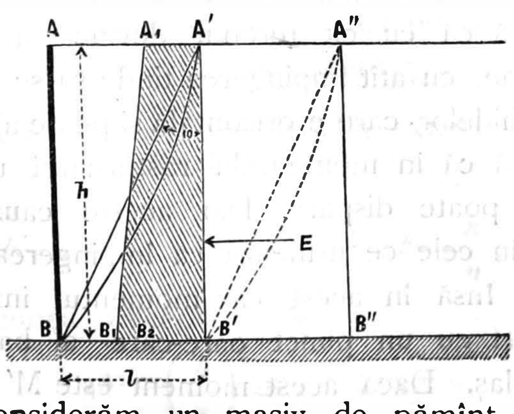
TEORIA RAȚIONALA A ZIDURILOR DE SPRIJIN

D-l *R. Iszkowski,* Consilier ministerial în Austria, a dat o nouă teorie pentru zidurile de sprijin, căreia i s'a dat numele de teoria rațională, din cauză că printr'insa nu se caută de cît a se înlocui o stare de echilibru prin alta echivalentă ei, fără a ne ocupa de valoarea și natura împingerii pămîntului care, prin urmare, poate să rămie cu totul necunoscută. Această teorie este descrisă în o broșură pe care autorul a trimes'o D-lui Inspector General *A. Saligny*, și de care mă voiu servi pentru descrierea modului de calcul la care conduce acea teorie. După aceia voiu căuta a stabili pe cale analitică care este siguranța ce prezintă această metodă față de cea obișnuită, evitînd ast-fel de a reproduce aci epurele pe care d-l Inginer *I. Staňek* le a construit în scop de a arăta că metoda dată de d-l *R. Iszkowski* satisface cu prisos cerințelor vechii teorii, care nu a răușit pînă acuma să facă să dispară întrebuințarea formulelor empirice, care conduc încă une-ori la consecințe neplăcute din cauză că nu țin seamă de natura terenului și a zidurilor.



Să considerăm un masiv de pămînt sprijinit de un perete vertical AB. Să limităm acest masiv prin două plane verticale, perpendiculare pe planul AB și depărtate cu 1 m. Să reprezentăm pe figură secțiunea dusă pe la jumătatea distanței dintre acele două plane. Dacă am ridica repede peretele AB, atunci o parte din pămînt se va surpa după o suprafață curbă A'B, pe care, pentru simplificare, o vom înlocui cu planul A'B, perpendicular pe planul figurei. Unghiul ω, pe care 'l face acest plan cu verticala se numește *unghiul de rupere*; el era considerat în teoriile vechi ca egal cu $45^0 - {}^1/_2\rho$, în care ρ este unghiul taluzului natural. Experiența a arătat că aceasta nu are loc, iar *Skibinski,* bazindu-se pe noile cercetări făcute în această privință, a stabilit relațiunea:

$$\cot g\omega + tg(\omega + \varepsilon) = tg(\omega + \rho),$$

care leagă pe ω cu ρ și cu ε, unghiul pe care 'l face suprafața terenului cu orizontul. Dacă se presupune ε = o, și se rezolvă ecuațiunea în raport cu tgω găsim:

$$tg\,\omega = \sqrt[3]{\frac{1}{2}\cot g\rho + \sqrt{\frac{1}{4}\cot g^2\rho + \frac{8}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}\cot g\rho + \sqrt{\frac{1}{4}\cot g^2\rho + \frac{8}{27}}}$$

Rezultatele ce se obțin cu această formulă se apropie de cele găsite prin experiență și de aceia le vom admite in calculele zidurilor de sprijin. Tabloul următor dă valorile lui ω pentru diferite feluri de terenuri și pentru diferite înclinațiuni ale suprafeței terenului.

