No. 8 București, August 1908 Anul XXIV

BULETINUL
SOCIETĂȚII POLITECNICE

PARTEA TECNICĂ

STUDIU
ASUPRA
CALCULULUI ÎMPINGERII PĂMÂNTURILOR

Se știe că prima teorie pe care se sprijine calculul împingerii pământurilor a fost stabilită de Coulomb, că în acea teorie direcțiunea împingerii rămâne nedeterminată și că el a propus a se admite că împingerea face cu normala la zid un unghiu egal cu unghiul de frecare. Se mai știe că această teorie este supusă oarecăror obiecțiuni, în special ea nu mulțumește spiritul prin aceia că cele 3 forțe cari trebue să se echilibreze — reacțiunea zidului, greutatea prismei de împingere și rezultanta presiunilor pe planul de alunecare -- nu se pot întâlni în general în acelaș punct. Este adevărat, că pentru a se evita această obiecțiune se preconizează admiterea unei suprafețe de alunecare curbă, dar în practică se admite tot prima ipoteză.

De asemenea se știe, că ulterior Rankine a stabilit o teorie cu ajutorul căreia se poate determina într'un *masiv de pământ* direcțiunea presiunilor pe un plan vertical și că, pe baza unei teoreme a lui Weyrauch, se admite, că această direcțiune nu se schimbă în cazul zidurilor de sprijinire.

Ne aflăm deci în fața a două teorii (mai bine zis metoade, de oare-ce teoria lui Rankine nu diferă de aceia a lui Coulomb de cât prin introducerea ca element nou a direcțiunii împingeri).

Ambele teorii au partizanii lor; teoriei lui Coulomb i se reproșează mai ales că nu satisface spiritul, aceleia a lui Rankine, că rezultatele date de ea nu corespund cu cele date de experiență. Din discuțiunea ce urmează în această privință un lucru ese sigur; nici una nici alta nu sânt la adăpost de critică și dacă sunt întrebuințate, e din lipsă de ceva mai bun.

In cele ce urmează vom expune o serie de consideraţiuni, cari ar putea conduce la o nouă metoadă pentru calculul împingerii pământurilor, metoadă care credem e mai în concordanţă cu realitatea.

Se admite în adevăr că o forţă P. (fig. 1) aplicată într'un punct A al unui masiv se repartizează pe o distanţă finită BC. a bazei acelui masiv; în cea ce priveşte acea distanţă precum şi modul de repartiţiune se admite în general că liniile AB şi AC fac cu orizontala un unghiu de 45° şi că distribuţiunea presiunilor se face uniform pe distanţa BC.

Din aceste trei ipoteze prima (aceia a distribuirii pe o suprafaţă finită a unei forţe aplicată într'un punct) este sigură. Corpurile fiind compuse din molecule sau aglomerate de molecule, care se reazemă unele pe altele (fig. 2) este evident că o forţă aplicată uneia din

FIG. 1

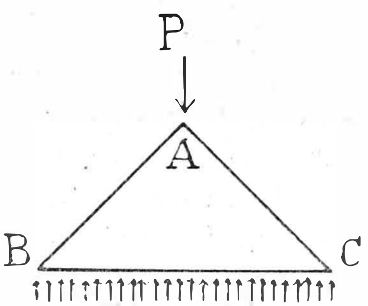
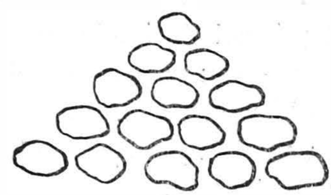


FIG. 2



ele se va transmite celor pe care se reazemă ea şi aşa mai departe. Cea de a două ipoteză, vom vedea mai târziu că e inexactă şi că liniile AB. şi AC. pe cari le vom numi linii de repartiţiune, trebue să facă cu orizontala un unghiu egal cu unghiul talusului natural.

Acest fapt poate fi explicat prin aceia că talusul natural este rezultatul raportului mediu între înălţimea şi lăţimea moleculelor sau aglomeratelor de molecule; atunci când acest raport e egal cu 1 (cazul moleculelor sferice) taluzul ar fi de 45°, iar în cazul când raportul e mai mic de cât 1 (cazul moleculelor elipsoidale) talusul ar fi mai mic de 45°, acelaş fapt explică şi de ce unghiul talusului natural nu poate fi mai mare de 45°, căci în acest caz ar trebui ca înălţimea părticelelor să fie mai mare ca lăţimea şi atunci echilibrul lor ar fi nestabil.

