2). Reacțiunile reazămilor acelei deschideri în care se află forța sunt pozitive, celealte alternând în semn.

3). Când forța P se mișcă într'o deschidere de ordin par de la un reazăm la celalt, reacțiunile reazămilor trec prin aceleași valori, orcare ar fi deshiderea ce o parcurge forța.

Când forța P se mișcă într'o deschidere de ordin impar — afară de deschiderile extreme — de la un reazăm la celalt, reacțiunile reazămilor trec prin aceleași valori oricare ar fi deschiderea parcursă.

O excepție formează acel reazăm care se află între acele 2 articulații la cheie între care se află și P, care păstrează valoarea P în tot timpul cât P parcurge distanța de la o cheie la cealaltă.

Maximilian Marcus
Inginer diplomat al Școalei
Politecnice din Zürich.

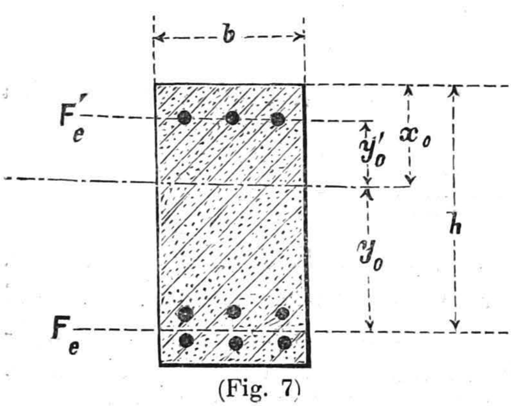
(Va urma.)

Calculul elementelor construcțiunilor de beton armat

(Urmare)

2. Grinzi drepte cu secțiune dreptunghiulară și armatură dublă.

Vom considerà, în cele ce urmează, grinzile drepte, cu secțiuni dreptunghiulare, solicitate la flexiune simplă și pe care le vom armà cu feare rotunde, de grosimi relativ mici, atât în regiunea tensiunilor cât și în aceia a compresiunilor.



(Fig. 7)

Reamintindu-ne notațiunile admise în *„Preliminarii“* (a se vedeà pag. 43 și 44 a *Buletinului* No. 1 din 1906), figura 7 ne arată că:

$$v = b = const.$$

Prin urmare, formulele fundamentale:

$$nF_e y_o = nF'_e y'_o + \int_o^x v.x.dx \tag{11}$$

$$nF'_e y'^2_o + \int_o^x vx\,dx + nF_e y^2_o = \frac{Mx_o}{\sigma_o} = \frac{nMy_o}{\sigma_e} = \frac{nMy'_o}{\sigma'_e} \tag{12}$$

se transformă foarte ușor în:

$$n(F_e y_o - F'_e y'_o) = \frac{bx^2_o}{2} \tag{11''}$$

$$n(F_e y^2_o + F'_e y'^2_o) + \frac{bx^3_o}{3} = \frac{Mx_o}{\sigma_o} = \frac{nMy_o}{\sigma_e} = \frac{nMy'_o}{\sigma'_e} \tag{12''}$$

1°) Dacă prin analogie cu notațiunea prescurtată:

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_o} = r$$

mai punem:

$$\frac{\sigma_e}{\sigma'_e} = r'$$

din ultimele două egalități ale relațiunei (12″) tragem foarte ușor:

$$x_o = \frac{n}{r+n}.h = \alpha.h \tag{13'}$$

$$\left.\begin{aligned} y_o &= \frac{r}{r+n}.h = \beta.h \\ y'_o &= \frac{r}{r'(r+n)}.h = \frac{\beta}{r'}.h \end{aligned}\right\} \tag{14'}$$

2°) Introducând aceste valori ale lui x_o, y_o și y'_o în egalitatea (11″), găsim imediat:

$$F_e - \frac{F'_e}{r'} = \frac{n}{2r(r+n)} bh = pbh,$$

unde p, după cum se vede, este acelaș ca la grinzile cu armatură simplă, ca valoare numerică, iar ca semnificare, el reprezintă, când s'ar exprima în părți de sută din secțiunea utilă bh, *„procentul diferenței“* între secțiunea armaturei întinse și aceia a celei comprimate, aceasta din urmă fiind redusă în raportul r' al travaliurilor desvoltate în armături.

