DESPRE PERTUBAŢIUNILE

LA CARE POT DA LOC

O RUPTURĂ A FIRULUI NEUTRU

INTR'O DISTRIBUŢIE

ALTERNATIVĂ TRIFASICĂ ÎN STEA

—

Presupunem cazul unei distribuţii sub voltagiu constant.

Fie I, II, III secţiunile celor trei fire de fază printr'un plan perpendicular direcţiunei lor, secţiuni proectate la 120° de alungul unei circomferinţe virtuală care ar avea de centru punctul unde firul neutru ar pătrunde prin planul de mai sus şi a cărei rază ar fi egală cu a 1,73 parte din valoarea tensiunii de distribuţie. Fie E_1, E_2. E_3 cele trei tensiuni în stea, între firul neutru şi firul de fază respectiv (fig. 1).

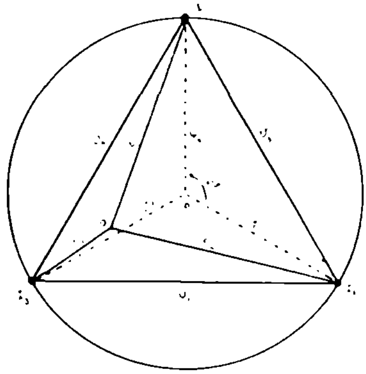


Fig. 1

In toată discuţiunea aceasta presupunem că valorile E_1, E_2, E_3 şi U_1, U_2, U_3, care reprezintă cele trei tensiuni triunghiulare fixe între cele trei faze de distribuţie sunt valorile eficace ale cantităţilor electrice alternative corespondente.

Aceste trei tensiuni sunt decalate între ele de 120° însă sunt egale în valoarea absolută.

Se ştie că rolul firului neutru O O′ este de a echilibra tensiunile O′ I′, O′ II′, O′ III′ de distribuţie la abonaţi. Adică ori-care ar fi raportul (impedanţelor) numerilor de lămpi aprinse pe fie-care fază aceste lămpi să fie alimentată sub o aceiaşi tensiune ca şi când ar forma trei distribuţiuni independente. Când una din faze e mai încărcată necesită un curent mai mare de cât celelalte faze (fig. 2 şi fig. 3).

Dacă firul neutru n'ar exista acest curent ar trebui să întoarcă la maşină prin fazele II şi III.

Este evident că dacă numărul de lămpi este prea mic sau impedanţele acelor două circuituri (fazele II şi III) sunt prea mari acest curent va supravolta lămpile acestor două faze le va putea arde şi da loc la variaţiuni de voltagiu şi de lumină.

Dacă însă firul neutru funcţionează lămpile sau impedanţele celor două faze vor lua un curent proporţional lor lăsând ca restul de curenţi să se întoarcă la sursă prin firul neutru. Când cele trei impedante au valori egale prin firul neutru nu mai trece nici un

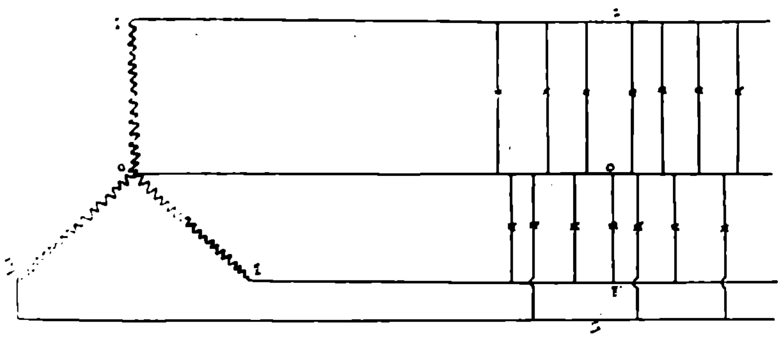


Fig. 2

curent, el nu funcţionează pentru că între punctul O şi O′ nu mai există nici o diferenţă de potenţial.

Am văzut că dacă suprimăm firul neutru într'un sistem care e încărcat în mod neegal voltagiul variază între faze.

Scopul acestei discuţii e de a căuta care sunt legile după care se conduc aceste variaţiuni.

Chiar de la început se poate vedea că variaţiunile de voltagiu nu sunt funcţiune de numărul lămpilor instalate pe faze acest număr fiind pendinte numai de puterea maşinelor generatrice, ci sunt funcţiuni directe de raportul ce există între valorile celor trei (impedanţe) grupuri de lămpi. Căci atunci când vom avea acelaş număr de lămpi sau mai bine zis când vom alimenta pe fie-care fază o impedanţă egală, curentul de alimentare fiind acelaş, voltagiul fiind considerat constant la bornele maşinei, vom avea o distribuţie uniformă de voltagiu la bornele celor trei impedanţe ale fazelor respective.

