fra pe membrii Societăţii şi pe familiile lor iar, nu pe toată lumea. Comitetul decide, după propunerea D-sale a se urma cu discuţiunea asupra acestei chestiuni în şedinţa viitoare, când urmează a se lua o deciziune.

Şedinţa viitoare se fixează pentru Duminecă 15 Ianuarie 1906.

Aprobat în şedinţa de la 15 Ianuarie 1906.

Preşedinte
**AL. COTTESCU**

Secretar
**Ioan D. Teodor.**

# Incărcarea construcţiunilor cu oameni

Se ştie că printre forţele care trebue avute în vedere la calculul multor construcţiuni este şi greutatea oamenilor, ce pot circulà, sau se pot îngrămădì pe dânsele.

Chestiunea alegerei sarcinei cu care trebue să facem calculele în acest caz are o importanţă cu totul deosebită, căci, din acest punct de vedere, responsabilitatea inginerilor şi arhitecţilor care proectează, controlează sau întreţin construcţiuni pe care circulă, sau pe care se îngrămădesc oameni, este foarte mare, atât din punct de vedere legal, cât mai ales din punct de vedere moral.

Mai întâiu accidentele care se produc prin îngrămădiri de oameni pe construcţiuni calculate cu sarcini prea mici, fie din necunoştinţa adevăratelor încărcări, fie din un prea mare spirit de economie, au consecinţe foarte dezastroase; conduc la adevărate crime. Astfel la 18 Aprilie 1894, în sărbătorile Paştelui, s'a rupt o punte de debarcare a Companiei Austriace Danubiane de Navigaţiune, la Brăila. Accidentul acesta a provocat moartea a 8 persoane (din care la 6 li s'au găsit cadavrele) şi s'au rănit 80 de persoane! Nu ştiu dacă s'a întâmplat la noi până acum vreun accident de cale ferată, deraiare sau ciocnire, sau cădere de poduri de şosea sau cale ferată, cu consecinţe atât de funeste!

Pe de altă parte maximum încărcării cu oameni nu se poate legiferà; noi putem opri dubla tracţiune pe podurile de căi ferate, putem impune greutatea maximă a carelor care să circule pe un pod, putem demontà cilindrele compresoare pentru a le trece în bucăţi pe un pod, putem reglementà încărcarea maximă a unor magazii de mărfuri, etc.; nu există însă nici o forţă omenească care să poată oprì îngrămădirea unor oameni pe anumite construcţiuni, ca de exemplu sălile de întruniri, de spectacole, sălile de eşire de la teatre, magazinele importante, tribunele, debarcaderele în porturi, platformele de tramvae, etc. In asemenea cazuri ipoteza maximului de încărcare nu trebueşte exclusă, ca ivindu-se rar.

Valoarea cea mai mare a încărcării cu oameni care se impune pentru calcul variază foarte mult de la o construcţiune la alta, de la un stat la altul vecin. Este evident că acolo unde se îngrămădesc oamenii mai mult şi mai des, se vor admite greutăţi totale mai mari de cât acolo unde îngrămădirile sunt mai puţin importante şi mai excepţionale. Ceia ce este însă mai puţin explicabil este variaţiunea mare a greutăţilor ce se admit în diferite ţări, căci nici greutatea medie a oamenilor, nici posibilitatea de îngrămădiri mai mari, nu pot justifica nişte asemenea diferenţe. Aşa de exemplu, de unde în Franţa se prescrie pentru orice poduri 480 klg./m² ca încărcare produsă de oameni, alături, în Elveţia, se prescrie 250 klg./m² pentru şosele de categoria III; de unde în Bavaria se prescrie 100 klg./m.l. ca împingere orizontală la parapete, alături, în Austria, se prescrie numai 40 klg./m.l. Aceste diferenţe mari nu pot provenì de cât din lipsa unor experienţe sistematice în această direcţiune, sau din admiterea unor coeficienţi de siguranţă diferiţi de la o ţară la alta. Ar fi însă mai logic de a se ţine seamă de siguranţă prin ridicarea sau scoborârea rezistenţelor admisibile pentru diferite materiale, iar nu prin alterarea sarcinilor reale.

La noi, unde prescripţiuni în această direcţiune nu există, inginerul este de multe ori în îndoială, pe care din sarcinele prescrise de diferite circulări să le aibă în vedere la calcul. Cântăresc ţăranii noştri şi se îngrămădesc ei pe şoselele comunale ca cei din Franţa sau ca cei din Elveţia?, împing ei la parapete ca cei din Austria, sau ca cei din Bavaria? Tot unor asemenea nesiguranţe se datoreşte şi faptul că une ori se admit la calcule sarcinile din o circulară şi rezistențele admisibile din alta, așa în cât coeficienții reali de siguranță nu se potrivesc cu nici unul din ai circulărilor ce s'au întrebuințat.