De altmintrelea se ştie că atunci când se toarnă pământ pe un talus prea vertical, diferitele părticele se rostogolesc, — nu alunecă — cea ce probează că dacă există echilibru acesta nu e menţinut de frecare ci de sprijinirea moleculelor una pe alta.

După cum am spus însă, direcţiunea liniilor de repartiţiune se determină din cele lalte consideraţiuni, aşa în cât nu vom face nici o ipoteză în această privinţă. Cea de a treia ipoteză, (aceia a distribuţiunii uniforme pe distanţa BC) e probabil că e inexactă şi că distribuţiunea se face fie după legea triunghiului (fig. 3) fie după o lege care se apropie de ea cu atât mai mult cu cât unghiul talusului natural e mai mic. Vom admite însă ipoteza distribuţiunii uniforme, de oare ce ea dă rezultate mai defavorabile, rezultate cari nu se depărtează

FIG 3

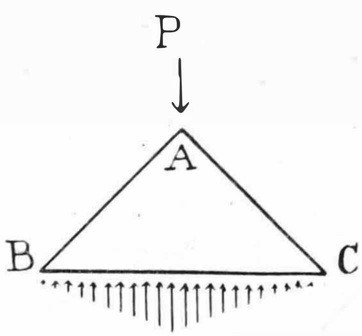
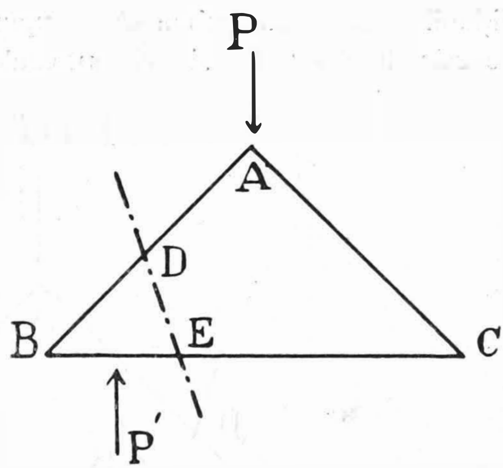


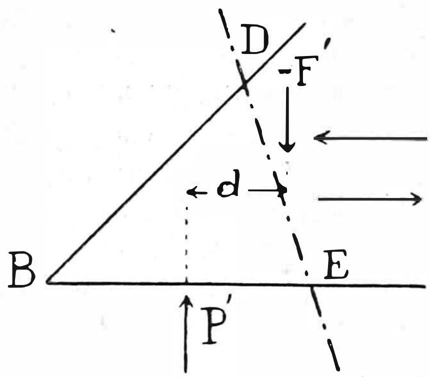
FIG. 4



prea mult de cele date de teoria lui Coulomb. Acestea fiind stabilite, să ne închipuim o forţă P, aplicată într'un punct A, (fig. 4) al unui masiv. Fie AB şi AC liniile de repartiţie şi DE un plan care intersectează prisma BAC; fie P^1 rezultanta presiunilor verticale pe porţiunea BE a planului BC.

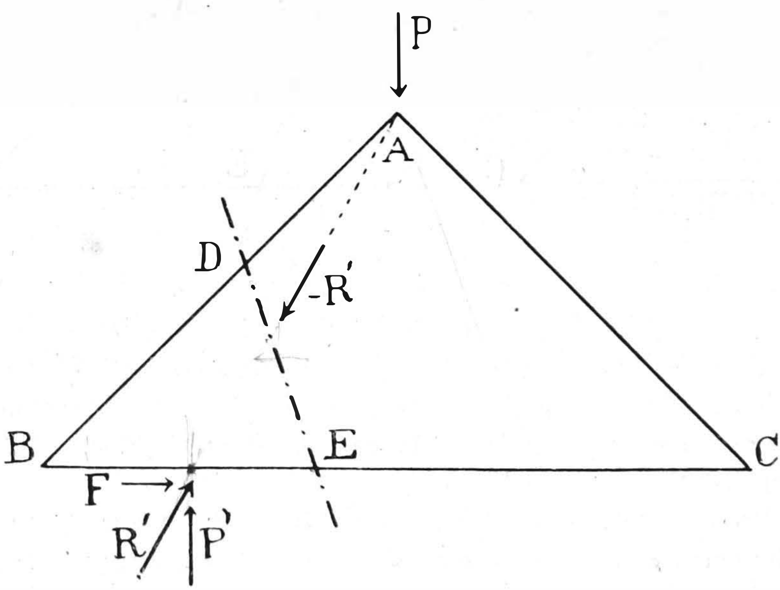
Prisma BDE trebue să fie în echilibru sub acţiunea forţelor cari lucrează asupra ei; aceste forţe sunt: presiunele pe faţa BE şi pe faţa DE. Dacă solidul ar fi capabil să suporte tensiuni am putea satisface condiţiunea de echilibru presupuind că pe faţa BE se exercită numai presiuni verticale, iar faţa DE pe lângă forţa egală şi de sens contrariu a acestor presiuni e supusă şi unui moment încovoitor, egal cu momentul celor două forțe verticale (fig. 5). Insă de oare ce se presupune că masivul n'are coeziune și deci e încapabil de a desvolta tensiuni, pentru a satisface con-

