rea $\alpha = \alpha_1$ a secțiunei de considerat după D-l Bouvier. Vom avea deci:

$$-k_0(y+\varepsilon \operatorname{tg}\alpha)^2 + [(n'+n'')\varepsilon + k\varepsilon^2 \operatorname{tg}\alpha]\operatorname{tg}\alpha_1 = 0,$$

sau:

$$(k-k_0)\varepsilon^2 \operatorname{tg}^2 a + (n'+n'') - 2k_0 y)\varepsilon \operatorname{tg} a - k_0 y^2 = 0.$$

De unde ne luând de cât rădăcina pozitivă:

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{k_0 y - \frac{n'+n''}{2} + \sqrt{kk_0 y^2 - k_0 y(n'+n'') + \left(\frac{n'+n''}{2}\right)^2}}{\varepsilon(k-k_0)}$$

valoarea $\operatorname{tg}\alpha_1$ fiind ast-fel găsită, ecuațiunea (6), sau acea ce precede, dă pentru presiunea maximum n''_1 dată de metoda D-lui Bouvier:

$$n''_1 = \frac{n'' = \frac{2k_0 y}{2}\operatorname{tg}\alpha_1 + k_0 y \operatorname{tg}^2\alpha_1}{1+\operatorname{tg}^2\alpha_1}$$

și pentru presiunea maximum corespunzătoare, ținênd seamă de teoremul stabilit mai sus:

$$(10) \qquad A_1 = \frac{n''_1}{\cos^2(i-\alpha_1)} = n_1''[1+\operatorname{tg}^2(i-\alpha_1)]$$

i fiind și aci unghiul fructului paramentului aval în punctul considerat. Ast-fel cele trei metode ale D-lor Delocre, Guillemain și Bouvier, aplicate ținênd seamă de teoremul riguros stabilit mai sus, dau respectiv pentru presiunea maximum, în punctul paramentului aval valorile:

$$A, A_2, A_1,$$

determinate prin ecuațiunile (9) și (10) în loc de:

$$n,\ n''_2;\ n''_1.$$

Din alte studii rezultă că regula trapezului este exactă, pentru un dig cu secțiunea triunghiulară dar nu este adevărată pentru digurile cu secțiunea trapez și încă și mai puțin pentru digurile obișnuite cu paramentele nu plane. Cu toate acestea exactitatea sa în digul triunghiular, pe lângă interesul ce'l dă acestei forme teoretice, dă asemenea presumpțiunea că ea nu trebue să fie prea departe de adevěr pentru formele obișnuite mai mult sau mai puțin asemenea.

Calculul resorturilor de suspensiune pentru vagoanele cailor ferate.

Buna întreținere a căilor ferate are drept resultat neutralizarea diferitelor trepidațiuni, și asigură în acelaș timp rigiditatea liniei. Diferitele lovituri cari se transmit vagoanelor în mersul unui tren, fie din causa unei întrețineri defectuoase, cu alte cuvinte când balastul nu transmite solului într'un mod uniform presiunea trenului, fie din alte cause precum mișcarea numită de șovăire (de Lacet), sau de nivelația liniei etc.; sunt combătute prin nisce organe mecanice numite *resorturi de suspensiune*. Scopul acestor organe este, așa dar, de a neutraliza aceste lovituri pe de o parte, iar pe de altă parte, ele servesc ca legătură între cadrul rigid care compune ori-ce vagon numit chassis și cutia care conține substanța lubrifiantă.

Aceste resorturi sunt formate din lame egale sau neegale, dreptunghiulare, triunghiulare, hyperbolice, parabolice sau în formă de helice.

Teoria resorturilor formate din lame a fost făcută de D-nii *Phillips* inginer de mine [1]) și *F. Redtenbacher*, directorul Școalei polytechnice din Carlsruhe [1]), însă acești autori, după părerea D-lui *A. Huberti*, inspector al căilor ferate Belge, stabilind nisce formule destul de complicate, nu au atins cu toate acestea o exactitudine matematică.

Pentru redactarea acestui articol ne-am inspirat în special de remarcabilele lecțiuni profesate la școala polytechnică din Bruxelles și la școala centrală din Lyon.

Calculul unui resort format din lame egale.

Aceste resorturi se calculează ca un solid fixat la o extremitate și suportând o greutate la cea-l'altă extremitate.

Cercetând condițiunile de equilibru interior al solidelor fixate la o extremitate, Galileu a creat acum două secole sciința resistenței de materiale. Hypotesa pe care el ș'o propunea era, în adevăr, inadmisibilă; Galileu considera fibra neutră în punc-

[1]) Annales des Mines.

[1]) Die Gesetze des Locomotivbaues 1854.

tul cel mai de jos al secţiuni, şi presupunea că tensiunile aplicate în toate punctele secţiunei considerate se compuneau într'o singură forţă aplicată în centrul de gravitate; de alt-fel hypotesa care se admite astă-ḑi satisface ecuaţiunile staticei şi prin urmare este mult mai aproape de adevărata lege a deformaţiunilor.

Să considerăm un resort format din lame egale (fig. 1); daca P este greutatea exprimată în kilograme, aplicată la extremitatea liberă a unei lame, (a) lărgimea şi (δ) înălţimea acestei lame, resistenţa acestor resorturi se determină prin formula cunoscută:

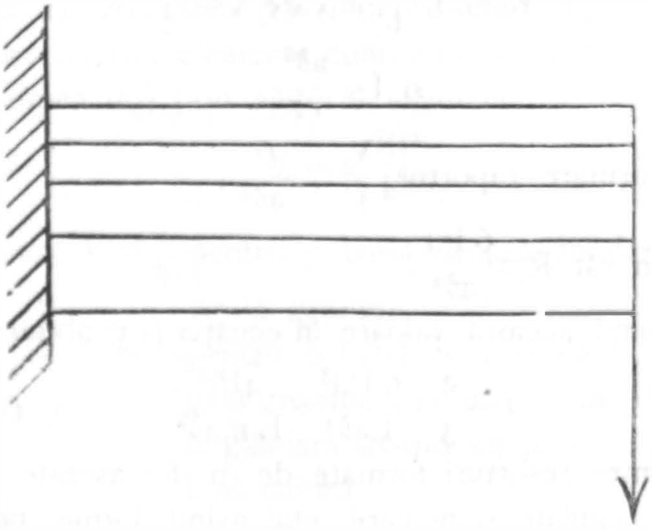

Fig. 1.

$$R=\frac{MV}{I} \quad (1) \text{ în care}$$

$$M=P.l. \quad (2)$$

pentru o lamă dreptunghiulară de lărgime (a) şi de înălţime (δ) valoarea greutăţi (P) se determină din formulele (1) şi (2). In adevĕr:

$M=\frac{RI}{V}$ înlocuind această valoare în (2) obţinem:

$$\frac{RI}{V}=P.l. \text{ în care } \frac{I}{V}=\frac{1}{6}.a\delta^2$$

prin urmare:

$$P=\frac{Ra\delta^2}{6l}. \quad (3)$$

Pentru a determina depresiunea (f) a unui resort fixat la o extremitate, să considerăm o lamă (OA) (fig 2) şi să luăm un punct (N) pe fibra neutră; porţiunea ce vom considera (NA) va fi:

$$NA=(l-x)$$

iar momentul flexibil în punctul (N) va fi exprimat prin relaţia:

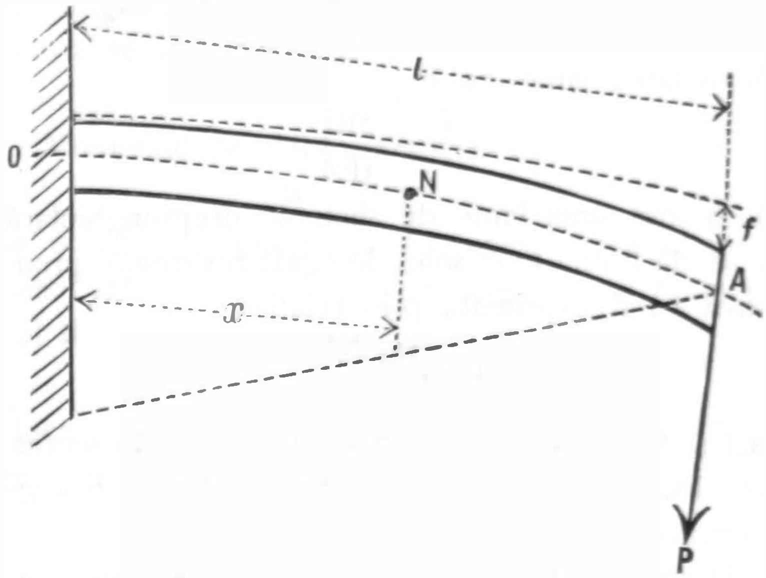

Fig. 2.

$$M=-P(l-x). \quad (4)$$

Pentru a găsi forma ce afectează fibra neutră, să considerăm ecuaţiunea diferenţială:

$$\frac{EId^2y}{dx^2}=-P(l-x)=-Plx+x \quad (5)$$

integrând această ecuaţiune vom avea:

$$EI\frac{dy}{dx}=-Plx+\frac{Px^2}{2} \quad (6)$$

ori nu vom adăoga nici o constantă, de oare-ce în punctul (o) resortul este presupus fixat într'un mod perfect, şi prin urmare în această regiune nu vom avea nici o deviaţiune a fibrei neutre; aşa dar pentru $x=o$ vom avea $\frac{dy}{dx}=o$.

Integrând din nou ecuaţiunea. (6)
Vom avea:

$$EIy=-\frac{Plx^2}{2}+\frac{Px^3}{6} \quad (7)$$

fără a adăoga nici o constantă, căci pentru $x=o$ avem $y=o$; daca în ecuaţia (7) facem $x=l$ vom obţine depresiunea (f) a lamei considerate subt acţiunea greutăţi (P):

$$EIy=\frac{1}{3}Pl^3 \text{ sau } f=\frac{Pl^3}{3EI} \quad (8)$$

această din urmă formulă a fost recunoscută ca exactă în experienţele făcute de d-nii *Barlow* şi *Dupuis*.

Inlocuind greutatea (P) şi momentul de inerţie (I) prin valorile lor respective, vom obţine expresiunea sĕgeţi (f) în funcţie de resistenţa (R) şi de înălţimea (δ) a lamei considerate.

$$(9)\qquad f=\frac{Pl^3}{3EI}=\frac{\frac{Ra\delta^2}{6l}.l^3}{3E\cdot\frac{a\delta^3}{12}}=\frac{2}{3}\frac{Rl^2}{E\delta}\ \text{iar}$$

flexivitatea lamei va fi:

$$\frac{f}{l}=\frac{2Rl}{3E\delta},$$

dacă însă unei lame de secțiune dreptunghiulară 'i se dă forma unui solid de egală resistență, greutatea va fi exprimată prin relația:

$$P=\frac{Ra_0\delta_0{}^2}{6l},$$

(a_0) și (δ_0) sunt dimensiunile considerate în secțiunea încastrată; în acest caz flexivitatea va fi augmentată.

Dacă considerăm o lamă a cărei grosime variază, vom avea:

$$\frac{a}{a_0}=\frac{l-x}{l}\quad \text{și}\quad \frac{I}{I_0}=\frac{l-x}{l},$$

prin urmare:

$$(10)\qquad EI\frac{d^2y}{dx^2}=EI_0\frac{l-x}{l}\cdot\frac{d^2y}{dx^2}=-P(l-x)\ \text{sau:}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}=-\frac{Pl}{EI_0}=c^{te}\qquad (11)$$

integrând această relație de două ori, vom obține:

$$y=-\frac{Plx^2}{2EI_0}\quad \text{și pentru}\ x=l$$

avem:

$$f=-\frac{Pl^3}{2EI_0}.\qquad (12)$$

Vom putea considera aceste lame tăiate în bande de egală lărgime paralel cu axa lor (fig. 3) și admițând că lucrurile se petrec ast-fel ca și cum am superpune (n) lame ast-fel formate pentru a constitui resorturi de (n) foi.

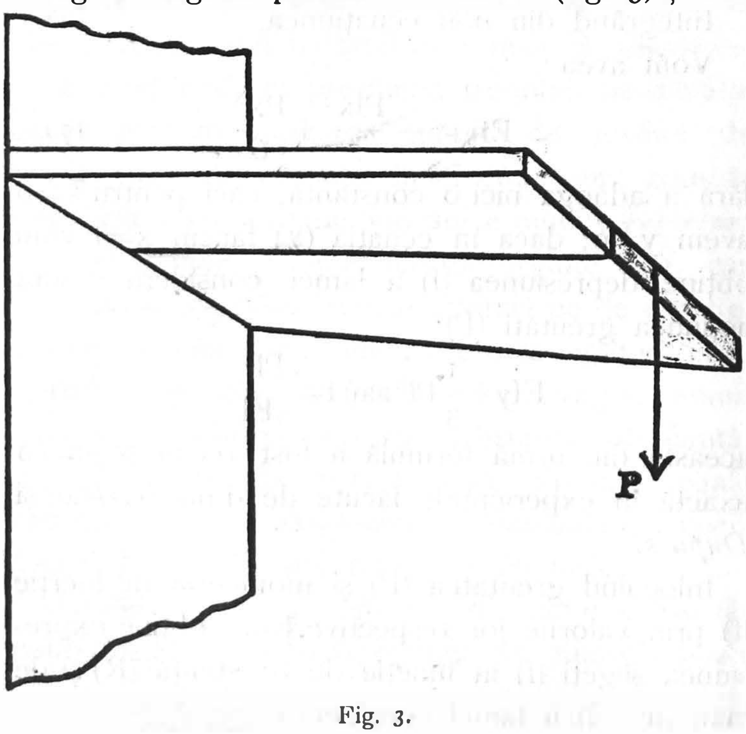

Fig. 3.

