

TEORIA STABILITĂȚII LOCOMOTIVELOR

(Urmare)

XII. Circulațiune în curbă.

Când un vehicul se deplasează pe o curbă, buza roței d'înainte, exterioară, are tendința a rămâne în contact cu șina. Acest contact persistă el, într'o locomotivă, chiar când ar fi forțe tindând a-i imprima o mișcare de rotațiune asupra ei însăși? Aceasta depinde de valoarea relativă a momentului producând rotațiunea și de momentul resistant. Trebuie dar să căutăm mai întâi care sunt forțele de frecare, care se desvoltă între roți și șine în mișcarea unei mașini, sau mai în genere a unui vehicul ôre-care, în curbă.

Să considerăm o osie singură, deplasându-se pe o curbă de rază R . Să descriem trei centre concentrice, O_1 , O și O_2 , cu razele $R+\varepsilon$, R și $R-\varepsilon$, ε fiind semi-jocul căi, și să presupunem că centrul C al osiei se află între circumferințele O_1 , și O , la o distanță ε' de o circumferință O . Rôta exterioară se rostogolesce pe o rază r_e egală cu raza mijlocie, r , mărită cu produsul lui ε' prin conicitatea γ : ast-fel $r_e = r + \varepsilon' \gamma$. De asemenea, rôta interioară se rostogolesce pe o rază $r^i = r - \varepsilon' \gamma$. Dacă ω e viteza unghiulară, presupusă uniformă, a osiei, drumul elementar parcurs de rôta exterioară, dacă nu e alunecare, este:

$$\omega (r + \varepsilon' \gamma) dt;$$

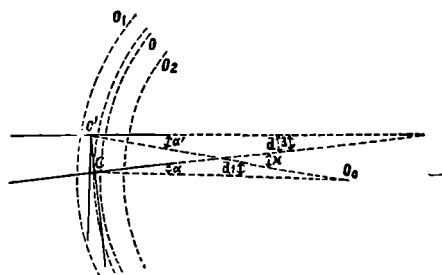
și drumul parcurs în aceleași condițiuni de rôta interioară este:

$$\omega (r - \varepsilon' \gamma) dt.$$

Ast-fel pozițiunea unghiulară a osiei variază cu un unghi:

$$d\beta = \frac{\omega \varepsilon' \gamma}{e} dt.$$

Fie α unghiul osiei cu raza curbei trecând prin centrul osiei. Acest centru este animat de o miș-



(Fig. 12).

care de translație, normală la osie, cu o viteză V , ast-fel, că în timpul dt , punctul C (fig. 12) a venit în C' după ce a parcurs un drum $V dt$.

Unghiul la centru $CO_0C' = di$ are ca valoare:

$$di = \frac{V dt}{R}.$$

Cunoscând α , $d\beta$, di , vom căuta pe α' , unghiul ce face cu raza $C'O_0$ osia în noua sa pozițiune.

Se vede bine, pe fig. 12, că avem:

$$\text{unghiul } x = \alpha + di = \alpha' + d\beta,$$

de unde:

$$\alpha' = \alpha + di - d\beta$$

Rezultă că, dacă $di > d\beta$ sau $\frac{V dt}{R} > \frac{\omega \varepsilon' \gamma}{C} dt$,

unghiul α' e mai mare ca α , și osia ia o pozițiune din ce în ce mai oblică. Această oblicitate este limitată de jocul căi într'un vehicul cu mai multe osii, și vine prin urmare un moment în care unghiul α trebuie să rămăe constant. Depărtarea unghiulară $di - d\beta$ trebuie atunci să fie căscigată de o alunecare a roților.

E de observat că fie-care din roțile unei osii

poate aluneca cu o cantitate diferită, mai cu seamă dacă presiunea pe șine nu e aceeași. Aceste alunecări și forțele de frecare care rezultă sunt ast-fel, că osia trebuie să se afle în echilibru, ținând seamă de toate forțele aplicate. Inșă obicnuit se poate admite că alunecările sunt aceleași pentru fie-care roată, egale cu:

$$e (d\epsilon - d\beta) = e \left(\frac{V}{R} - \frac{\omega \gamma' \epsilon}{c} \right) dt,$$

și că forțele de frecare sunt alterne în raport cu direcțiunea osiei.

Condițiunea $d\epsilon = d\beta$ dă curba limită pentru care o osie, profitând de tot jocul căii, se poate rostogoli perfect. Punând: $\epsilon = 0^m,015$, $\gamma = \frac{1}{15}$, $e = 0,75$, $r = 0^m,60$, găsim:

$$R = 450 \text{ metri.}$$

Vom studia acum forțele de frecare în cazul mai multor osii solidare și paralele, când axa mașinei sau a vehiculului păstrează o aceeași pozițiune pe curbă, adică când centrele osiilor rămân pe aceleași cercuri concentrice.

Presupunem acum că avem un vehicul cu patru osii și să considerăm osia d'inainte, al cărei centru se află la distanța ϵ , de cercuri mijlocie O și care face unghiul α_1 cu raza trecând prin centrul său.

După cum s'a vădut mai sus, roata exterioară alunecă longitudinal *înainte* cu o cantitate aproape egală cu:

$$e (d\epsilon - d\beta) = \omega dt \left(\frac{e r}{R} - \epsilon_1 \gamma \right).$$

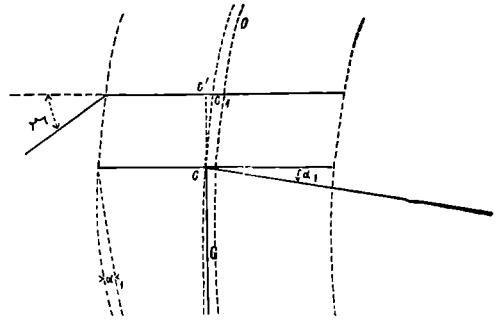
Afară de aceasta, translațiunea vehiculului care se face cu o viteză V, sensibil egală cu ωr , are de efect a deplasa centrul osiei pe axa vehiculului CC și de a face ca punctul C să vie în C' (fig. 13). Inșă, după cum am presupus la început că centrul fie-cărei osii rămâne pe aceeași cercuri, trebuie ca punctul C' să vie în C₁ și să fie, prin urmare, o alunecare către interiorul căi egal cu:

$$(2) \quad V \alpha dt = \omega r \alpha dt.$$

Expresiunea (1) dă alunecarea longitudinală, și expresiunea (2), alunecarea transversală. Resultanta acestor două alunecări și prin urmare, forța de frecare care 'i e direct opusă, fac cu direcțiunea osiei un unghi P₁, a cărei tangentă e:

$$\text{tg } P_1 = \frac{\frac{e r}{R} - \epsilon_1 \gamma}{r \alpha_1}.$$

Pentru roata interioară, forța de frecare are o direcțiune alternă.

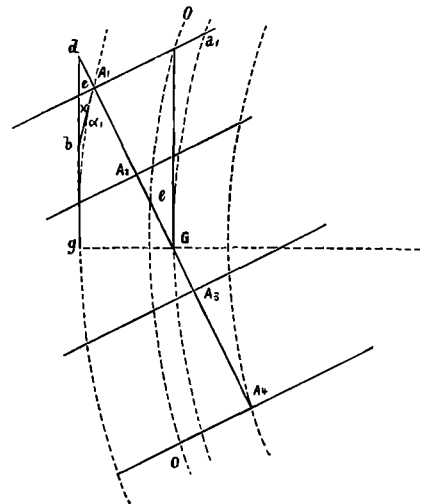


(Fig. 13.)

N'avem de cât să înlocuim pe ϵ_1 și α_1 prin valorile corespunzătoare celor-l'alte osii, cărora trebuie să le dăm semnele convenabile, pentru a avea direcțiunile forțelor de frecare ale celor-l'alte roți.

