debitul lor, ar putea fi luate în considerație pentru o parte a alimentării Craiovei; însă cercetările continuate mai spre sud au arătat că la Gioroc (6 klm. de la Adunații de Giormane) se găsește o apă bună potabilă în cantitate destul de mare pentru a se putea alimenta orașul, — pentru o serie de ani, — din o singură sursă. Isvoarele de la Gioroc oferă de almintrelea și avantajul însemnat că se găsesc la un nivel mai ridicat și că pot fi aduse prin pantă naturală până aproape de Craiova.

Pentru aceste considerațiuni D-l Lindley a crezut nimerit a numai inzista asupra isvoarelor de la Giormane.

(Va urma)

Asupra formulei lui Euler

Formula lui *Euler* pentru calculul pieselor supuse la flambaj, a intrat din nou în uz mai ales de la 1899, de când a fost impusă în Prusia pentru calculul podurilor metalice, luându-se coeficientul de siguranță 5.

Dacă dar P este sarcina admisibilă pentru ca o bară comprimată să nu flambeze în o anumită direcțiune, pentru care lungimea de flambaj este λ și momentul minimum de inerție corespondent I, vom aveà după circulara prusiană:

$$1) \qquad P = \frac{\pi^2 EI}{5\lambda^2},$$

în care $\pi = 3,\ 1415...$ iar E coeficientul de elasticitate al metalului. Imi propun a da aci câte-va transformări ale acestei formule, care se pot întrebuință cu oare-care avantage în anumite cazuri ce se prezintă în practică. Toate aceste transformări le vom face în ipoteza că $E = 2200000$, klgr./cm², adică barele sunt făcute din oțel moale având aproximativ acest coeficient de elasticitate. De alt-fel acesta este și materialul cu care se construește azi aproape totalitatea podurilor metalice.

Dacă în formula (1) înlocuim π și E cu valorile lor și rezolvăm în raport cu I avem:

$$2) \qquad I = 2,\ 3028\ P\lambda^2,$$

în care I se obține în cm^4 dacă luăm P în tone și λ în metri. Această formulă ne dă momentul de inerție minimum necesar pentru ca piesa să nu poată flambà în direcțiunea în care se contează λ.

Dacă în formula (1) înlocuim P în funcțiune de secțiune și rezistență, și I în funcțiune de secțiune și de raza de girație corespondentă i, vom aveà însemnând cu Ω secțiunea piesei și cu R rezistența produsă de P:

$$R\,.\,\Omega = \frac{\pi^2 E\,.\,i^2\Omega}{5\lambda^2},$$

de unde, înlocuind π și E cu valorile lor, obținem:

$$3) \qquad R = 4343\left(\frac{i}{\lambda}\right)^2.$$

Aci R este exprimat în $tone/cm^2$. Această formulă este analoagă cu cea dată în circulara elvețiană pentru cazul când $\frac{\lambda}{i} > 110$.

Putem lua rotund:

$$4) \qquad R = 4400\left(\frac{i}{\lambda}\right)^2$$

de oare-ce eroarea asupra lui R e aproximativ $1^0/_0$. Ast-fel la rezistențe chiar de 1000 $kg./cm^2$ eroarea abia atinge 10 $kg./cm^2$, mărime neglijabilă în practică.

In formula (1) verificarea la flambaj se face prin compararea între eforturile reale și cele admisibile; în formula (2) între momentele de inerție; în formula (4) între rezistente. Imi propun să reduc verificarea la o comparațiune între lungimea reală de flambaj și între cea admisibilă, adică acea de la care începe flambajul piesei pentru un efort și o secțiune dată.

Rezistențele prescrise de circulara prusiană pentru diferitele deschideri de poduri, și piese de oțel, sunt următoarele:

Deschiderea până la	20	40	80	120	160	200	metri.
Rezistența până la	850	900	950	1000	1050	1100	$kg./cm.^2$ când nu intervine vântul
Rezistența până la	1000	1050	1100	1150	1200	1250	$kg./cm.^2$ „ intervine vântul.