Materialele de sprijinit	Den-itatea in tone pe m. c γ	Unghiul taluzului natural ρ	Unghiul de rupere ω, calculat după formula lui *Skibinski*								
			Terenul orizontal	Terenuri inclinate							
			$\varepsilon = 0°$	$\varepsilon = 5°$	$\varepsilon = 10°$	$\varepsilon = 15°$	$\varepsilon = 20°$	$\varepsilon = 25°$	$\varepsilon = 30°$	$\varepsilon = 35°$	$\varepsilon = 40°$
Pămînt mocirlos, umed	1,90	17°0'	46°28'	48°59 1/2'	52°39'	59°47'	—	—	—	—	—
» » , uscat	1,46	40°0'	27°39'	28°18 1/2'	29°3'	29°55'	30°58 1/2'	32°20'	34°14'	37°20 1/2'	—
Argilă, umedă	1,95	17°0'	46°28'	48°59 1/2'	52°39'	59°47'	—	—	—	—	—
» , uscată	1,55	45°0'	24°23 1/2'	24°53'	25°26'	26°4'	26°48 1/2'	27°44'	28°55 1/2'	30°36'	33°23 1/2'
Nisip sau petriș, umed	1,80	24°0'	39°49'	41°25 1/2'	43°25'	46°12'	50°50 1/2'	—	—	—	—
» » » , uscat	1,40	32°0'	33°20 1/2'	34°21'	35°32 1/2'	37°1'	38°58'	41°51 1/2'	47°40'	—	—
Teren vegetal, umed	1,65	27°0'	37°16 1/2'	38°36'	40°14'	42°23'	45°32'	51°48'	—	—	—
» » , uscat	1,50	30°0'	34°52'	36°0'	37°21'	39°3'	41°22 1/2'	45°6 1/2'	—	—	—
Petriș mare	1,62	38°0'	29°1'	29°44 1/2'	30°34 1/2'	31°34'	32°47'	34°23 1/2'	36°45'	41°5'	—
Pămînt consistent	1,60	38°0'	29°1'	29°44 1/2'	30°34 1/2'	31°34'	32°47'	34°23 1/2'	36°45'	41°5'	—
Pămînturi grele	1,70	40°0'	27°39'	28°18 1/2'	29°3'	29°55'	30°58 1/2'	32°20'	34°14'	37°20 1/2'	—

Să ducem acum prin punctul A' planul vertical A'B'. Dacă prisma de pămînt A'BB' nu ar exista, atunci ar trebui să punem un perete vertical după A'B', pentru a impedeca ca o nouă prismă A'A''B' (egală cu prisma AA'B) să nu se poată surpa. De aci rezultă că prisma A'BB' oprește căderea unei prisme A'A''B' după cum peretele AB oprea căderea prismei A'BB'. Dacă acum în locul prismei A'BB' formată din pămînt ne inchipuim o prismă de aceleași dimensiuni și de aceiaș densitate, însă compusă din o materie compactă, iar nu din pămînt, care se poate desagrega, atunci este evident că prisma A'BB' va fi *a fortiori* suficientă pentru a impedeca căderea prismei A'A''B', cădere care nu se poate produce de cît prin răsturnarea prismei A'BB' in jurul muchii B. Pentru că această răsturnare nu se poate produce, rezultă că momentul impingerii pămîntului în raport cu punctul B este mai mic ca momentul greutăței prismei A'BB' in raport cu acelaș punct B. Insă dacă γ este densitatea pămîntului, momentul greutăței prismei A'BB' in raport cu B este: aria $A'BB' \times 1 \times \gamma \times \frac{2}{3} BB'$. Dacă insemnăm cu l depărtarea planelor AB,A'B', cu h inălțimea terenului care trebue sprijinit atunci aria $A'BB' = \frac{lh}{2}$, $BB' = l$, iar expresiunea momentului devine $\frac{1}{3}\gamma l^2 h$. Dar triunghiul A'BB' ne dă: $l = h\,\mathrm{tg}\,\omega$, ast-fel că dacă insemnăm cu M momentul considerat avem: $M = \frac{1}{3}\gamma h^3 \mathrm{tg}^2\omega$.

Fie E împingerea pămîntului. Nu ne vom ocupa aci de mărimea și de punctul de aplicațiune al împingerii, de oare-ce nu ne sînt necesare în calculul zidurilor de sprijin; rămîne însă să fixăm numai direcțiunea ei. In această privință părerile sînt împărțite: unii admit că impingerea face cu normala la zid un unghiu egal cu unghiul de frecare al pămîntului pe zid; alții admit că de zid se lipește un strat de pămînt ast-fel in cît unghiul impingerii cu normala la zid e egal cu unghiul taluzului natural; alții în fine, între care și *Rankine*, admit împingerea orizontală. Această din urmă poteză este cea mai rațională, pe de o parte din cauză că cu cît terenul devine mai umed prin ploae, cu atît împingerea tinde să se apropie, de a lichidelor care e orizontală și pe de altă parte din cauză că în momentulul răsturnărei unui zid frecarea poate dispare. Din aceste cauze vom admite în cele ce urmează că împingerea e orizontală. Insă în acest caz momentul impingerii în raport cu un punct oare-care al bazei BB' este acelaș. Dacă acest moment este M' avem :

evident $M' \leqslant M$, din cauză că prisma $A'BB'$ e suficientă a rezista împingerii E.