Vom exprima acum necunoscutele ϵ și α în funcțiune numai de două variabile. Dacă 'mi dau distanța ζ a centrului de gravitate al vehiculului la axa căi, adică la cercuri mijlocie O, și unghiul $\frac{\pi}{2} + \theta$ ce face axa vehiculului cu raza curbei trecând prin centrul de gravitate G, pozițiunea vehiculului pe cale este evident determinată. Prin urmare, toate elementele noastre necunoscute sunt funcțiune de ζ și de θ .

Fie (fig. 14): O O, axa căi; A₁, A₂, A₃, A₄, centrele osiilor; C, centrul de gravitate ce se află la distanța ζ de O O. Axa A₁ G A₄ face cu raza G O₀ unghiul $\frac{\pi}{2} + \theta$.



(Fig. 14.)

Să căutăm mai întâi valoarea lui α_1 . Considerând triunghiul cel mic $A_0 d$, avem:

$$\alpha_1 = \theta + x.$$

Însă, unghiul x nu e altul de cât unghiul de contingență al arcului $g_1 A_1$, foarte mic în raport cu raza curbei, este dar egal cu câțul acestui arc prin raza de curbura R . Arcul $g_1 A_1$ este egal, cu o aproximațiune de un infinit mic de ordinul al doilea, cu distanța l_1 a lui A_1 la centru de gravitate; deci:

$$x = \frac{l_1}{R}$$

$$\alpha_1 = \theta + \frac{l_1}{R}$$

Avem de asemenea:

$$\alpha_2 = \theta + \frac{l_2}{R}.$$

Pentru centrele A_3 și A_4 cari sunt de cealaltă parte a centrului de gravitate, un raționament identic arată că avem:

$$\alpha_3 = \theta - \frac{l_3}{R},$$

$$\alpha_4 = \theta - \frac{l_4}{R}.$$

Dacă prelungirea axei $A_1 A_4$ s'ar afla la stânga tangentei în A_4 , în loc să se afle la dreapta, valoarea lui α_4 ar avea semnul contrariu.

Se vede ast-fel că, pentru osiile ce se află îndărăt de centrul de gravitate, unghiul ear de poroței cu șina merge descrescând; osiile se apropie șițiunea radială.

Să căutăm acum valorile lui ϵ în funcțiune de θ și de ζ . În triunghiul curbiliniu format de dreptele $G A_1$, $A_1 a_1$ și de arcul de cerc $G a_1$, în care unghiul în G e foarte mare, vedem că latura $A_1 a_1$, adică $\epsilon_1 + \zeta$, este egal, cu o aproximațiune de o cantitate de ordinul al doilea, cu $l_1 \theta$ plus distanța δ a punctului a_1 , al circonferiei la tangentă în G . Avem dar:

$$\epsilon_1 + \xi = l_1 \theta + \delta.$$

Însă:

$$\delta = -\frac{l_1^2}{2R}$$

deci:

$$\epsilon_1 = l_1 \theta - \xi + \frac{l_1^2}{2R}$$

Avem o expresiune analogă pentru ϵ_2 și pentru ϵ_4 , avem:

$$\epsilon_4 = l_4 \theta + \xi - \frac{l_4^2}{2R}.$$

Expresiunea generală este:

$$\epsilon = \zeta \theta + \left(\xi - \frac{l^2}{2R} \right).$$

Putem dar acum să exprimăm unghiurile μ ce fac forțele de frecare cu direcțiunile osiilor, în funcțiune de singurele două variabile θ și ζ .

Unghiul θ ar rămâne invariabil, dacă mișcarea în curbă a locomotivei ar fi uniformă. Însă de obicei nu e așa din cauza momentului forțelor vaporilor care solicită locomotiva a se întoarce asupra ei însăși. În tesă generală, θ trebuie dar să varieze.

Presupănem că e o deviațiune $d\theta$ către interiorul căii. La alunecările elementare calculate mai sus pentru osia d'inainte de exemplu, va trebui să adăogăm o alunecare longitudinală $e d\theta$ și o alunecare transversală $l d\theta$.

Componentele alunecării elementare sunt dar în total:

$$\text{trasversal} \quad V \alpha_1 dt + l d\theta = V\theta dt + \frac{V l_1}{R} dt = l_1 d\theta;$$

$$\text{longitudinal} \quad \omega dt \left(\frac{er}{R} - \epsilon_1 \gamma \right) + e d\theta;$$

și tangenta unghiului μ ce face forța de frecare cu șina este:

$$\operatorname{tg} \mu_1 = \frac{\omega dt \left(\frac{l r}{R} - \epsilon_1 \gamma \right) + e d\theta}{V\theta dt + \frac{V l_1}{R} dt + l_1 d\theta} = \frac{e \left(\omega \frac{r}{R} dt + d\theta \right) - \omega \gamma e dt}{l_1 \left(\omega \frac{r}{R} dt + d\theta \right) + V\theta dt}.$$

Dacă consider (fig. 15) perpendiculara AF la AG , unghiul μ_0 ce face cu osia are ca tangentă:

$$\operatorname{tg} \mu_0 = \frac{e}{1}.$$

Unghiul μ_1 e mai mic ca μ_0 , și aceasta e adevărat pentru osiile d'inainte al căror centru e către exteriorul axei căii. Deci forța J_1 e coprinsă în unghiul \widehat{FAE} , și momentul său e coprins între $f P d$ și $f P l$.

Când raza curbei e foarte mare, ultimul termen al numărătorului de la $\operatorname{tg} \mu$ se poate întâmpla să fie mai mare ca primul termen, între paranteze, și valoarea lui $\operatorname{tg} \mu_1$ este atunci negativă.

Forța de frecare se află atunci coprinsă în unghiul EAL și dă în cele din urmă un moment de rotațiune favorabilă cînd trece de cea laltă parte a prelungirii lui GA către AL .

În resumat, direcțiunea forțelor de frecare e lesne de determinat pentru toate osiile, și nu e necesar de a insista mai mult asupra acestui subiect.

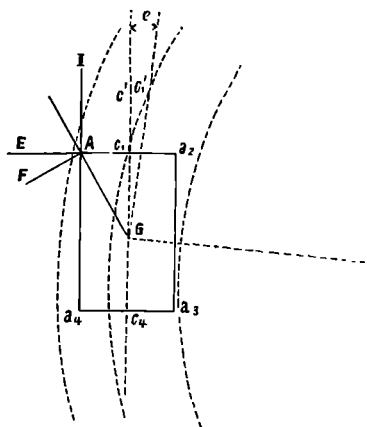
XIII. Mișcare de șovăire (lacet) în curbă

În curbă ca și în linie dreaptă o locomotivă este

animată de o mișcare de translațiune după axa sa longitudinală, cu o viteză V , și de o mișcare de rotațiune împrejurul axei verticale trecând prin centrul de gravitate.

Presupunem mai întâi că mișcarea ar fi liberă pe cale și fie $Aa_2 a_3 a_4$, poligonul său de reazem (fig. 15); fie-care din cele patru puncte A, a_2, a_3, a_4 corespunde la raza verticală trecând prin *buza* fie-cărei roți și se află la o distanță oare-care de șină.

Dacă rotațiunea mașinei se face către stânga, *buza* roței exterioare d'inainte se află repede adusă contra șinei, atât în urma rotațiunei cât și în urma translațiunei.



(Fig. 15.)

Dacă rotațiunea se face către dreapta cu o viteză $\frac{d\theta}{dt}$, centrul C_1 al osiei d'inainte percurge în timpul dt către dreapta un drum $l_1 \frac{d\theta}{dt} dt$. În același timp se deplasează în direcțiunea axei longitudinale cu o cantitate Vdt . Dacă n'ar fi rotațiune, punctul G ar fi venit în C' , și, pentru a avea pozițiunea sa reală, ținând seamă de rotațiune, n'avem de cât să ducem normal la $C'G_1$, plecând de la C' , lungimea $l_1 d\theta$. Obținem ast-fel un punct C'_1 ce se află la dreapta sau la stînga circonferinței de rază $R \pm \epsilon_1$ trecând prin C_1 .

Dacă se află la stînga, centrul osiei se depărtează de axa căi, și *buza* roței exterioare a₁ tinde a veni în contact cu șina. Dacă se află la dreapta, se întâmplă contrariul.

