

Calculul elementelor construcțiilor de beton armat

(Urmare¹⁾)

(A se vedeà Buletinul Nr. 8, August 1906, pag. 385).

3. Grinzi drepte cu secțiune în T și armatură simplă.

Exemplul V. Pentru a fixa mai bine procedeul de calcul la grinzi drepte cu secțiune T și armatură simplă, ca o continuare a calculului făcut sub Exemplul IV (pag. 251 a Buletinului Nr. 5 din 1906), voi face aci calculul complet al grinzii principale dela planșeul, ce am luat ca tip dela început.

Pentru aceasta, reamintesc că grinda principală are 2 deschideri laterale de câte 4,80 m. și una mijlocie de 6,00 m., că la extremități reazemă în mod simplu, iar pe stâlpii intermediari trece în mod continuu.

Voi calcula mai întâi momentele încovoetoare pozitive maxime și puterile tăetoare în diferite secțiuni, după care vom purcede la calcularea elementelor secțiunii grinzii.

Referindu-mă la notațiunile admise la Exemplul IV și la modul de încărcare și luând cazul încărcării totale *) vom putea scrie :

1) In prima deschidere, expresiunea momentului încovoeator este:

$$M = \frac{M_1 z}{l_0} + M_z$$

z fiind abscisa secțiunii dela reazemul stâng, iar M_z fiind momentul încovoetor în această secțiune și în ipoteza că traveea de deschidere l_0 este simplu rezemată la ambele extremități.

¹⁾ Din lipsă de spațiu am fost nevoiți să amânăm până acuma publicarea continuării acestui articol. (N. R.)

*) Nu este locul a calcula aci momentele încovoetoare și puterile tăetoare maxima maximorum, ci mă mărginesc numai la ipoteza încărcării totale, scopul urmărit fiind acela, de a arată procedeul de calcul pentru determinarea elementelor secțiunii, când se cunosc momentele încovoetoare și puterile tăetoare. (Autorul).

Abscisa z_1 , pentru care M este maximum, se deduce din egalitatea:

$$\frac{dM}{dz} = 0$$

deci din :

$$\frac{M_1}{l_0} + \frac{dM_z}{dz} = 0.$$

Se vede *à priori*, că pentru M_z trebuie să luăm expresiunea momentului încovoetor pozitiv între prima sarcină izolată și sarcina din mijloc, care expresiune este :

$$M_z = \frac{g \cdot z(l_0 - z)}{2} + \frac{3}{2} P \cdot z - P(z - 1,20)$$

$$\therefore M_z = \frac{g \cdot z \cdot (l_0 - z)}{2} + \frac{1}{2} P \cdot z + 1,20 P.$$

Diferențiind în raport cu z și anulând derivata lui M avem:

$$\frac{M_1}{l_0} + \frac{P + g \cdot l_0}{2} - g \cdot z_1 = 0$$

de unde tragem imediat :

$$z_1 = \frac{\frac{1}{2}(P + g \cdot l_0) + \frac{M_1}{l_0}}{g}$$

Substituind valorile numerice, găsim :

$$z_1 = 1,96 \text{ m.}$$

Cu această valoare a lui z , avem :

$$M_z = \frac{240 \times 1,96 \times 2,84}{2} + \frac{3800 \times 1,96}{2} + 3800 \times 1,20 = 895197 \text{ kgrem.}$$

$$\frac{M_1 z}{l_0} = - \frac{9631,30}{4,80} \times 1,96 \dots \dots \dots = -393277 \text{ »}$$

deci : (+ $M_{1max.}$) = 501920 kgrem.

2) În deschiderea din mijloc, tot în ipoteza încărcării totale, maximul momentului încovoetor pozitiv are loc la mijlocul traveei; în expresiunea lui :

$$M = \frac{M_1(l_1 - z) + M_2 z}{l_1} + M_z$$

punând :

$$M_1 = M_2 = -963130 \text{ kgrem.}$$

$$l_1 = 6,00 \text{ m.}$$

și

$$M_z = \frac{6,00^2 \times 240}{8} + \frac{4}{2} \times 3800 \times 3,00 - 3800 \times (1,80 + 0,60) \\ = 1476000 \text{ kgcm.}$$

găsim :

$$(+M_{2max.}) = 512870 \text{ kgcm.}$$

Înainte de a calculă puterile tăetoare, voiu determină reacțiunile reazemelor.

