J și J_1 sunt alterne în raport cu osia.

Această consecință este tot-d'auna adevĕrată, ori-care ar fi ipotesa asupra variațiunei lui θ.

Pentru o posițiune oare-care a mașinei, cunoascem deci în tot-deauna direcțiunea forțelor de frecare.

Numind β unghiul O′A′G′, e lesne de vĕḑut că momentul forței de frecare J sau J_1, în raport cu axul vertical trecĕnd prin G, este:

$$M = f P d \sin(\beta+\mu).$$

Acest moment este nul când avem:

$$\beta+\mu=\pi,$$

sau:

$$\operatorname{tg}\mu = -\operatorname{tg}\beta,$$

cea ce dă, înlocuind tg μ și tg β prin valorile:

$$\frac{e(d\theta+d\theta_1)}{ld\theta} = -\frac{l}{e}$$

de unde:

$$d\theta = -\frac{c^2}{d^2}\,d\,\theta_1.$$

Când, θ descrescĕnd, $\beta+\mu$ e mai mare ca π, momentul M favorisează mișcarea. Aceasta are loc când avem:

$$d\theta > -\frac{e^2}{d^2}\,d\theta_1.$$

Această condițiune va fi foarte prețioasă mai departe pentru a determina sensul acțiunei forțelor de frecare.

Resistența datorită greutăței. Când o roată se deplasează lateral pe cale, ea se urcă sau se coboară din causa conicităței *bandagiului*, cea ce dă nascere la o forță ce se opune mișcărei sau o favorisează.

Dacă numim P_1 încărcarea totală a unei roți, P_2 încărcarea roței opuse a aceleași osii, γ conicitatea, l distanța osiei la centrul de gravitate, e lesne de vĕḑut că momentul resistent, când e rotațiune ast-fel că roata 1 se urcă, pe când roata 2 se coboară, este:

$$(P_1-P_2)\gamma l.$$

Acest moment ar fi nul dacă încărcările roților ar fi egale, după cum aceasta are loc în genere în starea statică. Insă, în mers, din causa acțiunei arcurilor și acea a organelor în mișcare relativă, cantitățile P_1 și P_2 pot presinta o diferință notabilă. Cu toate acestea, pentru că γ e mic $\left(\frac{1}{15}\right.$ pentru mașini, $\left.\frac{1}{20} \text{ pentru vagoane}\right)$, momentul de mai sus e de obicei mic comparativ cu momentul forțelor de frecare, și poate fi negligeat.

CAP. II

Mișcare de șovăire (lacet) în linie dreaptă și în curbă

VI. *Resoluțiunea ecuațiunei generale a mișcărei de lacet*

Am stabilit la § 1 ecuațiunea mișcărei de rotațiune a cadrului unei locomotive. Dacă presupunem că nu e nici un joc între osii și cadru, când acesta se deplasează, trage cu sine osiile cu condițiunea de a învinge forțele de frecare ce se desvoltă la contactul șinelor și al roților. Prin urmare, mișcarea de rotațiune a locomotivei întregi depinde de momentul M al forțelor de frecare și de momentul N al eforturilor exercitate de vapori *asupra longeronilor*. Nu depinde de cât de aceste momente, dacă presupunem că nu sunt alte forțe aplicate. Negligem deci, de o cam dată, reacțiunile *tenderului* asupra mașinei, cea ce revine a admite că mașina trage trenul și *că atelagiul sĕu cu tenderul e slăbit.*

Fie I momentul de inerție al locomotivei în raport cu axul vertical, trecênd prin centrul de gravitate. Ecuațiunea diferențială a mișcărei de rotațiune e:

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = N + M. \quad (1)$$

Afară de aceasta, scim că centrul de gravitate posedă o mișcare de translațiune îndreptată după axul locomotivei, a cărui posițiune este, la fie-care moment, variabilă. Așa că, dacă V e vitesa de mers, centrul de gravitate se deplasează normal la axul căii cu o iuțeală $V\theta$. Cantitatea N este o funcțiune de timp numai M este funcțiune de încărcarea roților (care, din causa oscilațiunilor arcurilor, variază cu timpul), de unghiul θ și de derivata sa $\frac{d\theta}{dt}$. In adevĕr, valoarea lui M pentru o roată dată se poate scrie:

$$M_1 = fP_1 d_1 \sin(\beta+\mu) = fP_1 \frac{l^2 d\theta + e^2(d\theta + d\theta_1)}{\sqrt{l^2 d\theta^2 + e^2(d\theta + d\theta_1)^2}}$$

Aceasta e o funcțiune cât se poate de complexă, așa că nu e nici gând de a se căuta direct integrala completă a ecuațiunei (1).

E posibil numai de a găsi soluțiunea acestei ecuațiuni prin procedeuri grafice.

Vom demonstra mai departe că momentul M rĕmâne aproape constant, în timpul unor intervale oare-cari de timp. Ecuațiunea (1) se va putea integra, în această ipotesă, prin simple cuadraturi, și vom avea:

$$I \frac{d\theta}{dt} = I\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0 + \int_0^t N\,dt + \int_0^t M dt. \quad (2)$$

$$I\theta = I\theta_0 + I\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0 t + \int_0^t\int_0^t N\,dt^2 + \int_0^t\int_0^t M\,dt^2. \quad (3)$$

Iar deplasarea centrului de gravitate normal la axul căi, se deduce din relațiunea:

$$\frac{d\zeta}{dt} = V\theta$$

de unde:

$$\zeta = \zeta_0 + \int^t V\theta dt.$$

Cele trei ecuațiuni (2), (3) și (3) vor permite de a construi valorile lui:

$$\frac{d\theta}{dt},\ \theta,\ \zeta \text{ și } \frac{d\theta_1}{dt} = \frac{\omega\gamma}{e}(\zeta + l\theta).$$

Daca dar parvenim a cunoaște aceste cantități cu o primă aproximațiune, e posibil de a deduce din ele o valoare apropiată a lui M care va fi funcțiune de timp numai.

Vom conveni de a lua drept origină a timpului momentul în care avem $\theta = 0$. Pentru a putea rezolva problema, trebue să cunoaștem care sînt în acel moment valorile posibile ale lui $I\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0$ și ale lui ζ_0.

Valoarea lui ζ pentru $t = 0$ e de obicei foarte vecină de semijocul căi ε.

Intr'adevĕr, în mișcarea de rotațiune, se întîmplă, după cum vom verifica maĭ departe, un moment în care *buza* roței d'inainte vine în contact cu șina. Daca nu e plan inclinat pe această roată dinainte, permițênd deplasarea cadrului independent de acea a osiei, mașina este oprită, unghiul θ nu mai poate crește, și distanța centrului osiei d'inainte la axul căi remâne fixă, egală cu semi-jocul căi ε. Această distanță are ca valoare:

$$\zeta + l\theta = \varepsilon,$$

relațiune care arată că:

1) Pentru ca ζ să poată continua a crește, trebue ca θ să descrească;

2) Creșterea lui ζ va fi, cât timp e contact, egala și de semn contrariu cu variațiunea $l d\theta$. Iuțeala centrului de gravitate va fi dar $\frac{d\zeta}{dt} = -l\frac{d\theta}{dt}$, și contactul *buzei* cu șina va subsista cât timp vitesa ordinară a centrului de gravitate va fi mai mare de cât aceasta, adică cât timp vom avea:

$$V\theta > -l\frac{d\theta}{dt}.$$

Din cauza valori ridicate a lui V, această inegalitate subsistă cât timp θ are o valoare notabilă, și contactul nu încetează de cât când θ este mic.