Unghiul roței a_1 cu șina, sau al osiei cu raza curbei trecând prin centrul său, fiind α_1 , distanța

punctului C' la circonferința trecând prin C_1 este $V\alpha_1 dt$. Din punctul C'_1 se va afla la dreapta sau la stînga circonferinței C_1 , după cum vom avea:

$$V\alpha_1 dt < \text{sau} > l_1 \frac{d\theta}{dt} dt.$$

Ast-fel condițiunea pentru ca *buza* roței exterioare d'inainte să nu vie în contact cu șina, sau pentru ca, fiind în contact, acesta să înceteze, este:

$$V\alpha_1 < l_1 \frac{d\theta}{dt},$$

ce se poate scrie, înlocuind pe α_1 prin valoarea sa în funcție de θ :

$$(A) \quad V\left(\theta + \frac{l_1}{R}\right) < l_1 \frac{d\theta}{dt}.$$

Vom presupune acum că *buza* roței exterioare d'inainte este în contact cu șina și vom căuta în ce cazuri condițiunea de mai sus va putea fi realizată

Din momentul ce e contact, centrul osiei d'inainte rămâne la o distanță fixă de axa căi și este animat de o mișcare circulară uniformă. În același timp, locomobila poate lua o mișcare de rotațiune împrejurul acestui centru al osiei d'inainte. Fie I_1 momentul de inerție al mașinei; N_1 momentul forțelor lucrând *asupra longeronilor*, M_1 momentul forțelor de frecare în raport cu axa verticală trecând prin C_1 . Cum putem negligea forța de inerție de târîre, ecuațiunea de rotațiune va fi simplă:

$$I_1 \frac{d^2\theta}{dt^2} = N + M_1.$$

Trebue să determinăm sensul momentului M_1 .

Am văzut în paragraful precedent că, pentru o valoare dată, constantă, a lui θ , unghiul ce face cu osia forța de frecare a unei roți pe șină este dat de:

$$\operatorname{tg} \mu_n = \frac{\frac{er}{R} - \epsilon_n \gamma}{r \alpha_n} = \frac{\frac{er}{R} - \epsilon_n \gamma}{r \left(\theta \pm \frac{l_n}{R} \right)},$$

cantitatea ϵ_n fiind pozitivă dacă centrul osiei se află la exteriorul axei căi, și negativă în cazul contrariu; afară de aceasta, numitorul ia semnul $+$ sau semnul $-$ înaintea lui $\frac{l_n}{R}$, după cum osia se află așezată înainte sau îndatărât de centrul de gravitate.

Intr'o locomotivă cu patru osii forțele de fre-

care a celor două osii d'inainte sunt precum J_1, J'_1, J_2, J'_2 (fig. 16).

Pentru osiile d'indărăt sunt două direcțiuni posibile, după cum θ e mai mare sau mai mic ca $\frac{\ln}{R}$.

Unghiul θ e cu atât mai mic cu cât roata exterioară d'indărăt e mai apropiată de șină.

În acest cas, putem avea, dacă R nu e prea mare :

$$\theta < \frac{\ln}{R},$$

și forțele d'indărăt sunt ast-fel ca J_3, J'_3, J_4, J'_4 .

De altminterlea :

$$\operatorname{tg} \mu_4 = \frac{e \frac{r}{R} - \varepsilon_4 \gamma}{-l_4 \frac{r}{R} + r \theta};$$

cantitățile $\varepsilon_4 \gamma$ și $r \theta$ sunt foarte mici comparativ cu $e \frac{r}{R}$ și $l_4 \frac{r}{R}$, de unde rezultă că putem pune aproximativ :

$$\operatorname{tg} \mu_4 = \frac{e}{l_4},$$

și că forța J_4 e aproape perpendiculară pe linia ce uneste punctul de contact al roței cu centrul de gravitate. Fie d_4 distanța acestor două puncte. Momentul lui J_4 în raport cu centrul de gravitate e : $f P_4 d_4$.

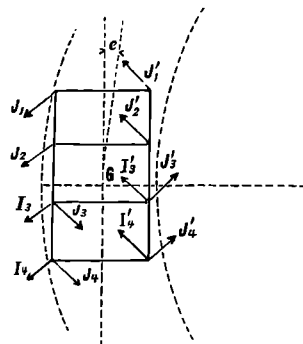
Dacă luăm momentul tuturor forțelor în raport cu centrul osiei d'inainte, se vede că forțele de frecare ale celei d'întii, a treia și a patra osii tind a face să se învîrtească de la dreapta la stînga; acelea ale celei d'a doua osii dau un moment contrariu, însă destul de slab. Momentul total, M_1 , tinde dar a face să se învîrtească de la dreapta la stînga, adică este pozitiv. Dacă momentul N e negativ și mai mare ca M_1 în valoare absolută, va putea să fie rotațiune de la stînga la dreapta, și unghiul θ va descrește. Însă mai de obicei, se întâmplă contrariul, căci M_1 este aproape în tot-d'auna mai mare ca N , dacă θ este mai mic. Atunci este rotațiune de la dreapta la stînga, și θ crește.

Când $\theta = \frac{l_4}{R}$ sau $\frac{l_3}{R}$, adică când una din osiile d'indărăt e radială, forța J e îndreptată după tangenta la șină. Deci, pe măsură ce θ crește, momentul forțelor de frecare al osiilor d'indărăt descrește.

Când $\theta > \frac{1}{R}$, forțele de frecare d'indărăt sunt

I_3, I'_3, I_4, I'_4 (fig. 16), și vine un timp în care momentul lor în raport cu centrul primei osii schimbă sensul.

Analiza de mai sus explică clar pentru ce un vehicul tinde a lua în curbă o pozițiune oblică, așa că buza roței exterioare d'inainte este în contact cu șina și osia d'indărăt ajunge la pozițiunea ra-



(Fig. 16).

dială și trebuie chiar să treacă de ea cu o cantitate oare-care, ast-fel că forțele de frecare ajung a 'și face echilibru. În curbele mici, osia d'indărăt nu poate ajunge la pozițiunea radială; buza roței interioare a ultimei și penultimei osii intră în contact cu șina.

Pentru ca mișcarea de rotațiune a unei locomotive să fie posibilă, trebuie ca, în pozițiunea în care forțele de frecare dau un moment rezistent, M_1 , minimum, acest moment să fie mai mic de cât momentul motor N .

După cele ce am spus mai sus, minimum momentului M_1 corespunde la oblicitatea maximă a mașinei. Pentru a avea această oblicitate maximă, e destul după ce s'a tras cele două circumferințe de raze $R + \varepsilon$ și $R - \varepsilon$ și s'a așezat centrul osiei d'inainte pe circumferința $R + \varepsilon$, de a face să se învîrtească axa mașinei până ce centrul uneia din osiile d'indărăt să se afle pe circumferința $R - \varepsilon$.

Aceasta echivalează, de altminterlea, cu o identificare algebrică.

În paragraful precedent, am exprimat pe $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$, în funcție de θ și ξ . Dacă buza roței exterioare d'inainte este în contact cu șina, avem $\varepsilon_1 = \varepsilon$, semi-jocul căi. Dacă e tot așa și pentru roata interioară d'indărăt, avem asemenea: $\varepsilon_4 = \varepsilon$.

Atunci, cele două ecuațiuni :

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= l_1 \theta - \xi + \frac{l_1^2}{2R} \\ \epsilon &= l_4 \theta + \xi - \frac{l_4^2}{2R} \end{aligned} \right\} (1)$$

permit a găsi cele două necunoscute θ și ξ . Aceste valori ale lui θ și ξ , fiind substituite în ecuațiunea care dă pe ϵ_3 :

$$\epsilon_3 = l_3 \theta + \xi - \frac{l_3^2}{2R},$$

trebuie să dea pentru ϵ_3 o cantitate mai mică ca ϵ ; dacă nu, atunci *buză* roței interioare a celei d'a treia osii vine în contact cu șina, și, în sistemul celor două ecuațiuni (1), trebuie să înlocuim pe cea d'a doua prin $\epsilon = \epsilon_3$.