Fie I_1, I_2, I_3, valorile eficace ale celor trei curenţi de alimentare pe fie-care fază l_1, l_2, l_3, r_1 r_2 r_3, w cele trei selfinducţiuni, cele trei rezistenţe şi pulsaţiunea curentului de alimentare a acestor trei faze.

Se ştie că (vezi cursul de electro-tecnică de Jannet) o funcţiune de formă

$$Y = U \sin (wt + \varphi)$$

reprezintă un vector alternativ oA a cărei lungime $\overline{oA}$ este egală cu valoarea eficace a acestei funcţiuni şi făcând un unghi φ cu o axă *ox* luată ca origină (fig. 4).

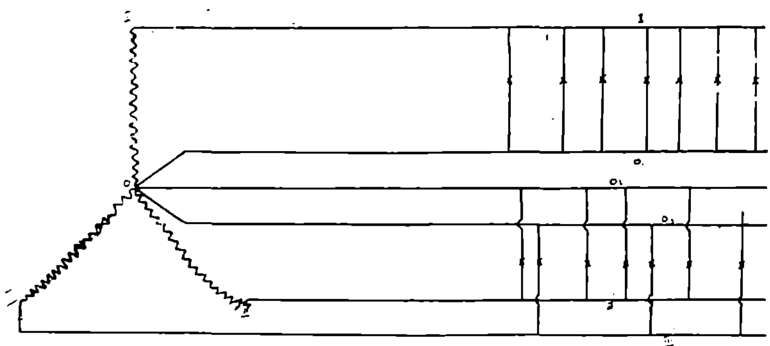


Fig 3

Această funcţiune mai poate fi reprezentată prin forma imaginară:

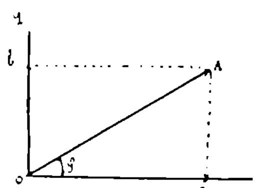


Fig. 4

$a + bi$, în care i este egal cu rădăcină de minus unu ($i = \sqrt{-1}$) a şi b fiind proecţiunile vectorului *oa* pe axele coordonate.

Această funcţiune imaginară se reprezintă prin (U) deci avem

$$(U) = U(\cos \varphi + i \sin \varphi) = a + bi$$

Valoarea eficace U va fi $= \sqrt{a^2 + b^2}$ iar decalagiul va fi determinat de

$$tg\, \varphi = \frac{a}{b}$$

R şi L w reprezentând rezistenţa şi reactanţa unui conductor se poate demonstra că numind $(R) = R - Lw\sqrt{-1} = R - Lwi$ resistenţă imaginară putem aplica valorilor imaginare legea lui Ohm şi regulile lui Kirchoff şi calcula ast-fel intensităţile curenţilor ca şi intensităţile curenţilor continu.

Intensitatea va avea forma $a' + b'i$ valoarea sa eficace va fi

$$\sqrt{a'^2 + b'^2} \text{ şi decalagiul } tg\varphi' = \frac{b'}{a'}$$

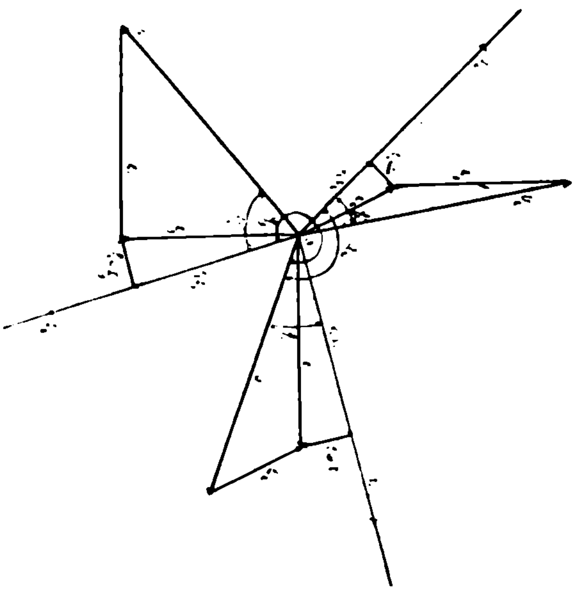


Fig. 5

U fiind tensiunea trifasică compusă vom avea pentru valorile imaginare ale cantităţilor U_1, U_2, U_3 expresiunile următoare:

$$(U_1) = U$$

$$(U_2) = U\,(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ) = U\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$(U_3) = U\,(\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ) = U\left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

Se prezintă trei cazuri: primul când circuitele cuprind resistenţei inductive, al doilea când cuprind rezistenţe neinductive şi al treilea când nu cuprind de cât selfinducţiuni (fig. 5).

Cazul I

Circuitele cuprind resistenţe şi selfinducţiuni.