Se conchide dar ținênd seamă de relațiunea $\zeta + l\theta = \varepsilon$, că, atunci când θ e vecin de zero, ζ e egal cu ε.

Când prima osie are un joc care să 'i permită să stea fixă, pe când cadrul continuă a se deplasa, mișcarea de rotațiune urmează înainte de obicei până ce e oprită de contactul celei d'a doua osii superioarea fără joc și așezată înaintea centrului de gravitate. A doua osie joacă atunci același rol ca prima, și raționamentul făcut mai sus relativ la valoarea lui ζ pentru $\theta = 0$ îi este în întregimea aplicabil.

Iar valoarea lui $\frac{d\theta}{dt}$ pentru $t = 0$, $\theta = 0$, poate fi destul de diferită după tipul locomotivei, însă e tot-d'a-una mică. Dacă această iuțeală e mare, se vede, după valoarea lui $tg\mu$ și a momentului forţelor de frecare, că, pe măsură ce $d\theta$ creşte, acest moment resistent creşte şi se apropie de maximum seu, $\Sigma f Pd$. Insă, această valoare maxima este tot-d'a-una superioară momentului N care provoacă rotaţiunea. Vitesa nu poate dar trece peste o limită oare-care, ce corespunde la o valoare a lui M de acelaşi ordin de mărime ca şi N.

Presupunem, de altă parte că, pentru $\theta = 0$, vitesa de rotaţiune ar fi nulă. Maşina se află atunci, întreagă, de o parte a căi, pentru că centrul seu de gravitate este la distanţa ε de axa căi, şi toate forţele de frecare dau un moment $\Sigma f Pe$ ţinênd a înclina dinaintea maşinei către interiorul căi.

Daca momentul N e de acelaşi sens, rotaţiunea începe a se efectua cu o vitesă de rotaţiune care creşte repede. Insă, pe mĕsură ce creşte, valoarea positivă a lui M descreşte, se anulează şi schimbă de semn; M ajunge ast-fel a face echilibru lui N şi, din acest moment, iuţeala va rĕmâne aproape constantă cât timp N va fi însuşi constant.

Daca momentulul N este de sens contrariu, rotaţiunea nu se va efectua cât timp vom avea $N > \Sigma f Pe$. Ea va începe îndată ce vom avea inegalitatea contrarie, cu o iuţeală crescêndă până ce, M descrescênd, am avea $M = N$.

Când studiem mişcarea de rotaţiune cu o primă aproximaţiune, e tot-d'a-una suficient de exact de a presupune că, în timpul duratei unei învîrtituri de roată, N are douĕ valori constante, una pozitivă, alta negativă. Dacă într'adevĕr, facem cuadratura curbei N *(fig. 5)*, ducênd ca origină momentul când N devine positiv, se vede că curba $N' = \int_0^t N dt$ *(fig. 9)*, se compune dintr'o ramură ascendentă şi o ramură descendentă cari se confund aproape fie-care cu o dreaptă. Ast-fel, N putênd fi considerat ca constant, şi pentru că în timpul fie-cărui interval de timp în care N este constant posiţiunea unghiulară şi prin urmare $\frac{d\theta_1}{dt}$ n'au timpul de a varia mult iuţala unghiulară $\frac{d\theta}{dt}$ e iarăşi constantă.

Pentru a găsi repede această vitesă, trebue să construim *abace* dând pentru fie-care osie valorile lui M în funcţie de $\frac{d\theta_1}{dt}$ şi de $\frac{d\theta}{dt}$. *In aceste abace, isopletele,* adică curbele avênd ca ecuaţiune:

$$M = \varphi\left(\frac{d\theta_1}{dt}, \frac{d\theta}{dt}\right) = C^{tă},$$

sunt linii drepte. In adevĕr, singurul element variabil în valoarea:

$$M = fPd \sin(\mu + \beta),$$

admiţînd pentru moment că P remâne constant, este unghiul μ care are ca tangentă:

$$tg\,\mu = \frac{e}{l}\,\frac{d\theta_1 + d\theta}{d\theta}.$$

Unghiul μ este dar constant şi, prin urmare, M este asemenea constant, când raportul $\frac{d\theta_1}{dt}$ este însuşi constant. Luând ca coordonate valorile lui $\frac{d\theta_1}{dt}$ şi ale lui $\frac{d\theta}{dt}$, curbele:

$$M = C^{tă},$$

sunt nişte drepte trecênd prin origina coordonatelor.

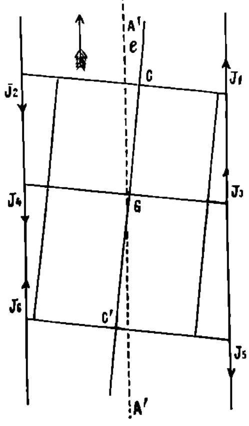
Această remarcă înlesneşte foarte mult construcţiunea şi citirea abacelor. Cunoscênd valorile lui $\frac{d\theta_1}{dt}$ pentru fie-care osie, găsim repede care e valoarea ce trebue să aibă vitesa de rotaţiune pentru ca $M = N$.

Construim ast-fel cu o primă aproximaţie valorile lui $\frac{d\theta}{dt}$, θ şi z. Dacă e interes ca să împingem mai departe calculele, ne servim de aceste din urmă valori pentru a calcula pe M şi atunci putem ţine cont de variaţiunea lui P datorită oscilaţiunilor greutăţei suspendate pe arcuri. De altmintrelea, cum aceste oscilaţiuni sunt de obicei foarte repezi, n'au de cât puţină influenţă asupra mişcărei de rotaţiune propriu ḑisă; însă ele au o foarte mare influenţă după cum vom vedea mai târziu, asupra împrejurărilor ce însoţesc contactul *buzelor* roţilor cu şinile.

In resumat, integrarea grafică a ecuaţiunei (1) este tot-d'a-una posibilă prin aproximaţiuni succesive.

Această analisă ne conduce a explica cum şi în ce sens poate lua naştere *mişcarea de la cet.* Să considerăm (fig. 5) o maşină cu treĭ osii de exemplu, aşezată pe cale ast-fel ca axul său cc' să facă cu axul căii un unghiu θ, ori cât de mic, şi ca centrele celor douĕ osii din nainte să fie la dreapta, centrul osiei dindărât la stânga axului căi.

Această posiţiune, în care maşina face un unghiu cu axul căi, este cea mai probabilă, căci din causa inegalităților căi, a diferințelor, accidentale sau nu, înălțime a celor douĕ fire de șine, posițiunea conexială a locomotivei pe cale trebue să fie considerată ca excepțională.



(Fig. 5

Să presupunem dar că mașina ocupă o posițiune unghiulară oare-care. Scim că roțile nu se pot rostogoli perfect, în afară de posițiunea conexială, și că ele desvoltă nisce forțe de frecare la contactul lor cu șina. Daca unghiul θ nu variază aceste forțe: J_1, J_2, J_3, J_4, J_5, J_6, sunt paralele cu calea, și momentul lor în raport cu axul vertical trecênd prin cercul de gravitate este ΣfPe.

