TABLOUL No. 17

al consumațiunei de balast și al încărcărilor tuturor experiențelor.

Felul balastuluĭ	Forma traversei	Numěrul umpleri-lor	Numěrul lovituri-lor	Balast mărunțit de 12 m.m până la praf: 1	Balast mărunțit de 12 m.m până la praf: loviturile ce rev n la 1 l.	Material sfărâmat de 2 m. m. până la praf: l.	Material sfărâmat de 2 m. m. până la praf: lovitu-rile ce revin la	Praf: l.	Praf: Numě-rul lovi-turilor la 1 l	Numerul încărcă-rilor celei mai bune umpleri	Numěrul încărcărilor cari revin intrebuințându-se pentru fundament cea mai bună umplere (rindul 11), la un litru: de piatră mărunțită rândul 5	de balast sfărâmat rândul 7	de praf rândul 9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Basalt	Λ	6	419	2,32	181	1,06	395	0,65	645	195000	84000	184000	300000
	T	4	283	1,51	188	0,63	449	0,40	707	1230000	814000	1953000	3075000
	Val. medii	--	—	—	185	—	422	—	676	--	—	—	—
Grau-wacke	Λ	6	419	1,84	228	0,94	446	0,65	646	188794	103000	200000	290000
	T	4	283	1,119	253	0,64	441	0,50	566	1040000	929000	1622000	2080000
	Val. medii	—	—	—	240	---	444	—	606	---	—	—	—
Granit	Λ	6	419	3,99	105	2,40	175	1,68	249	169510	46000	70000	101000
Diorit	Λ	6	419	4,99	84	1,71	245	1,15	364	530000	106000	310000	461000
Cuarțit	Λ	7	586	2,55	191	1,34	363	1,00	486	115870	45000	86000	116000
	Λ	6	419	4,62	91	1,49	281	1,10	381	700000	151000	470000	636000
	Val. medii	—	—	3,59	141	1,42	322	1,05	434	408000	98000	278000	376000
Zgură	Λ	6	419	4,21	99	2,77	138	2,01	208	203330	48000	73000	101000
Pietriși Ciuruit	Λ	18	1178	—	—	7,34	168	5,31	221	36138	—	49000	68000
	T	6	400	—	—	3,25	123	2,30	174	190000	—	38000	83000
	Val. medii	—	—	—	—	—	142	—	198	—	—	—	—

Schubert, Director de drum de fer.

NOTĂ RELATIVĂ LA CALCULUL MOMENTELOR INCOVOETOARE

In No. 1 din anul 1895 al acestuĭ Buletin, am arătat un mijloc de a simplifica calculul momentelor încovoetoare și puterilor tăetoare în casul încărcărilor uniform distribuite, și în casul când panourile sunt egale. In această notă voiŭ aràta un metod pentru a simplifica calculul momentelor încovoetoare în casul încărcărilor concentrate și când se caută momentele în punctele de aplicațiune a forțelor. Acesta este de alt-fel și casul cel maĭ des intâlnit în practică, când e nevoie a se calcula eforturile produse de încărcări concentrate. In adevěr, în casul unei grinḑi simple vîrfurile poligonuluĭ momentelor se găsesc pe direcțiunea forțelor, iar între două forțe consecutive momentele variază ca ordonatele unei linii drepte ast-fel că cunoscându-se momentele în punctele de aplicațiune a forțelor, momentele în alte puncte se deduc ușor prin interpelațiuni lineare. In casul grinḑilor cu zăbrele se vor descompune forțele ce acționează grinda în altele aplicate la noduri, se va descompune grinda în sisteme, în casul sistemelor multiple și se vor calcula momentele la noduri, adică tot în punctele de aplicațiune a forțelor.

Să considerăm pentru mai multă generalitate o grindă continuă supusă la acțiunea unui sistem de încărcări concentrate. Fie A_i și A_{i+1} punctele de aplicațiune a două forțe consecutive între cari nu se află nici un reazem. Fie M_i și M_{i+1} momentele încovoetoare în aceste puncte, P_i și P_{i+1} puterile tăetoare imediat la stînga și la dreapta punctului A_i; F_i forța ce acționează in punctul A_i. Avem în mod evident :

$$1)\quad P_{i+1} = P_i - F_i$$

Fie S reazemul imediat la stînga punctului A_i.