Insemnând cu V_o, V_1, V_2, V_3 reacțiunile reazemelor în ipoteza continuității; cu A', B' , afectați de indicii caracteristici ai traveelor (0, 1, 2), reacțiunile desvelite pe reazeme în ipoteza simplei rezemări a fiecărei travee; în fine, cu A, B , afectați de indicele caracteristic al fiecărei travee, puterile tăetoare pe reazeme, în ipoteza continuității, vom avea :

$$V_o = A'_o + \frac{M_1}{l_o}$$

$$V_1 = B'_o + A'_1 - M_1 \left(\frac{1}{l_o} + \frac{1}{l_1} \right) + \frac{M_2}{l_1}$$

$$V_2 = B'_1 + A'_2 - M_2 \left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} \right) + \frac{M_1}{l_1}$$

$$V_3 = B'_2 + \frac{M_2}{l_2}$$

Substituind valorile numerice ale cantităților, ce intră în expresiunile reacțiunilor, vom obține, succesiv :

$$V_o = \left(\frac{4,80 \times 240}{2} + \frac{3 \times 3800}{2} \right) - \frac{9631,30}{4,80} = \dots = 4269,5 \text{ kgr}$$

$$V_1 = \left[\begin{array}{l} \left(\frac{6,00 \times 240}{2} + 2 \times 3800 \right) \\ + \left(\frac{4,80 \times 240}{2} + \frac{3 \times 3800}{2} \right) \end{array} \right] + \frac{9631,30}{4,80} = \dots = 16602,5 \text{ »}$$

$$V_2 = \left[\begin{array}{l} \left(\frac{4,80 \times 240}{2} + \frac{3 \times 3800}{2} \right) \\ + \left(\frac{6,00 \times 240}{2} + 2 \times 3800 \right) \end{array} \right] + \frac{9631,30}{4,80} = \dots = 16602,5 \text{ »}$$

$$V_3 = \left(\frac{4,80 \times 240}{2} + \frac{3 \times 3800}{2} \right) - \frac{9631,30}{4,80} = \dots = 4269,5 \text{ »}$$

Puterile tăetoare pe reazeme vor fi atunci :

$$\begin{aligned}
 A_0 &= V_0 = \dots \dots \dots = +4269,5 \text{ kgr.} \\
 B_0 &= A_0 - (4,80 \times 240 + 3 \times 3800) = \dots \dots \dots = -8282,5 \text{ »} \\
 A_1 &= B_0 + V_1 = -8282,5 + 16602,5 = \dots \dots \dots = +8320,0 \text{ »} \\
 B_1 &= A_1 - (6,00 \times 240 + 4 \times 3800) = \dots \dots \dots = -8320,0 \text{ »} \\
 A_2 &= B_1 + V_2 = -8320 + 16602,5 = \dots \dots \dots = +8282,5 \text{ »} \\
 B_2 &= A_2 - (4,80 \times 240 + 3 \times 3800) = \dots \dots \dots = -4269,5 \text{ »}
 \end{aligned}$$

Cu aceste elemente, putem purcede îndată la calculul dimensiunilor grinzii și armaturilor în secțiunile cele mai solicitate

