

## Studiu asupra unor erori de nivelment

În numărul 6 al Buletinului Societății Polytechnice din anul 1899 am vorbit în mod general despre modul de corectare al erorilor provenind din ținerea mirei și am dat și modul de corecțiune sau mai bine metoda de a face citirile fără a face erori mai mari de  $0^m.001$  cu o miră de  $0^m.10$  lățime și  $0^m.04$  grosime.

Această miră este foarte apropiată de acelea cari se întilnesc de ordinar în practică, astfel că regula pentru facerea citirilor pe mira în chestiune e aplicabilă aproximativ mirelor ce se întilnesc de ordinar.

Regula pentru facerea citirilor e însă generală, de oare-ce și studiul făcut e general.

În adevăr pentru a face citirile pe miră, fără erori mai mari de  $0^m.001$ , am împărțit mira în trei părți: Partea de la piciorul mirei (până la 0.85 în mira studiată), partea de la mijloc (de la cota 0.85 la 2.14 în aceeași miră) și partea superioară.

*În partea întâia nu se face citiri, în a doua se citește pe marginea mirei aplecată mai spre pământ și în partea a treia se citește aproximativ pe axul mirei.*

Devierea laterală ce poate lua mira când citim pe partea superioară a ei este egală cu lățimea mirei la înălțimea razei vizuale. Când citim însă pe partea de mijloc a mirei devierea transversală cea mai mare (egală aproximativ cu jumătate din lățimea mirei, pentru mira noastră) ce poate lua mira fără ca eroarea să fie mai mică de cât  $0.001$ , o vom afla-o cu ajutorul formulei care dă eroarea în acest caz adică:  $c(1 - \cos \alpha)$ .

Să exprimăm că această expresie e mai mică ca  $0.001$ .

$$c(1 - \cos \alpha) < 0.001,$$

$$\text{sau } \cos \alpha > 1 - \frac{0.001}{c},$$

ridicând la patrat și înlocuind  $\cos \alpha$  în funcțiune de  $\sin \alpha$ , avem:

$$(21) \quad \sin^2 \alpha < \frac{0.002}{c} - \frac{0.001^2}{c^2}.$$

Dacă numim  $\beta$  cantitatea cu care deviază mira la nivelul razei vizuale, atunci avem:

$$\sin \alpha = \frac{\beta}{c}.$$

Dacă înlocuim  $\sin \alpha$  cu valoarea sa în inegalitatea (21) avem după ce facem reducerile:

$$\beta < \sqrt{0.001(2c - 0.001)},$$

sau neglijând  $0.001$  față de  $2c$ :

$$(22) \quad \beta < \sqrt{0.002c}.$$

Prin urmare la fie care cotă  $c$  va corespunde o deviere maximă admisibilă  $\beta$ .

Dacă însă vom face ca devierea să nu fie mai mare ca cea corespunzătoare celei mai mici din cotele ce se pot citi pe partea mijlocie a mirei, adică ca cea mai mică dintre devierile date de formula (22) pentru acea parte a mirei, atunci vom ști că devierea în chestiune este admisibilă, pentru ori-care din acele citiri și că eroarea ce se face la citire e mai mică ca  $0^m.001$ .

Pentru a căpăta pe acea deviere minimă, vom înlocui în formula (22) pe  $c$  prin valoarea sa cea mai mică din partea mijlocie a mirei adică prin  $c$  dat de formula (10) în care se exprimă că eroarea e mai mică de cât  $0^m.001$ :

$$(23) \quad \frac{1.0433}{2c} b'^2 < 0.001,$$

găsim  $c > 521,7 b'^2$ .

Înlocuind în (22) avem:

$$\beta < 1.02 b' \text{ sau foarte aproximativ } \beta < b'.$$

Prin urmare putem spune cu multă aproxima-

ție că: *Devierea laterală cea mai mare admisibilă la nivelul razei vizuale când citim cotele pe partea mijlocie a mirei e egală cu grosimea mirei.*

Punctele de diviziune ale mirei în trei părți sînt date de formula (23) pentru punctul de diviziune între partea inferioară și mijlocie a mirei și de formula :

$$\frac{1.0434}{2c} (b^2 + b'^2) < 0.001,$$

(exprimînd că eroarea respectivă e mai mică de cît 0<sup>m</sup>.001) pentru punctul de diviziune între partea mijlocie și cea superioară a mirei, în cari formule schimbăm semnul < prin egal.

Vom întocmi un tablou în care vom calcula aceste puncte de diviziune pentru diferite mire.

Dacă voim a găsi cotele limite pentru dimensiuni coprinse între dimensiunile din tablou, acele cote se pot afla prin interpolare.

Observăm că diferențele între cotele corespunzătoare din două linii orizontale sau verticale sînt aceleași ; prin urmare, dacă dimensiunile mirei trecute în tablou diferă de cantități egale, atunci cunoscînd numerele unei linii și un număr din altă linie putem afla prin simple adunări ale numerilor liniei cunoscute cu aceeași cantitate pe numerele din a doua linie.

Prin urmare cu ajutorul tabloului de mai sus care dă punctele de diviziune ale mirei, și cunoscînd devierile transversale minime admisibile ale mirelor precum și regulele de mai sus se va putea înlătura erorile mai mari de 0.001 provenite din cauza modului de a ține mira.

### Cotele între cari se află coprinsă partea mijlocie a mirei

COTELE SUPERIOARE								Cotele inferioare
Grosimea mirei	LĂȚIMEA MIREI							
	0.04	0.06	0.08	0.10	0.12	0.14	0.16	
0.01	0.26	0.52	0.89	1.36	1.93	2.61	3.39	0.05
0.02	0.42	0.68	1.05	1.52	2.09	2.77	3.55	0.21
0.03	0.68	0.94	1.31	1.78	2.35	3.03	3.81	0.47
0.04	1.04	1.30	1.67	2.14	2.71	3.39	4.17	0.83
0.05	1.51	1.77	2.14	2.61	3.18	3.86	4.64	1.30
0.06	2.09	2.35	2.72	3.19	3.76	4.44	5.22	1.88
0.07	2.76	3.02	3.39	3.86	4.43	5.11	5.89	2.56

O. Alexandrini