Să facem o secțiune prin grindă imediat la drépta punctului S și să depărtăm porțiunea din grindă de la stinga acestei secțiuni. Pentru ca condițiunile de echilibru să nu se schimbe va trebui să introducem în această secțiune un cuplu al cărui moment μ să fie egal cu momentul încovăetor pe reasemul S și o forță π a cărei intensitate să fie egală cu puterea tăetoare de la dreapta lui S. Să facem acum o secțiune imediat la dreapta punctului A_i, și să depărtăm porțiunea de grindă SA_i. Pentru aceasta va trebui să mutăm în A_i toate forțele și cuplele dintre punctele S și A_i.

Momentul unui cuplu fiind acelaşi în raport cu ori-ce punct din planul sĕu, cuplul p se va transporta nemodificat în punctul A_i, însă mutarea unei forțe în A_i, necesită introducerea unui cuplu al cărui moment este egal cu momentul acelei forțe în raport cu AVom obține ast-fel în punctul A_i un cuplu resultant al cărui moment va fi ega cu momentul încovăetor M_i din punctul A_i, și o resultantă egală cu puterea tăetoare P_{i+1} de la dreapta punctului A_i. In fine să facem o secțiune imediat la stinga punctului A_{i+1} și să depărtăm porțiunea de grindă A_i $A^i{}_{+1}$. Vom obține în A_{i+1} un cuplu al cărui moment este M_{i+1} și tot forța P_{i+1} de oare-ce de la dreapta lui A_i până la stânga lui A_{i+1} nu avem nici o forță, punctele A_i și A_{i+1} fiind punctele de aplicațiune a două forțe consecutive. Dar pentru a muta forța P_{i+1} din A_i în A_{i+1}, trebue să mai introducem în A_{i+1} un cuplu al cărui moment este produsul acestei forțe prin distanța cu care ea a fost mutată, adică prin depărtarea punctelor A_i, A_{i+1} pe care să o însemnăm cu d_{i+1}. Deci momentul M_{i+1} se va compune din momentul cuplului din A_i, adică M_i, care trece nemodificat în A_{i+1}, și din momentul P_{i+1} d_{i+1} al forței P_{i+1} avem deci egalitatea :

$$2)\ M_{i+1} = M_i + P_{i+1}\ d_{i+1}$$

Din această egalitate deducem următoarea regulă :

Pentru a găsi momentul încovoetor în punctul de aplicațiune al unei forțe situată imediat la dreapta altei forțe (sau reacțiunei unui reazem), nu avem de cât să sporim momentul încovoetor în punctul de aplicațiune al acestei din urmă forțe (sau momentul pe reazem), cu produsul puterei tăetoare de la stânga forței considerate, prin distanța de la acésta până la forța situată imediat la stânga ei (sau până la reazem).

Se vede imediat că, cunoscându-se momentele pe reazeme și reacțiunile reazemelor, calculul unui moment prin aplicațiunea acestei regule nu necesită de cât o înmulțire și o adunare, cînd cunoștința puterilor tăetoare este necesară pentru calcularea resistenței la puterea tăetoare. Chiar admițându-se că purerile tăetoare nu ar fi necesare (ca de exemplu la calculul unei grinḑi cu tălpile curbe, unde s'ar calcula zăbrelele tot cu ajutorul momentelor la noduri), totuși calculul unui moment nu necesită în plin de cât o scădere pentru a obține pe P_{i+1} din P_i cu ajutorul egalității 1). Calculul direct al unui moment însă, ar necesita o interpelațiune (2 înmulțiri, o adunare, o scădere și o împărțire) a momentelor pe reasem, o înmulțirea a reacțiunei prin distanța și la secțiunea considerată, scăderea din acest produs a sumei momentelor forțelor coprinse între secțiunea considerată și reazemul de la stînga ei, și apoi sumarea resultatelor. Reacțiunea de care am vorvit trebuesce calculată în ipotesă, că traversa considerată este independentă.