Aplicând formula tensiunilor vom avea:

$$
\begin{aligned}
(U_1) &= (r_1 - l_1 w i)\ (I_1) - (r_2 - l_2 w i)\ (I_2)\\
(U_2) &= (r_2 - l_2 w i)\ (I_2) - (r_3 - l_3 w i)\ (I_3)\\
(U_3) &= (r_3 - l_3 w i)\ (I_3) - (r_1 - l_1 w i)\ (I_1)
\end{aligned}
$$

Această din urmă ecuaţiune este o deducţiune a celor-l'alte două ea nu poate servi la determinarea celor trei curenţi.

Regula lui Kirschoff ne dă o a patra relaţiune

$$(I_1) + (I_2) + (I_3) = 0$$

care împreună cu cele-l'alte trei ne permite a determîna I_1, I_2, I_3.

Vom avea eliminând:

$$(I_1) = \frac{(r_3 - l_3 w i)\ (U_1) - (r_2 - l_2 w i)\ (U_3)}{(r_1 - l_1 w i).(r_2 - l_2 w i) + (r_1 - l_1 w i).(r_3 - l_3 w i) + (r_2 - l_2 w i).(r_3 - l_3 w i).}$$

$$(I_2) = \frac{(r_1 - l_1 w i)\ (U_2) - (r_3 - l_3 w i)\ (U_1)}{(r_1 - l_1 w i).(r_2 - l_2 w i) + (r_1 - l_1 w i).(r_3 - l_3 w i) + (r_2 - l_2 w i)(r_3 - l_3 w i)}$$

$$(I_3) = \frac{(r_2 - l_2 w i)\ (U_3) - (r_1 - l_1 w i)\ (U_2)}{(r_1 - l_1 w i).(r_2 - l_2 w i) + (r_1 - l_1 w i).(r_2 - l_2 w i) + (r_2 - l_2 w i)(r_3 - l_3 w i)}$$

Desvoltăm numitorului:

$$
\begin{aligned}
& r_1 r_2 - r_1 l_2 w - r_2 l_1 w + l_1 l_2 w i\\
& r_1 r_3 - r_1 l_3 w - r_3 l_1 w + l_1 l_3 w i\\
& r_2 r_3 - r_2 l_3 w - r_3 l_2 w + l_2 l_3 w i \quad \text{adunând}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3 - (l_1 l_2 + l_1 l_3 + l_2 l_3)\, i\, w\\
& - (r_1 l_2 + r_2 l_1 + r_1 l_3 + r_3 l_1 + r_2 l_3 + r_3 l_2)\, w
\end{aligned}
$$

Aceasta expresiune are forma $A + B i$ în care vom face

$$A = r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3 - w(r_1 l_2 + r_2 l_1 + r_1 l_3 + r_3 l_1 + r_2 l_3 + r_3 l_2)$$

$$B = - w(l_1 l_2 + l_1 l_3 + l_2 l_3)$$

Vom înlocui (U_1) (U_2) (U_3) prin valorile lor în funcţiune de U.

$$(I_1)=\frac{U}{2(A+Bi)}/2(r_3-1_3wi)+(r_2-1_2wi)(1+i\sqrt{3})/=\frac{U}{2}\times\frac{A'_1+B'_1i}{A+Bi}$$

$$(I_2)=\frac{U}{2(A+Bi)}/-2(r_2-1_2wi)+(r_1-1_1wi)(-1+i\sqrt{3})/=\frac{U}{2}\times\frac{A'_2+B'_2i}{A+Bi}$$

$$(I_3)=\frac{U}{2(A+Bi)}/-(r_2-1_2wi)(1+i\sqrt{3})-r_1-1_1wi)(-1+i\sqrt{3})/=\frac{U}{2}\times\frac{A'_3+B'_3}{A+Bi}$$

Parantezul lui (I_1) este egal cu =

$$2r_3+r_2+1_2w\sqrt{3}+i(r_2\sqrt{3}-2\,1_3w-1_2w)=A'_1+B'_1i$$

punând $A'_1=2r_3+r_2+1_2w\sqrt{3}$ $\quad B'_1=r_2\sqrt{3}-(2\,1_3+1_2)w$

De asemeni pentru (I_2) vom avea

$$A'_2=(2r_2+r_1)+l_1w\sqrt{3}\qquad B'_2=r_1\sqrt{3}+w(2\,1_2+1_1)$$

Pentru (I_3) vom avea

$$A'_3=r_2+l_2w\sqrt{3}+r_1-l_1w\sqrt{3}\quad B'_3=-r_2\sqrt{3}+l_2w-r_1\sqrt{3}-l_1w$$

Pentru a putea aplica formula radicalului va trebui să convertim fracţiunile expresiunilor de mai sus într'o funcţiune având forma: $a+bi$.