FIG. 5



dițiunii de echilibru, trebue să presupunem, că rezultantele presiunilor pe cele două fețe BE si DE sunt egale, de direcțiune opusă și în pre-

FIG. 6

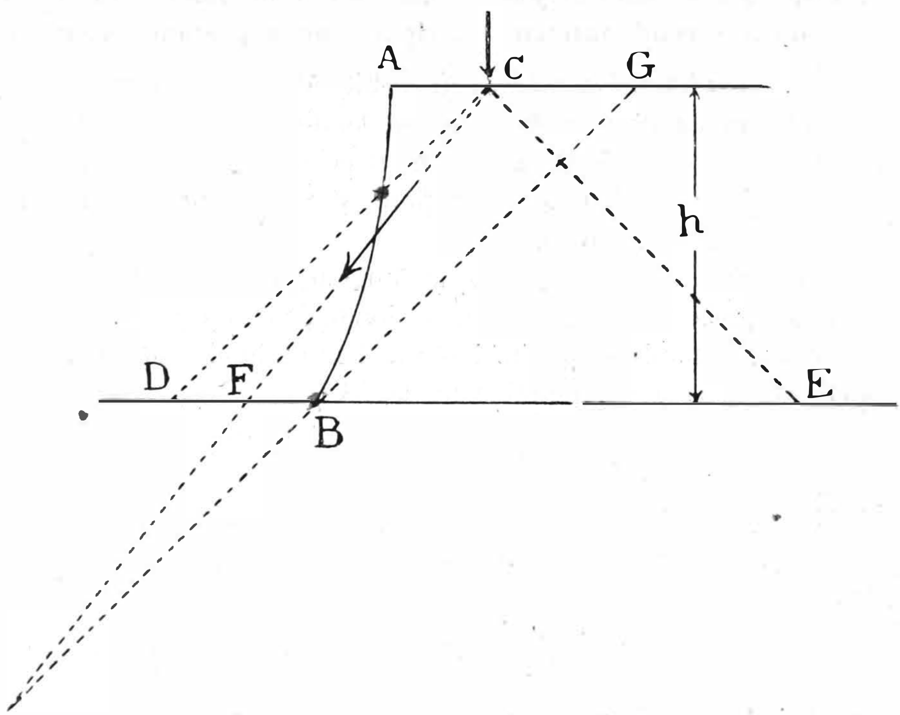


lungirea una alteia (fig. 6) adică pe fața BE avem pe lângă presiunile verticale, reacțiuni orizontale (cari sunt echilibrate de frecare) iar rezultanta lor R' este egală, de direcțiune opusă și în prelungirea rezultantei presiunilor produse pe faţa DE de către forţa P. Cum pe de altă parte forţa R′ din preună cu rezultanta reacţiunilor pe EG trebue să fie echilibrate pe forţa P şi cum aceasta trebue să se întâmple ori-care ar fi distanţa de la planul BC la punctul A, urmează că forţa R′ trebue să treacă prin punctul A unde e aplicată forţa P. Cu aceste elemente se poate determina împingerile în diferite cazuri:

I. Impingerea datorită unei forţe izolate.

Fie un zid AB (fig. 7), şi o forţă P aplicată într'un punct C situat în dosul acestui zid; fie h distanţa de la punctul C la planul DE şi CD şi CE direcţiunea liniilor de repartiţiune.