In cazul acesta va fi suficient numind (a) lărgimea redusă a foilor, de a înlocui (a) prin (na) în formulele (3) și (9); așa dar pentru resorturi de (n) lame dreptunghiulare și egale vom avea:

$$(13)\qquad P=\frac{Rna\delta^2}{6l}\ \text{și}\ f=\frac{2}{3}\frac{Rl^2}{E\delta},$$

în această din urmă formulă putem înlocui (R) în funcție de greutatea (P).

In adevěr din ecuațiunile fundamentale (1) și (2) deducem:

$$R=P.l.\frac{V}{I}\ \text{în care}\ V=\frac{\delta}{2}$$

$$\text{și}\ I=\frac{a\delta^3}{12},$$

prin urmare raportul $\frac{V}{I}=\frac{6}{a\delta^2}$,

așa în cât $R=\frac{6.P.l}{a\delta^2}$,

înlocuind această valoare în ecuația (13) obținem:

$$f=\frac{2}{3}\cdot\frac{6.P.l^3}{Ea\delta^3}=\frac{4Pl^3}{E.n.a\delta^3}.\qquad (14)$$

Pentru resorturi formate de (n) foi așezate în etaje regulate și fie-care etaj avînd forma unui solid de egală resistență vom avea:

$$P=\frac{Rna\delta^2}{6l}\ \text{și}\ f=\frac{Rl^2}{E\delta}.\qquad (14)$$

In mod general daca presupunem un resort format din (n) lame incastrate al căror lungimi l_1, l_2, l_3 . . . . . . l_i . . . . l_n variază după o lege oare-care, și daca prima lamă va fi supusă unei greutăți (P), presupunênd că fie-care foae este în contact cu precedenta sa, numai la extremitate, de aci va rezulta că o foae oare-care, aceia de rang i) spr. ex. va fi supusă la 2 forțe (fig. 4); unor

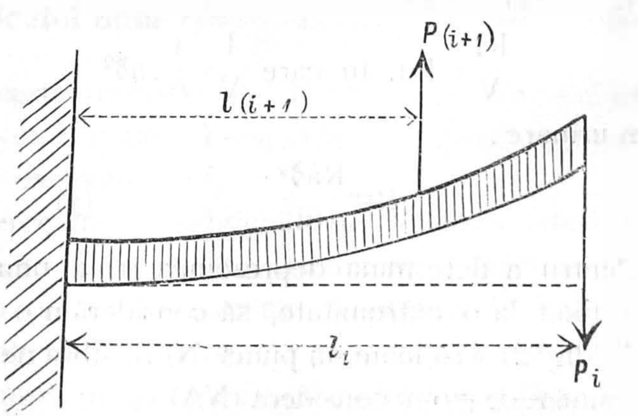

Fig. 4.

(P_i) lucrând la o distanță (l_i) de secțiunea incastrată, și alta ($P_{(i+1)}$) lucrând la o distanță $l_{(i+1)}$ în sens invers.

Lama considerată se va curba sub acțiunea momentului:

$$P_i l_i - P_{(i+1)} l_{(i+1)}$$

și daca acest moment este echivalent cu reacțiunile elastice vom avea:

$$(16)\qquad P_i l_i - P_{(i+1)} l_{(i+1)} = \frac{R_i a_i \delta_i^2}{6},$$

(a_i) și (δ_i) fiind demersurile lamei considerate, iar (R_i) este resistența acestei lame pe milimetru pătrat, considerată la secțiunea de incastrare.

De ordinar in practică se dă lungimea resortului (l), greutatea (P) și depresiunea (f), și cu ajutorul acestor elemente cunoscute, vom determina grosimea (δ_0) prin ajutorul formulei:

$$\delta_0 = k.\frac{Rl^2}{Ef},$$

in care $k = \frac{2}{3}$ pentru o lamă dreptunghiulară de egală grosime.

$k = 1$ pentru o lamă triunghiulară de egală grosime și pentru o lamă dreptunghiulară avênd ca profil o parabolă cubică.

in fine $k = \frac{4}{3}$ pentru o lamă dreptunghiulară având un profil parabolic; lărgimea (a_0) se determină prin formula:

$$a_0 = \frac{6.P.l}{R\delta_0^2}.$$

Inălțimea (δ_k) trebue să fie constantă pentru toate lamele unui aceluiași resort; in adevĕr să considerăm o foae isolată (AC) (fig. 5) a unui resort, și să determinăm momentul sĕu flexibil intr'un punct oare-care (D) situat la o distanță (x) de originea (A); este de observat că daca acest punct se găsește intru (B) și (C) vom avea:

$$l_2 < x < l.$$

Momentul flexibil in secțiunea considerată va fi:

$$M = P(l - x),$$

in punctul (c) pentru $x = l$, acest moment va fi zero, iar pentru $x = l_2$ vom avea in (B) momentul flexibil maximum:

$$M_{max} = P(l - l_2),$$

daca punctul (D) se găsește in posițiunea (AB), momentul flexibil căutat va fi:

$$M_1 = P(l - x) - P_2(l_2 - x) \text{ sau:}$$

$$M_1 = Pl - P_2 l_2 - x(P - P_2),$$

in care (P^2) reprezintă reacțiunea lamei precedente (fig. 6), pentru ($x = o$) vom avea in (A) momentul maximum:

$$M_{max} = Pl - P_2 l_2,$$

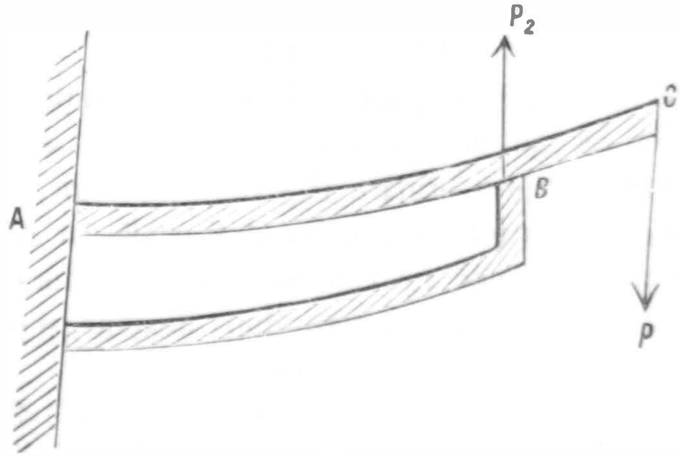

Fig. 6.