Acest moment poate fi positiv, adică să tindă a face să se învêrtească de la dreapta spre stânga, în care cas unghiul θ trebue să descrească; sau negativ, în care cas θ trebue să crească. Insă pe măsură ce iuțeala de rotațiune într'un seus oare care cresce, momentul favorabil descresce și momentul defavorabil cresce, cu ce tinde a micșora crescerea acestei iuțeli. Acesta trebue dar să tindă către o valoare limită.

Când există un Moment N al forțelor aplicate, sensul rotațiunei este asemenea determinat. Momentul total, în ipotesa când θ nu s'ar schimba, ar fi: $N + \Sigma f P e$. După cum această sumă este positivă sau negativă, rotațiunea are loc într'un sens sau în cel alt. Dacă este nulă, în intervalul unui timp oare-care, unghiul θ remâne momentan constant.

Sub influența singură a momentelor N și M, posițiunea unghiulară a unei mașini n'ar putea varia de cât foarte încet, pentru că îndată ce iuțeala se măresce, momentul M este resistent și devine repede mult mai mare ca N. Dar ceea ce face ca o locomotivă să se transporte de pe un șir de șine pe cel alt, descriind un fel de sinusoidă lungăreață, este că ea e animată de o iuțeală $V\theta$ normală la cale și că V dobîndesce în practică valori mari. In această deplasare laterală, se întâmplă deci *că buzele* roților dinainte întâlnesc șinele și exercită asupra lor nisce ciocniri și reacțiuni în urma cărora sensul mișcărei se află schimbat.

VII. *Contactul buzelor roților cu șinele. Ciocniri pe șine.*

Mișcarea de rotațiune a unei locomotive *cu o bază rigidă* este limitată de jocul căi. Trebue dar să cunoascem la ce moment se produce contactul *buzelor roților* cu șinele și diferitele efecte la cari dă nascere.

Dacă plecăm de la posițiunea $\theta = o$, $\zeta = \varepsilon_1$, la dreapta, deviațiunea începe către stânga și unghiul θ face cu axul căi merge crescând, în acelaș timp când distanța ζ a centrului de gravitate la ax descresce. Se întêmplă un moment în care ζ devine nul și cresce apoi de cea laltă parte. De și în acest moment θ începe în genere să descrească, această descrescere nu e destul de repede pentru a compensa crescerea lui ζ, afară numai daca iuțeala de mers V ar fi cam mare; toată mașina se afla dar de partea stângă și *buza* roței stângi dinainte vine la un moment dat, în contact cu șina. Cantitatea cu care osia dinainte s'a deplasat în raport cu posițiunea sa mijlocie, pentru care centrul sĕu coincidă cu axul căi și *buzele* sunt la o distanțe de șine egală cu semi-jocul căi ε, este:

$$\zeta + l_1 \theta$$

Este contact cu șina când $\zeta + l_1 \theta = \varepsilon$

După curbele cari dau pe ζ și θ, se recunoasce ușor la ce moment această condițiune este îndeplinită. Contactul cu șina are de efect de a opri brusc mișcarea mașinei. Se produce dar o ciocnire. Inainte de contact, mașina e animată: 1^0 de o vitesă de rotațiune positivă sau negativă: 2^0 de o vitesă de translațiune laterală $V\theta$ tot-d'a-una positivă. După ciocnire, vitesa de translațiune laterală numai e $V\theta$ ci $l_1 \frac{d\theta}{dt} \frac{d\theta}{dt}$ fiind o nouă vitesă de rotațiune care trebue determinată.

Dacă calea e perfect elastică, ciocnirea are de prim efect de a schimba de semn vitesa de rotațiune, în casul când aceasta e mai nainte positivă. Se cunoasce deci după ciocnire iuțeala θ'_r datorită rotațiunei.

Apoi vitesa de translațiune laterală descresce cu cantitatea $V\theta - l_1 \frac{d\theta}{dt}$, în urma ciocnirei ce se face la distanţa l_1 de centrul de gravitate. In virtutea unui principiu de mecanică, această ciocnire are de efect de a provoca o crescere de vitesă unghiulară şi, prin urmare, a cantităţeĭ de mişcare, crescere al căreĭ moment e egal cu momentul impulsiunei percusiunei. Fie θ_t' această crescere de vitesă unghiulară. Momentul crescerei cantităţei de mişcare este: $I\theta^t$, şi este egal cu momentul impulsiunei percursiunei Această impulsiune este însăşi egală cu cantitatea de mişcare perdută, adică cu: $\frac{\Pi}{g}\left(V\theta - l_1\right)$, Π fiind greutatea totală a maşinei. Insă, iuţeala unghiulară după ciocnire, $\frac{d\theta}{dt}$, este egală cu $\theta'_r + \theta'_t$. Momentul de impulsiune al presiunei este dar:

$$l_1 \frac{\Pi}{g} \left[V\theta - l_1 \left(\theta'_r + \theta'_t\right)\right],$$

şi avem:

$$I\theta'_t = l_1 \frac{\Pi}{g} \left[V\theta - l\left(\theta'_r + \theta'_t\right)\right]$$

de unde tragem necunoscuta θ'_t.

Decă calea nu e perfect elastică şi se deformează mai mult sau mai puţin sub acţiunea percusiunei, iuţeala de rotaţiune, după ciocnire, este mai mică de cât acea calculată mai sus.

Să limită, toată forţa vie laterală ce posedă maşina poate fi transformată într'un lucru de *distrugere* a căi, şi în acest cas, vitesa de rotaţiune datorită ciocnirei este nulă.

Impulsiunea percusiunei ce suferă calea este atunci maximă, şi, dacă $\theta_1 = o$, ea e egală cu $\frac{\Pi}{g} V\theta$, adică proporţională cu greutatea maşinei, cu iuţeala şi cu oblicitatea ce ia locomotiva pe cale. Această percusiune, *care dobândesce valorĭ foarte considerabile*, tinde a provoca deformarea permanentă, ruptura, *rĕsturnarea şinelor, smulgerea legăturilor, rîparea căi*. O cale în bună stare trebue să fie capabilă de a resista, fără deformare, la permisiunea de mai sus.

VIII. *Ecuaţiunea mişcărei în timpul contactului buzelor roţilor cu şinele*

Mişcarea de rotaţiune e neapărat rĕsturnată după ciocnirea pe şină, dacă nu era deja, şi θ nu poate de cât să descrească; ζ continuă de a cresce satisfăcând la relaţiunea: $\zeta + l\theta = \varepsilon$; de unde: $\frac{d\zeta}{dt} = -l\frac{d\theta}{dt}$. Când maşina e liberă, $\frac{d\zeta}{dt} = V\theta$. Trei casuri se pot dar presinta, pentru că $V\theta$ poate fi inferior, egal sau superior lui $-l\frac{d\theta}{dt}$.

Dacă $V\theta < -l\frac{d\theta}{dt}$, osia d'inainte se depărtează de şină mai repede de cât cum s'apropie centrul de gravitate al maşinei, şi contactul *buzelor* cu şina încetează imediat după ciocnire mişcarea maşinei continuă atunci a se efectua într'un mod liber în sens invers.