Condițiunea pentru ca *buză* roței celei din urmă osii să intre în contact este :

$$R > \frac{(l_1 + l_3)(l_1 + l_4)}{4\epsilon}.$$

Ori-cum ar fi, putem calcula, pentru oblicitatea maximă, valoarea lui $\tan \theta$ în funcție de raza curbei și de *baza*, precum și momentul M_1 . Are, de altminterlea, o expresiune algebrică prea complicată pentru ca să putem trage conclusiuni generale.

Momentul M_1 poate fi resistent, adică să tindă a aplica *buzele* roților contra șinelor exterioare și interioare, sau poate să tindă a îndrepta axa mașinei. În primul caz mișcarea de rotațiune nu va avea loc de cât dacă momentul N dobîndesce valori mai mari ca M_1 , în al doilea caz, va avea în tot-deauna loc.

Trei cazuri se pot presenta, în definitiv, după mărimea razei curbei :

1^o În curbele de rază mică, nu e mișcare de rotațiune a axei locomotivei, care ia și păstrează pe curbă oblicitatea maximă;

2^o În curbele de rază mijlocie, axa locomotivei ia o mișcare de rotațiune împrejurul centrului osiei d'înainte; însă *buză* roței exterioare d'înainte nu încetează de a rămâne în contact cu șina și condițiunea (A) nu e nici o dată satisfăcută;

3. În curbele de rază mare, condițiunea (A), este, la ôre-cari momente, satisfăcută, și mișcarea de lacet se face ca și în linie dreaptă.

Sunt dar trei genuri de curbe, și nu e posibil de a determina *a priori* razele limite, cari depind de elemente variabile, momentul N și tipul mașinei.

În curbele de primul gen (raze mici), nu există ciocniri, ci numai reacțiuni statice ale *buzel roților* asupra șinelor.

În curbele de genul al doilea, există ciocniri pe șina interioară, însă de foarte puțină importanță.

În fine, în curbele de genul al treilea, există ciocnituri pe șinele exterioare analoage cu acelea ce se produc în linie dreaptă.

Din punctul de vedere al ciocnirilor acțiunea vătămătoare a mașinilor pe cale trebuie dar să fie mai mică în curbă de cât în linie dreaptă.

Cu toate acestea, dacă, pentru o cauză accidentală, contactul *buzei* roței exterioare d'înainte vine de încetează într'o curbă de rază mică sau mijlocie, când acest contact se va restabili, se va produce o ciocnire cu atât mai violentă cu cât oblicitatea posibilă a mașinei e mai mare.

Reacțiunea buzei roților asupra șinelor. Se calculează exact ca la § IX; însă, afară de aceasta, mai trebuie să ținem seamă și de forța centrifugă $\frac{PV^2}{gR}$ și de componenta greutatei pe planul șinelor datorită *deversului* δ . Putem negligea componenta greutatei datorită diferenței de încărcare a celor două roți a unei aceiași osii și a conicității (a se vedea ultimul aliniat de la § V).

Avem dar pentru reacțiunea X , când o mașină e singură:

$$X = F - \frac{\pi}{g} l \frac{d^2 \theta}{dt^2} + P \left(\frac{V^2}{gR} - \delta \right).$$

Termenul $P \left(\frac{V^2}{gR} - \delta \right)$ e de obicei negligeabil.

Dacă accelerațiunea $\frac{d^2 \theta}{dt^2}$ e nulă în urma contactului cu șina a buzei roței d'îndărăt (în curbele de rază mică), trebuie să introducem în ecuațiunea de sus reacțiunea X' care provine din acest contact.

În definitiv, în cazul unei mașini singure, maximum lui X e vecin de $f\pi$, produsul greutatei mașinei prin coeficientul de frecare, și e prin urmare, de același ordin de mărime ca și în linie dreaptă. Numai, pe când în linie dreaptă reacțiunea X nu lucrează asupra șinei de cât într'un mod intermitent și în fie-care dată un timp foarte scurt, în curbă această reacțiune lucrează continuu.

Țocurile osiilor. Dacă presupunem că osiile d'îndărăt ale unei mașini sunt însoțite de plane înclinate, oblicitatea maximă ce poate lua mașina este mai mare de cât dacă poligonul de reazem este total,

și prin urmare, locomotiva poate circula în curbele mai aspre. Poate afară de aceasta, să aibă o mișcare de rotațiune pe toate curbele în care jocul planelor inclinate nu se termină de tot. Această mișcare de rotațiune trebuie, de altminterlea, să aibă o mică amplitudine, din cauza marelui rezistențe ce 'i opun planele inclinate. În curbă ca și în linie dreaptă, reacțiunea planului inclinat vine în deducțiune de reacțiunea X exercitată pe șini de prima osie a *poligonului rigid*.

XIV. Acțiunea tenderului și a trenului asupra mișcării locomotivei.

Tenderul exercită asupra *mișcării de lacet* a locomotivei o influență mai mică sau mare, după sistemul atelagiului. Obicinuît, atelagiul se compune d'un *tendor principal cu șurub și doi alți, tendori* sau din două lanțuri de siguranță și din două *tampoane* analoge cu acelea ale vagoanelor adică intrând în contact cu *tampoanele* opuse prin suprafețe plane sau mai curând puțin sferice normale la axa vehiculelor. Une-ori suprafața de contact a tampoanelor, sau planul tangent al suprafeței și trecând prin punctul de contact este înclinat pe axa locomotivei. Pe mașinile de expres ale companiei din Orleans, normala la acest plan tangent trece aproape prin centrul de gravitate al locomotivei.

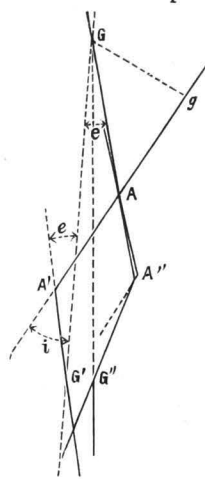
În fine există atelagiuri speciale, pe cari le vom studia mai departe, în cari axa locomotivei și a *tenderului*, ori care ar fi pozițiunea lor unghiulară se taie în tot-d'auna într'un același punct.

Locomotiva și *tenderul* lucrează una asupra celui-l'alt: 1^o prin bara de atelagiu; 2^o prin *tampoane*.

Influența barei de atelagiu, (*tendor cu șurub* cu arc de tracțiune), nu se face să se simtă de cât cînd locomotiva trage trenul, adică merge sub vpori. Fie: GA , axa mașinei; $G'A'$, cea a *tenderului*; AA' , bara de tracțiune (fig. 16 bis). *Tenderul* exercită pe mașină în punctul A' un efort resistent T , paralel cu axa căi, (sau în ori ce caz făcînd cu dînsa un unghi foarte mic), care face echilibru reacțiunilor șinelor asupra roților motoare în cazul mișcării uniforme. Efortul exercitat în

direcțiunea lui $A A'$ este egal cu $\frac{T}{\cos i}$ și dă un

moment în raport cu centrul de gravitate al ma-



(Fig. 16 bis.)

șinei cu $\frac{T}{\cos i} \times Gg$. Acest moment tinde după cum se vede a redresa axa locomotivei și se opune prin urmare, mișcării de *lacet*. Ar putea să'i fie favorabil dacă *tenderul* ar ocupa pozițiunea $A''G''$.

Valoarea momentului depinde de unghiul celor două verticale care e tot-d'ea-una foarte mic, și de lungimea barei de atelagiu

Această lungime variază de obicei între 0^m,60 și 0^m,80.

Chiar în cazul direcțiunii maxime a vehiculelor, se găsește că momentul efortului de tracțiune este foarte slab și prin urmare, neglijabil.