pentru o lamă de rang (k) vom avea:

$$M_k = P_k l_k - P_{k+1} - l_{k+1} - x(P_k - P_{k+1}).$$

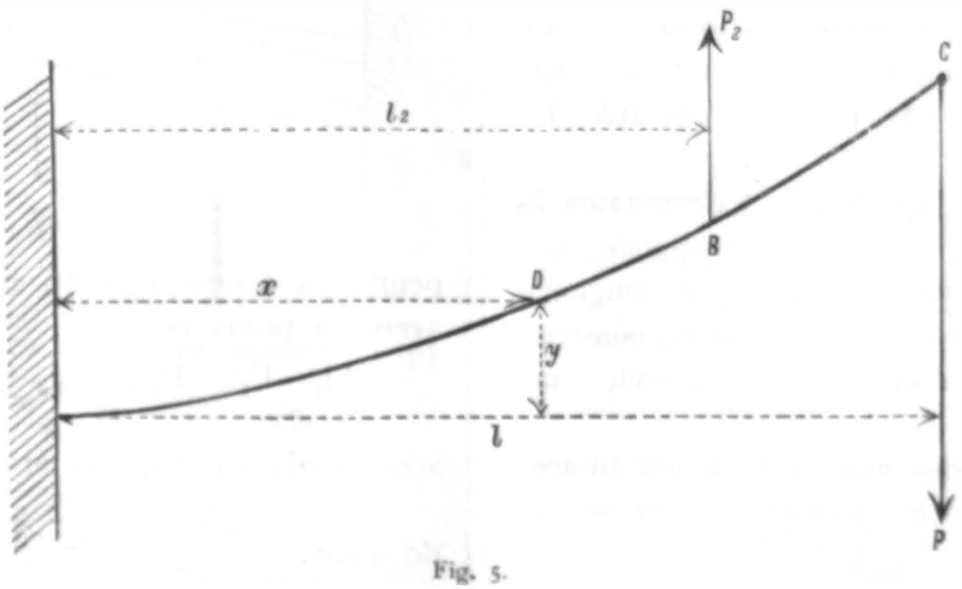

Fig. 5.

https://biblioteca-digitala.ro

Curbura razei (ρ) ce afectuează resortul încărcat, se determină după teoria flexiunei pieselor curbe. prin formula cunoscută:

$$\frac{1}{r}-\frac{1}{\rho_k}=\frac{M_k}{EI_k}, \qquad (17)$$

(ρ_k) și (r) fiind razele inițiale și finale ale fibrei neutre din formula (17) deducem:

$$\frac{1}{\rho_k}=\frac{1}{r}-\frac{M_k}{EI_k} \quad \text{sau:}$$

$$\frac{1}{\rho_k}=\frac{1}{r}-\frac{P_k l_k - P_{k+1}\, l_{k+1}}{EI_k}+\frac{x(P_k - P_{k+1})}{EI_k} \qquad (18)$$

în această relație înlocuind:

$$P_k l_k - P_{k+1}\, l_{k+1} \text{ prin } \frac{R_k a_k \delta_k^2}{6} \text{ și } l_k=\frac{a\delta_k^3}{18},$$

vom avea:

$$\frac{1}{\rho_k}=\frac{1}{r}-\frac{2R}{E\delta_k}+\frac{x(P_k - P_{k+1})}{EI_k}. \qquad (19)$$

Pentru ca (ρ_k) și prin urmare al doilea membru al acestei ecuațiuni se fie constant, ori care ar fi (x), trebue ca expresiunile:

$$\frac{1}{r}-\frac{2R}{E\delta_k} \text{ și } \frac{(P_k - P_{k+1})}{EI_k},$$

să fie constante în parte; din aceste condițiuni se deduce că curbura tutulor lamelor va fi aceiași când (δ_k) și prin urmare (I_k) va fi constant; sau când grosimea tutulor lamelor va fi egală, iar daca această condițiune nu este îndeplinită, curbura diferitelor foi nu va fi aceiași după flexiune, și prin urmare resortul va fi defectuos.

Intr'un mod general să considerăm un resort format din (n) lame de secțiune dreptunghiulară (fig. 7) satisfăcênd condițiunilor următoare:

1) Ca lamele să aibă aceiași lărgime (a), și grosimile $\delta_1\ \delta_2\ \delta_3 \ldots \delta_n$ să fie diferite.

2) Inainte sau după aplicația greutăți (P), lamele să fie drepte sau curbate în formă de arc de cerc; și în fine aceste lame să nu se atingă unele de altele de cât prin extremitățile lor (teoretic).

Fie (P_1) greutatea aplicată la extremitatea liberă a resortului; $P_2\ P_3\ P_4 \ldots P_n$ reacțiunile succesive a diferitelor lame și $l_1\ l_2\ l_3 \ldots ln$ lungimile lor; pentru ca un ast-fel de resort să fie construit convenabil, trebue să satisfacă condițiunilor următoare:

1) Ca limita de resistență să fie atinsă în același timp în toate lamele; această condiție se exprimă prin relația:

$$(20) \quad \frac{P_1 l_1 - P_2 l_2}{\delta_2^1}=\frac{P_2 l_2 - P_3 l_3}{\delta_1^2}= \ldots \frac{P_n l_n}{\delta_n^2}=\frac{Ra}{6}$$

2) Ca curburile după deformațiune să fie aceleași pentru toate lamele așa în cât două lame succesive și paralele în toată întinderea lor înainte de flexiune să fie tot ast-fel și după aplicația greutăți (P_1), și pentru ca această condiție să fie îndeplinită formula cunoscută:

$$\frac{1}{r}-\frac{1}{\rho}=\frac{M}{EI}$$

relativă la flexiunea pieselor curbe arată că $\frac{M}{I}$ trebue să fie constant pentru toate secțiunile fiecărei lame.

Daca dar considerăm în diferite lame afară de aceia de rang (n) secțiunile situate la o distanță (x) (fig. 7) de punctul (A), va trebui să avem:

$$(21) \quad \frac{P_1(l_1 - x) - P_2(l_2 - x)}{a\delta_1^3}=\frac{P_2(l_2 - x) - P_3(l_3 - x)}{a\delta_2^3}$$

$$=\frac{P(n-1)(l_{n-1} - x) - P_n(l_n - x)}{a\delta_{n-1}^3}$$

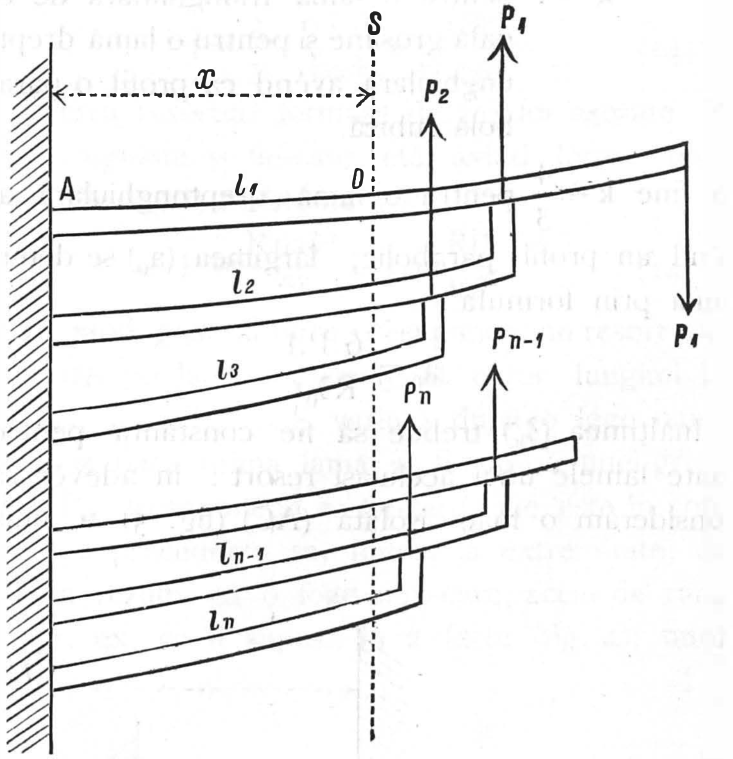

Fig. 7.