Să mai introducem, pentru simplificarea ce urmărim, o cantitate p', analoagă cu p, exprimând *„procentul sumei“* aceloraşi cantităţi, adică să punem:

$$F_e + \frac{F'_e}{r'} = p'bh$$

Dacă ne mai dăm raportul:

$$\frac{F_e}{F'_e} = k,$$

din această grupă de 3 egalităţi deducem:

$$\left.\begin{aligned} p' &= \frac{k.r'+1}{k.r'-1}.p = \nu.p \\ F_e &= \frac{\nu+1}{2}.pbh = \varepsilon.pbh \\ F'_e &= \frac{(\nu-1)r'}{2}.pbh. = \varepsilon'.pbh \end{aligned}\right\} \quad (15')$$

Coeficientul p este cel dat în tablourile anterioare I, II, III iar coeficienţii ε şì ε', care depind numai de raporturile dintre secţiunile armaturelor şi dintre travaliurile desvălite în armături, se pot aşeza în tablouri speciale; aceşti coieficienţi, exprimaţi în funcţie de k şi r', au următoarele valori:

$$\varepsilon = \frac{k.r'}{k.r'-1} = k.\varepsilon'.$$

$$\varepsilon' = \frac{r'}{k.r'-1}$$

Ei s'au calculat şi s'au întocmit în tablourile IV şi V ce urmează, pentru k variind de la 4 la 1 şi pentru r' variind de la 1 la 2; în practică, rare ori se pot ivi prin urmare cazuri, în care, combinaţiile de armaturi, să iasă din cadrul acostor tablouri.

3º) Expresiunea jumătăţei momentului static al secţiunei utile în raport cu axa neutră, fiind conform relaţiunei (1):

$$S = nF_e y_o = nF'_e y'_o + \int_0^{x_o} bx\,dx$$

cazul de faţă devine:

$$S = \varepsilon . \frac{\alpha^2}{2} . bh^2 = \varepsilon . \gamma bh^2 \tag{16'}$$

formulă dedusă prin substituirea lui F_e și y_o din (1), prin valorile acestora din (15′) și (14′).

4⁰) Expresiunea momentului de inerție al secțiunei utile în raport cu axa neutră, ià forma:

$$I = \alpha^2 \left[\frac{\alpha}{3} + \left(\varepsilon + \frac{\varepsilon'}{r'^2} \right) . \frac{\beta}{2} \right] . bh^3 = \mu' . bh^3 \tag{17'}$$

Dacă vom exprima pe μ' în funcțiune de μ deja cunoscut la grinzile cu armaturi simple, vom obține:

$$\mu' = (1 + \xi m) . \mu$$

unde trebue să înțelegem că am însemnat pentru prescurtare:

$$\xi = \frac{r' + 1}{r'^2} . \varepsilon' = \frac{r' + 1}{r'^2 (kr' - 1)}$$

și
$$m = \frac{3r}{3r + 2n}.$$

Coeficientul ξ este caracteristic numai grinzilor cu armături duble, ca și ε sau ε' și depinde de raportul între secțiunile armăturilor și de acela între travaliurile desvoltate în armaturi, pe când μ și m depind numai de raportul modulelor de elasticitate și de acela între compresiunea desvoltată în beton și tensiunea desvoltată în armătura întinsă.

Deci (17′) ià forma:

$$I = \mu . (1 + \xi m) . bh^3.$$

Coeficienții ξ și m se pot calcula anterior pentru aceleași cazuri, pentru care s'au calculat α, β și ε sau ε'.