Dacă $V\theta = -l\frac{d\theta}{dt}$, contactul cu şina durează un timp oare-care, însă şina nu exercită nici o reacţiune asupra *buzei*. Această egalitate dă legea variaţiunei lui θ şi, integrînd, găsim:

$$\theta = \theta_0 e^{-\frac{V}{l}t}$$

In fine, când $V\theta > -l\frac{d\theta}{dt}$, mişcarea maşinei nu mai e liberă, şi şina exercită asupra *buzei* roţei în contact o reacţiune care are de efect de a reduce vitesa de translaţiune laterală a maşinei. Trebue să ţinem socoteală de această reacţiune, dacă vrem să continuăm a considera mişcarea maşinei noastre ca fiind resultanta unei translaţiuni laterale a centrului de gravitate şi a unei rotaţiuni împrejurul axului trecĕnd prin acest centru.

Insă putem considera mişcarea şi într'alt mod, ca fiind numai o rotaţiune, fără translaţiune laterală, împrejurul centrului osiei d'inainte, la care *buzele* roţilor sunt în contact cu şinele, centru care, prin urmare, rĕmâne fix. Forţele aplicate vor fi, ca mai sus, acea ce lucrează asupra *longeronilor*, al căreĭ moment este N, şi forţele de frecare, a căror direcţiune e, de altmintrelea, modificată, după cum vom vedea mai târḑiu, şi al căror moment este M_1; afară de aceasta, nu e trebuinţă să ţinem cont de forţa de inerţie de tărîre longitudinală, unghiul θ fiind tot-d'a-una foarte mic.

Ast-fel, I_1 fiind momentul de inerţie al locomotivei în raport cu axul vertical trecĕnd prin centrul osiei d'inainte, ecuaţiunea mişcărei de rotaţiune va fi:

$$(1 \text{ bis}) \qquad I_1 \frac{d^2\theta}{dt^2} = N M_1$$

Se scie, de altmintrelea, că momentul de inerţie

l, este egal cu momentul de inerție I în raport cu axul vertical al centrului de gravitate mărit cu produsul masei $\frac{\Pi}{g}$ a mașinei prin pătratul distanței, l, a centrului de grivitate la centrul osiei d'ina-inte; deci:

$$I_1 = I + \frac{\Pi}{g} l^2$$

Ecuațiunea (1 bis) este aplicabilă cât timp condițiunea:

$$V\theta > -l\frac{d\theta}{dt}$$

se află verificată.

Să vedem acum cari sunt forțele de frecare. Ele nu mai au aceleași direcțiuni ca mai sus, pentru că translațiunea laterală a mașinei nu mai e liberă.

Pentru a face studiul lor mai clar, să considerăm din nou casul elementar al unui sul ce se deplasează pe un plan. Acest sul e presupus animat de o vitesă de rotațiune uniformă; el înaintează dar pe plan prin rostogolire simplă într'un sens normal la axul sĕu.

Să presupunem că, deplasându-se, acest sul vine de întâlnesce o ridicătură în linie dreaptă, AB, făcând un unghiu θ în direcțiunea urmată de sul. Acesta nu va mai continua, evident, a înainta normal la axul sĕu, ci în direcțiunea AB. Nu se va mai rostogoli perfect; va aluneca în direcțiunea normală la AB, și ridicătura va exercita asupra lui o reacțiune tocmai egală cu forța de frecare desvoltată de această alunecare.

Casul unei locomotive deplasându-se pe șine este exact acelaști, că și dacă considerăm numai deplasările elementare. Când *buza* uneia din roțile d'inainte este în contact cu șina, mașina, în loc de a se deplasa normal la cale cu o cantitate $V\theta\, dt$, cum ar face dacă ar fi liberă, nu se deplasează de cât cu o cantitate: $-l\frac{d\theta}{dt}dt$. Există dar o alunecare normală la cale a mașinei întregi, și valoarea sa este:

$$\left(V\theta + l\frac{d\theta}{dt}\right)dt.$$

De altă parte, mișcarea de rotațiune împrejurul centrului de gravitate dă nascere la nisce alunecări a căror valoare am stabilit'o mai sus și cari sunt:

lateral	$l d\theta$.
longitudinal . . .	$e\,(d\theta_1 - d\theta)$.

Alunecarea elementară care dă direcțiunea forței de frecare este resultanta acestor trei alunecări, și unghiul i ce face această forță în direcțiunea osiei are ca tangentă:

$$\operatorname{tg} i = \frac{e\,(d\theta_1 - d\theta)}{l d\theta + \left(V\theta + l\frac{d\theta}{dt}\right)dt} = \frac{e\,(d\theta_1 - d\theta)}{V\theta\, dt}$$

De altmintrelea, e lesne de vĕḑut că forțele de frecare a celor douĕ roți ale unei aceași osii, adică dau o resultantă paralelă osiei.

Numitorul $V\theta$ are o valoare mai mare ca numĕrătorul, afară numai către finele contactului, căci atunci tinde repede către: $-l\frac{d\theta}{dt}dt$ Prin urmare, în timpul celei mai mari părți a duratei contractului, unghiul i este foarte mic, și direcțiunea forței de frecare se confundă aproape cu aceea a osiei.

Resultă că, într'o mașină *cu cadru* rigid totală:

1° Momentul M al forțelor de frecare, în raport cu centrul de gravitate, este nul, pentru că: $M = \Sigma f P l$ și $\Sigma P l = 0$;

2° Resultanta F a forțelor de frecare, toate paralele și de acelaș sens, este egală cu suma lor și are ca valoare greutatea totală a mașinei multiplicată prin coeficientul de frecare, adică $f\Pi$;

3° Momentul M_1 al forțelor de frecare în raport cu centrul de gravitate și a momentului resultantei în raport cu centrul primei osii. Avem ast-fel: $M_1 = M + lF$.

IX. *Reacțiunea buzelor roților asupra șinelor.*

Să căutăm acum care e reacțiunea X ce exercită șina *asupra buzei* în contact.

In virtutea principiului lui d'Alembert, este echilibru între forța de legătură X, forțele aplicate și forțele de inerție. Pentru a cunoasce valoarea lui X, n'avem de cît să scrim că suma proecțiunei forțelor pe un ax normal la cale este nulă.

Aceste forțe se reduc, în afară de reacțiunea X, la forțele de frecare a căror resultantă, normală la cale, este F și la forțele de inerție, a căror proiecțiune pe axul normal la cale este, după cum se poate lesne vegea, egală cu: —

$$\frac{\Pi}{g} = l\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Avem dar:

$$X=F-\frac{\Pi}{g}\,l\,\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Această relaţiune se poate deduce şi din ecuaţiunea (1 bis), care se poate scrie, înlocuind pe I_1 prin $I+\frac{\Pi}{g}l^2$ şi M_1 prin $M+lF$:

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2}=N+M+lF-\frac{\Pi}{g}l^2\frac{d^2\theta}{dt^2}.$$

Insă, ecuaţiunea mişcărei relative de rotaţiune în raport cu axul vertical trecênd prin centrul de gravitate este:

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2}=N+M+l\,X.$$

Identificând aceste două ecuaţiuni, deducem relaţiunea (5).

