NOTE

Torsiunea barelor cu secţiune rectangulară: este titlul problemei tratate la paginele 773—775 din numerele 11 şi 12 ale „Buletinului“, pe anul 1920. Pentru rezolvarea problemei, autorul a utilizat soluţia particulară:

$$\xi = A y z + B y z (y^2 - z^2). \qquad (2)$$

a ecuaţiei diferenţiale a deformaţiilor:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = 0 \qquad (1).$$

Soluţia acestei ecuaţii se poate scrie sub forma:

$$\xi = f(z_1) + g(z_2),$$

în care f şi g sunt două funcţii oarecare de variabile complexe, conjugate, z_1 şi z_2:

$$z_1 = y + i z; \; z_2 = y - iz.$$

Ne vom mărgini în cele ce urmează a arăta rezultatele, la care duce soluţia particulară (2) şi întrucât ele diferă de rezultatele stabilite în articolul citat.

Cu ajutorul soluţiei particulare (2), rezistenţele la lunecare τ_y şi τ_z se pot scrie:

$$\left.\begin{aligned} \tau_y &= G y (A + \omega_x + B y^2 - 3 B z^2) \\ \tau_z &= G z (A - \omega_x - B z^2 + 3 B y^2) \end{aligned}\right\} \qquad (3).$$

Spre deosebire de autor, noi vom nota răsucirea specifică ω_z, care este o funcţie de y şi z, cu: $\omega(y, z)$.

Relaţiile (3) trebuind să satisfacă condiţiilor pe contur:

$$\tau_y = 0, \text{ pentru } z = \pm \frac{b}{2}, \text{ oricare ar fi } y \text{ şi}$$

$$\tau_z = 0, \text{ pentru } y = \pm \frac{h}{2}, \text{ oricare ar fi } z,$$

obţinem:

$$
\begin{aligned}
&A + \omega(y, b) + B y^2 - \frac{3}{4} B b^2 = 0 \\
&A - \omega(h, z) - B z^2 + \frac{3}{4} B h^2 = 0
\end{aligned}
\qquad (6).
$$

Aceste rezultate sunt scrise de autor astfel:

$$
\begin{aligned}
&A + \omega_x + B y^2 - \frac{3}{4} B b^2 = 0 \\
&A - \omega_x - B z^2 + \frac{3}{4} B h^2 = 0
\end{aligned}
\qquad (6').
$$

Adică: în ambele relaţii ale autorului, răsucirea specifică figurează sub aceiaşi notaţie ω_x, ca şi cum ar trebui ca funcţia ω să aibă aceiaşi expresie în ambele relaţii. De oarece însă răsucirea ω este o funcţie de variabilele y şi z, noi credem greşită această procedare şi mai credem că nu este permis ca prin simpla scădere a relaţiilor precedente (6') să se deducă funcţia ω, cum face autorul obţinând:

$$
\omega_x \; \frac{1}{8} B \left[4 (y^2 + z^2) - 3 (b^2 + h^2)\right].
$$

O consecinţă imediată, contradictorie a acestui procedeu este faptul că adunând relaţiile (6') ale autorului, căpătăm că A nu mai este o constantă, după cum s'a presupus în relaţia (2), ci o funcţie de y şi z:

$$
A = \frac{1}{8} B \left[4 (z^2 - y^2) + 3 (b^2 - h^2)\right].
$$

In aceste condiţii, se impune refacerea tuturor calculelor, luând ca punct de plecare relaţiile noastre (6).
Din ele deducem:

$$
\begin{aligned}
&\omega(y, b) = \frac{3}{4} B b^2 - B y^2 - A \\
&\omega(h, z) = \frac{3}{4} B h^2 - B z^2 + A
\end{aligned}
\qquad (7).
$$