A B, A'_1 B'_1, A'_2 B'_2 A'_3 şi B'_3 fiind cantităţi cunoscute vom pune.

$$\frac{A'_1+B'_1i}{A+Bi}=X_1+Y_1i,\ \frac{A'_2+B'_2i}{A+Bi}=X_2+Y_2i,\ \frac{A'_3+B'_3i}{A+Bi}=X_3+Y_3i,$$

Să determinăm pe X_1 Y_1 X_2 Y_2 X_3 Y_3 avem

$$A'_1+B'_1i=AX_1+AY_1i+BX_1i-BY_1=AX_1-BY_1+i(AY_1+BX_1)$$

Ori cum această ecuaţiune este o identitate vom identifica cantităţile dependente şi independente de i. Deci

$A'_1=AX_1-BY_1$ $\quad B'_1=AY_1+BX_1$ rezolvând aceste ecuaţiuni vom avea:

$$Y_1=\frac{AB'_1-A'_1B}{A^2+B^2}\qquad X=\frac{AA'_1+BB'_1}{A^2+B^2}\ \text{la fel}$$

$$Y_2 = \frac{AB'_2 - A'_2 B}{A^2 + B^2} \qquad X_2 = \frac{AA'_2 + BB'_2}{A^2 + B^2}$$

$$Y_3 = \frac{AB'_3 - A'_3 B}{A^2 + B^2} \qquad X_3 = \frac{AA'_3 + BB'_3}{A^2 + B^2} \quad \text{cum}$$

$$(I_1) = \frac{U}{2}(X_1 + Y_1\, i) \quad (I_2) = \frac{U}{2}(X_2 + Y_2\, i) \quad (I_3) = \frac{U}{2}(X_3 + Y_3\, i)$$

Valorile eficace vor fi:

$$I_1 = \frac{U}{2}\sqrt{X^2_1 + Y^2_1} \quad I_2 = \frac{U}{2}\sqrt{X^2_2 + Y^2_2} \quad I_3 = \frac{U}{2}\sqrt{X^2_3 + Y^2_3}$$

Inlocuind în aceste ecuaţiuni X şi Y prin valorile lor respective vom avea:

$$I_1 = \frac{U}{2}\sqrt{\frac{(AA'_1 + BB'_1)^2 + (AB'_1 - A'_1 B)^2}{(A^2 + B^2)^2}} = \frac{U}{2(A^2 + B^2)}$$

$$\sqrt{\overline{AA'_1}^2 + \overline{BB'_1}^2 + \overline{AB'_1}^2 + \overline{A'_1 B}^2} \quad \text{la fel}$$

$$I_2 = \frac{U}{2(A^2 + B^2)} \sqrt{\overline{AA'_2}^2 + \overline{BB'_2}^2 + \overline{AB'_2}^2 + \overline{A'_2 B}^2}$$

$$I_3 = \frac{U}{2(A^2 + B^2)} \sqrt{\overline{AA'_3}^2 + \overline{BB'_3}^2 + \overline{AB'_3}^2 + \overline{A'_3 B}^2}$$

Decalagiile înaintea sau în urma lui U vor fi:

$$tg\,\varphi_1 = \frac{X_1}{Y_1} = \frac{(AB'_1 - A'_1 B).\ (A^2 + B^2)}{(A^2 + B^2).\ (AA'_1 + BB'_1)} = \frac{AB'_1 - A'_1 B}{AA'_1 - BB'_1} \quad \text{la fel}$$

$$tg\,\varphi_2 = \frac{Y_2}{X_2} = \frac{AB'_2 - A'_2 B}{AA'_2 - BB'_2} \qquad tg\,\varphi_3 = \frac{Y_3}{X_3} = \frac{AB'_3 - A'_3 B}{AA'_3 - BB'_3}$$

Pentru a obţine decalagiile curenţilor pe fie-care tensiune respectivă φ_1 φ^1_2 şi φ^1_3 vom înlocui în valoarea tangentei r_2 prin r_3, r_3 prin r_1, l_2 prin λ_3 şi l_3 prin l_1 şi vom avea pe φ'_2; iar pentru a obţine pe φ'_3 vom înlocui r_3 prin r_1, r_1 prin r_2, l_3 prin l_1 şi l_1 prin l_2 în valoarea lui φ'_2

Ast-fel:

$B'_1 = r_2\sqrt{3} - (2\,l_3 + l_2)w$ va deveni $r_3\sqrt{3} - (2\,l_1 + l_3)\,w = B''_1$

$A'_1 = 2\,r_3 + r_2 + l_2\,w\sqrt{3}$ „ „ $2\,r_1 + r_3 + \rho\,l_3\,w\sqrt{3} = A''_1$

B''_1 va deveni $r_1\sqrt{3} - w(2\,l_2 - l_3) = B'''_1$

A''_1 „ „ $2\,r_2 + r_1 + l_1\,w\sqrt{3} = A'''_1$

Iar coeficienţii unghiulari vor fi:

$$tg\,\varphi_1 = \frac{AB'_1 - A'_1B}{AA'_1 - BB'_1} \quad tg\,\varphi'_2 = \frac{AB''_1 - A''_1B}{AA''_1 + BB''_1} \quad tg\,\varphi'_3 = \frac{AB'''_1 - A''_1{}'B}{AA'''_1 + BB'''_1}$$

Problema e ast-fel complect determinată.