I. Prima deschidere.

Momentul încovoetor pozitiv maximum a fost găsit :

$$(+M_{1max}) = 501920 \text{ kgrcm.}$$

Grosimea dalei este știută mai dinainte (Buletinul Nr. 1 din 1906, pag. 53), și anume am avut :

$$d = 8 \text{ cm.}$$

Pentru tensiunea de lunecare longitudinală, la extremitatea din stânga, unde am găsit o putere tăetoare maximă :

$$A_0 = 4270 \text{ kgr.}$$

să admitem :

$$\tau_{max} = 6 \text{ kgr/cm}^2.$$

Mai admitem, precum am făcut necontentit până acum :

$$\sigma_o = 40 \text{ kgr/cm}^2$$

$$\sigma_e = 1200 \text{ kgr/cm}^2$$

$$n = 15$$

și vom avea :

$$L = \frac{\tau_{max}}{\sigma_o} \cdot \frac{M_{max}}{A_{max}} = \frac{6 \times 501920}{40 \times 4270} = 17,63 \text{ cm.}$$

Admitem pentru h o valoare, care poate fi o cât se poate de redusă fracțiune din deschiderea primei travee, de oarece grinda e continuă și momentul încovoetor pozitiv diminuat ; vom lua de pildă :

$$h = \frac{1}{16} l_o = \frac{4,80}{16} = 30 \text{ cm.}$$

Deducem numai decât pe f din :

$$f = 1 - \frac{d}{\alpha h} = 1 - \frac{8}{30:3} = 0,20.$$

Apoi calculăm raportul s din formula :

$$s = \frac{2L}{(1+f) \cdot d} - \frac{f^2}{1-f^2} = \frac{2 \times 17,63}{1,20 \times 8} - \frac{0,20^2}{1-0,20^2} = 3,63.$$

Putem admite $s=4$, rotunzind; bine înțeles că prin aceasta sporim puțin tensiunea specifică de lunecare longitudinală.

Suntem acum în posibilitate de a aplica numai decât tablourile.

Pentru : $n=15$ și $r=30$
din tabloul VII scoatem :

$$m = \frac{3}{4}.$$

Pentru : $f=0,20$ și $s=4$
din tabloul VIII scoatem :

$$\eta = 3,880$$

iar din tabloul IX :

$$\xi' = 0,096 ;$$

deci avem :

$$\eta + m\xi' = 3,880 + \frac{3}{4} \times 0,096 = 3,952.$$

Apoi din tabloul I mai avem :

$$\lambda = \frac{27}{4} ;$$

prin urmare putem scrie :

$$bh^2 = \frac{\lambda}{(\eta + \xi' m)} \cdot \frac{M}{\sigma_0} = \frac{27}{4 \times 3,952} \cdot \frac{501920}{40}.$$

Dar am admis :

$$h = 30 \text{ cm.};$$

rezultă numai decât :

$$b = \frac{27 \times 501920}{4 \times 3952 \times 4 \times 9} = 23,8 \text{ cm.}$$

sau rotund :

$$b = 24 \text{ cm.}$$

și :

$$b_1 = 4 \times 23,8 = 95,2 \text{ cm.}$$

Secțiunea totală a fearelor armaturii întinse va fi :

$$F_e = \eta \cdot p \cdot b \cdot h = 3,880 \times \frac{1}{180} \times 23,8 \times 30 = 15,39 \text{ cm}^2.$$

Pentru a satisface imediat condițiunea ca adeziunea specifică maximă să nu întreacă limita ce putem admite, vom determina diametrele fearelor armaturii din formula :

$$\delta = \frac{4}{r} \cdot L',$$

unde avem :

$$L' = \frac{a_{max}}{\sigma_o} \cdot \frac{M_{max}}{A_{max}}.$$

Substituind în locul simboalelor valorile numerice ale cantităților ce ele reprezintă, vom avea :

$$L' = \frac{4,5}{40} \cdot \frac{501920}{4270} = 13,22 \text{ cm.}$$

$$\delta = \frac{4}{30} \times 13,22 = 18 \text{ m/m rotund.}$$

Secțiunea fiind cunoscută, numărul fearelor va fi :

$$N = \frac{4 \times 15,39}{3,14 \times 1,8^2} = 6 \text{ feare.}$$

Procentul armaturii de etrieri, $\frac{\omega}{1.b}$, se calculează ușor din formula :

$$\frac{\omega}{1.b} = \frac{\tau_1 - \tau_o}{\tau_e} = \frac{6 - 4,5}{800} = 0,001875 \text{ cm}^2/\text{cm}^2$$