5⁰) Relațiunea dintre dimensiile principale ale grinzii, momentul încovoetor și travaliurile desvoltate, are forma:

$$bh^2 = \frac{\alpha}{\mu'} \frac{M}{\sigma_o} = \frac{\alpha r}{\mu'} \frac{M}{\sigma_e} = \frac{\alpha r}{\mu' r'} \frac{M}{\sigma'_e} \tag{18'}$$

unde, punând $\frac{\alpha}{\mu'} = \lambda'$ și căutând a exprima pe λ' în funcție de λ deja cunoscut, avem în definitiv:

$$\lambda' = \frac{\lambda}{1 + \xi m}$$

fiind
$$\xi = \left(\frac{r'+1}{r'^2}\right)\varepsilon' = \frac{r'+1}{r'(kr'-1)}$$

iar
$$m = \frac{3r}{3r+2n}$$

așa că relațiunea (18′) se va fixà sub forma:

$$bh^2 = \frac{\lambda}{1+\xi m}\cdot\frac{M}{\sigma_o} = \frac{\lambda r}{1+\xi m}\cdot\frac{M}{\sigma_e} = \text{etc.}$$

Din cele ce preced, se vede că, și pentru grinzile cu armaturi duble, formulele pot lua înfățișarea formulelor obișnuite pentru grinzile omogene, dacă vom avea calculați gata și coeficienții ε, ε', ξ și m, pe lângă cei calculați deja și orânduiți în tablourile I, II și III.

In rezumat, formulele care determină toate elementele unei grinzi drepte, de secțiune dreptunghiulară, cu armatură dublă, când se dă: unul din travaliurile admisibile și rapoartele dintre celelalte travaliuri și acesta, sau toate travaliurile admisibile, în ambele cazuri admițându-se (dându-ni-se) raportul între cele două secțiuni ale armaturelor, sunt următoarele:

$$\left.\begin{aligned} F_e &= \varepsilon . p\,bh \\ F'_e &= \varepsilon' p\,bh \end{aligned}\right\} \quad (15')$$

$$S = \varepsilon . \gamma . bh^2 \quad (16')$$

$$I = \mu . (1+\xi . m) . bh^3 \quad (17')$$

$$bh^2 = \frac{\lambda}{1+\xi . m}\cdot\frac{M}{\sigma_o} = \text{etc.} \quad (18')$$

$$\tau = \frac{A.S}{b.I} \quad (3)$$

$$a = \frac{A.S}{U.I} \quad (4)$$

Depărtarea δ a armaturei comprimate dela marginea superioară a grinzii se va calcula din:

$$\delta = \left(\alpha - \frac{\beta}{r'}\right).h.$$

Iată și tablourile cu coeficienții caracteristici pentru grinzile cu armaturi duble:

TABLOUL IV.