Se cunoasce dar componenta orizontală X a reacţiunei *buzelor roţilor* pe şină. Această reacţiune joacă un rol considerabil din punctul de vedere al tendinţei la deraiare, şi e foarte important de a cunoasce maximum acestei reacţiuni.

Să considerăm o maşină cu cadru rigid totală.

Să înlocuim în (5) $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ prin valoarea sa trasă din (1 bis). Avem:

$$X=F\frac{I}{I_1}-\frac{\Pi}{g}\frac{l}{I_1}(N+M).$$

După cum am vědut mai sus, valoarea F este aproape egală cu greutatea maşinei multiplicată prin coeficientul de aderenţă şi valoarea lui M este aproape nulă.

Prin urmare, dacă presupunem că N are o valoare negativă, adică tinde a aplica buza contra şinei şi dacă înlocuim, în valoarea lui X, pe N prin —N, valoarea maximă a lui X va fi dată de ecuaţiunea următoare, în care cei doi termeni sunt positivi:

$$X=f\Pi\frac{I}{I_1}+\frac{\Pi}{g}\frac{l_1}{I_1}N.$$

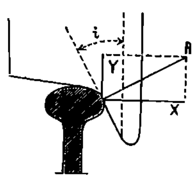
sau:

$$X=f\Pi\frac{I}{I_1}+\frac{1}{l_1}\left(1-\frac{I}{I_1}\right)N.$$

Se poate găsi valoarea lui l_1 pentru care X este maximum, toate cele-l'alte cantităţi rĕmânênd constante. N'avem de cât să egalăm cu zero derivata membrului d'al doilea în raport cu l_1, cea ce ne conduce la o ecuaţiune de gradul al doilea, de la care însă numai o rĕdăcină convine cestiunei de faţă. Afară de aceasta, primul termen al lui X fiind obicinuit mai mare de cât al doilea, este visibil că X se micşorează când raportul $\frac{I}{I_1}$ se micşorează, adică când cadrul rigid se măresce.

Valoarea lui X cresce, după cum se vede, cu N, şi în această intervenire a lui N consistă influenţa principală ce exercită asupra stabilităţei. Modul de întrebuinţare şi acţiunea vaporilor N dobêndesc valori importante, mai cu seamă în locomotivele cu cilindre exterioare şi depinde mai cu seamă de timbrul căldărilor. Insă, tendinţa generală, de a mări puterea maşinilor precum şi *procentul lor*, este de a mări acest timbru; se micşorează în acelaşi timp şi stabilitatea. Pentru a o păstra bună în locomotivele cu cilindre exterioare, trebue neapărat să limităm timbrul căldărilor şi întrebuinţarea înaltelor presiuni nu e realisabilă în practică, din singurul punct de vedere al stabilităţei (căci alte cuvinte sunt asemenea în favoarea acestei teze) de cât cu locomotive cu cilindre interioare sau mai bine cu locomotive compound, sau încă cu locomotive *cu boghiu*, căci vom vedea mai departe că *boghiile* atenuează şi parvin chiar a suprima reacţiunile exercitate pe cale; în aceste din urmă maşini, cilindrele pot fi atunci exterioare.

Presenţa lui Π, greutatea maşinei, în expresiunea lui X, precum şi în acea care dă valoarea ciocnirei în momentul contactului (§ VII), arată cât e de desastroasă mărirea greutăţei maşinilor cu iuţeală mare, acţiunea desorganisatoare exercitată pe cale fiind proporţională cu Π.



(Fig. 6)

E de observat că X nu e de cât proiecţiunea orizontală a reacţiunei *buzei* pe şină. *O buză cu profil normal* presintă de obicei o inclinaţiune de $\frac{1}{5}$ în raport cu verticala. E probabil că reacţiunea R *a buzei* pe şină (Fig. 6) se exercită normal suprafeţele în contact, de unde resultă că:

$$R=\frac{X}{\cos i}.$$

şi că e o componentă Y, a cărei valoare e:

$$Y=X\,\mathrm{tg}\,i=\frac{1}{5}X.$$

Afară de aceasta, pentru ca roata să se poată învîrti, buza frecênd pe şini, trebue să învingă o forţă de frecare, f' R, a cărei componentă verticală e:

$$Y_1=f'R\cos i=f'X.$$

Ast-fel contactul *buzei* cu șina produce o reacțiune verticală $Y+Y_1$, ținênd a ridica roata, și a cărei valoare este:

$$Y+Y_1=X\ (f'+tg\ i).$$

Valoarea lui X e cu atât mai mare cu cât cœficientul de aderență, f, e mai mare și valoarea lui $Y+Y_1$ cresce când f', cœficient de frecare *al buzei* pe șini, cresce. De obicei cei doui cœficienți f și f sunt aceeași; nu e tot așa când *buzele roților sunt unse,* ceea ce se întâmplă une-ori; f' e atunci mult mai mic ca f, și forța $Y+Y_1$ este simțitor scădută.

Când valoarea lui $Y+Y_1$, e mai mare ca greutatea roței și a încărcărei sale (măsurată prin tensiunea arcului), $P+p$, roata începe să se urce pe șină și poate să deraieze.

Insă trebue un timp oare-care pentru ca *buza* să vie să se atingă de nivelul superior al șinei, și deraiare nu are loc în realitate de cât dacă, în timpul acestei durate a ascensiunei *buzei*, avem $Y+Y_1>P+p$.

Ast-fel, pentru ca deraiarea să se poată produce trebue două condițiuni principale:

1° Să fie coincidență între momentul când *buza* roței intră în contact cu șina, producênd reacțiunea $Y+Y$ și momentul în care încărcarea totală a roței $P+p$ e mai mică ca $Y+Y_1$;

2° la inegalitatea $P+p<Y+Y_1$. să subsiste un timp suficient pentru ca *buza* să aibă timp să se urce pe șină.

Această din urmă condițiune trebue să se producă cel mai rar, căci $Y+Y_1$ descresce foarte repede și $P+p$ cresce asemenea foarte repede, cu atât mai repede cu cât, pe mĕsură ce roata se ridică, arcul se comprimă, și P cresce din acest singur fapt, independent de acțiunea greutăței suspendate. Insă ea poate fi înlesnită de cause streine, de exemplu de o denivelare bruscă a căi, căci, când o roată cade, chiar de la o înălțime excesiv de mică, ea încetează de a adera la șină pe o lungime oare-care, cu atât mai apreciabilă cu cât iuțeala e mai mare.

Cât despre posibilitatea de a avea $Y+Y>P+p$, ea e sigură, cel puțin pentru un mare numĕr de tipuri de locomotive, care nu e în intențiunea noastră de a enumera aci. Cu o bună aderență $f=f'=\frac{1}{5}$, valoarea X poate atinge 7.000 la 8.000 kilograme (une-ori mai mult). Insă, încărcarea totală $P+p$ poate, după cum am vĕdut în memoriul nostru asupra oscilațiunilor arcurilor, să se reducă la p, greutatea proprie a roței, variând de la 1.000 la 5.000 kilograme.