Cazul II

Circuitul cuprinde resistenţe neinductive. Acest caz se poate deduce din primul făcând în ecuaţiunile de bază l_1 l_2 l_3 egal cu zero sau raţionând în acelaşi mod ca şi în cazul precedent; vom aplica această din urmă metodă, lăsând a deduce cazul al treilea în modul mai sus arătat. (Vezi fig. 6 diagramul cu linii pline)

Vom avea:

$$(U_1) = r_1\ (I_1) - r_2\ (I_2)$$
$$(U_2) = r_2\ (I_2) - r_3\ (I_3)$$

Cea de a treia ecuaţiune $(U_3) = r_3\ (I_3) - r_1\ (I_1)$ nu e de cât o deducţiune a celorlalte două căci adunate toate trei membru cu membru obţinem o identitate $(U_1) + (U_2) + (U_3) = 0$

Legea lui Kirschoff aplicată punctului 0 dă:

$$(I_1) + (I_2) + (I_3) = 0$$

Aceste ecuaţiuni ne permit a determina sistemul.

Vom avea: $$(I_1) = \frac{r_2\ (U_3) - r_1\ (U_2)}{r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3}$$

$$(I_2) = \frac{r_1\ (U_2) - r_3\ (U_1)}{r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3}$$

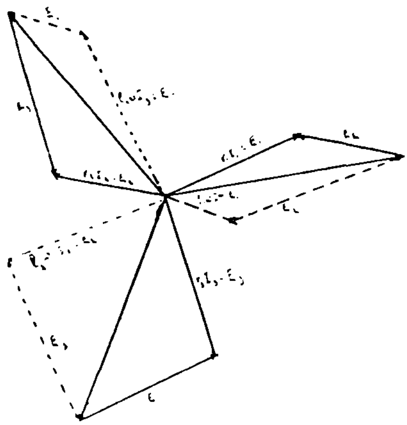
$$(I_3) = \frac{r_3\ (U_1) - r_2\ (U_3)}{r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3}$$

In aceste ecuaţiuni vom înlocui (U_1) (U_2) şi (U_3) prin valorile lor imaginare.

$$(I_1) = \frac{U}{2\,(r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3)} \;/\, 2\,r_3 + r_2\,(1 + i\sqrt{3}) \,/$$

$$(I_2) = \frac{U}{2\,(r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3)} \;/\, r_1\,(-1 + i\sqrt{3}) - 2\,r_3 \,/$$

$$(I_3) = \frac{U}{2\,(r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3)} \;/\, - r_2\,(1 + i\sqrt{3}) - r_1\,(-1 + i\sqrt{3}) \,/$$



(Fig. 6)

Valorile acestor trei intensităţi au forma $a + bi$ vom putea obţine valorile lor eficace formând radicalul $\sqrt{a^2 + b^2}$ iar decalagiul lor vor fi $tg\,\varphi = \frac{b}{a}$.

$$I_1 = \frac{U}{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3} \sqrt{r^2_3 + r^2_2 + r_2 r_3}$$

$$I_2 = \frac{U}{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3} \sqrt{r^2_1 + r^2_3 + r_1 r_3}$$

$$I_3 = \frac{U}{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3} \sqrt{r^2_2 + r^2_1 + r_1 r_2}$$

Decalagiile vor fi:

$$tg\,\varphi_1 = \sqrt{3}\,.\,\frac{r_2}{2r_3+r_2} \quad tg\,\varphi_1 = -\sqrt{3}\,.\,\frac{r_1}{2r_3+r_1} \quad tg\,\varphi_3 = -\sqrt{3}\,.\,\frac{(r_1+r_2)}{r_1-r_2}$$

Decalagiile curenţilor pe fie care fază respectivă vor fi:

$$tg\,\varphi_1 = \sqrt{3}\,.\,\frac{r_2}{2r_3+r_2} \quad tg\,\varphi'_2 = \sqrt{3}\,.\,\frac{r_3}{2r_1+r_3} \quad tg\,\varphi'_3 = \sqrt{3}\,.\,\frac{r.}{2r_2+r_1}$$

Problema e deci complect determinată.