sau, fiindcă am găsit :

$$b = 24 \text{ cm.},$$

și luând o lungime de grindă de 10 cm., vom avea, pentru un decimetru liniar de grindă, o secțiune totală de armatură de etrieri :

$$\Omega = 0,01875 \times 24 = 0,45 \text{ cm}^2/\text{dm.l.}$$

Intrebuințând pentru etrieri feare late de $\frac{30}{3}$ mm., pentru două ramuri ale scăriței, aflate în aceeași secțiune a grinzii, vom avea o secțiune de etrier de :

$$2 \times 3 \times 0,3 = 1,8 \text{ cm}^2,$$

ceiace corespunde la o distanță între etrieri de 40 cm.

Acest rezultat este valabil când admitem că etrierii lucrează contra tensiunii de lunecare longitudinală în același timp cu betonul ; însă, de oarece contrarul poate avea loc, adică de

oarece etrierii intervin în lucrare numai după ce s'a produs o simțitoare deformație elastică în beton, este mai prudent a se pune toată tensiunea de lunecare longitudinală pe seama etrierilor, așa că atunci, pentru cazul ce ne preocupă, procentul armaturii de etrieri este de 4 ori mai mare, căci :

$$4 \times (6,0 - 4,5) = 6,0 ;$$

și prin urmare secțiunea etrierilor, pe dm. liniar de grindă, va fi :

$$\Omega = 4 \times 0,45 = 1,8 \text{ cm}^2 ;$$

sau, cu alte cuvinte, la extremitatea din stânga a grinzii, vom putea întrebuiți ca etrieri, feare late de $\frac{30}{3}$ mm., așezate la 1 dm. depărtare.

Spre mijloc depărtarea între etrieri va crește proporțional cu depărtarea de la reazemul stâng al grinzii, dacă menținem secțiunea totală de etrieri dintr'o secțiune a grinzii, constantă

II. Deschiderea din mijloc.

Pentru a prezenta problemă sub diferite fețe, voi urmări aci o cale puțin diferită de cea urmată la prima deschidere ; aceasta, pentru motivul că dimensiunile principale ale grinzii sunt aproape impuse de acelea găsite pentru celelalte secțiuni, și anume, vom lua dela început :

$$b = 25 \text{ cm.}$$

$$h = 42 \text{ cm.}$$

Când vrem să urmărim această cale de calcul, se impune bine înțeles, oarecare simț constructiv, sau trebuie să facem apel la comparații între cazul nostru și construcții existente.

Să admitem, deci, că armatura de etrieri, în regiunea tensiunilor de lunecare longitudinală maximă, este formată din 6 feare late de 30×3 mm., așezate la câte 15 cm. depărtare ; tensiunea specifică de lunecare, după formulele stabilite în *Observațiune*, va fi :

$$\tau_1 = \frac{800 \times 6 \times 3 \times 0,3}{25 \times 15} = 11,52 \text{ kgr/cm}^2$$

unde am pus :

$$b = 25 \text{ cm.}$$

$$\tau_e = 800 \text{ kgr/cm}^2$$

$$\omega = 6 \times 3 \times 0,3 = 5,4 \text{ cm}^2$$

$$\tau_o = 0.$$

Mentținând celelalte date, ca la prima deschidere, și observând că avem :

$$(+M_{2max}) = 512870 \text{ kgcm.}$$

$$\text{și } A_{max} = 8050 \text{ kgr.}$$

avem imediat :

$$L_1 = \frac{11,52}{40} \cdot \frac{512870}{8050} = 18,33 \text{ cm.}$$

De asemenea :

$$\eta = \frac{2L_1}{\alpha h} = \frac{2 \times 18,33}{\frac{1}{3} \times 42} = 2,62$$

așă că secțiunea armaturii întinse va fi :

$$F_e = \eta p b h = \frac{2,62 \times 25 \times 42}{180} = 15,28 \text{ cm}^2.$$