Resultă din ceea ce precede că atunci când aderența e bună e mai multă tendință la deraiare. Această tendință este foarte mult micșorată prin *ungerea buzelor*, ceea ce are de efect de a micșora cœficientul f'.

Cea ce s'a spus se aplică mai cu seamă la mașinile a căror *cadru* rigid coprinde toate osiile. Când osia d'inainte presintă un joc în raport cu cadrul, modul cum se comportă variază cu natura acestui joc. Vom studia această cestiune în paragraful următor.

X. *Influența jocurilor osiilor.*

De obicei, osiile unei locomotive rĕmân tot-d'a-una paralele, sunt însă jocuri cari permit o oare-care deplasare transversală. In mașinele de călători cu două osii *cuplate,* osiile noastre n'au nici un joc; osiile purtătoare însă au în tot-d'a-una și sunt însoțite de obicei, de plane înclinate. In mașinile cu trei osii, toate motoare, osia d'inainte e adese-ori însoțită de plane înclinate. Diferitele jocuri sunt, în resumat, următoarele:

Jocurile *osiilor în cusineți* tot-deauna foarte slabe, 2 la 3 milimetre, când sunt plane înclinate; când nu sunt, ele pot atinge 5 la 6 milimetri;

Jocul planelor înclinate, a căror inclinație e de $\frac{1}{10}$ sau de $\frac{1}{15}$. Poate atinge de la 15 la 20 milimetri de fie-care parte și permite, prin urmare, o deplasare relativă considerabilă a centrului osiei în raport cu axul locomotivei. Suprafețele *ce să freacă sunt unse* și vom admite că cœficientul de frecare, același ca al *cusineților pe osii,* e de vr'o $\frac{1}{20}$.

Când cadrul unei locomotive ia o mișcare de rotațiune împrejurul centrului sĕu de gravitate propriu, se poate întîmpla, dacă o osie are joc, ca cadrul să nu tragă cu sine această osie în mișcarea sa. Aceasta se va întâmpla dacă resistența de învins pentru a deplasa osia e mai mare de cât resistența de învins pentru a deplasa cadrul de osie. Trebue dar compara aceste două resistențe.

Prima are ca valoare, după cum am vĕḑut mai sus, produsul incărcărei totale a osiei, în care se coprinde și greutatea sa proprie, $P+P_2$, prin coeficientul de aderență f, și momentul sĕu minimum în raport cu axul vertical al centrului de gravitate este: $f(P+P_2)d$, d fiind distanța punctului de contact al roței la proecțiunea centrului de gravitate al locomotivei pe planul căi.

Resistența de învins pentru a face să joace planul înclinat coprinde forța necesară pentru a ridica cadrul cu o cantitate oare-care și forța de frecare Fie P'_1, P'_2 încărcările de pe fie-care din planele înclinate. Inclinațiunea acestora fiind presupusă de $\frac{1}{10}$ pentru a face să se urce greutatea P_1+P_2 pe plane, trebue să exercite orizontal un efort egal cu: $\frac{1}{10}(P'_1+P'_2)$.

Cât despre forța de frecare, ea e egală cu $f'(P'_1+P'_2)$; f' find coeficientul de frecare. Resistența totală este dar:

$$\left(\frac{1}{10}+f'\right)(P'_1+P'_2)$$

și momentul sĕu în raport cu axul vertical al centrului de gravitate al locomotivei mai puțin osia d'inainte, situată la distanța l_1 este

$$l_1\left(\frac{1}{10}+f'\right)(P'_1+P'_2).$$

Aceasta nu este tot. Daca cadrul nu trage cu sine osia în sensul normal la cale, dar tot modifică posițiunea sa unghiulară, pentru că toate osiile rĕmân mereu paralele, ceea-ce produce o deplasare a roților în sensul longitudinal și, prin urmare, o alunecare, dar această deplasare e de direcțiune opusă cu acea care corespunde la rostogolirea perfectă, sau dacă fiind de același sens nu'i este riguros egală. De altmintrelea, nu se poate proceda la această comparațiune de cât, *a posteriori*, făcênd construcțiunea lui ρ. De obicei e o alunecare producênd o forță opusă mișcărei, care se adaogă la resistența proprie a planului înclinat. Această forță, îndreptată dupĕ sine are ca valoare: $f(P_1+P_2)$ și ca moment: $f(P_1+P_2)e$.

Prin urmare, funcționarea planului înclinat produce un moment resistent total M'_1:

$$M'_1=\left(\frac{1}{10}+f'\right)(P'_1+P'_2)+f(P_1+P_2)e.$$

Acest moment poate fi mai mare sau mai mic de cât momentul $f(P_1+P_2)d_1$, maximum momentul M al forțelor de frecare ale roților pe șine. De obicei, nu diferă mult, și douĕ casuri se pot presinta atunci.

Primul caz.—Să presupunem întâi că, plecênd de la posițiunea $\theta=0$, axul mașinei înclinându-se către interiorul căi, planul înclinat nu funcționează resistența sa fiind mai mare ca frecarea roților. Mișcarea de rotațiune se efectuează, după cazul general tratat mai sus, până ce se produce contactul buzei roței d'inainte cu șina opusă. La acest moment, osia d'înainte se oprește brusc în mișcarea sa, însă mișcarea laterală a locomotivei continuă în acelaș sens, pentru că planul înclinat începe a funcționa și, pentru a o determina, n'avem de cât să o substituim, în ecuațiune generală, momentului M_1, momentului M'_1.

Este continuitate de mișcare și ciocnirea osiei d'înainte pe șină este relativ slabă, pentru că nu depinde de cât de masa acestei osii. Reacțiunea buzei pe șină este de alt-mintrelea egală cu:

$$\left(\frac{1}{10}+f'\right)(P'_1+P'_2).$$

Mișcarea ulterioară, care se face împrejurul unui nou centru de gravitate și depinde d'un nou moment de inerție, cari și unul și altul diferă puțin de primele, presintă circumstanțe diferite după tipul locomotivei.

Daca planul înclinat joacă până la limita jocului sĕu, înainte ca roata celei d'a doua osii să fi venit în contact cu șina, mișcarea continuă ca și cum prima osie ar face parte din cadru rigid, și reintrăm absolut în casul tritat în paragrafele precedente. Se poate ḑice că atunci planul înclinat nu 'și îndeplinește rolul.

De obiceiu însă nu e așa, daca planul înclinat are o pantă și o deplasare convenabilă.

In acest cas, *buza* roței celei d'a doua osii C presupuse înainte de centrul de gravitate, vine în contact cu șina înainte ca planul înclinat să 'și fi sfîrșit jocul și din faptul acestui contact, mișcarea se află resturnată. Circumstanțele ce se produc atunci, în ceea ce privește a doua osie, sunt cu totul analoage cu acelea deja studiate pentru prima osie. Insă reacțiunea X asupra șinei e cu mult mai mică de când contactul se face numai prin *buzele* roților d'înainte, pentru că reacțiunea planului înclinat vine în deducțiune de forțele de frecare F.