Astfel fiind, am crezut util a arătà în cele ce urmează modurile în care să se introducă în calcule greutatea oamenilor, de a da unele reguli care ar simplifica calculele în anumite cazuri, de a indicà rezultatele unor experiențe recente în această direcțiune și de a reproduce valorile ce se prescriu în câteva țări. Vom scoate din acestea unele concluziuni și vom da în treacăt unele principii care scapă din vedere, după cum am avut ocaziunea să constat în câteva cazuri.

La calculul construcțiunilor sub acțiunea greutății oamenilor sau a împingerii lor avem de examinat următoarele cazuri: 1) încărcarea cu un singur om; 2) încărcarea cu un șir de oameni unul după altul; 3) încărcarea unei suprafețe cu oameni; 4) acțiunea dinamică; 5) împingerea orizontală.

Să examinăm acum pe rând aceste diferite cazuri.

1) *Cazul unui singur om*. Greutatea unui om se consideră ca concentrată în un punct, când avem de calculat cu dânsa piese de lungimi mici și pe a căror lățime nu pot încăpea doi oameni alături. In această categorie avem scândurile de pardoseli, punțile strimte, scândurile de la tribune, etc.

Greutatea totală care se admite în acest caz variază foarte mult, căci pe de o parte variază greutatea oamenilor și pe de alta sarcinile pe cari ei le transportă. După *Meyer*, greutatea mijlocie a oamenilor variază cu natura terenului pe care locuesc și cu profesiunea lor. Oamenii cei mai grei sunt cei ce locuesc pe terenuri calcaroase cochilifere sau pe terenuri jurasice; apoi lucrătorii din berării și lemnarii cântăresc mai mult ca croitorii și ferarii. Greutatea mijlocie a oamenilor celor mai grei este da 98,5 kgr. așa în cât este prudent să se ia 80 kgr. pentru greutatea unui om la calculele construcțiunilor pentru care trebue ținut seama de dânsa.

Greutatea totală a unui om cu o povară, variază după mărimea acestei poveri. Un sac cu grâu de 1 hl. cântărește cam 80 kg., așa că în acest caz am avea o greutate totală de 160 kgr. Se ia însă de obiceiu greutatea rotundă de 150 kg. la calcule când trebue să se țină seamă de trecerea oamenilor împovărați. E bine însă a se lua 180 kg. — 200 kg. când pe construcțiune trec hamali care duc greutăți mari, ca de exemplu pe punțile de debarcare ale vapoarelor de mărfuri.

Dacă P este greutatea admisă pentru un om, și $l$ deschiderea gninzii pe care el calcă, atunci momentul încovoetor cu care o vom calcula este $\frac{1}{4}$ P $l$.

Când este nevoe a se prelungi piesele pe care calcă oamenii dincolo de reazemele lor, ca la unele schele, atunci se va examinà ca ele să nu se răstoarne când oamenii trec de reazăm. Când acest lucru s'ar produce se va legà cu buloane, cu funii, cu sârmă, sau se vor prinde cu cue, piesele ce tind a se răsturna. Resistența cuelor la scoatere sau smulgere trebue să fie suficientă pentru a împedica răsturnarea piesei.

2) *Cazul unui șir de oameni.* Dacă piesa are lărgime mică însă lungime mare, atunci pe ea pot călcà mai mulți oameni unul după altul, sau unul lângă altul. Pentru oameni neîmpovărați se poate lua 80cm. ca distanță între ei, pentru cei împovărați 1,00 — 1,50 m. după lungimea poverii pe care o duc în spinare sau pe spate. Acest mod de încărcare are loc pentru punțile strîmte, pentru ghilele punților de debarcare, etc. Este de observat aci, că oamenii nefiind prin nimic obligați, sau ghidați, să meargă prin mijlocul punților, greutatea lor nu se va repartizà egal la cele două grinzi ale punții. Dacă ei pot merge pe deasupra grinzilor, sau alături de ea, se va calculà fiecare grindă cu greutatea totală a oamenilor șirului. Numai când prin unele dispozițiuni de construcție oamenii nu s'ar puteà apropià de grindă cu mai puțin de $^1/_4$ din lățimea punții, am puteà reduce greutățile oamenilor cu 25%. Această regulă se va observà ori de câte ori puntea este destul de lată ca pe ea să se ducă oamenii cu povară și să se întoarcă liberi, tot pe dânsa, pe partea opusă, în loc de a se întoarce pe o nouă punte. Neobservarea acestei reguli a condus la construcția multor punți slabe pentru descărcarea vapoarelor prin porturi, și au dat loc la accidente care a costat viața multor hamali.