Acțiunea *tampoanelor* e mult mai considerabilă, însă cere ca *tampoanele* să fie bine strinse între ele, cea ce se poate să nu aibă tot-d'auna loc. Arcurile *tampoanelor* au de obicei o bandă inițială. Dacă acestea sunt numai aduse în contact, atunci nu exercită nici o reacțiune unele asupra altora. Însă, dacă sunt strinse ast-fel ca să micșoreze cu o cantitate oare-care săgeata arcului de de ciocnire, reacțiunea este egală cu bandă inițială mărită cu tensiunea datorită micșorării săgetei. Pentru ca stringerea să fie eficace, trebuie să fie ast-fel ca tensiunea totală să fie tot-d'auna superioară efortului de tracțiune. Fie: Q_0 , banda inițială a arcului de ciocnire a unui *tampon*; Q_1 , tensiunea dată de stringere. Reacțiunea *tenderului* asupra mașinei, admitînd ca normala punctul de contact al tampoanelor ar fi paralelă cu axa căi, va fi: $2 (Q_0 + Q_1)$. Va trebui să avem, T fiind efortul de tracțiune: $2 (Q_0 + Q_1) > T$. Cînd axele celor două vehicule sunt în prelungire, reacțiunile *tampoanelor* dau un moment nul în raport cu centrul de gravitate al mașinei. Însă, cînd aceste axe fac între ele un unghi oare-care, tensiunea arcurilor celor două *tampoane* e diferită. Fie: u , distanța *tampoanelor* la planul median; φ , unghiul celor două vehicule; K , coeficientul de flexibilitate al arcurilor de ciocnire din cauza deviațiunii φ , unul din *tampoane* se strivesce, cel-l'alt se lungesce cu cantitatea φu . Prin urmare, reacțiunea e de

o parte : $Q_0 + Q_1 + \frac{\varphi u}{K}$, și, de cea-laltă parte :

$Q_0 + Q_1 - \frac{\varphi u}{K}$. Dacă avem: $\frac{\varphi u}{K} > Q_1$, reacțiunea *tampoanelor* de o parte a mașinei dispăre, însă aceasta n'are loc de obicei, dacă stringerea e suficientă și, dacă K are o valoare destul de mare.

Momentul acestor forțe în raport cu axul vertical trecând prin centrul de gravitate al mașinei este:

$$u \left(Q_0 + Q_1 + \frac{\varphi u}{K} \right) - u \left(Q_0 + Q_1 - \frac{\varphi u}{K} = \frac{2\varphi u^2}{K} \right)$$

Pentru *tender*, momentul e de semn contrariu.

Acest moment tinde a micșora unghiul celor două vehicule și, prin urmare, a combate mișcarea *de lacet*. În linie dreaptă, exercită o influență binefăcătoare, însă n'are de cât o valoare mică, căci unghiul φ e tot-d'auna mic, și coeficientul de flexibilitate K al arcurilor de ciocnire este relativ mare, de la 15 la 20 milimetri pe tonă obicnuit.

În curbă, este alt-fel. Vehiculele, înscriindu-se pe curbă, fac în tot-d'auna între ele un unghi ast-fel că momentul $\frac{2\varphi u^2}{K}$ lucrează pe locomotivă în așa mod ca s'o facă să se întoarcă, *înainte*, de la interiorul curbei și să mărească ast-fel reacțiunea roții exterioare d'inainte contra șinei. Această reacțiune se află de alt-fel, simțitor mărită, pentru că momentul $\frac{2\varphi u^2}{K}$ poate dobîndi în curbă valori notabile.

Ast-fel, reacțiunea tampoanelor contrariază tot-d'auna mișcarea *de lacet*, însă în curbă este vătmător.

Efectul despre care vorbim poate fi considerabil agravat la coborîrea pantelor, cînd trenul împinge locomotiva, a cărei rezistență pe tonă e tot-d'auna mult mai mare de cât cea a vagoanelor. Dacă împingerea trenului e superioară stringerei, $2 Q_1$, aceasta crește cu o cantitate oarecare, și variațiunea de tensiune $\frac{\varphi u}{K}$ se află mărită.

Efectul reacțiunilor tampoanelor poate fi și mai vătmător în cazul cînd sunt două mașini în capul trenului, și unde aceste mașini lucrează într'un mod opus (de exemplu, prima reținînd trenul sau prin frînul său, sau prin contra-vapori, pe cînd cea d'a doua exercită un efort de tracțiune sau numai n'a strîns frînul său). Mai e de aratat, afară de aceasta, un alt inconvenient al dublei tracțiuni, care se rapoartă la oscilațiunile greutăței suspen-

date. Cînd dinaintea celei d'a doua mașini se află relevată cu o cantitate z , producînd o descărcare a roților d'inainte, se poate întîmpla să rămie ridicată un timp notabil. adică ca oscilațiunea normală să fie contrariată și chiar suspendată în momentul cel mai defavorabil, în urma rezistenței ce întîmpină pentru a se deplasa, de sus în jos, tampoanele d'inainte tare presate pe tampoanele *tenderului* primei locomotive deraierea roților d'inainte a celei d'a doua mașini se află ast-fel înlesnită, și cu atît mai mult cu cît dinaintea acestei mașini are *mai mult porte-à-faux* în raport cu prima osie.

Jocurile osiilor, măbind deviațiunea mașinelor, agravează toate aceste inconveniente, cînd ajungem la limita acestor jocuri în mișcarea de deviațiune.

Tampoanele mai lucrează și într'un alt mod asupra mișcării *de lacet*, și această acțiune este chiar cea mai importantă, afară numai în casurile particulare ce am examinat mai sus.

Cînd există deplasare relativă. Fie: $Q_0 + Q_1$, reacțiunea tampoanelor; f , coeficientul de frecare. Dacă există deplasare relativă a locomotivei în raport cu tenderul, forța de frecare între tampoane este: $2 f (Q_0 + Q_1)$. Distanța tampoanelor la centrul de gravitate al locomotivei fiind l , momentul acestei forțe de frecare în raport cu centrul de gravitate este: $2 f l (Q_0 + Q_1)$. Acest moment, care se opune *la șovăirea* mașinei, are, într'un atelagiu bine strîns, o foarte mare valoare, pentru că l e mare, și efortul necesar pentru ca locomotiva să *tragă cu sine tenderul* în deplasarea sa este mai tot-d'auna mai mic de cât forța de frecare a tampoanelor.

În genere, cele două vehicule pot fi considerate ca legate unul de altul: nu e între ele nici o deplasare relativă, și exercită unul asupra altuia o reacțiune F inferioară forței de frecare a tampoanelor.

Mișcarea locomotivei are dar ca ecuațiune diferențială:

$$(1) \quad I \frac{d^2\theta}{dt^2} = N + M - lF;$$

și cea a tenderului:

$$(2) \quad I' \frac{d^2\theta'}{dt^2} = M - l'F.$$

Luând diferența acestor ecuațiuni, avem o relațiune între cele două necunoscute θ și θ' . Obținem o a doua exprimînd că nu e mișcare relativă

între cele două vehicule, sau că axele lor se taie tot-d'auna într'un același punct. Centrele de gravitate aflându-se la distanțele ξ și ξ' de axa căi, punctul locomotivei care e la înălțimea tampoanelor se află la distanța $\xi + l\theta$ de axa căi, și același punct de axa tenderului la o distanță $\xi' - l'\theta'$. Aceste două cantități rămânând egale avem:

$$\xi + l\theta = \xi' - l'\theta',$$

sau diferențiând:

$$\frac{d\xi}{dt} + l \frac{d\theta}{dt} = \frac{d\xi'}{dt} - l' \frac{d\theta'}{dt}.$$

Am văzut că, atunci când locomotiva e singură, avem:

$$\frac{d\xi}{dt} = V_0.$$

De asemenea, când tenderul e singur:

$$\frac{d\xi'}{dt} = V_0'.$$

Aceste două relațiuni nu încetează de a fi adevărate, când ținem cont de frecarea tampoanelor. Am văzut, într'adevăr, la § IX, că, pentru a anula deplasarea laterală a centrului de gravitate, trebuie a exercita o reacțiune egală cu resultanta forțelor de frecare ce se desvoltă, când această deplasare nu are loc, și că această resultantă este egală cu greutatea vehiculului multiplicată prin coeficientul de frecare. Cum valoarea sa e tot-d'auna mai mare de cât forța de frecare a tampoanelor, aceasta nu poate face obstacol deplasării laterale a celor două vehicule, locomotivă și tender, care se face una cu iuțea $V\theta$, și cea-laltă cu iuțea $V\theta'$.