Pentru determinarea secțiunilor, se va interpolà liniar pentru deschideri intermediare celor date. Dacă piesele au fost calculate la compresiune cu maximum de rezistență admisibilă și e chestiunea a verificà dacă ele flambează sau nu în aceste condițiuni, putem transformà formula în o alta care conduce în multe cazuri la o verificare foarte ușoară a rezistenței la flambaj. Pentru aceasta observăm că dacă dăm lui R o valoare anumită în relațiunea (3) și rezolvăm această relațiune în raport cu λ vom găsì, pentru lungimea de flambaj admisibilă:

$$5) \qquad \lambda = k\,i$$

în care k este un coeficient ce depinde de R și prin urmare de deschiderea podului, căci cum am văzut R variază cu deschiderea.

Observăm însă că de la 40 metri până la 200 metri deschidere rezistența se poate exprimà ca funcțiune liniară a deschiderii. Dacă l este deschiderea în metri, avem:

$$6) \quad \begin{cases} R = 850 + \dfrac{5}{4}\,l. & \text{Când nu se ține seamă de vânt.} \\ R = 1000 + \dfrac{5}{4}\,l. & \text{Când se ține seamă de vânt.} \end{cases}$$

Observăm însă că a doua formulă se poate scrie:

$$R = 850 + \frac{5}{4}\,(l + 120),$$

adică a doua formulă se deduce din prima considerând deschiderea sporită cu 120 metri. Rezultă de aci că e de ajuns a ne ocupà de primul caz, căci dacă la calculul rezistenței a intervenit și eforturi din vînt, vom aplicà aceiași formulă însă pentru deschideri cu 120 metri mai mari ca cea considerată.

Introducând valoarea lui R din (6) în (3) obținem, ținând seamă de unitățile în care s'a exprimat R:

$$\frac{\left(850 + \frac{5}{4}\,l\right)}{1000} = 4343\left(\frac{i}{\lambda}\right)^2,$$

de unde deducem:

$$\frac{\lambda}{i} = k = \sqrt{\frac{3474400}{680 + l}} = 1864\,(680 + l)^{-\frac{1}{2}}.$$

Desvoltând parenteza după binomul lui *Newton* avem:

$$k=1864\left[680^{-\frac{1}{2}}-\frac{1}{2}\,.\,680^{-\frac{3}{2}}l+\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)680^{-\frac{5}{2}}l^2-...\right]$$

sau:

$$k=\frac{1864}{\sqrt{680}}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1864}{\sqrt{680}}\cdot\frac{1}{680}l+\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1864}{\sqrt{680}}\cdot\frac{1}{680^2}l^2-...$$

Efectuând calculele numerice avem:

$$k=71{,}5-0{,}053\ l+0{,}000058\ l^2-...$$

Se vede de aci că nu mai e necesar a calculà alţi termeni pentru k. Chiar ultimul termen nu dă nici o unitate pentru k de cât de la l mai mare ca 150 m. Putem lua în practică chiar:

$$7)\qquad k=71{,}5-0{,}053\ l.$$

Am văzut că numai de la $l=40$ înainte formula (6) este aplicabilă. Aşa dar formula (7) este aplicabilă fără nici o eroare de la $l=40$. Să vedem ce eroare se face dacă am aplica-o şi pentru $l=20$ metri. Cum pentru $l=20$ avem $p=850$ după circulara prusiană, rezultă că în (6) trebue să facem $l=o$ pentru a aveà $R=850$. Pentru $l=0$ şi $l=20$ formula (7) dă însă respectiv: $k=71{,}5$ şi $k=70{,}4$. Diferenţa între aceste două valori este numai 1,1 adică aproximativ 1,5%. Această eroare este admisibilă în practică. Putem dar aplicà în toate cazurile formula (7).

Rezultă din cele expuse până aci că pentru verificarea la flambaj a pieselor unui pod. vom calculà odată pentru fie-care pod. valoarea lui k dată de (7) şi vom verificà dacă la piesele comprimate calculate cu maximum de rezistenţă admisibilă, raportul $\lambda : i$ nu întrece k. In cazul contrariu piesa se va calculà la flambaj cu una din formulele (1), (2), (3) sau (5).

In ultimul caz însă valoarea lui k nu mai e cea dată de (7).