Cazul III

Circuitul nu cuprinde de cât self-inducţiuni.

Pentru a rezolva acest caz vom face în formulele generale

$r_1 = r_2 = r_3 = 0$ Vom avea:

$A = 0\,A = -(l_1 l_2 + l_1 l_3 + l_1 l_3)w \quad B = 0\,B = -(l_1 l_2 + l_1 l_3 + l_2 l_3)w$

$$A'_1 = l_2\,w\sqrt{3} \qquad B'_1 = -(2l_3 + l_2)\,w$$

$$A'_2 = l_1\,w\sqrt{3} \qquad B'_2 = (2l_2 + l\,)\,w$$

$$A'_3 = -\sqrt{3}(l_2+l_1)\,w \qquad B' = (l_2 - l_1\,)\,w \text{ Deci}$$

$$I_1 = -\frac{U}{w(l_1 l_2 + l_1 l_3 + l_2 l_3)}\sqrt{l^2_2 + l_2 l_3 + l^2_3}$$

$$I_2 = -\frac{U}{w(l_1 l_2 + l_1 l_3 + l_2 l_3)}\sqrt{l^2_1 + l_1 l_3 + l^2_3}$$

$$I_3 = -\frac{U}{w(l_1 l_2 + l_1 l_3 + l_2 l_3)}\sqrt{l^2_2 + l_2 l_3 + l^2_3}$$

Decalagiile în urma lui U

$$tg\,\varphi_1 = -\frac{2l_3 - l_2}{l_2\,.\,\sqrt{3}} \quad tg\,\varphi_2 = -\frac{2l_2 + l_1}{l_1\,.\,\sqrt{3}} \quad tg\,\varphi_3 = -\frac{l_2 - l_1}{\sqrt{3}\,.\,(l_2 + l_1)}$$

Decalagiile respective

$$tg\,\varphi_1 = -\frac{2l_3 - l_2}{l_2\,.\,\sqrt{3}} \qquad tg\,\varphi_2 = \frac{2l_1 - l_3}{l_3\,.\,\sqrt{3}} \qquad tg\,\varphi'_3 = \frac{2l_2 - l_1}{l_1\,.\,\sqrt{3}}$$

(fig. 6 diagramul punctat)

Câte-va cazuri particulare

I) $r = \infty$ Vom compara fenomenele la care dă loc această condiţiune când reţeaua de distribuţie are sau nu fir neutru. Presupunem că tensiunea compusă U este de 208 volţi în cazul cu firul neutru vom avea ca tensiune în stea $E = \frac{U}{\sqrt{3}} = 120$ volţi deci $E_1 = E_2 = E_3 = 120$ volţi.

$$I_1 = \frac{E}{\infty} = 0 \qquad I_2 = \frac{120}{r_2} \qquad I_3 = \frac{120}{r_3}$$

$I_1 = 0$, E_1 însă tinde către o limită determinată $E = 120$.

Deci când pe una din faze nu arde nici o lampă, iar pe celelalte două ard, nu se întâmplă nici un desechilibru fiind-că cu firul copensator menţinem în punctul 0 un potenţial fix.

Fără fir neutru avem:

1) $I_1 = \frac{U\sqrt{r^2_2 + r_2 r_3 + r^2_3}}{r_1(r_2 + r_3) + r_2 . r_3}$ dacă facem $r_1 = \infty$ vom avea $I_1 = 0$

$E_1 = I_1 . r_1 = 0 . \infty$, ceea-ce exprimă o indeterminare; pentru a avea valoarea limitată a lui E_1 vom lua raportul derivatelor şi vom avea

$$E_1 = \frac{d_{r_1}(Ur_1\sqrt{r^2_2 + r_2 r_3 + r_3^2})}{d_{r_1}/r_1(r_2 + r_3) r_2 + r_3/} = \frac{U\sqrt{r^2_2 + r_2 r_3 + r^2_3}}{r_2 + r_3}$$

2) $I_2 = \frac{U\sqrt{r^2_1 + r_1 r_3 + r^2_3}}{r_1(r_3 + r_2) + r_2 r_3}, I^2_2 = \frac{U^2(r^2_1 + r_1 r_3 + r^2_3)}{r^2_1(r_2 + r_3)^2 + 2r_1(r_2 + r_3) . r_2 r_3 + r^2_2 r^2_3}$

luând raportul derivatelor: limit $I_2 = \frac{U^2(2r_1 + r_3}{2r_1(r_2 + r_3)^2 + 2(r_2 + r_3) . r_2 r_3}$