pentru ca aceste egalități să subsiste, trebue să avem ca primă condiție:

$$\frac{P_1 l_1 - P_2 l_2}{\delta_1^3}=\frac{P_2 l_2 - P_3 l_3}{\delta_2^3}=\frac{P_{n-1} l_{n-1} - P_n l_n}{\delta_{n-1}^3} \qquad (22)$$

această relație comparată cu ecuația (20) ne va da:

$$\delta_1=\delta_2=\ldots\ldots=\delta_{n-1} \qquad (23)$$

de unde:

$$P_1l_1-P_2l_2=P_2l_2-P_3l_3=\ldots\ldots=P_{n-1}l_{n-1}-P_nl_n$$
$$=\frac{Ra\delta^2}{6} \qquad (24)$$

a 2-a condiţie este exprimată prin relaţia:

(25) $P_1-P_2=P_3=\ldots\ldots=P_{n-1}-P_n=K$ constant.

Adiţionând între ele cele $(k-1)$ d'intâiu ecuaţiuni din relaţia (24) vom obţine:

$$P_1l_1-P_kl_k=(K-1)\frac{Ra\delta_2^1}{6} \qquad (26)$$

de asemenea din ecuaţia (25) vom avea:

$$P_1-P_k=(K-1)p. \qquad (27)$$

din relaţiile (27) şi (27) putem obţine valoarea lungimei (l_k), eliminând (P_k) intre aceste douĕ ecuaţiuni.

In adevĕr din (27) avem:

$$P_k=P_1-(K-1)p \qquad (28)$$

inlocuind această valoare cu relaţia (26) şi punând (l_1) in evidenţă la numĕrător, obţinem:

$$[P_1-(K-1)p]l_k=(K-1)\frac{Ra\delta_1^2}{6}-P_1l_1 \text{ sau}$$

$$l_k=l_1\left[\frac{P_1-(K-1)\frac{Ra\delta_1^2}{6l_1}}{P_1-(K-1)p}\right]. \qquad (29)$$

in această expresie cea mai mare valoare de (p) este $\frac{Ra\delta_1^2}{6l_1}$ prin urmare vom putea scrie:

$$p=\lambda\cdot\frac{Ra\delta_1^2}{6l_1}$$

(λ) fiind un coeficient oscilând între zero şi unitatea; in acest cas formula (29) devine:

$$l_k=l_1\left[\frac{P_1-(K-1)\frac{Ra\delta_1^2}{6l_1}}{P_1-(K-1)\lambda\frac{Ra\delta_1^2}{6l_1}}\right] \qquad (30)$$

Expresiunea lucruluĭ elastic al unui resort dreptunghiular şi determinarea depresiuni (f).

Considerăm o lamă (AB) (fig. 8) in poziţia sa iniţială şi finală fie (ρ) şi (r) razele lamei in cele douĕ poziţiuni; depresiunea (f)

$$f=F_0-F_1$$

se determină considerând ecuaţia diferenţială:

$y''=\frac{1}{\rho}$ (31) pe de altă parte

$$M=EI\frac{1}{r}-\frac{1}{\rho} \qquad \text{sau}$$

$$\frac{1}{\rho}=-\frac{M}{EI}+\frac{1}{r} \qquad (32)$$

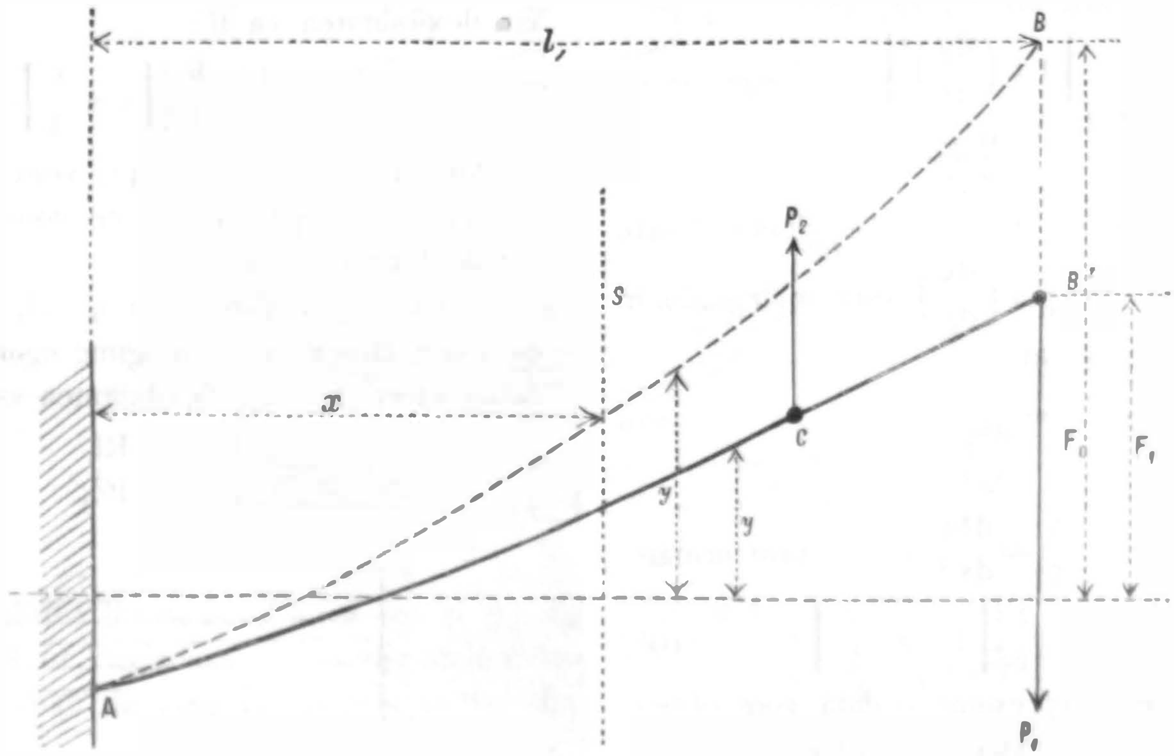

Fig. 8.