Pentru a satisface și aci condițiunea, ca adeziunea specifică să nu întreacă $4,5 \text{ kgr/cm}^2$, vom calculă diametrele fearelor armaturii din egalitatea :

$$\delta = \frac{4}{r} L'$$

unde :

$$L' = \frac{4,5}{40} \cdot \frac{512870}{8050} = 7,17 \text{ cm.}$$

așă că :

$$\delta = \frac{4 \times 7,17}{30} = \text{rot. } 10 \text{ mm.}$$

Se vede că pentru a satisface această condițiune în modul acesta, s'ar comite o eroare în întocmirea armaturii, în ceiace privește posibilitatea executării; s'ar ajunge la un mănuchi de 16 feare rotunde în regiunea întinsă. Faptul că trebuie să prelungim armatura întinsă din dreptul reazemului, ne scutește de această soluție, de oarece perimetrul armaturii întinse în regiunea puterii tăetoare maxime, prin această dispoziție de construcție, este cu mult mai mare decât cel necesar pentru a nu se întrece adeziunea specifică maximă.

Vom admite prin urmare, pentru armatura întinsă a deschiderii din mijloc, tot 6 feare rotunde de câte 18 mm. diametru, ca și la prima deschidere; astfel, secțiunea totală admisă ($15,39 \text{ cm}^2$) diferă puțin, prin exces, de secțiunea necesară.

III. Porțiunea din dreptul reazemului intermediar.

Procedeul general de calcul s'a indicat la pag. 256 a Buletinului Nr. 5 din 1906*). Vom modifica aci puțin datele și anume voi admite : **)

$\sigma_e = 1000 \text{ kgr/cm}^2$, $\sigma_o = 40 \text{ kgr/cm}^2$, $\sigma'_e = 500 \text{ kgr/cm}^2$, $n = 15$, $k = 1,5$; de unde urmează :

$$r = 25, r' = 2, \alpha = \frac{3}{8}, \beta = \frac{5}{8}, p = \frac{3}{400}$$

$$\lambda = \frac{128}{21}, m = \frac{5}{7}, \varepsilon = \frac{3}{2}, \varepsilon' = 1, \xi = \frac{3}{4}.$$

Atunci vom avea :

$$bh^2 = \frac{128:21}{1 + \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{4}} \cdot \frac{M}{40} = \frac{512}{129} \cdot \frac{M}{40}$$

unde punând :

$$M = 963130 \text{ kgr.cm.}$$

și

$$b = 30 \text{ cm.}$$

găsim :

$$h = 56,5 \text{ cm.}$$

După aceia calculăm numai de cât :

$$F_e = \varepsilon p b h = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{400} \times 30 \times 56,5 = 19,07 \text{ cm}^2$$

adică 6 feare rotunde de 20 mm. diametru ;

$$F'_e = \varepsilon' p b h = 1 \cdot \frac{3}{400} \cdot 30 \times 56,5 = 12,70 \text{ cm}^2$$

sau 5 feare rotunde de câte 18 mm. diametru.

*) Formula $bh^2 = \frac{27}{4600} M$ de la sus citata pagină trebuie scrisă :

$$bh^2 = \frac{27}{460} M$$

după cum lesne se poate vedea, făcând calculele indicate acolo.

***) Am modificat puțin valorile travaliurilor admisibile σ_o , σ_e și σ'_e luate la pag. 253 (Buletinul Nr. 5, 1906), așa fel ca formula dela pag. 143 :

$$\delta = \left(\alpha - \frac{\beta}{r'} \right) h$$

care ne dă depărtarea armaturii comprimate de la marginea superioară a grinzii, să ne dea o valoare pozitivă, condiție ce nu erà satisfăcută în cazul tratat acolo.

(Autorul).