Coeficientul $\varepsilon' = \frac{r'}{k.r' - 1}$

$r' =$	1	1,2	1,4	1,5	1,6	1,8	2
$k = 4$	$\frac{1}{3}$	$\frac{6}{19}$	$\frac{7}{23}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{8}{27}$	$\frac{9}{31}$	$\frac{2}{7}$
3,8	$\frac{5}{14}$	$\frac{30}{89}$	$\frac{35}{108}$	$\frac{15}{47}$	$\frac{40}{127}$	$\frac{45}{146}$	$\frac{10}{33}$
3,6	$\frac{5}{13}$	$\frac{30}{83}$	$\frac{35}{101}$	$\frac{15}{44}$	$\frac{40}{119}$	$\frac{45}{137}$	$\frac{10}{31}$
3,5	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{14}{39}$	$\frac{6}{17}$	$\frac{8}{23}$	$\frac{18}{53}$	$\frac{1}{3}$
3,4	$\frac{5}{12}$	$\frac{30}{77}$	$\frac{35}{94}$	$\frac{15}{41}$	$\frac{40}{111}$	$\frac{45}{128}$	$\frac{10}{29}$
3,2	$\frac{5}{11}$	$\frac{30}{71}$	$\frac{35}{87}$	$\frac{15}{38}$	$\frac{40}{103}$	$\frac{45}{119}$	$\frac{10}{27}$
3,0	$\frac{1}{2}$	$\frac{6}{13}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{8}{19}$	$\frac{9}{22}$	$\frac{2}{5}$
2,8	$\frac{5}{9}$	$\frac{30}{59}$	$\frac{35}{73}$	$\frac{15}{32}$	$\frac{40}{87}$	$\frac{45}{101}$	$\frac{10}{23}$
2,6	$\frac{5}{8}$	$\frac{30}{53}$	$\frac{35}{66}$	$\frac{15}{29}$	$\frac{40}{79}$	$\frac{45}{92}$	$\frac{10}{21}$
2,5	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{14}{25}$	$\frac{6}{11}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{1}{2}$
2,4	$\frac{5}{7}$	$\frac{30}{47}$	$\frac{35}{59}$	$\frac{15}{26}$	$\frac{40}{71}$	$\frac{45}{83}$	$\frac{10}{19}$
2,2	$\frac{5}{6}$	$\frac{30}{41}$	$\frac{35}{52}$	$\frac{15}{23}$	$\frac{40}{63}$	$\frac{45}{74}$	$\frac{10}{17}$
2,0	1	$\frac{6}{7}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{8}{11}$	$\frac{9}{13}$	$\frac{2}{3}$
1,8	$\frac{5}{4}$	$\frac{30}{29}$	$\frac{35}{38}$	$\frac{15}{17}$	$\frac{40}{47}$	$\frac{45}{56}$	$\frac{10}{13}$
1,6	$\frac{5}{3}$	$\frac{30}{23}$	$\frac{35}{31}$	$\frac{15}{14}$	$\frac{40}{39}$	$\frac{45}{47}$	$\frac{10}{11}$
1,5	2	$\frac{3}{2}$	$\frac{14}{11}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{18}{17}$	1
1,4	$\frac{5}{2}$	$\frac{30}{17}$	$\frac{35}{24}$	$\frac{15}{11}$	$\frac{40}{31}$	$\frac{45}{38}$	$\frac{10}{9}$
1,2	5	$\frac{30}{11}$	$\frac{35}{17}$	$\frac{15}{8}$	$\frac{40}{23}$	$\frac{45}{29}$	$\frac{10}{7}$
1,0	∞	6	$\frac{7}{2}$	3	$\frac{8}{3}$	$\frac{9}{4}$	2