pentru o secţiune (S) vom avea pentru expresiunea momentului:

$$M=P_1(l_1-x)-P_2(l_2-x) \qquad (33)$$

prin urmare:

$$EI\frac{1}{\rho}-\frac{1}{r}=P_1l_1-P_2l_2-(P_1-P_2)x \qquad (34)$$

condiţiunea de resistenţă este:

$$R=\frac{M_{max.}V}{I}=\frac{6M_{max.}}{a\delta^2}$$

https://biblioteca-digitala.ro

prin urmare înlocuind în (34)

$(P_1l_1-P_2l_2)$ și $P_1-P_2)$

prin valorile lor respective:

$$El\left(\frac{1}{\rho}-\frac{1}{r}\right)=\frac{Ra\delta_1^2}{6}-\frac{\lambda Ra\delta_1^2}{6l}.x \qquad (35)$$

sau:

$$\frac{1}{\rho}-\frac{1}{r}=\frac{1}{EI}.\frac{Ra\delta_1^2}{6}-\lambda.\frac{Ra\delta_1^2}{6l}.x.\frac{EI}{1} \qquad (36)$$

în care: $I=\frac{a\delta^3}{12}$ prin urmare:

$$\frac{1}{\rho}-\frac{1}{r}=\frac{Ra\delta_1^2}{6E\frac{a\delta^3}{12}}-x.\frac{\lambda Ra\delta_1^2}{6l\frac{a\delta_1^3}{12}} \qquad (37)$$

făcând toate reducerile posibile vom avea:

$$\frac{1}{\rho}-\frac{1}{r}=\frac{2R}{E\delta}-\frac{2x\lambda R}{lE\delta} \qquad (38)$$

punând $\frac{2R}{E\delta}$ în evidență obținem:

$$\frac{1}{\rho}-\frac{1}{r}=\frac{2R}{E\delta}\left[1-x.\frac{\lambda}{l_1}\right] \qquad (39)$$

sa scie că raza de curbură exprimată în coordonate dreptunghiulare are ca expresie:

$$\rho=\frac{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

însă presupunênd că fibra medie diferă foarte puțin de o linie dreaptă $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ este niglegeabil în presența unității; așa dar:

$$\rho=\frac{1}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

sau

$$\frac{1}{\rho}=\frac{d^2y}{dx^2}$$

prin urmare:

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{1}{r}-\frac{2R}{E\delta}\left[1-x.\frac{\lambda}{l_1}\right] \qquad (40)$$

integrând această expresiune o dată vom obține:

$$\frac{dy}{dx}=\frac{x}{r}-\frac{2R}{E\delta}\left[x-\lambda.\frac{x^2}{l^2}\right] \qquad (41)$$

integrând încă o dată avem:

$$y=\frac{x^2}{2r}-\frac{2S}{E\delta}\left[\frac{x^2}{2}-\lambda.\frac{x^3}{3l_1}\right] \qquad (42)$$

sau:

$$y=\frac{x^2}{2r}-\frac{R}{E\delta}\left[x^2-\lambda.\frac{x^3}{3l_1}\right] \qquad (43)$$

de unde:

$$y=\frac{x^2}{2r}-\frac{Rx^2}{E\delta}\left[1-\lambda\frac{x}{3l_1}\right] \qquad (44)$$

făcând $x=l_1$ vom avea:

$$F_1=l_1^2\left(\frac{1}{2r}-\frac{R}{E\delta}\right)\left[1-\frac{\lambda}{3}\right] \qquad (45)$$

termenul $\frac{l_1^2}{2r}$ este sensibil egal cu ordonata la extremitatea lamei înainte de deformațiune; prin urmare:

$$y''=\frac{1}{r}$$

integrând de 2 ori obținem:

$$y'=\frac{x}{r} \text{ și } y''=\frac{x^2}{2r}$$

la extremitatea lamei vom avea:

$F_0=\frac{l_1^2}{2r}$ prin urmare vom avea pentru expresiunea depresiunei:

$$f=F_0-F_1=\frac{l_1^2}{2r}-\frac{l^2}{2r}+\frac{Rl_1^2}{E\delta}\left[1-\frac{\lambda}{2}\right] \qquad (46)$$

în definitiv:

$$f=\frac{Rl_1^2}{E\delta_1}\left[1-\frac{\lambda}{3}\right], \qquad (47)$$

iar flexibilitatea va fi:

$$\frac{f}{l_1}=\frac{R.l}{E\delta}\left[1-\frac{\lambda}{3}\right]. \qquad (48)$$

Din formulele (30) și (48) vom obține 3 feluri de resorturi după valorile ce vom atribui lui (λ) oscilând între (0) și (1).

Pentru $\lambda=1$ vom avea $l_k=l_1$ cu alte cuvinte că toate lamele au o lungime egală și suportă același efort (fig. 9); flexibilitatea va fi:

$$\frac{f}{l}=\frac{2}{3}\frac{Rl_1}{E\delta_1},$$

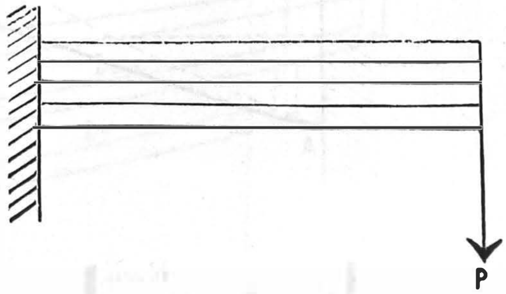

Fig. 9.

un ast-fel de resort se numește dreptunghiular.

Pentru $\lambda=0$ vom avea:

$$l_1-l_k=\frac{(k-1)Ra\delta_1^2}{6P1}, \qquad (49)$$

cu alte cuvinte extremitățile lamelor se găsesc pe o dreaptă înclinată prin raport cu linia de încastrare (fig. 10); pe de altă parte: $P_1 = P_2 = P_3 = - = P_k$ cu alte cuvinte diferitele lame sunt supuse la un cuplu; in consecință curba ce conservă intre ele aceste lame între punctul de incastrare și punctul de aplicație al reacțiunei lamei inferioare, este un arc de cerc; in acest caz daca lamele se subțiază către extremități, avênd drept profit o parabolă cubică (fig. 10); flexibilitatea va fi:

$$\frac{f}{l} = \frac{Rl_1}{E\lambda_1},$$

acest gen de resort se numește trapezoidal.