Punând derivata a 2-a: limit: $I^2_2 = \frac{U}{2} \times \frac{2U}{(r_2 + r_3)^2} = \frac{U^2}{(r_2 + r_3)^2}$

$$\text{limit: } I_2 = \sqrt{\frac{U^2}{(r_2 + _3r)^2}} = \frac{U}{(r_2 + r_3)} \text{ şi } E_2 = \frac{Ur_2}{(r_2 + r_3)}$$

$$\text{vom avea la fel } I_3 = \frac{U}{(r_2 + r_3)} \text{ şi } E_3 = \frac{Ur_3}{(r_2 + r_3)}$$

$$\text{Verificare } U = E_1 + E_2 = \frac{U(r_2 + r_3)}{r_2 + r_3} = U$$

$$tg\,\varphi_1 = \frac{\sqrt{3} . r_2}{2r_3 + r_2}, \text{limit } tg\,\varphi_2 = \text{limit} - \frac{\sqrt{_3}\, r_1}{2r_3 + r_1} = -\sqrt{3}; \varphi_2 = 120^0$$

$$\text{limit } tg\varphi_3 = -\sqrt{3}; \varphi_3 = 240^0$$

Deci când una din faze nu arde, voltagiul pe această fază tinde către o limită definitivă, rezistenţa fiind infinit de mare, curentul este nul. Celelalte două faze se pun în serii luând un voltagiu proporţional rezistenţelor lor. Curenţii I_2 şi I_3 sunt egali şi inverşi deci formează un singur circuit; aceşti doi curenţi sunt decalaţi de acelaş unchi unul înaintea lui U iar celalt în urmă. Când R plecând de la o valoare definitivă creşte din ce în ce. E_1 creşte de asemenea foarte repede în raport cu E_2 şi E_3.

In adevăr $E_1 = \dfrac{U\sqrt{r^2_2 + r_2 r_3 + r^2_3}}{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3} \times r_1$

$$E_2 = \frac{U\sqrt{r^2_1 + r_1 r_3 + r^2_3}}{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3} \times r_2$$

$\dfrac{E_1}{E_2} = \dfrac{r_1}{r_2} \times \dfrac{\sqrt{r^2_2 + r_2 r_3 + r^2_3}}{\sqrt{r_1^2 + r_1 r_3 + r_3}}$ când $r_1 = \infty$; raportul tensiunilor devine

$$\frac{\infty E_1}{\infty E_2} = \frac{U\sqrt{\dfrac{r_2^2 + r_2 r_3 + r_3^2}{r_2 + r_3}}}{\sqrt{\left(\dfrac{U r_2}{r_2 + r_3}\right)^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{r_2^2 + r_2 r_3 + r_3^2}}{r_2}$$

Pentru a arăta că E_1 a devenit superior lui E_2 va trebui să probăm că: $\dfrac{E_1}{E_2} < \dfrac{\infty E_1}{\infty E_2}$ pentru ori ce valoare de r_2 şi r_3

In adevăr avem:

$$\frac{r_1}{r_2} \times \frac{\sqrt{r^2_2 + r_2 r_3 + r^2_3}}{\sqrt{r^2_1 + r_1 r_3 + r^2_3}} < \frac{\sqrt{r^2_2 + r_2 r_3 + r^2_3}}{r_2} \text{ sau } \frac{r_1}{\sqrt{r^2_1 + r_1 r_3 + r^2_3}} < 1$$

$$r^2_1 < r^2_1 + r_1 r_3 + r^2_3$$

Deci dacă într'o instalaţie cu fir neutru acesta, încetând în mod accidental de a funcţiona, se aprind mai mult lămpi pe două faze de cât pe a treia, voltagiul acesteia se urcă foarte repede şi riscăm a arde lămpile de pe această fază.

Când pe două faze se aprind acelaş număr de lămpi ($r_2 = r_3$) voltagiul pe a treia fază tinde a lua o valoare;

$E_1 = \sqrt{3}\, E_2 = 1{,}73 E_2$

II) $r = 0$ în cazul cu firul neutru avem un scurt circuit pe faza întâia, siguranţa se va topi iar celelalte două faze vor continua să ardă în mod independent.

Fără fir neutru avem:

$$I_1 = \frac{U}{r_2 \times r_3} \cdot \sqrt{r^2_2 + r_2 r_3 + r^2_3} \qquad E_1 = I_1 \times 0 = 0$$

$$I_2 = \frac{U}{r_2} \qquad E_2 = \frac{U}{r_2}\ r_2 = U$$

$$I_3 = \frac{U}{r_3} \qquad E_3 = U$$

$$tg\ \varphi_1 = \frac{3\ r_2}{2\ r_3 + r_2}. \quad tg\ \varphi_2 = -\sqrt{3} \quad tg\ \varphi_3 = +\sqrt{3}$$

Deci când pe o fază aprindem foarte multe lămpi în raport cu lămpile aprinse pe celelalte două faze curentul crește făcând să scadă E_1 până la $E_1 = 0$ (scurt circuit) iar pe celelalte două faze voltagiul se urcă până la U arzându-le.