Aplicațiunea acestei regule mai presintă și un alt avantagiu ; ea ne dă mijlocul de a controla calculele făcute pentru aflarea momentelor, fără a mai reîncepe operațiunile. Momentele ne fiind calculate independent unul de altul, ca în metoda obișnuită, verificarea ultimului moment, aduce cu sine verificarea tutulor momentelor, căci toate momentele au contribuit pentru aflarea ultimului. Acest mijloc de verificare este următorul. După ce s'a calculat momentele încovoetoare în punctele de aplicațiune ale forțelor ce acționează o travee, vom calcula tot cu ajutorul regulei date, momentul pe reasemul din dreapta al acestei travee, și dacă momentul obținut este egal cu momentul pe reasem cunoscut mai dinainte, atunci putem afirma că operațiunile au fost bine făcute. Se poate întimpla că chiar calculându-se exact momentele, verificarea să nu reușească. Aceasta ne indică că există o eroare sau mai multe la calculul reacțiunilor reasemelor sau la calcululputerilor tăetoare, și prin urmare trebuește căutate acele erori. Mai mult încă, această verificare nu reușește dacă calculăm reacțiunile cu ajutorul forțelor date, iar momentele cu ajutorul încărcărilor repartisate la noduri, când această repartisare nu a fost bine făcută. Se vede deci că aplicațiunea regulei date ne poate permite și verificarea repartisărei încărcărilor la noduri.

Ca exemplu de explicare acestei regule vom calcula momentele încovoetoare în punctele de aplicațiune ale forțelor indicate în alăturata figură, forțe cari acționează o grindă continuă cu două travee de câte 20 m.

Pentru calculul momentelor pe reaem și al reacțiunilor ne vom servi de teorema lui *Clapeyron*, și obținem ;

$$M_5 = 64342{,}5 \text{ kg.}$$

$$R_0 = 14182{,}875 \text{ kg.}, \; R_5 = 36034{,}250 \text{ kg.}, \; R_9 = 6782{,}875 \text{ kg.}$$

Calculul puterilor tăetoare și al momentelor încovoetoare se poate dispune acum în modul următor.

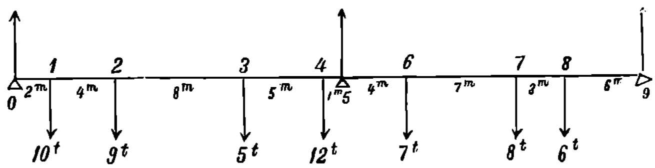

Fig. 1

Puteri tăetoare		Momente încovoetoare
		$0{,}000 = M_0$ (cunoscut)
$R_0 = P_{a\cdot 2} = +\;14182{,}875$	$\times 2 =$	$+\;28365{,}750$
$F_1 = -\;10000{,}000$		$+\;28365{,}750 = M_1$
$P_{1\cdot 2} = +\;4182{,}875$	$\times 4$	$+\;16731{,}500$
$F_2 = -\;9000{,}000$		$+\;45097{,}250 = M_2$
$P_{2\cdot 3} = -\;4817{,}125$	$\times 8$	$-\;38537{,}000$
$F_3 = -\;5000{,}000$		$+\;6560{,}950 = M_3$
$P_{3\cdot 4} = -\;9817{,}125$	$\times 5$	$-\;49085{,}625$
$F_4 = -\;12000{,}000$		$-\;42525\;375 = M_4$
$P_{4\cdot 5} = -\;21817{,}125$	$\times 1$	$-\;21817{,}125$
$R_5 = +\;36034{,}250$		$-\;64342{,}500 = M_5$ (cunoscut)
$P_{5\cdot 6} = +\;14217{,}125$	$\times 4$	$+\;56868\;500$
$F_6 = -\;7000{,}000$		$-\;7475{,}000 = M_6$
$P_{6\cdot 7} = +\;7217{,}125$	$\times 7$	$+\;50519{,}875$
$F_7 = -\;8000{,}000$		$+\;43045{,}875 = M_7$
$P_{7\cdot 8} = -\;782{,}875$	$\times 3$	$-\;2348{,}625$
$F_8 = -\;6000{,}000$		$+\;40697{,}250 = M_8$
$R_9 = -\;6782{,}875$	$\times 6$	$-\;40697{,}250$
		$0{,}000 = M_9$ (cunoscut)

Observare. Această metodă de calculare a momentelor se poate întrebuința cu succes la calculul săgeței podurilor supt acțiunea trenurilor sau carelor de încercare, căci în acest caz trebuesc calculate momentele la toate nodurile sau în toate punctele de aplicațiune ale forțelor. Ea a fost întrebuințată la calculul săgeței podurilor de pe linia București-Giurgiu.

I. Ionescu
(Inginer în Serviciul Podurilor C. F. R.)