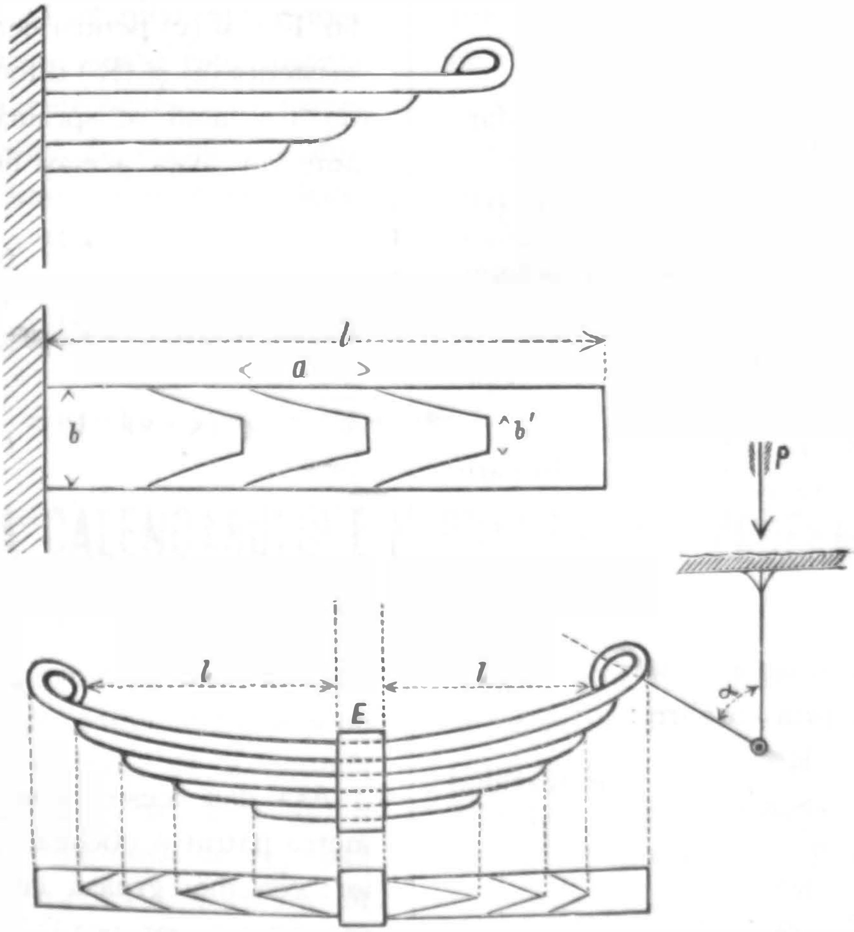

Fig. 10.

In fine pentru (λ) oscilând între (o) și (1), (l_k) și (k) pot să fie considerate ca ordonatele extremități unei lame de rang (k) și prin urmare formula afară că aceste extremități se găsesc pe un arc de *hyperbolă* și pentru acest motiv un ast-fel de resort se numește *hyperbolic* (fig. 11. Expresiunea generală a acțiunei elastice este exprimată prin relația:

$$T = \int P.df, \qquad (50)$$

pe de altă parte un resort suportând o greutate (P), depresiunea (f) este proporțională cu (P) prin urmare:

$$f = k.P. \text{ sau } k = \frac{f}{P} \text{ inlocuind}$$

vom avea:

$$T = \frac{1}{k} \cdot \int f\, d\, f = \frac{1}{k} \cdot \frac{f^2}{2} = \frac{Pf}{2} \text{ sau:}$$

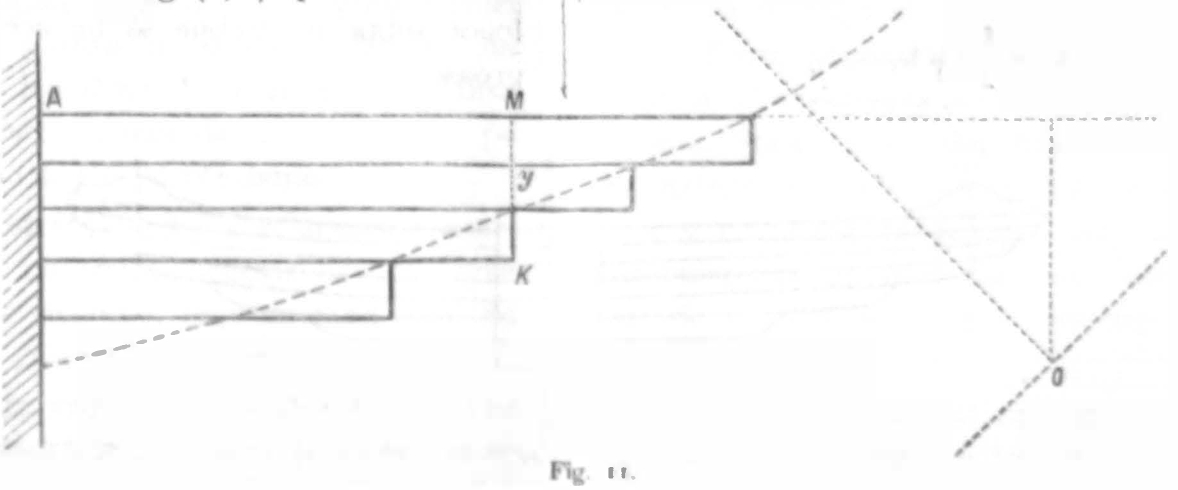

Fig. 11.

https://biblioteca-digitala.ro

$$T=\frac{Pf}{2}, \qquad (51)$$

daca considerăm un resort dreptunghiular vom avea :

$$f_1=\frac{2}{3}\cdot\frac{Rl_1^2}{E\delta},$$ iar acțiunea va fi:

$$T=\frac{P_1 Rl_1^2}{3E\delta}. \qquad (52)$$

Expresiunea momentului maximum va fi:

$$M_{max}=P_1 l^1-P_2 l_2=\ldots P_n l_n=\frac{P_1 l_1}{n}$$ și

condițiunea de resistență:

$$R=\frac{MV}{I} \text{ sau } R=\frac{P_1 l_1}{n}\cdot\frac{V}{I},$$

în care: $$\frac{V}{I}=\frac{6}{a\delta^2}.$$ așa dar:

$$P_1 l_1=\frac{n.R.a\delta^2}{6}, \qquad (53)$$

înlocuind această valoare în expresiunea acțiunei elastice, obținem:

$$T=\frac{P.l_1 n.R.a\delta^2}{18.E.\delta},$$ sau:

(54) $$T=\frac{R^2.n.l_1.a.\delta}{18.E}$$ în care:

(n) este numĕrul lame;

(c) = lărgimea și

δ = grosimea lamei;

în această din urmă expresiune $n.l_1.a.\delta$ = representă volumul resortului prin urmare:

$$T=V.\frac{R^2}{18.E},$$ iar travaliul

pe unitate de volum va fi:

$$T=\frac{R^2}{18E}.$$

Pentru un resort format de o lamă unică, va fi avantajos de a da aceștia forma unui solid de egală resistență; în adevĕr pentru un resort triunghiular volumul este:

$$V'=\frac{1}{2}\,l.b\,h,$$

pentru un resort dreptunghiular a cărei grosime descrește ca ordonatele unei parabole vom avea:

$$V''=\frac{3}{4}\,l.\,b.\,h,$$

așa dar cel d'intâiu este de 33°/₀ mai avantajos; când însă un resort este format din lame așezate în etage, cea d'intâiu foae (la maîtresse feuille) nu trebue să aibă o grosime prea mare.