FIG 7



Admiţând că forţa P se repartizează uniform pe distanţa DE componenta verticală a presiunilor pe DB, care e şi componenta verticală a împingeri pe zid, este egală cu:

$$P \times \frac{DB}{DE}$$

Direcţiunea împingerii este după linia AF, punctul F fiind situat la jumătatea distanţei DB. Având direcţiunea şi valoarea uneia din componentele împingerii ea e determinată.

Mai observăm că dacă ducem BG || DC avem:

$$FB = {}^1/_2\ DB = {}^1/_2\ CG$$

de unde urmează că linia FC — direcţiunea împingerii — trece, ori care ar fi posiţiunea punctul C pe planul AG, prin punctul H situat pe linia BC aşa că HB = BG. In cazul când s'ar admite că repartiţia presiunilor pe bază se face după legea triunghiului, valoarea componentei vertical — este $2\frac{DB^2}{DE^2} \times P$ iar $FB + {}^1/_3\ DB$, de asemenea punctul H, unde converg împingerile produse de forţele aplicate în diferitele puncte ale planului AG, este situat pe linia BG aşa că HB = ${}^1/_2$ BG; se poate vedea uşor că ipoteza distribuţiuni uniforme este mai defavorabilă.

II. Impingerea datorită pământului situat în dosul zidului şi unei supra sarcini uniform distribuită pe suprafaţa terenului

1. *Cazul unui zid vertical.* — Fie AB un zid vertical (fig. 8) presupunem că pe planul CD situat la distanţa y de la bază lucrează o sarcină uniform distribuită p pe unitatea de lungime; fie AD direcţiunea liniilor de repartiţiune şi S unghiul pe care aceste linii îl face cu orizontala.

Considerăm un element, de lungime dx, situat la distanţa x de la zid; acest element va fi acţionat de forţa $p\ dx$. Am văzut că, în cazul când se admite ipoteza distribuţiunii uniforme, componentă verticală a împingerii dată de forţa $p\ dx$ este:

$$dVp = p\ dx\frac{AE}{EF}$$

însă:

$$AE = GD = CD - CG$$

sau

$$AE = \frac{y}{tg\rho} - x$$

sau puind $cotg\ \rho = k\ a$

$$AE = ay - x$$

iar $EF = 2\ ay$

deci:

$$dVp = \frac{pdx}{2ay}(ay - x)$$

Direcţiunea împingerii este dată de HG, aşa în cât componenta orizontală va fi

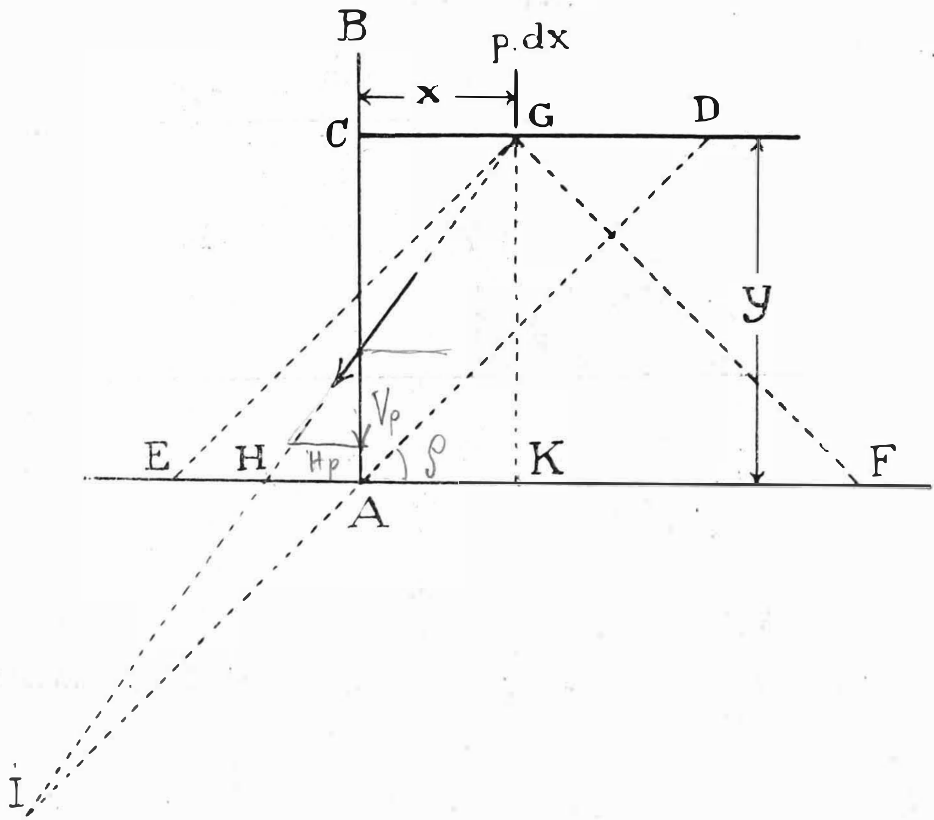
$$dHp = dVp \frac{HK}{GK}$$

$$dHp = dVp \frac{EK - EH}{GK} =$$

$$dHp = dVp \frac{1}{2} \frac{\alpha y + x}{y}$$

deci
$$dHp = \frac{p}{4\alpha y^2} (\alpha^2 y^2 - x^2)\, dx$$

FIG. 8



Integrând pentru valorile lui x coprinse între o şi xy obţinem componentele împingerii datorite suprasarcinei p.

$$Vp = \frac{p}{2\alpha y} \int_0^{\alpha y} (\alpha y - x)\, dx = \frac{p}{4} \alpha y$$

și $$\mathrm{H}p = \frac{p}{4\alpha y^2}\int_0^{\alpha y}(\alpha^2 y^2 - x^2)\,dx = \frac{p}{6}\alpha^2 y$$

însemnând cu θ unghiul pe care 'l face împingerea cu orizontala avem:

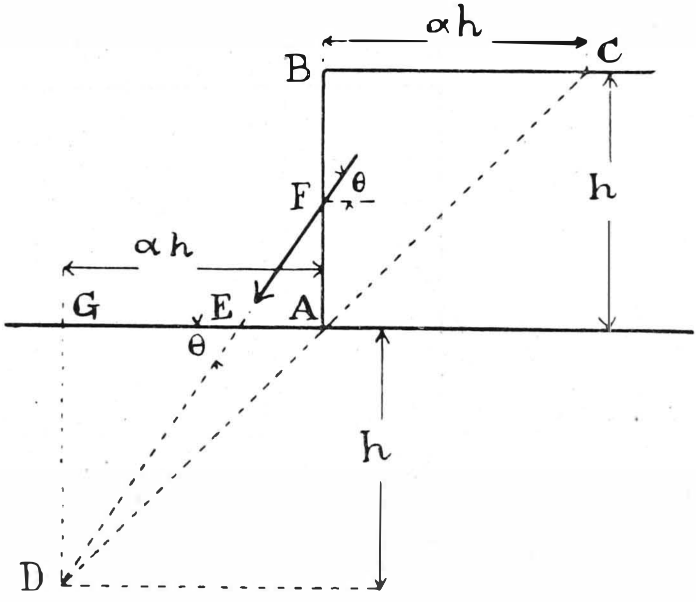
$$tg\theta = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{H}} = \frac{3}{2\alpha} = \frac{3}{2}\,tg\,\rho$$

(In teoria lui Coulomb avem: $tg\theta = tg\rho$: iar în aceia a lui Rankine $tg\theta = 0$).

După cum se vede, valoarea $tg\rho$ e independentă de y, adică direcţiunea împingerii e aceiaşi ori-care ar fi poziţia planului CD.

Făcând în aceste formule $y = h$ (h fiind înălţimea zidului) obţinem împingerea datorită unei supra sarcini uniform distribuită pe suprafaţa masivului de pământ ce se află în dosul zidului.

FIG. 9



Dacă F e punctul unde împingerea întâlneşte zidul (fig. 9) avem:

$$\mathrm{AF} = \mathrm{AG}\,tg\,\theta = \frac{3}{2\alpha}\,\mathrm{AE}$$

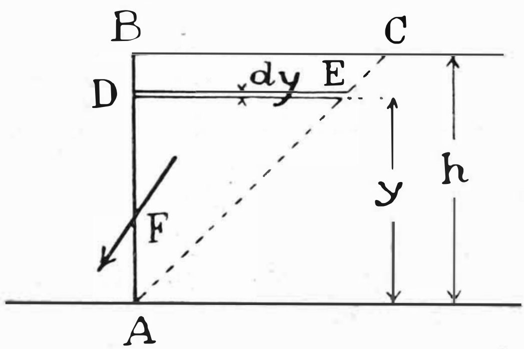
însă $$\mathrm{AE} = \mathrm{AG} - \mathrm{GE}$$

sau $\mathrm{AE} = \alpha h - h\frac{2}{3}\alpha = \frac{1}{3}\alpha h$ de unde $\mathrm{AF} = \frac{h}{2}$

adică împingerea întâlneşte zidul la jumătatea înălţimei (după cum rezultă şi din teoria lui Coulomb).