Să ne propunem acum a înlocui prisma de pămînt $A'BB'$ cu un zid de sprijin $A_1A'B'B_1$ care să îndeplinească aceiaș funcțiune ca și prisma $A'BB'$, adică să împedice surparea prismei $A'A''B'$ prin imposibilitatea de a se răsturna în jurul punctului B_1. Fie $A'A_1 = a$, $B'B_1 = b$. Aria secțiunei $A_1A'B'B_1$ este egală cu $\frac{1}{2}h(a+b)$, ast-fel că dacă γ' este densitatea zidării, greutatea unui metru curent de zid va fi $\frac{1}{2}\gamma' h(a+b)$. Să căutăm acum momentul acestei greutăți în raport cu punctul B_1. Dacă însemnăm cu x distanța punctului B la direcțiunea greutății zidului $A_1A'B'B_1$ și dacă despărțim trapezul $A_1A'B'B_1$ în două triunghiuri prin dreapta $A'B_1$ vom avea, luînd momentele în raport cu planul vertical dus prin B_1 paralel cu planul AB:

$$x\frac{a+b}{2}h = \frac{ah}{2}\cdot\frac{b-a+b}{3} + \frac{bh}{2}\cdot\frac{b+b}{3} = \frac{2b^2+2ab-a^2}{6}h,$$

sau:
$$x = \frac{2b^2+2ab-a^2}{3(a+b)}.$$

Dacă însemnăm cu M'' momentul greutății zidului în raport cu B_1 avem:

$$M'' = \frac{1}{2}\gamma h'(a+b)\frac{2b^2+2b-a^2}{3(a+b)} = \frac{1}{6}\gamma' h(2b^2+2ab-a^2)$$

Dacă vom lua $M''=M$ atunci vom avea și $M'' \leqslant M'$, căci momentul împingerii E în raport cu B_1 este tot M'', ast-fel că zidul nu se va putea resturna în jurul lui B_1. Avem ast-fel relațiunea de condițiune:

$$\frac{1}{6}\gamma' h(2b^2+2ab-a^2) = \frac{1}{3}\gamma h^3 \operatorname{tg}^2\omega,$$

de unde:
$$2b^2+2ab-a^2 = 2\frac{\gamma}{\gamma'}h^2 \operatorname{tg}^2\omega.$$

Avem deci o relațiune între a și b ast-fel că dîndu-se una din ele, putem găsi pe cealaltă, în funcțiune de cantitățile cunoscute γ, γ' h, ω. Dacă ni se dă fructul $\frac{1}{n}$ al zidului la exterior, atunci avem:

$$b = a + \frac{h}{n} \qquad \text{sau} \qquad a = b - \frac{h}{n},$$

iar relațiunea precedentă devine:

$$3b^2 - \left(\frac{h}{n}\right)^2 = 2\frac{\gamma}{\gamma'}h^2 \operatorname{tg}^2\omega,$$

de unde: $b = \sqrt{\frac{1}{3n^2} + \frac{2}{3}\frac{\gamma}{\gamma'}\operatorname{tg}^2\omega}\cdot h.$

Această formulă ne dă lățimea la bază în funcțiune de elemente cunoscute, și prin urmare problema calculului zidurilor de sprijin este rezolvată.

Dacă terenul nu este orizontal ci face unghiul ε cu orizontul, atunci se găsește că formula precedentă este aplicabilă dacă înlocuim pe γ cu $\gamma\left(1+\frac{p}{h\cos\varepsilon}\right)$, în care p este supraîncărcarea terenului pe mp.

Dimensiunile găsite prin acest procedeu nu trebuesc sporite pentru surplus de siguranță. In adevăr, înlocuirea prismei de pămînt $A'BB'$ cu o prismă compactă, admiterea direcțiunii împingerei în pozițiunea ei limită, adică orizontală și neglijarea coeziunii pămîntului constituesc un spor suficient de siguranță. Să ne propunem a căuta coeficientul de siguranță la răsturnare. După *Skibinski* împingerea pămîntului are ca expresiune $\frac{1}{2}\frac{\cos\varepsilon\sin\omega}{\cos(\omega+\varepsilon)}\operatorname{cotg}(\omega+\beta)\,\gamma\,h^2$, iar pentru terenuri orizontale ($\varepsilon=0$) avem ca expresiune:

$$\frac{1}{2}\operatorname{tg}\omega\,\operatorname{cotg}(\omega+\beta)\gamma h^2.$$

Impingerea fiind aplicată la $\frac{1}{3}$ a înălțimii zidului momentul de răsturnare ar fi:

$$\frac{1}{6}\operatorname{tg}\omega\,\operatorname{cot}\gamma(\omega+\beta)\gamma h^3.$$

Momentul de stabilitate al zidului am văzut că este egal cu $\frac{1}{3}\gamma h^3\operatorname{tg}^2\omega$. Raportul acestor două momente, adică coeficientul de siguranță la răsturnare, este $2\operatorname{tg}\omega\ \operatorname{tg}(\omega+\beta)$ Inlocuind aci pe $\operatorname{tg}(\omega+\beta)$ cu valoarea lui scoasă din formula ce leagă pe ω cu ρ, găsim că coeficientul de siguranță este $2(1+\operatorname{tg}^2\omega)$. Acest coeficient este deci totdeauna mai mare ca 2, și cum din tabloul dat, se vede că ω poate trece și peste 45^0 pentru unele terenuri, reese că coeficientul de siguranță la răsturnare trece chiar peste 4 în unele cazuri.