TABLOUL V

Coeficientul $\varepsilon = k.\varepsilon'$

r'	1,0	1,2	1,4	1,5	1,6	1,8	2,0
$k=4$	$\frac{4}{3}$	$\frac{24}{19}$	$\frac{28}{23}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{32}{27}$	$\frac{36}{31}$	$\frac{8}{7}$
3,8	$\frac{19}{14}$	$\frac{114}{89}$	$\frac{133}{108}$	$\frac{57}{47}$	$\frac{152}{127}$	$\frac{171}{146}$	$\frac{38}{33}$
3,6	$\frac{18}{13}$	$\frac{108}{83}$	$\frac{126}{101}$	$\frac{27}{22}$	$\frac{144}{119}$	$\frac{162}{137}$	$\frac{36}{31}$
3,5	$\frac{7}{5}$	$\frac{21}{16}$	$\frac{49}{39}$	$\frac{21}{17}$	$\frac{28}{23}$	$\frac{63}{53}$	$\frac{7}{6}$
3,4	$\frac{17}{12}$	$\frac{102}{77}$	$\frac{119}{94}$	$\frac{51}{41}$	$\frac{136}{111}$	$\frac{153}{128}$	$\frac{34}{29}$
3,2	$\frac{16}{11}$	$\frac{96}{71}$	$\frac{112}{87}$	$\frac{24}{19}$	$\frac{128}{103}$	$\frac{144}{119}$	$\frac{32}{27}$
3,0	$\frac{3}{2}$	$\frac{18}{13}$	$\frac{21}{16}$	$\frac{9}{7}$	$\frac{24}{19}$	$\frac{27}{22}$	$\frac{6}{5}$
2,8	$\frac{14}{9}$	$\frac{84}{59}$	$\frac{98}{73}$	$\frac{21}{16}$	$\frac{112}{87}$	$\frac{126}{101}$	$\frac{28}{23}$
2,6	$\frac{13}{8}$	$\frac{78}{53}$	$\frac{91}{66}$	$\frac{39}{29}$	$\frac{104}{79}$	$\frac{117}{92}$	$\frac{26}{21}$
2,5	$\frac{5}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{15}{11}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{9}{7}$	$\frac{5}{4}$
2,4	$\frac{12}{7}$	$\frac{72}{47}$	$\frac{84}{59}$	$\frac{18}{13}$	$\frac{96}{71}$	$\frac{108}{83}$	$\frac{24}{19}$
2,2	$\frac{11}{6}$	$\frac{66}{41}$	$\frac{77}{52}$	$\frac{33}{23}$	$\frac{88}{63}$	$\frac{99}{74}$	$\frac{22}{17}$
2,0	2	$\frac{12}{7}$	$\frac{14}{9}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{16}{11}$	$\frac{18}{13}$	$\frac{4}{3}$
1,8	$\frac{9}{4}$	$\frac{54}{29}$	$\frac{63}{38}$	$\frac{27}{17}$	$\frac{72}{47}$	$\frac{81}{56}$	$\frac{18}{13}$
1,6	$\frac{8}{3}$	$\frac{48}{23}$	$\frac{56}{31}$	$\frac{12}{7}$	$\frac{64}{39}$	$\frac{72}{47}$	$\frac{16}{11}$
1,5	3	$\frac{9}{4}$	$\frac{21}{11}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{12}{7}$	$\frac{27}{17}$	$\frac{3}{2}$
1,4	$\frac{7}{2}$	$\frac{42}{17}$	$\frac{49}{24}$	$\frac{21}{11}$	$\frac{56}{31}$	$\frac{63}{38}$	$\frac{14}{9}$
1,2	6	$\frac{36}{11}$	$\frac{42}{17}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{48}{23}$	$\frac{54}{29}$	$\frac{12}{7}$
1,0	∞	6	$\frac{7}{2}$	3	$\frac{8}{3}$	$\frac{9}{4}$	2

TABLOUL VI

Coeficientul $\xi = \frac{r' + 1}{r'^2} . \varepsilon'$.