In fine, se poate întîmpla ca mișcarea de rotațiune se schimbe natural sensul înainte ce planul inclinat să 'și fi sfîrșit jocul și fără ca să fie contact între *buzele* celei d'a doua osii cu șinele. In acest cas, nu sunt nici ciocniri pe șine, nici reacțiuni, dacă nu acelea, tot-d'a-una destul de slabe, provenind de la planele înclinate, și exercitându-se între *buzele* d'înainte și șine. Ne aflăm atunci în cele mai bune condițiuni posibile de stabilitate. Acest cas se presintă în unele mașini *cu boghiu;* 'l vom studia mai departe.

Al doilea cas. — Presupunem cum-că, plecând de la posițiunea $\theta = 0$, planul înclinat funcționează. Mișcarea se va studia; ca în casul general, introducênd momentul M'_1 în locul momentului M. Osia d'înainte nu va începe a fi antrenată în mișcarea cadrului de cât când jocul planului înclinat va fi isprăvit, și mișcarea continuă apoi ca și cum osia d'înainte ar fi coprinsă în cadrul rigid. Jocul produs de planul înclinat nu presintă dar atunci nici o eficacitate din punctul de vedere al *mișcărei de lacet* și a reacțiunilor pe cale cari resultă.

In această a doua ipotesă reintră casul mașinilor neînsoțite de plane înclinate, însă în care o deplasare oare-care a osiei d'înainte în raport cu cadrul este permisă de un joc între *osii și cusineți.* Atunci, în adevĕr, resistența de învins pentru a deplasa cadrul pe osie este tot-d'a-una mai mică de cât forța provenind din frecarea roților pe șine. Acest sistem de joc, poate fi suficient pentru circularea în curbe, nu presintă nici un fel de eficacitate din punctul de vedere al *mișcărei de lacet;* e, din contră, mai curând vătămător, pentru că deviațiunea θ a mașinei ia mai multă amplititudine.

In resumat, studiul *mișcărei de lacet*, ținênd seamă de jocul planelor inclinate și de cele-l'alte jocuri, daca există vr'unele cari să aibă o valoare apreciabilă, nu cere alte procedeuri de cât acelea pe cari le am arătat deja.

XI. *Mașini cu osii convergente sau cu boghii*

Pentru a înlesni înscrierea locomotivelor în curbe, s'a căutat de mult d'a se da osiilor purtătoare niște aparate care să le permită de a lua o posițiune radială și, prin urmare, de a înceta de a fi paralele cu osiile motoare. Boghiile cu două osii sunt asemenea destinate a îndeplini acest scop, însă acestea mai presintă și alte avantagii.

Se supun mai bine osiile rigide la deformările căi, micșorează oscilațiunile cadrului pe arcuri, în fine și mai cu seamă, după cum vom demonstra mai departe, micșorează și suprimă chiar reacțiunile ce suferă calea din partea mașinilor în urma mișcărei *lor de lacet.*

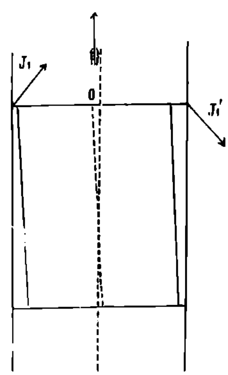
Ne vom ocupa mai cu seamă de *boghii*, considerând osiile convergente unice ca niște cazuri particulare ale *boghiilor.*

Boghiul este un *sistem* articulat împrejurul unui ax central. Mai multe tipuri de *boghiu* sunt în us. In toate *boghiul* poate lua o mișcare de rotațiune împrejurul axului; în unele, precum *boghiile* americane, acelea ale companiei de Lyon și de Vest, axul și, prin urmare, cadrul mașinei mai pot și să se deplaseze transversal în raport cu *boghiul.* In toate casurile, axul longitudinal al *boghiului* este tot-d'a-una readus pe axul mașinei prin niște *dispositive de rapel* fie longitudinale, fie laterale.

Mobilitatea relativă a *boghiului* este, în adevĕr, un lucru foarte prețios, însă trebue să ne ferim de a exagera, pentru că tendința la încăldirea *osiilor* și a celor-l'alte părți în contact este mărită.

Vom studia mișcarea *de lacet* a mașinilor cu *boghii* și, mai întâi, forțele de frecare ce se desvoltă la contactul roților cu șinele.

După cum s'a vĕdut mai sus, când considerăm o osie O, cea d'înainte de exemplu, a unei mașini cu cadru rigid (fig. 7), această osie e solicitată de niște forțe de frecare J_1, J', cari, daca osia d acum presupusă mobilă împrejurul centrului seu O, dau un oare-care moment de rotațiune, M_1, care tinde a face osia să se învîrtească împrejurul lui O. Când această rotațiune poate avea loc într'adevĕr, e în tot-d'a-una un *dispositiv de rapel* care o contrariază și care dă un moment de rotațiune L_1 opus lui M'_1. Cât timp $M'_1 > L_1$ deviațiunea crește, și osia ajunge ast-fel la o posițiune unghiulară pentru care avem: $M'_1 = L_1$.

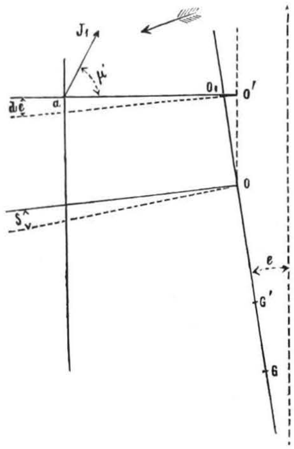


(Fig. 7)

Momentul L_1 poate fi constant sau variabil, după natura dispositivului. Obicinuit L_1 crește cu deviațiunea osiei.

E vorba de altă parte, de a ști daca M'_1 crește sau descrește cu această deviațiune ; trebue dar studiat cari sunt atunci forțele de frecare.

Să considerăm (fig. 8) o osie O care face cu o paralelă la cele-l'alte osii un unghiu δ. Dacă



(Fig. 8)

această osie ar fi singură și s'ar rostogoli perfect, ar înainta normal la ea însăși, și centrul sěu O ar veni în O', pe când s'ar întoarce cu un unghiu $d\theta_1$, din causa coincităței bandagelor. Insă, *baza* rigidă a sistemului de osii ale mașinei silește centrul de gravitate G a se deplasa după axa GO a locomotivei, a cărei posițiune unghiulară o presupunem mai întâi că nu se schimbă. Trebue dar ca centrul O' al osiei, punt supus a remâne pe axa mașinei, să se deplaseze transversal cu o cantitate $O'O_1$ care e egală cu drumul parcurs Vdt multiplicat prin unghiul δ. Există dar o primă alunecare transversală: $V\delta dt$.

Dacă, în timpul mișcărei, unghiul δ variază cu $d\delta$, alunecarea longitudinală datorită absenței de rostogolire perfectă nu mai e $ed\theta_1$, ca și când osia 'și păstrează paralelismul cu cele-l'alte, ea este: $e(d\theta_1 - d\delta)$.