Legea mișcării e dar dată de sistemul celor două diferențiale (1) și (2), la care trebuie să adăugăm condițiunea:

$$(3) \quad V_0 + l \frac{d\theta}{dt} = V_0' - l' \frac{d\theta'}{dt}.$$

Acest sistem, de altminterlea, nu poate fi rezolvat direct, pentru că M e funcțiunea de θ , și M' de θ' . Însă permite a găsi mersul ce trebuie urmat pentru a avea soluțiunea prin aproximațiuni succesive, prin ajutorul unei metode grafice.

Această metodă, ca și aceea de la § VI, e basată pe remarcă următoare.

În intervalele, tot-d'auna mici, în cari N poate fi presupus constant, vitezele $\frac{d\theta}{dt}$ și $\frac{d\theta'}{dt}$ rămân aproape constante. Să presupunem, într'adevăr, că, la origina unuia din aceste intervale, cunoaștem pe θ și θ' . La o valoare dată a lui F corespunde

o viteză oare-care $\frac{d\theta}{dt}$, pentru locomotivă care se găsește după cum s'a spus la § VI, și de asemenea o viteză oare-care $\frac{d\theta'}{dt}$ pentru tender. Trebuie și e suficient că valorile acestor două viteze să satisfacă la relațiunea (3), și facem să varieze F până ce ajungem la acest rezultat.

Vom da la § XIX un exemplu care va preciza aplicațiunea acestei metode.

În resumat, stringerea tampoanelor stabilește o solidaritate între locomotivă și tender, care are de efect de a micșora amplitudinea mișcării de lacet. Însă această solidaritate nu e absolut completă, pentru că, în unele casuri, frecarea tampoanelor e insuficientă pentru a împiedeca deplasarea relativă a vehiculelor și pentru că, afară numai dacă s'ar verifica continuu atelagiul, nu suntem nici o dată siguri de a avea o stringere convenabilă a tampoanelor. Există atelagiuri între locomotivă și tender în care solidaritatea e absolut completă, fără ca să strice la circulațiunea în curbă. Sunt caracterisate prin această condițiune că axele celor două vehicule să taie tot-d'auna într'un același punct, împrejurul căruia pot să se întoarcă liber, ca și cum ar fi o articulațiune simplă în acest punct. Le vom numi pentru acest cuvânt *atelagiuri convergente*. Un studiu foarte complet a fost făcut de un autor german, D. Hartmann. (*Theorie der Locomotiv-Tender-Kuppelungen*; Berlin, 1884). Vom da rezultatul în următoarele două paragrafe.

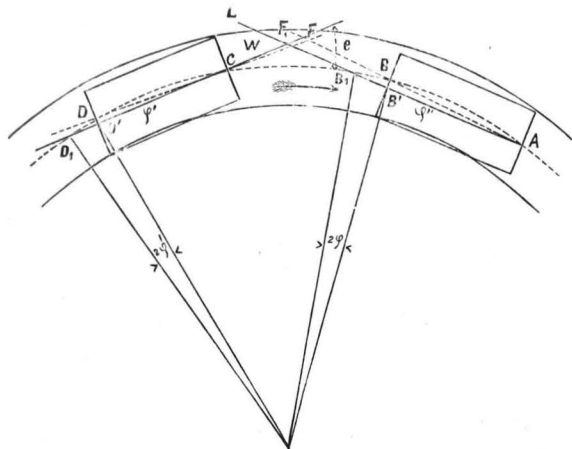
XV. Circulațiunea locomotivelor cu atelagiuri convergente în curbe

Prima cestiune de rezolvat e de a sci în ce punct al axei locomotivei trebuie să aședăm articulațiunea atelagiului.

Să presupunem că locomotiva AB (fig. 17) și tenderul CD sunt aședate pe o curbă, ast-fel ca axele osiilor extreme, formând *cadru* rigid, a fie-căruia din vehicule, să fie pe o aceeași circonferință, de exemplu pe axa căi. Aceasta este evident pozițiunea cea mai favorabilă ce pot ocupa cele două vehicule pe cale. Axele AB și CD , cari sunt secante de cerc, se taie într'un punct F , și avem relațiunea:

$$FA \times FB = \bar{F}B \times \bar{F}D.$$

Fie: p , distanța FB; p_1 , distanța FC. Să le presupunem constante și suma lor egală cu distanța, t , între centrul osiei înapoi de locomotivă și centrul osiei înainte de tender, distanță asemenea fixă. Fie, afară de aceasta, s și s , *cadrele* locomotivei și a tenderului.



(Fig. 17).

Relațiunea de mai sus se scrie :

$$\frac{p}{p_1} = \frac{p_1 + s_1}{p + s}$$

Combinată cu: $p + p_1 = t$, ea dă pentru p și p_1 :

$$(I) \quad \begin{cases} p = \frac{it(s_1 + t)}{s + s_1 + 2t} \\ p_1 = \frac{t(s + t)}{s + s_1 + 2t} \end{cases}$$

Aceste două cantități p și p_1 caracterizează un punct F care se numește *punct de intersecțiune teoretică a axelor*.

Dacă centrele osiilor extreme ar rămânea tot d'auna pe o aceeași circumferință, nu e îndoială că punctul de cuplare ar trebui să se afle în punctul teoretic F . Însă, din cauza succesiunii de curbe de raze diferite și din cauza jocului căi, centrele nu pot rămâne tot-d'auna pe o aceeași circumferință, și trebuie să știm dacă cu toate acestea, punctul teoretic F a rămas punctul cel mai favorabil pentru cuplare.

Circulațiunea într-o curbă de rază constantă. Mers înainte. Când două vehicule legate între ele printr-o cuplare liberă, adică permițându-le de a lua o pozițiune unghiulară independentă, circulă în curbă, *buza* roții exterioare d'inainte și cea a roții interioare d'îndărăt intră în contact cu șina. Fie (fig. 17) AB axa locomotivei în pozițiunea normală, pentru care *buzele* roților ex-

terioare d'inainte și d'îndărăt ating șina exterioară; această axă se întoarce împrejurul centrului A al osiei d'inainte cu un unghi φ , până ce *buza* roții interioare d'îndărăt vine în contact cu șina interioară. Această roată d'îndărăt se va fi deplasat ast-fel cu o cantitate AB' egală cu jocul total ϵ al căi, și avem prin urmare, s fiind *cadru* AB :

$$s\varphi = \epsilon$$

Axa AB' a mașinei întâlnește circumferința trecând prin A în punctul B_1 , și lungimea AB_1 se numește *cadru* *fictiv*. Unghiul la centru B_1MB_1 este de alt-fel egală cu 2φ , și lungimea B_1B egală cu

$$2R\varphi = \frac{2R\epsilon}{s}. \text{ Prin urmare:}$$

$$(2) \quad AB_1 = s + \frac{2R\epsilon}{s}.$$

Obținem de asemenea pentru tender, care se învîrtește cu un unghi $\varphi' = \frac{\epsilon}{s_1}$, *cadru* *fictiv*.

$$(3) \quad CD_1 = s_{11} = s_1 + \frac{2R\epsilon}{s_1}.$$

Cele două axe AB_1 și CD_1 se taie într'un punct F_1 a cărei pozițiune e lesne de determinat.