Să calculăm acum care e momentul maximum maximorum pe care îl produce o încărcare cu un șir de oameni, la distanțe egale unul de altul. Dacă P este greutatea totală a unui om, $l$ deschiderea grinzi, $d$ distanța între doi oameni consecutivi și N numărul oamenilor ce compun șirul cu care calculăm, atunci, dacă N e impar și de forma $(2n+1)$, momentul maximum maximorum $M_1$ se obține așezând omul din mijlocul șirului peste mijlocul grinzii, și avem:

$$N=2n+1, \quad M_1=\frac{PN}{2}\cdot\frac{l}{2}-Pnd-P(n-1)d-\ldots-Pd$$
$$=\frac{1}{4}[(2n+1)l-2n(n+1)d]P.$$

Dacă aci înlocuim $n$ cu $(n-1)$ vom avea:

$$N=2n-1, \qquad M_1'=\frac{1}{4}[(2n-1)l-2n(n-1)d]P,$$

expresiune ce ne va trebuì mai târziu.

Dacă N este par $(2n)$, atunci rezultanta încărcărilor este la mijlocul distanței între cei doi oameni din mijlocul șirului. Vom aveà momentul maximum maximorum supt unul din acești oameni, dacă așezăm șirul pe grindă așa ca mijlocul acesteia să fie la mijlocul distanței dintre omul considerat și rezultanta tutulor oamenilor. Momentul cel mai mare $M_2$ în acest va fi:

$$N=2n, \quad M_2=\frac{PN}{l}\left(\frac{l}{2}-\frac{d}{4}\right)^2-P(n-1)d-P(n-2)d-\ldots-Pd$$
$$=\frac{1}{8l}[n(2l-d)^2-4n(n-2)ld].$$

Să comparăm acum pe $M_2$ cu $M_1$ și $M_1'$ pentru a ne da seama dacă un șir cu un număr par de oameni dă mai mult sau mai puțin ca un șir având un om în plus sau în minus. Să facem în acest scop diferințele $(M_1-M_2)$ și $(M_1'-M_2)$. Avem:

$$\begin{cases} M_1-M_2=\dfrac{1}{4}P([2n+1)l-2n(n+1)d]-\dfrac{1}{8l}P[n(2l-d)^2-4n(n-1)ld]= \\ \qquad\qquad +\dfrac{P}{8l}(2l^2-4nld-nd^2), \\ M_1'-M_2=\dfrac{1}{4}P[(2n-1)l-2n(n-1)d]-\dfrac{1}{8l}P[n(2l-d)^2-4n(n-1)ld]= \\ \qquad\qquad -\dfrac{P}{8l}(2l^2-4nld+nd^2). \end{cases}$$

Dacă anulăm ultimele parenteze avem:

$$2l^2 - 4ndl - nd^2 = 0, \qquad 2l^2 - 4ndl + nd^2 = 0.$$

$$\therefore \quad l = [2n \pm \sqrt{2n(2n+1)}]\frac{d}{2} \qquad l = [2n \pm \sqrt{2n(2n-1)}]\frac{d}{2}$$

Semnele — înaintea radicalelor nu convin căci ar da $l < d$, în care caz calcul se face cu o singură sarcină. Reese de acì că avem numai:

$$M_1 = M_2 \text{ când } \quad l = l_1 = [2n + \sqrt{2n(2n+1)}]\frac{d}{2}.$$

$$M_1' = M_2 \text{ când } \quad l = l_2 = [2n + \sqrt{2n(2n-1)}]\frac{d}{2}.$$

Dacă $l > l_1$ sau $l > l_2$ atunci $l$ este afară din rădăcinile parentezei ce intră în expresiunile lui $(M_1 - M_2)$ și $(M_1' - M_2')$ [căci cealaltă rădăcină a acelor trinoame e mai mică ca $d$, deci ca $l_1$ și $l_2$]. Așà dar dacă $l > l_1$ avem $M_1 > M_2$ și dacă $l > l_2$ avem $M_1' < M_2$. Reese de aci că *vom calcula grinda cu $M_1'$ până la $l = l_2$; cu $M_2$ pentru $l$ coprins între $l_2$ și $l_1$ și apoi cu $M_1$ pentru $l$ mai mare ca $l_1$.*