Pentru a determina împingerea datorită masivului de pământ aflat în spatele zidului vom lua (fig. 10) o bandă infinit mică DE de înălţime dy situată la distanţa y de la bază; dacă π este greutatea specifică a pământului, putem considera că pe planul DE acţionează o sarcină uniform distribuită πdy pe unitatea de lungime şi atunci dacă Vt şi Ht sunt componentele verticală şi orizontală a împingerii datorite masivului, componentele împingerii datorite bandei DE sunt diferenţialele în raport cu y a cantităţilor Vt şi Ht.

FIG. 10



Avem prin urmare: $dVt = \frac{\pi}{4} \alpha y \, dy$

şi $dHt = \frac{\pi}{6} \alpha^2 y \, dy$

integrând între valorile lui y coprinse între o şi h avem componentele împingerii totale:

$$Vt = \frac{\pi}{4} \alpha \int_0^h y dy = \frac{\pi}{8} \alpha h^2$$

$$Ht = \frac{\pi}{6} \alpha^2 \int_0^h y dy = \frac{\pi}{12} \alpha^2 h^2$$

direcţiunea împingerii e cunoscută (avem $tg\,\theta = \frac{3}{2} tg\varphi$), rămâne să determinăm unul din punctele ei. Dacă F e intersecţiunea împingerii cu suprafaţa din 'năuntrul a zidului avem:

$$Ht \times \overline{FA} = \int_0^h dHz \times \frac{1}{2} \alpha y$$

sau :

$$\frac{\pi}{12}\alpha^2 h^2 \times \overline{FA} = \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{6}\alpha^3 \int_0^h y^2 dy$$

de unde :

$$FA = \frac{1}{3} h$$

(după cum rezultă și după teoria lui Coulomb).

O altă relațiune, identică cu ceea-ce se întâmplă în teoria lui Coulomb, se obține dacă se ia raportul între împingerea datorită supra-sarcinei uniform distribuită și aceia datorită masivului de pământ. Acest raport este :

$$2\frac{P}{\pi}h$$

Am spus că direcțiunea liniilor de repartițiune trebue să facă cu orizontala un unghiu egal cu unghiul talusului natural.

In adevăr din cele ce preced se vede că linia AC este limita între părticelele cari nu dau împingere pe planul AB și cele cari dau, sau cu alte cuvinte între cele cari pentru a se menține în echilibru n'au nevoe de zid de sprijinire și între cele cari au:

Dacă, în loc de a admite ipoteza distribuțiunii pe bază după legea dreptunghiului, am admite ipoteza distribuțiunii după legea triunghiului am obține procedând în mod analog :

$$Vp = \frac{p}{6}\alpha h$$

$$Hp = \frac{p}{12}\alpha 2h$$

$$tg\,\theta = \frac{2}{\alpha} = 2\,tg\,\rho$$

și

$$Vt = \frac{\pi}{12}\alpha h^2$$

$$Ht = \frac{\pi}{24}\alpha^2 h^2$$

cu aceleași coincidențe cu teoria lui Coulomb ca și în cazul ipotezii distribuțiunii uniforme adică :

Impingerea datorită suprasarcinii uniform distribuită întâlnește zidul la $^1/_2$ înalțimii ;

împingerea datorită pământului întâlneşte zidul la $^{1}/_{3}$-a înălţimei şi raportul între cele două feluri de împingeri e $2 \frac{p}{\pi} h$.

Mai trebue să observăm că în cele ce preced am presupus că repartiţiunea se face într'un plan normal pe planul zidului, cea ce nu poate fi considerat ca ezact de cât de la distanţa $a\, h$ de la marginea zidului, căci în realitate distribuţiunea se face după un con.

(Va urma)

Cristea Niculescu
Inginer
Şef de secţie serviciul Podurilor CFR.