În adevăr, unghiurile θ , φ și φ' fiind foarte mici avem:

$$t_1 = CF_1 + F_1B_1 = CF_1 + F_1B' - B_1B' = t - \frac{2R\epsilon}{s}.$$

Aplicând teorema secantelor de cerc, avem:

$$(4) \quad B_1F_1 = p_1 = \frac{t_1(s_1 + t_1)}{s_1 + s_{11} + 2t_1};$$

$$(5) \quad F_1C = p_{11} = \frac{t_1(s_1 + t_1)}{t_1 + s_{11} + 2t_1}.$$

Aceste valori conținând pe R și ϵ , rezultă că pozițiunea punctului de intersecțiune F_1 depinde de raza curbei și de jocul căi. În realitate, nu depinde de cât de produsul $R\epsilon$, care dacă am vrea s'ar putea menține constant calculând pe ϵ în funcțiune de R .

O concluziune importantă rezultă din ceea ce precede, când presupunem că cele două vehicule sunt legate între ele printr'un atelagiu convergent, ast-fel că axele să se taie într'un punct W , *numit punct de intersecție real*. Dacă acest punct W se află în F_1 și C , trebuie să se producă neapărat o deraiere a osiei înainte de tender, sau a osiei îndărăt de mașină. Se vede, într'adevăr, pe fig. 17 că, pentru ca axa locomotivei A_4 să treacă prin punctul W , trebuie sau ca osia îndărăt B să iasă în interiorul curbei sau înainte, c, de tender să iasă către exterior. Deci, într'un atelagiu conver-

gent, punctul F_i dă limita către d'indărătul poziției ce poate ocupa punctul de articulațiune W .

Mers îndărăt. Considerând mersul îndărăt, obținem aceeași limită către dinainte. Fie F_i , punctul de intersecțiune fictiv al axelor; să accentuăm cantitățile (cari ne au servit a determina pe F_i) raportându-se la mersul îndărăt. Obținem pentru coordonatele lui F_i' :

$$(6) \quad p'_i = \frac{t'_i(s'_{1i} + t'_i)}{s'_i + s'_{1i} + 2t'_i};$$

$$(7) \quad p_{1i} = \frac{t'_i(s'_i + t'_i)}{s_i + s'_{1i} + 2t'_i}$$

În resumat, punctul de articulațiune trebuie să se afle între F_i și F_i' , ca să nu fie deraiarea de temut nici în mersul înainte, nici în mersul îndărăt.

Căutând pozițiunea acestor punte pentru locomotivele cu atelagiuri convergente, de exemplu pentru locomotivele drumurilor de fer ale Statului cari au atelagiu convergent sistem Edmond Roy, se vede că pozițiunea punctelor F_i și F_i' lasă obicinuît o libertate destul de mare în alegerea punctului de articulațiune W .

Nu putem propune de a căuta unde trebuie așezat W pentru ca jocul căi necesar să fie minimum.

Să exprimăm valorile lui p_{1i} și p'_i (formulele 5 și 6) în funcțiune de t , s , s_1 , R și ε .

Obținem:

$$p_{1i} = \frac{\left(t - 2R \frac{\varepsilon}{s}\right)(s+t)}{s+s_1+2t+2R\varepsilon\left(\frac{I}{s_1} - \frac{I}{s}\right)};$$

$$p'_i = \frac{\left(t - 2R \frac{\varepsilon}{s}\right)(s_1+t)}{s+s_1+2t+2R\varepsilon\left(\frac{I}{s} - \frac{I}{s_1}\right)}.$$

Resolvând în raport cu ε , avem, pentru mersul înainte:

$$(8) \quad \varepsilon = \frac{I}{2R} \frac{t(s+t) - p_{1i}(s+s_1+2t)}{p_{1i}\left(\frac{I}{s_1} - \frac{I}{s}\right) + I + \frac{t}{s_1}};$$

și pentru mersul îndărăt:

$$(9) \quad \varepsilon' = \frac{I}{2R} \frac{t(s_1+t) - p'_i(s+s_1+2t)}{p'_i\left(\frac{I}{s} - \frac{I}{s_1}\right) + I + \frac{t}{s_1}};$$

În aceste două expresiuni (8) și (9), putem anula numărători punând:

$$(10) \quad \begin{cases} p_{1i} = \frac{t(s+t)}{s+s_1+2t}; \\ p'_i = \frac{t(s_1+t)}{s+s_1+2t}. \end{cases}$$

Valórea minimă a lui ε , precum și cea a lui ε' , este dar zero. Comparând formulele (1) și (10), vedem că atunci p_i și p'_i sunt coordonatele punctului teoretic F .

Ast-fel, când jocul e nul, punctul de articulațiune real trebuie să coincidă cu punctul teoretic. Dacă această coincidență nu există, jocul e necesar și trebuie să fie invers proporțional cu raza curbei, după cum rezultă din formulele (8) și (9).

Această conclusiune e foarte importantă. Ea arată că *supralărgirea* în curbe este absolut inutilă, cu condițiune însă ca locomotiva și tenderul să fie cuplate în un punct convenabil.

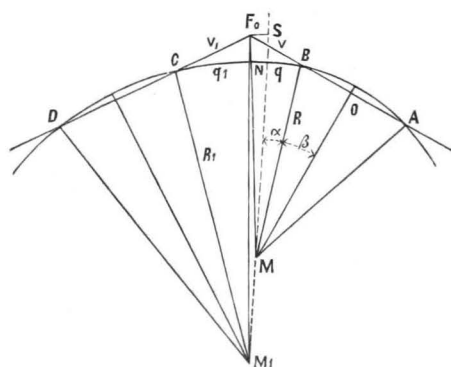
Circulațiunea a două vehicule cu atelagiuri convergente în curbe de raze variabile. — Să considerăm două curbe de raze R și R_1 , tangente în punctul lor de contact. Vom studia pozițiunea vehiculelor în timpul trecerei de la o curbă la alta.

Putem imediat distinge casurile următoare:

1. Punctul de intersecțiune F_0 al axelor celor două vehicule se află de partea curbei de cea mai mare rază în raport cu linia centrelor $M_1 \mu$ (Fig. 18);
2. Punctul F_0 se află pe linia centrelor;
3. Punctul F_0 se află de partea curbei de cea mai mică rază în raport cu linia centrelor.

Fie, afară de notațiunile deja cunoscute:

$q = \beta N$, distanța osiei d'indărăt a locomotivei la punctul de întâlnire N a celor două curbe;



(Fig. 18)

$q_1 = NC$, distanța punctului N la osia d'inainte a tenderului;

$v = BF_0$, distanța punctului F_0 la osia d'indărăt a mașinei;

$v_1 = F_0C$, distanța punctului F_0 la osia d'inainte a tenderului.

Avem, prin urmare:

$$v + v_1 = t.$$

Pentru a găsi pe v și v_1 , în cazul când vehiculele ocupă pozițiunea normală, avem relațiunile următoare (fig. 18):

$$MF_0^2 = MO^2 - \left(\frac{S}{2} + v\right)^2;$$

$$MO^2 = R^2 - \left(\frac{S}{2}\right)^2;$$

$$(11) \quad MF_0^2 = R^2 + Sv + v^2.$$

Avem de asemenea:

$$(12) \quad M_1F_0^2 = R_1^2 + S_1v_1 + v_1^2;$$

din cele două triunghiuri MF_0S și M_1F_0S tragem:

$$\overline{MF_0^2} = \overline{MS^2} + \overline{F_0S^2};$$

$$\overline{M_1F_0^2} = \overline{M_1S^2} + \overline{F_0S^2};$$

$$\overline{M_1F_0^2} - \overline{MF_0^2} = \overline{M_1S^2} - \overline{MS^2}.$$

Dacă punem $R_1 - R = d$, avem:

$$\overline{M_1S^2} = (\overline{MS} + d)^2;$$

de unde:

$$(13) \quad \overline{M_1F_0^2} - \overline{MF_0^2} = 2MS \times d + d^2.$$

Din formulele (11) și (12) deducem aceeași diferență:

$$(14) \quad \overline{M_1F_0^2} - \overline{MF_0^2} = R_1^2 - R^2 + S_1v_1 - Sv + v_1^2 - v^2.$$