Putem însă procedà în modul următor pentru găsì pe k. Observăm din formula (1) că P nu se schimbă dacă facem ca $(I : \lambda^2)$ să rămâe neschimbat. Fie Ω_1, I_1 şi λ_1 secţiunea, momentul de inerţie şi lungimea de flambaj admisibilă pentru bara capabilă de a rezistà la compresiune, la maximum de rezistenţă; Ω, I, λ aceleaşi cantităţi pentru secţiunea găsită capabilă de a rezistà şi la flambaj. In primul caz putem scri relaţiunea (5) şi avem:

8) $$\lambda_1 = k i_1.$$

Apoi cum P a rămas nemodificat avem:

$$\frac{I_1}{\lambda_1^2} = \frac{I}{\lambda^2},$$

de unde:

$$\lambda_1 = \lambda \sqrt{\frac{I_1}{I}} = \lambda \sqrt{\frac{i_1^2 \Omega_1}{i^2 \Omega}} = \frac{\lambda i_1}{i} \sqrt{\frac{\Omega_1}{\Omega}}.$$

și înlocuind în (8) deducem:

9) $$\lambda = k \sqrt{\frac{\Omega}{\Omega_1}}\, i.$$

Rezultă de aci că putem utiliză formula (5) și când secțiunea nu lucrează la maximum de rezistentă pentru compresiune, cu condiție de a înmulți pe k cu rădăcina patrată a raportului secțiunii necesare flambajului către cea necesară compresiunii simple.

Rezumând cele expuse până aci deducem următoarea regulă pentru calculul pieselor supuse la flambaj. Calculăm secțiunea necesară Ω_1 a piesei pentru rezistența la compresiune și raza de girație i_1. Vom calcula coeficientul k cu formula (7) la care vom lua l egal cu deschiderea podului până la 200 metri, iar pentru deschideri mai mari vom lua $l = 200$. Dacă la calculul piesei intervine și eforturi din vânt se va calculà k cu aceleași formule la care însă l se va considerà sporit cu 120 m. Facem produsul $k i_1$ și dacă acesta nu e mai mic ca lungimea de flambaj a piesei, atunci flambajul nu intervine. In cazul contrariu vom modificà secțiunea alegând alta care să aibă moment de inerție mai mare. Fie Ω și i secțiunea și raza de girație e noei piese. Imulțim pe k cu raportul $\sqrt{\frac{\Omega}{\Omega_1}}$ și verificăm dacă cu acest k și cu i al secțiunei, găsim o lungime de flambaj admisibilă mai mare ca a piesei comprimate ce ne preocupă. In acest caz noua secțiune este suficientă. După câte-va încercări se ajunge a se găsi o secțiune care să satisfacă aceste condițiuni. Calculul razelor de girație se face ușor cu table ca de exemplu ale lui *Stöckl* și *Hauser*. Din cauză că în formulele date intră raza de girație, putem face calculul pe baza secțiunilor brute în locul secțiunilor nete căci, cum se știe, diferențele sunt mici.

Exemplu. Diagonala comprimată din panoul I a podului peste Teleajen, linia Ploești-Văleni, are lungimea de 3,96 m. și efortul de compresiune de 39,0 tone. Ea întâlnindu-se la mijloc cu o diagonală întinsă rigidă are după *Winkler* ca lungime de flambaj în plan normal grinzii $0{,}625 \times 3{,}96 = 2{,}47$ m. Deschiderea podului fiind de 28 m. avem $k = 71.5 - 0{,}053 \times 28 = 70{,}0$. Pentru compresiune simplă un fer U de $\frac{260 \times 90}{10 \times 14}$ este suficient. Acesta are $\Omega_1 = 48{,}3$: $i_1 = 2{,}6$ cm. Lungimea de flambaj admisibilă este $k i_1 = 70 \times 2{,}6 = 1{,}62$ m. $< 2{,}47$. Deci piesa flambează. Punând două piese U de $\frac{280 \times 95}{10 \times 15}$ și de $\frac{70 \times 80}{9 \times 10}$ una la spatele alteia obținem o secțiune având $\Omega = 73{,}3$ și $i = 2{,}85$. Raportul $\sqrt{\Omega : \Omega_1}$ este 1,24 iar k devine $70 \times 1{,}24 = 87$. Lungimea de flambaj admisibilă în acest caz e $87 \times 2{,}85 = 2{,}48 > 2{,}47$. Secțiunea ast-fel constituită este suficientă.

I. Ionescu

Inginer. Profesor la Scoala de Poduri
și Șosele.