III) $\underline{r_1 = r_2 = r_3 = r}$

$$I_1 = \frac{U}{3\ r_2} r\sqrt{3} = \frac{U}{r\sqrt{3}} \quad E = \times \frac{U}{\sqrt{3}} \text{ la fel}$$

$$I_1 = I_2 = I_3 = \frac{U}{r\sqrt{3}} \qquad E_1 = E_2 - E_3 = \frac{U}{\sqrt{3}} \text{ independent de}$$

valoarea resistenței,

$$tg\ \varphi_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad tg\ \varphi_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad tg\ \varphi_3 = -\frac{2\ r\sqrt{3}}{0} = \infty\ \varphi_3 = 90$$

Sistemul e perfect echilibrat; este singurul caz când sistemul acesta poate funcționa.

Verificări experimentale

Mărginindu-ne numai la cazul al doilea am făcut câte-va verificări experimentale a căror rezultate sunt indicate în tabloul aci alăturat și care concordă, bine înțeles, în limitele aproximațiunilor calculului și lecturilor cu rezultatele obținute înlocuind prin valorile lor numerice cantitățile cunoscute în formulele determinate mai sus.

Ca rezistenţe am întrebuinţat lămpi incandescente de 400 ohmi variind numărul lor pe faze cum îl indică tabloul (fig. 7).

Când pe faza I erau cinci lămpi, pe a doua patru şi pe a treia şase, voltmetrile indicau $E_1 = 123$ $E_2 = 133$ $E_3 = 111$

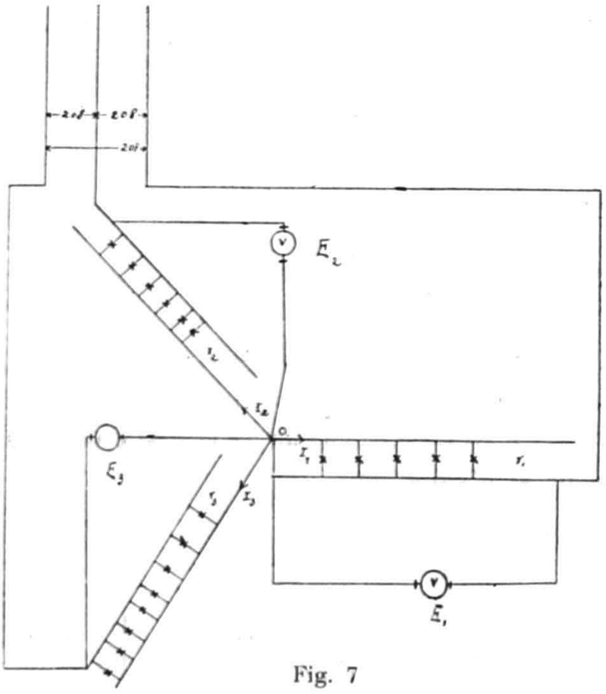


Fig. 7

Aceste rezultate concordă cu acele pe care le obţinem prin formule. In adevăr:

$$r_1 = 80\,w \quad r_2 = 100, \quad r_3 = 66{,}5 \quad U = 208.$$

$$I_1 = \frac{208}{80 \times 100 + 80 \times 66{,}5 + 100 \times 66{,}5} \times \sqrt{100^2 + 100 \times 66{,}5 + 66{,}5^2}$$

$$= 1{,}54 \text{ Amperi}$$

$$E_1 = I_1\, r_1 = 1{,}54 \times 80 = 123{,}2 \text{ volţi}$$

— la fel $I_2 = 1{,}33$ Amperi $E_2 = 1{,}33 \times 100 = 133$ volţi

$I_3 = 1{,}65$ „ $E_3 = 1{,}65 \times 66, = 110$ „

ŞTEFAN IONESCU
Inginer

TABLOU

FAZA I-a		FAZA II-a		FAZA III-a	
No. de lămpi	E_1	No. de lămpi	E_2	No. de lămpi	E_3
5	130	6	122	7	114
4	138	6	120	7	109
5	132	7	116	7	116
4	139	7	113	7	113
6	124	6	124	7	117
6	122	5	131	7	114
5	128	5	128	7	109
4	137	5	126	7	105
5	123	4	133	6	111
4	140	6	123	7	110
4	132	4	132	6	108
6	122	7	113	5	133
5	129	7	109	5	129
4	136	7	105	5	127
6	120	7	109	4	141
5	126	7	106	4	139
4	134	7	100	4	135
7	120	7	120	7	120,5
6	121	6	121	6	121
5	121	5	121	5	121
4	121	4	121	4	121