Pentru a găsi pe MS , observăm că:

$$\overline{MS} = R + \overline{NS}.$$

Pentru a determina pe NS , să introducem unghiurile α și β , ale căror valori sunt:

$$\alpha = \frac{q}{R}$$

$$\beta = \frac{s}{2R}.$$

Unghiul $\delta = \widehat{SF_0B}$ este egal cu $\alpha + \beta$, după cum se vede coborând din B o perpendiculară pe MS și ducând tangenta în B . Deci:

$$\delta = \frac{2q + s}{2R}.$$

De altminterlea, lungimea NS poate fi considerată cu o foarte mare aproximațiune ca fiind proiecțiunea lui F_0B pe MS . Prin urmare:

$$\overline{NS} = v \sin \delta,$$

sau, înlocuind sinusul prin arc, din cauza micii valori a lui δ :

$$\overline{NS} = v \cdot \frac{2q + s}{2R}.$$

Avem dar:

$$(15) \quad \overline{MS} = R + v \cdot \frac{2q + s}{2R}.$$

Deducem din formulele (13) și (14), înlocuind pe MS prin valoarea sa:

$$v(2q + s) \left(\frac{R_1}{R} - 1\right) = s_1v_1 - sv + v_1^2 - v^2.$$

Dacă punem $v_1 = t - v$, obținem în cele din urmă:

$$(16) \quad v = \frac{t(s_1 + t)}{s + s_1 + 2t + (2q + s) \left(\frac{R_1}{R} - 1\right)},$$

și de asemenea:

$$(17) \quad v_1 = \frac{t(s + t) = t(2q + s) \left(\frac{R_1}{R} - 1\right)}{s + s_1 + 2t + (2q + s) \left(\frac{R_1}{R} - 1\right)}.$$

Când F_0 se află de partea curbei de cea mai mică rază, obținem formulele (16 bis) și (17 bis) analoage cu (16) și (17); pentru că e de ajuns de a înlocui pe v prin v_1 , s prin s_1 , și invers, e inutil de a scrie aceste formule.

Coordonatele punctului F_0 sunt iar variabile și depind de pozițiunea vehiculelor pe curbă.

Pozițiunea reală a vehiculelor trebuie cu atât mai mult să se depărteze de pozițiunea normală (pe care am admis-o la începutul calculelor de mai sus) cu cât punctul de cuplare real W e mai depărtat de punctul F_0 .

Presupunem, de exemplu, că punctul W e vecin de punctul teoretic F .

Formulele (16) și (17) fac cunoscut că v e cu atât mai mic, și prin urmare, v_1 cu atât mai mare cu cât q e mai mare, pentru o valoare determinată a raportului $\frac{R_1}{R}$; q e maximum când F_0 cade pe linia centrelor. Dacă în acest caz pozițiunea vehiculelor va fi cea mai depărtată de pozițiunea normală.

Când F_0 e de partea curbei cu cea mai mică rază formulele (16 bis) și (17 bis) conduc la aceeași concluziune.

Atară de aceasta, se vede că v descresce pe măsură ce R_1 crește și că atunci punctul F_0 se depărtează din ce în ce mai mult de punctul W .

Resultă din cele două observațiuni ce preced că pozițiunea vehiculelor cea mai depărtată de pozițiunea normală se întâlnește când trecem de la o linie dreaptă la o curbă, și când punctul de intersecțiune al axelor se află la separațiunea liniei drepte și a curbei.

Calculând jocul căi în acest caz, vom avea jocul maximum.

Să considerăm în fig. 19 cele două vehicule cuplate în punctul W_1 al tenderului.

În pozițiunea normală a locomotivei punctul de

cuplare cade în W_0 iar nu în W_1 . Trebuie dar să presupunem că locomotiva se întorce împrejurul lui A până ce W_0 vine de coincidă cu W_1 . Când această coincidență e stabilită, *cadrele fictive* AW_1 , al locomotivei este:

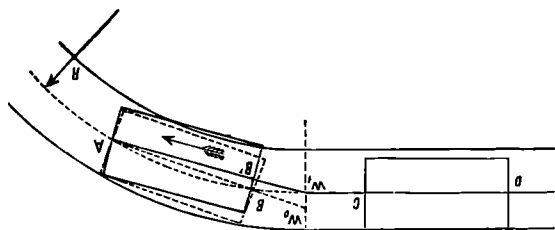
$$s' = s + 2R \frac{\epsilon}{s},$$

și distanța $z = B'W_1$ a punctului de cuplare la osia d'indărăt este:

$$z = 2R \frac{\epsilon}{s},$$

Deducem valoarea lui ϵ :

$$(18) \quad \epsilon = \frac{sz}{2R}.$$



(Fig. 19).

Pentru eșirea curbei, jocul se obține în același mod. Se vede ușor că osia d'inainte a tenderului trebuie să se deplaseze către interiorul curbei cu o cantitate:

$$(19) \quad \epsilon_1 = \frac{s_1 z_1}{2R}.$$

În cele din urmă va trebui să dăm curbei un joc egal cu cea mai mare din cele două valori ϵ și ϵ_1 .

Care e punctul comun axelor celor două vehicule pentru care jocul e minimum?

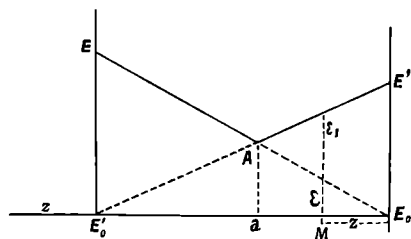
Din momentul ce $z + z_1 = t$, avem:

$$\epsilon = \frac{sz}{2R}, \quad \epsilon_1 = \frac{s_1(t-z)}{2R}.$$

În funcțiune de z , ϵ reprezintă, o dreaptă astfel ca $E_0 E$ (fig. 20), și ϵ_1 o dreaptă $E_0' E'$.

Pentru a avea pe ϵ și ϵ_1 , pentru o valoare

$z = E_0 M$ oare-care, n'avem de cât să ducem ordonata trecând prin M. E lesne de vădit pe figură că jocul căi va fi dat de ordonatele liniei frunte EAE' , după valoarea lui z , și că minimum al jocului va fi ordonata Aa , adică va avea loc



(Fig. 20).

când $\epsilon = \epsilon_1$; de unde ținând seamă de relațiile cari dau aceste cantități:

$$z = \frac{s_1 t}{s + s_1}.$$

Punctul ast-fel obținut nu coincidă cu punctul teoretic F; e depărtat cu:

$$p - z = \frac{t(s_1 + t)}{s + s_1 + 2t} - \frac{s_1 t}{s + s_1} = \frac{t^2(s - s_1)}{(s + s_1 + 2t)(s + s_1)}.$$

Această cantitate e nulă, dacă $s = s_1$. Prin urmare punctul F va fi cu atât mai apropiat de punctul cel mai favorabil pentru acuplare cu atât *cadrele rigide* ale locomotivei și ale tenderului vor diferi mai puțin.

În resumat, analiza de mai sus permite de a găsi jocurile căi necesare pentru circulațiunea în curbă a locomotivelor legate de tenderul lor prin atelagiuri convergente, și arată că: în curbele de rază constantă, punctul teoretic F este punctul de articulare cel mai avantajos; la trecerea unei curbe la o alta de rază diferită punctul F e cu atât mai vecin de acest punct cu cât diferența între *cadrele rigide* (poligoanele de reazem) ale locomotivei și tender e mai mică.

(Va urma sîrșitul).

STABILITATEA CHIMICA A MATERIILOR EXPLOSIVE A CORPURILOR NITROASE

de «OSCAR GUTTMANN» din Londra

Consider de prisos de a mai explica înțelesul expresiunii, «materii explosive a corpurilor nitroase» precum și compozițiunea lor chimică, de oare-ce acestea sunt lucruri cunoscute și, afară de aceasta, sunt pe larg tratate în scrierea mea

asupra industriei materiilor explosive din 1895. De aceea mă pot ocupa numai de cât de obiectul tratatului meu, anume de *stabilitatea chimică* a ast-fel de materii explosive.

Din punctul de vedere chimic ele pot fi oareși-