Depărtarea armaturii comprimate de marginea comprimată a grinzii este :

$$\delta = \left(\alpha - \frac{\beta}{r'} \right) h = \left(\frac{3}{8} - \frac{5}{8 \times 2} \right) \cdot 56,5 = 3,5 \text{ cm.}$$

Tensiunea de lunecare longitudinală, din combinația formulelor (16') și (17'), pag. 143 a Buletinului Nr. 3 din 1906, este dată de formula :

$$\tau = \frac{\varepsilon}{(1 + m\xi) \left(\frac{\alpha}{3} + \frac{\beta}{2} \right)} \cdot \frac{A}{2 \cdot b \cdot h}$$

Inlocuind simbolele cu valorile lor numerice găsim:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\frac{3}{2}}{\left(1 + \frac{5}{7} \times \frac{3}{4} \right) \left(\frac{3}{8 \times 3} + \frac{5}{8 \times 2} \right)} \cdot \frac{8320}{2 \times 30 \times 56,5} = \frac{96}{43} \cdot \frac{8320}{30 \times 56,5} \\ &= 11,02 \text{ kgr/cm}^2. \end{aligned}$$

Pentru toată lățimea grinzii și un decimetru linear, tensiunea totală de lunecare longitudinală va fi :

$$\tau = 30 \times 10 \times 11,02 = 3306 \text{ kgr.}$$

deci secțiunea de etrieri necesară pentru 1 dml. de grindă va fi :

$$\omega = \frac{3306}{800} = 4,13 \text{ cm}^2.$$

Intrebuințând pe 2 dml. câte 6 feare de 35×4 mm. vom avea o secțiune $\omega = 3,5 \times 0,4 \times 6 = 8,4 \text{ cm}^2$, în loc de $8,26 \text{ cm}^2$ cât este necesară.

Adeziunea are aceiași expresiune ca tensiunea de lunecare, înlocuind numai lățimea grinzii cu perimetrul U al armaturii întinse ; avem :

$$U = 6 \times 3,14 \times 2 = 37,68 \text{ cm.}$$

și prin urmare :

$$a = \frac{96}{43} \times \frac{8320}{37,68 \times 56,5} = 8,72 \text{ kgr/cm}^2.$$

Se vede că adeziunea atinge aproape 9 kgr/cm^2 ; efortul nu e de temut însă de oarece extremitățile fearelor armaturii întinse se ancorează de obicei în masa grinzii.

Intocmirea construcțiunii se poate vedea din figurile de pe planșa alăturată și nu are nevoie de altă descripție.

Bine înțeles că exemplul tratat de mine poate servi numai ca un ghid, în ce privește desfășurarea procedurii de calcul, când ne propunem problema de construcție.

Cel ce proiectează o lucrare, care urmează să se execute, își poate alege orice întocmire, variind travaliurile admisibile, deci procentul armaturii, precum și dimensiunile principale ale grinzilor. Astfel poate satisface condițiilor de estetică, minim de cost, înălțime de construcție disponibilă, distribuție de grinzi principale impusă, etc.

În ce privește însă organizmul intern al „grinzii“ sau „dalei“, adică modul de întocmire al armaturilor, o practică se impune, sau cel puțin o literatură succintă asupra construcțiilor de beton armat executate, ceiace doritorii pot găsi în Revista „*Beton und Eisen*“ a D-lui Dr. *Emperger*, în tratatul deja cunoscut al lui *Cristophe*, etc.

(Va urmă)

Ion M. Ionescu

Inginer
Secția I de întreținere C. F. R.
T.-Severin.

CONSIDERAȚIUNI

ASUPRA

CONDIȚIUNILOR de ASIGURARE contra ACCIDENTELOR CORPORALE

La Societatea de asigurare „GENERALA“ din București ¹⁾

Traiul febril pe care'l duce omul în timpurile acestea, transporturile des repetate pe uscat, pe apă, cu drumul de fer, vapoare, lunturi, trăsurile, automobile, etc., etc., munca în fabrici, mine, pe șantierile de lucrări, etc., etc.; fac ca viața și sănătatea omului să fie continuu amenințate.

Considerând cele de mai sus, Societățile de asigurare, dacă

¹⁾ Chestiunea asigurării contra accidentelor corporale interesază pe mulți dintre membrii Societății noastre; ea va fi tratată în Nr. viitor al Buletinului din punctul de vedere juridic. (N. R.)