r'	1,0	1,2	1,4	1,5	1,6	1,8	2,0
$k = 4$	$\frac{2}{3}$	$\frac{55}{114}$	$\frac{60}{161}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{65}{216}$	$\frac{70}{279}$	$\frac{3}{14}$
3,8	$\frac{5}{7}$	$\frac{275}{534}$	$\frac{25}{63}$	$\frac{50}{141}$	$\frac{325}{1016}$	$\frac{175}{657}$	$\frac{5}{22}$
3,6	$\frac{15}{13}$	$\frac{275}{498}$	$\frac{300}{707}$	$\frac{25}{66}$	$\frac{325}{952}$	$\frac{350}{1233}$	$\frac{15}{62}$
3,5	$\frac{4}{5}$	$\frac{55}{96}$	$\frac{40}{91}$	$\frac{20}{51}$	$\frac{65}{184}$	$\frac{140}{477}$	$\frac{1}{4}$
3,4	$\frac{5}{6}$	$\frac{25}{42}$	$\frac{150}{329}$	$\frac{50}{123}$	$\frac{325}{888}$	$\frac{175}{576}$	$\frac{15}{58}$
3,2	$\frac{10}{11}$	$\frac{275}{426}$	$\frac{100}{203}$	$\frac{25}{57}$	$\frac{325}{824}$	$\frac{50}{153}$	$\frac{5}{18}$
3,0	1	$\frac{55}{78}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{65}{152}$	$\frac{35}{99}$	$\frac{3}{10}$
2,8	$\frac{10}{9}$	$\frac{275}{354}$	$\frac{300}{511}$	$\frac{25}{48}$	$\frac{325}{696}$	$\frac{350}{909}$	$\frac{15}{46}$
2,6	$\frac{5}{4}$	$\frac{275}{318}$	$\frac{50}{77}$	$\frac{50}{87}$	$\frac{325}{632}$	$\frac{175}{414}$	$\frac{5}{14}$
2,5	$\frac{4}{3}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{24}{35}$	$\frac{20}{33}$	$\frac{13}{24}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{3}{8}$
2,4	$\frac{10}{7}$	$\frac{275}{282}$	$\frac{300}{413}$	$\frac{25}{39}$	$\frac{325}{568}$	$\frac{350}{747}$	$\frac{15}{38}$
2,2	$\frac{5}{3}$	$\frac{275}{246}$	$\frac{75}{91}$	$\frac{50}{69}$	$\frac{325}{504}$	$\frac{350}{666}$	$\frac{15}{34}$
2,0	2	$\frac{55}{42}$	$\frac{20}{21}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{65}{88}$	$\frac{70}{117}$	$\frac{1}{2}$
1,8	$\frac{5}{2}$	$\frac{275}{174}$	$\frac{150}{133}$	$\frac{50}{51}$	$\frac{325}{376}$	$\frac{25}{36}$	$\frac{15}{26}$
1,6	$\frac{10}{3}$	$\frac{275}{138}$	$\frac{300}{217}$	$\frac{25}{21}$	$\frac{325}{312}$	$\frac{350}{423}$	$\frac{15}{22}$
1,5	4	$\frac{55}{24}$	$\frac{120}{77}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{65}{56}$	$\frac{140}{153}$	$\frac{3}{4}$
1,4	5	$\frac{275}{102}$	$\frac{25}{14}$	$\frac{50}{33}$	$\frac{325}{248}$	$\frac{175}{171}$	$\frac{5}{6}$
1,2	10	$\frac{25}{10}$	$\frac{300}{119}$	$\frac{25}{12}$	$\frac{325}{184}$	$\frac{350}{261}$	$\frac{15}{14}$
1,0	∞	$\frac{55}{6}$	$\frac{30}{7}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{65}{24}$	$\frac{35}{18}$	$\frac{3}{2}$

TABLOUL VII

Coeficienții $m = \frac{3r}{3r+2n}$

$r=$	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
$n=10$	$\frac{9}{13}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{15}{19}$	$\frac{9}{11}$	$\frac{21}{25}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{27}{31}$	$\frac{15}{17}$	$\frac{33}{37}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{39}{43}$	$\frac{21}{23}$	$\frac{45}{49}$
$n=15$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{9}{11}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{11}{13}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{13}{15}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{15}{17}$
$n=20$	$\frac{9}{17}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{15}{25}$	$\frac{9}{13}$	$\frac{21}{29}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{27}{35}$	$\frac{15}{19}$	$\frac{33}{41}$	$\frac{9}{11}$	$\frac{39}{47}$	$\frac{21}{25}$	$\frac{45}{53}$

In cele ce urmează voiu arătà cum ne putem folosi de tablourile și formulele stabilite până aci.

(Va urma)

Ion M. Ionescu
Inginer în Serviciul central de întreținere C. F. R.

Importanța actuală a podurilor de zidărie. Evoluțiunea deschiderii bolților lor. Podul Friedrich August.

La sfârșitul lunei August a anului trecut s'a dat în circulațiune la *Plauen* în *Saxonia* un pod de șosea având o boltă de 90 metri, cea mai mare și mai îndrăzneață din câte s'au esecutat până azi. Această lucrare importantă deschide orizonturi noi pentru construcțiuni de poduri boltite monumentale, neperitoare și eftine. Imi propun a descrie mai la vale acest pod, după câteva din micile dări de seamă ce i s'a făcut; pentru a se vedea însă mai bine importanța lui și în genere a podurilor de zidărie în ziua de azi, voiu arăta considerațiunile care au făcut ca ele să fie din nou preferate, iar apoi evoluțiunea pe care a avut'o deschiderea bolților din anticitate și până în prezent.

Poduri de zidărie, importante din diferite puncte de vedere,