Dacă calculăm pe $l_1$ și $l_2$ pentru șirurile de 1, 2, 3, 4,... oameni avem următoarele valori:

| *Număr impar de oameni* | | | *Număr par de oameni* | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $N=3$ | $n=1$ | $l_1=2{,}225d$ | $N=2$ | $n=1$ | $l_2=1{,}707d$ |
| $N=5$ | $n=2$ | $l_1=4{,}236d$ | $N=4$ | $n=2$ | $l_2=3{,}732d$ |
| $N=7$ | $n=3$ | $l_1=6{,}240d$ | $N=6$ | $n=3$ | $l_2=5{,}739d$ |
| $N=9$ | $n=4$ | $l_1=8{,}243d$ | $N=8$ | $n=4$ | $l_2=7{,}742d$ |

Deci vom calculà cu o sarcină până la $l = 1{,}707d$; cu două de aci înainte până la $l = 2{,}225d$; cu trei de aci înainte până la $l = 3{,}732d$; cu patru de aci înainte până la $l = 4{,}236$, etc.

Se poate demonstrà că partea zecimală a coeficienților lui $l_1$ și $l_2$ tinde respectiv către 0,250 și 0,750 când N crește indefinit; așà că dacă luăm pentru $N \geqslant 7$ pe $l_1 = (N-1),25$ și pe $l_2 = (N-1),75$, lungimile acestea nu se alterează decât cu $0{,}01d$ cel mult, și cum distanța între oameni e cel mult 1,50 m, eroarea e de cel mult

15 mm. la o lungime de $6{,}240 \times 1{,}50 = 9{,}36$ m, eroare cu totul neglijabilă în practică.

Să examinăm acum dacă nu putem găsì sarcini uniforme care să ne înlocuiască șirul de oameni la calculul momentelor. Fie $p$ sarcina uniformă care dă acelaș moment cu un anumit șir de oameni. Avem atunci relațiunile:

$$\begin{cases} \text{N impar} \quad \dfrac{1}{8} p_1 l^2 = \dfrac{1}{4} \mathrm{P}[(2n+1)l - 2n(n+1)d] \\ \text{N par} \quad \dfrac{1}{8} p_2 l^2 = \dfrac{1}{8l} \mathrm{P}[n(2l-d)^2 - 4n(n-1)ld]. \end{cases}$$

$$\therefore \quad \begin{cases} p_1 = \dfrac{2\mathrm{P}}{l}\left[(2n+1) - 2n(n+1)\dfrac{d}{l}\right]. \\ p_2 = \dfrac{\mathrm{P}}{l}\left[n\left(2 - \dfrac{d}{l}\right) - 4n(n-1)\dfrac{d}{l}\right], \end{cases}$$

însemnând cu $p_1$ valorile care corespund la un număr impar de oameni și cu $p_2$ valorile care corespund la un număr par.

Dacă punem $d/l = x$, atunci valorile lui $p_1$ și $p_2$ se pot scrie:

$$\begin{cases} p_1 = 2\dfrac{\mathrm{P}}{d} x[(2n+1) - 2n(n+1)x] = \dfrac{\mathrm{P}}{d}[2x(2n+1) - 4n(n+1)x^2]. \\ p_2 = \dfrac{\mathrm{P}}{d} nx[(2-x)^2 - 4(n-1)x] = \dfrac{\mathrm{P}}{d}[x^3 - 4nx^2 + 4x]n. \end{cases}$$

Dacă acì considerăm pe $x$ ca variabilă pentru un P și $d$ dat, atunci va varia $l$ o dată cu $x$. Căutând maximele factorilor ce înmulțesc pe $\dfrac{\mathrm{P}}{d}$ se găsește:

pentru $p_1$ $\quad x = \dfrac{(2n+1)}{4n(n+1)}$ ; pentru $p_2$ $\quad x = \dfrac{4}{3}\left(n - \sqrt{n^2 - 0{,}75}\right)$

Inlocuind aceste valori vom găsì maximum lui $p_1$ și $p_2$:

$$\begin{cases} p_1 \max = \dfrac{\mathrm{P}}{d} \cdot \dfrac{(2n+1)^2}{4n(n+1)}. \qquad \text{pentru} \quad l = \dfrac{d}{x} = \dfrac{4n(n+1)}{2n+1} d. \\ p_2 \max = \dfrac{\mathrm{P}}{d} \cdot \dfrac{16}{27} \cdot n[(4n^2-3)^{\frac{3}{2}} - n(8n^2-9)]. \ \text{pentru}\ l = \dfrac{d}{x} = \left(n + \sqrt{n^2 - 0{,}75}\right) d. \end{cases}$$

Dând lui $n$ valori întregi găsim următoarele rezultate:

*Număr impar de sarcini*

$$N=3\ ,\quad n=1\ ,\quad p_1\max=1{,}125\,\frac{P}{d},\ \text{pentru}\quad l=2{,}667\,d$$

$$N=5\ ,\quad n=2\ ,\quad p_1\max=1{,}042\,\frac{P}{d},\quad ,,\quad l=4{,}800\,d$$

$$N=7\ .\quad n=3\ ,\quad p_1\max=1{,}021\,\frac{P}{2},\quad ,,\quad l=6{,}857\,d$$

*Număr par de sarcini*

$$N=2\ ,\quad n=1\ ,\quad p_2\max=1{,}185\,\frac{P}{d},\ \text{pentru}\quad l=1{,}500\,d.$$

$$N=4\ ,\quad n=2\ ,\quad p_2\max=1{,}033\,\frac{P}{d},\quad ,,\quad l=3{,}803\,d.$$

$$N=6\ ,\quad n=3\ ,\quad p_2\max=1{,}015\,\frac{P}{d},\quad ,,\quad l=5{,}872\,d.$$

Se vede de acì că afară de cazul $N=2$, pentru toate celelalte, valorile lui $l$ sunt coprinse între limitele pe care le-am dat ca corespunzând numărului de sarcini cu care am calculat, după cum reese prin compararea numai cu tabloul precedent. Aşa dar maximele găsite se pot realizà toate, afară de $p_2\ \max=1{,}185\,\frac{P}{d}$ la care $l$ nu e coprins între limitele $1{,}707\,d$ şi $2{,}225\,d$ date pentru 2 sarcini.

Dacă acum observăm că $P:d$ este greutatea unui om repartizată uniform pe distanţa dintre doi oameni consecutivi, şi dacă examinăm tabloul de mai sus, vedem că la 4 sarcini dejà, sarcina uniformă cea mai mare, nu diferă de sarcina uniformă $P:d$ de cât cam cu $4\,{}^0/_0$, diferenţă neglijabilă în practică. Această diferenţă scade cu numărul sarcinelor, aşa că pentru $N=6$ ea nu e decât $1^1/_2\,{}^0/_0$. Se poate apoi demonstrà cu ajutorul valorilor generale ale lui $p_1$ max. şi $p_2$ max., că aceste sarcini tind către $P:d$ când numărul sarcinilor creşte infinit.

De aci deducem următoarea concluziune importantă pentru calculele practice: *Calculul unei grinzi supt acţiunea unui şir de oameni se va face numai cu greutatea unui om până la deschiderea de 1,707 d; cu doi oameni pentru deschideri coprinse între 1,707 d şi 2,225 d; cu trei oameni pentru deschideri coprinse între 2,225 d şi*

*3,732 d ; iar pentru deschideri mai mari cu 3,732 d cu sarini uniforme de P:d pe unitatea de lungime.* Cu modul acesta vedem că încercările ce se fac de obiceiu devin inutile, iar calculele se simplifică mult. Formulele ce dau momentele în aceste 4 cazuri sunt pentru grinzi independente:

$$N=1\ ,\quad M=\frac{1}{4}Pl;\quad N=2\ ,\quad M=\frac{1}{8}P\frac{(2l-d)^2}{l}\ ;$$

$$N=3\ ,\quad M=\frac{1}{4}P(3l-4d)\ ;\quad N\geqslant 4\ ,\quad M=\frac{1}{8}P\frac{l^2}{d}.$$

In numărul viitor voiu trata celelalte cazuri.

(Va urma)

**I. Ionescu**
Inginer
Profesor la Şcoala de Poduri şi Şosele.

# Calculul elementelor construcţiunilor de beton armat

## PRELIMINARII.

Anul trecut, pe când „*Buletinul Societăţii Politecnice*" publica un studiu teoretic asupra betonului armat, datorit D-lui inginer G. Constantinescu, unii cititori 'şi-au exprimat dorinţa, de a se face, prin „Buletin", un curs practic de calculul construcţiunilor de beton armat.

De şi, bine înţeles, există atari uvraje, şi de şi prin Revistele streine se găsesc, cu îndestulare, articole instructive, relative la „beton armat", totuşi, asemenea uvraje, ne fiind la îndemâna tuturor, o expunere condensată a celei mai uzitate metode de calculul teoretic, aplicată la cel mai întrebuinţat sistem de construcţie, *sistemul Hennebique*, cred că va putea folosi.

In cele ce urmează, voi îmbrăţişa problema de construcţiune: *„dânduse calitatea materialelor de întrebuinţat, prin travaliurile admisibile şi prin proprietăţile lor elastice, precum şi sarcinele exterioare şi*