In adevĕr, să presupunem 2 foi de aceiași lungime (l) și de aceiași lărgime (b), însă de grosimi diferite (h) și (h′); subt acțiunea greutăți (P) ce aceste lame repartisează între ele. (x) pentru cea din I-iu și (y) pentru cea de a 2-a, ele vor încerca resistența (a) și (R′) diferite, însă prin faptul cu cea din 1-a lamă se sprijină de cea de a 2-a aceste lame vor avea aceiași flexiune (f). Vom avea dar:

$$x.l=\frac{1}{6}.R.b.h^2$$

$$y.l=\frac{1}{6}.R'.b.h'^2$$ de unde:

$$(x+y)l=Pl=\frac{1}{6}\,b.(Rh^2+R'h'^2)$$ sau

$$f=\frac{2}{3}\,\frac{R'l^2}{Eh}$$ și

$$f=\frac{2}{3}\,\frac{R'l^2}{Eh'}$$ de unde:

$$\frac{R}{h}=\frac{R'}{h'}$$

Așa dar aceste douĕ foi vor suporta pe milimetru pătrat o oboseală proporțională cu grosimile lor; cea mai groasă lamă se va rupe tot-d'a-una cea din 1-a, iar cea-l'altă foae se va rupe forțat după cea din 1-iu; pentru acest motiv resortul de locomotiv (fig. 12) cele trei d'intâiu foi au o grosime de 6,7 milimetri, pe când cele-l'alte au 10 milimetri, în acest caz este de notat că curbura foilor subțiri nu trebue să fie aceiași cu al foilor groase.

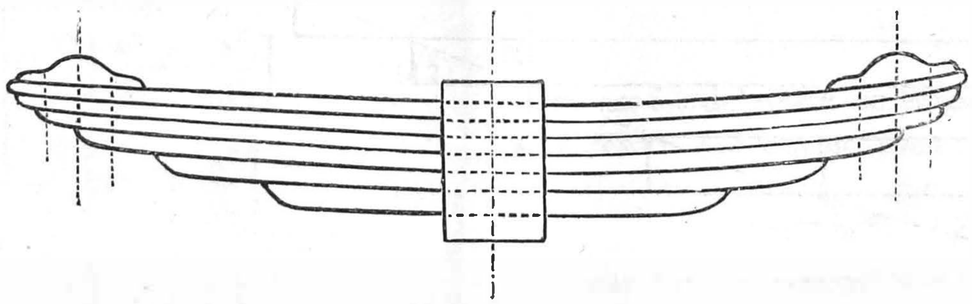

Fig. 12.

https://biblioteca-digitala.ro

In practică se intrebuinţează pentru fabricarea resorturilor de vagon sau locomotive, oţelul; iar cauciucul vulcanisat sau sulfurat se intrebuinţează ca materie de resorturi pentru tampoane; în general acestor tampoane li se dă forma de discuri superpuse, separate între ele prin plăci metalice

Inginerul Belgian *A Stevart* [1]) a făcut asupra cauciucului o serie de experienţe foarte importante din punctul de vedere al resistenţei. Experienţele făcute pentru compresiune şi estensiune, au confirmat că cauciucul, ori-care ar fi genul de forţă la care ar fi supus, nu'şi schimbă intr'un mod sensibil volumul sěu, cu alte cuvinte este aproape incompresibil. Cercetările făcute pentru extensiune au dat ca resultat un modul de elasticitate egal 0,084, iar pentru compresiune D-l Stevart a dedus formula:

$$\frac{1}{1-\lambda} = \sqrt{a l^{\prime} + 2}$$ în care

(a) este un coeficient, care poate să aibă în fie-care cas o valoare diferită :

(a = 0,96; a = 1,15).

In practică s'a observat adesea-ori că resorturile în cauciuc, pierd foarte repede elasticitatea lor, şi se transformă într'o masă tare şi uşor de spart; insă rezultatele obţinute cu ocazia noilor instalaţiuni executate cu multă ingrijire, au permis de a conchide că acest inconvenient se produce numai atunci, când discurile in timpul deformaţiuni lor, sunt expuse la frecări de alunecare.

Pentru a evita aceste frecări, trebue ca plăcile metalice care separă diferitele rondele, să fie mai mari de cât cauciucul, pentru a evita ori-ce fel de frecare al cauciucului de corpurile dure.

G. H. Vartanovici
Inginer.

[1]) Résultats d'expérience sur l'élasticité du caoutchouc vulcanisé.

INDREPTAREA CALENDARULUI DIN PUNCTUL DE VEDERE ECONOMIC

Relaţiunile internaţionale cresc în mod evident cu desvoltarea mijloacelor de comunicaţiune şi nu trebue să fim profeţi spre a spune că Economia noastră naţională ar câştiga negreşit dacă am fi în stare să stabilim o linie maritimă de regulată şi repede comunicare cu America sau cu un alt continent.

Astăzi, mai mult de cât ori când, trebue nu numai să intreţinem relaţiuni internaţionale, dar să căutăm prin toate mijloacele a lărgi cât mai mult aceste relaţiuni. Astăzi, când zidul Chinei este în ajun de a intra în istoria trecutului, nu mai este permis României de a ascepta la dânsa acasă muşterii. Noi suntem datori să căutăm pe aceşti muşterii în toate părţile lumei.

Din causa creşterei ḑilnice a relaţiunilor internaţionale este şi natural şi necesar ca obiceiurile popoarelor să se schimbe, imprumutând unul de la altul ceia ce găseşte mai bun.

Din punctul de vedere comercial este nevoe ca *mărimile* sau cantităţile, *valoarea* şi *timpul* să se măsoare pretutindeni cu aceleaşi unităţi

Este atât de adevěrat că toate popoarele civilisate au simţit în mod absolut necesitatea unificărei acestor unităţi, in cât s'a căutat şi se caută încă prin toate mijloacele, şi in special prin întruniri internaţionale, să se ajungă la resultatul voit

Ast-fel prin lucrările foarte însemnate ale Comitetului internaţional de Măsuri şi Greutăţi, intre membrii căruia şi România işi are delegatul sěu s'a ajuns ca măsurile metrice să fie cunoscute pretutindeni şi nu este departe ziua în care sistemu metric va fi singurul întrebuinţat în toate părţile lumei. Toate popoarele civilisate din lume au aderat la *Convenţiunea metrului*. Englitera, Rusia, Japonia, Statele-Unite din America, fără a vorbi se înţelege, de cele-l'alte multe popoare din Europa şi cele-l'alte continente care, ca şi România, întrebuinţează de mult sistemul metric, sunt pe cale de a pune în practica curentă această sistemă de măsuri.

Câtă înlesnire care nu se va aduce comerciului prin această unificare a măsurilor care servesc pentru predarea sau primirea mărfurilor?

https://biblioteca-digitala.ro