Să arătăm acum că zidurile de sprijin construite pe baza acestei teorii îndeplinesc condițiunea cerută de vechia teorie, ca rezultanta presiunilor pe baza inferioară să nu iasă din treimea mijlocie. Fie B_2 punctul situat la $\frac{2}{3}$ a lui B_1B'

începând de la B_1. Pentru ca rezultanta să nu treacă la stînga lui B_2 trebue ca momentul greutății zidului în raport cu B_2 să fie mai mare ca momentul împingerii E, adică ca momentul în raport cu B_1, împărțit prin coeficientul de siguranță găsit mai sus. Mutînd însă centrul momentelor din B_1 in B_2 momentul scade cu $\frac{a+b}{2} h\gamma \times \frac{b}{3} = \frac{1}{6}\gamma h(a+b)b$, și

prin urmare momentul se reduce la $\frac{1}{6}\gamma h(b^2+ab-a^2)$.

Va trebui să avem deci neegalitatea:

$$\frac{1}{6}\gamma' h(2b^2+2ab-a^2) : 2(1+\mathrm{tg}^2\omega) < \frac{1}{6}\gamma' h(b^2+ab-a^2),$$

sau: $\quad 2b^2+2ab-a^2 < 2(1+\mathrm{tg}^2\omega)(b^2+ab-a^2)$,

care se reduce la:

$$a^2(1+2\mathrm{tg}^2\omega) < 2b(a+b)\mathrm{tg}^2\omega.$$

Dacă a este foarte mic față cu b neegalitatea este satisfăcută. Dacă $a=b$, adică dacă zidul este dreptunghiular atunci trebue să avem $2\mathrm{tg}^2\omega > 1$ pentru ca rezultanta să treacă prin treimea mijlocie. Această condițiune e îndeplinită mai pentru toate terenurile umede. Dacă $b=2a$ găsim $10\mathrm{tg}^2\omega > 1$. Această relațiune este satisfăcută, pentru toate unghiurile ce intervin în practică. Așa dar, dacă alegem lățimea zidului la coronament în mod convenabil putem ajunge ca rezultanta să nu iasă din treimea mijlocie. Este de observat aci, că cu cît luăm înălțimea la coronament mai mică, cu atît economia de zidăria e mai mare și zidul se găsește în condițiuni mai bune, și că cel mai rațional zid ar fi cel triunghiular ($a=0$). In adevăr economia de zidărie este cu atât mai mare cu cât suma $a+b$ este mai mică. Dar a și b variază ast-fel în cît expresiunea $2b^2+2ab-a^2$, ce întîlnim în expresiunea momentului, e constantă. Diferențiala acestei expresiuni este deci nulă și avem $4b\,db+2a\,db+2b\,da-2a\,da=0$. Pe de altă parte $a+b$ este minimum când $d(a+b)=0$. adică $da=-db$. Inlocuind se găsește $b+2a=0$. Această relațiune nu poate avea loc pentru b și a pozitivi așa că suma $a+b$ crește cînd a crește, și valoarea cea mai mică a ei are loc pentru $a=0$,

în care caz $b=\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma'}}\,h\,\mathrm{tg}\,\omega$.

Așa dar un zid e cu atît mai economic cu cît lățimea la coronament se va face mai mică și pe de altă parte neegalitatea de mai sus ne arată că cu cît a e mai mic, cu atît rezultanta trece mai departe de punctul B_2. In fine cu cît baza e mai mare cu atît presiunea pe unitatea de suprafață e mai mică.

Presiunea maximă nu poate întrece, după cele expuse, îndoitul presiunii mijlocii. Această presiune are ca expresiune $\frac{(a+b)h\gamma'}{b}$. Pentru $\;=0$ ea devine $h\gamma'$, și crește cu cît a crește. Dacă $a=b$ presiunea devine $2h\gamma'$. Așa dar se va căuta ca baza sau fundația să resiste la presiuni coprinse între $h\gamma'$ și $2h\gamma'$, sporind lățimea la bază în consecință.

Toate cele expuse pînă aci se aplică numai zidurilor care au peretele de la spate vertical. Pentru zidurile cu fruct la spate, sau în retrageri, teoria i se poate aplica însă formulele date nu mai convin, ast-fel că vor trebui stabilite alte formule.

Ion Ionescu.