In fine, componentele alunecărei elementare, admițênd că unghiul variază la rîndul sěu cu $d\theta$, au ca valoare totală :

longitudinal . . . . $e(d\theta + d\theta_1 - d\delta)$,
transversal . . . . $le\theta + V\delta dt$,

și tangenta unghiului μ' ce face forța de frecare cu direcțiunea osiei are ca valoare :

$$\operatorname{tg} \mu' = \frac{e\,(d\,\theta + d\,\theta_1 - d\,\delta)}{l\,d\theta + V\delta\,dt}.$$

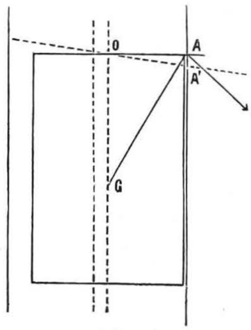
Sensul unghiului δ este determinat de direcțiunea ce ar avea forța J în casul unei osii paralele.

Dacă unghiul θ cresce către stânga (Fig. 8), se vede, după expresiunea lui tg γ', ca unghiul γ' e mai mic ca unghiul γ, pe care l'am găsit când osia rěmâne paralelă; deci momentul M_1 în raport cu centrul de gravitate cresce în genere cu δ, și momentul M'_1 în raport cu centul osiei descresce când δ cresce.

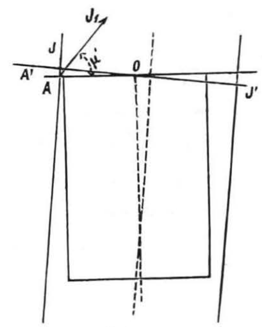
Cari sunt acum variațiunile acestor momente când θ variază ?

Să plecăm de la posițiunea mașinei $\theta = o$ pe dreaptă (Fig. 9), și să presupunem că la plecare vitesa $\frac{d\theta}{dt}$ ar avea o valoare notabilă. Forța de frecare J este atunci perpendiculară la GA, și dă un moment M'_1 în raport cu O, aducênd osia într'o posițiune unghiulară OA'.

Apoi centrul O se apropie de axul căi, pe când θ rěmâne construit ; forța J schimbă sensul și dă un moment tindênd a redresa osia.



(Fig. 9)



(Fig. 10)

Când O e de cea-l'altă parte a axului căi, θ rěmânênd tot constant, variațiunea $d\theta_1$ a schimbat sensul și cresce în valoare absolută. Dacă osia ar fi rěmas paralelă, ași avea nisce forțe J, J', îndreptate după șină, care ar tinde a face să se învârtească osia împrejurul lui O ast-fel ca s'o aducă normal la cale. Aceasta este dar deviațiunea ce ia în realitate osia. Atunci forța de frecare ia direcțiunea J, (Fig. 10), și unghiul γ este dat de relațiunea :

$$\operatorname{tg} \mu' = \frac{ed\theta_1}{V\delta dt}.$$

Se poate găsi unghiul δ dacă cunoascem resistența ce opune la deplasare *dispositivul de rapel*.

E d'un mare interes ca osia să fie normală la cale în momentul când *buza* roței vine în contact cu șina. Dacă aceasta are loc la δ e atunci egal cu θ, și avem:

$$\operatorname{tg}\mu' = \frac{e}{VI\theta}\, I\, \frac{d\theta_1}{dt}.$$

Insă valoarea $I\,\frac{d\theta_1}{dt}$ este cunoscută în momentul contactului; ea e egală cu $I\,\frac{\omega\gamma}{e}\,\varepsilon$. Avem în fine:

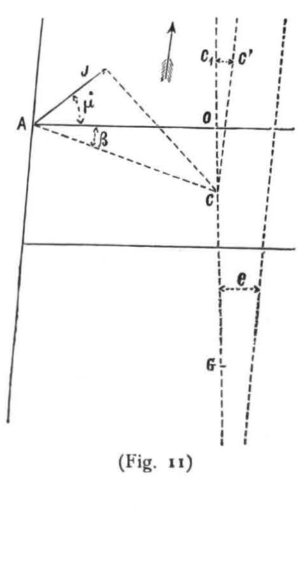
$$\operatorname{tg}\mu' = \frac{\omega\gamma\varepsilon}{V\theta}.$$

Momentul de rotațiune, $M'_1 = f\,Pe \sin\gamma'$, în raport cu centrul O, e dar cunoscut dacă avem o valoare apropiată a lui θ, și nu trebue ca *dispositivul de rapel* să dea un moment mai mare ca M'_1, căci atunci n'am putea avea egalitatea $\delta = \gamma$, adică osia normală la momentul contactului.

Utilitatea acestei condițiuni într'un mod clar dacă considerăm un *boghiu*. Intr'adevěr, când *buzele* vin în contact cu șinele, se produce obicinuit ciocniri și reacțiuni. Dacă în momentul acestui contact, axul *boghiului* paralel la osii este normal la șină, ciocniri și reacțiuni se împart între cele două roți de o aceeași parte, pentru că *buzele* lor ajung în același timp la contact.

Să examinăm acum cari sunt forțele de frecare în casul unui *boghiu*.

In raport cu *acul* va trebui să luăm momentul acestor forțe pentru a cunoasce deviațiunea ce iau osiile *boghiului* începênd de la posițiunea paralelă la cele-l'alte osii ale mașinei.



(Fig. 11)

Boghiul presupus singur ar tinde, ca o osie singură, a se deplasa normal, și *acul* C ar veni în C' (Fig. 11). Insă legătura invariabilă a *acului* cu mașina readuce acest *ac* pe axul GC. Este dar o alunecare transversală $V\delta\, dt$ și o alunecare longitudinală $e\,(d\theta_1 - d\delta)$, cari trebue să fie respectiv adăogate la alunecările $l\,d\theta$ și $e\,d\theta$ datorite deplasărei axului mașinei.

Conclusiunile relative la forțe sunt dar exact aceleași ca și când avem o singură osie radială.

Dacă numim β'_1 uughiul OAC, și d' distanța AC, momentul forței J în raport cu C este:

$$fPd' \sin(\beta'_1 + \mu').$$

In definitiv, putem trage din ceea ce precede conclusiunile următoare, relative la mișcarea *de lacet* a unei mașini cu *boghiu*.

Mobilitatea *boghiului* permițênd de a da mașinilor o *bază* mai mare, momentul resistent, ΣM, și momentul de inerție se află mărite. Prin urmare, amplitudinea *șovăirei* trebue să fie mai mică (θ mai mic) și când ajungem la contactul *buzelor* cu șinele, contact produs de iuțeala laterală $V\theta$, asemenea mai mici, ceea ce măresce pasul oscilațiunilor, cele două roți de o aceeași parte a *boghiului* ating în același timp, sau aproape. Ciocnirea este, afară de aceasta, limitată la oprirea *boghiului* însuși, dacă cadrul se poate deplasa pe *boghiu*, cu ajutorul planelor înclinate sau a unor aparate oarecari. Resistența, datorită de exemplu unui plan inclinat așeḑat la *ax*, se exercită, de altmintrelea, la o distanță destul de mare de centrul de gravitate, de unde resultă că momentul resistent e foarte mare. Rotațiunea schimbă, sensul în cele mai multe casuri, într'un mod natural înainte ca jocul să se fi sfîrșit și, centrul de gravitate, aflându-se tot-d'a-una înaintea osiilor motoare *cu cadru rigid* nu există nici ciocnirile, nici reacțiunile pe cale, cari în locomotivele fără *boghiu*, opresc brusc deplasarea laterală.

Mașina cu *boghiu*, rațional construită, trebue să fie nevětămătoare pentru cale.

(Va urma)