Luând

$$
\omega(y, z) = C + C_1 (y^2 + z^2), \qquad (7')
$$

găsim:

$$
\omega(y, b) = C + C_1 y^2 + C_1 \frac{b^2}{4}
$$

$$\omega\,(h, z) = C + C_1 \frac{h^2}{4} + C_1 z^2$$

Apropiind acëste rezultatë de relaţiile (7), obţinem:

$$C_1 = -B$$

$$C = \frac{1}{2} B\,(b^2 + h^2)$$

$$A = \frac{1}{2} B\,(b^2 - h^2).$$

Expresia răsucirii sprëcifice va fi atunci:

$$\omega = \frac{1}{2} B\,(b^2 + h^2) - B\,(y^2 + z^2) \qquad (8).$$

Ca acëstë rezultate, relaţiile (3) care dau rezistenţele la lunecare devin:

$$\begin{aligned} \tau_y &= B\,G\,y\,(b^2 - 4\,z^2) \\ \tau_z &= -B\,G\,z\,(h^2 - 4\,y^2) \end{aligned} \qquad (3').$$

Pentru a determina constanta B, integrăm ëxpresia

$$\tau_y\, y - \tau_z\, z$$

şi egalăm rezultatul cu momentul exterior M. Insemnând cu $d\Omega$ un elëment de suprafaţă din secţia considerată, vom avea:

$$b^2 \int y^2\, d\Omega + h^2 \int z^2\, d\Omega - 8 \int y^2 z^2\, d\Omega = \frac{M}{B\,G}$$

Sau:

$$\frac{b^3 h^3}{12} + \frac{b^3 h^3}{12} - \frac{8}{144}\, b^3 h^3 = \frac{M}{B\,G}.$$

Dë unde

$$B = \frac{9\,M}{G\, b^3 h^3} \qquad (9).$$

Rëlaţia (8) o vom putea-o scrie:

$$\omega = \frac{9\,M}{G\, b^3 h^3} \left[\left(\frac{b^2 + h^2}{2} \right) - \left(y^2 + z^2 \right) \right]$$

Pentru axa piësei ($y = z = 0$), răsucirea va fi:

$$\omega = \frac{4,5\ M\,(b^2 + h^2)}{G\, b^3 h^3}$$

Pentru muchile barei $\left(y = \pm \frac{h}{2}\,;\; z = \pm \frac{b}{2}\right)$, răsucirea va fi:

$$\omega = \frac{2{,}25\, M\,(b^2 + h^2)}{G\, b^3\, h^3}$$

In ce priveşte rotaţia unghiulară δ a cuplului exterior M, ne servim de relaţia:

$$M\,\delta = \frac{1}{G}\int (\tau^2{}_y + \tau^2{}_z)\, d\,\Omega,$$

în care pentru rezistenţele τ_y şi τ_z vom lua valorile date de relaţiile (3'). Vom avea:

$$\frac{M\,\delta}{B^2\,G} = b^4 \int y^2\, d\,\Omega + h^4 \int z^2\, d\,\Omega + 16 \int y^2 z^4\, d\,\Omega + 16 \int y^4 z^2\, d\Omega$$

$$- 8\, b^2 \int y^2 z^2\, d\,\Omega - 8\, h^2 \int y^2 z^2\, d\,\Omega$$

Efectuând integralele, obţinem:

$$\frac{M\,\delta}{B^2\,G} = \frac{b^5 h^3}{12} + \frac{b^3 h^5}{12} + \frac{b^5 h^3}{60} + \frac{b^3 h^5}{60} - \frac{b^5 h^3}{18} - \frac{b^3 h^5}{18}$$

De unde:

$$\frac{M\,\delta}{B^2\,G} = \frac{2}{45} \cdot b^3 h^3 (b^2 + h^2).$$

Introducând aci valoarea lui B dată de relaţia (9), căpătăm:

$$\delta = \frac{3{,}6\, M\,(b^2 + h^2)}{G\, b^3\, h^3}.$$

N. Profiri.

Răspuns la nota: Torsiunea barelor cu secţiune rectangulară.

Redacţia „Buletinului" a avut bunăvoinţa de a-mi pune la îndămână nota de mai sus, fapt pentru care îi mulţumesc. Nota se referă la articolul ce poartă acest titlu şi care s'a publicat la paginile indicate în nota de mai sus.

Autorul notei citate găseşte o nepotrivire şi neexactitate din faptul că în relaţiunile:

$$A + \omega_x + B\,y^2 - \frac{3}{4}\,B\,b^2 = o$$

$$A - \omega_x - B\,z^2 + \frac{3}{4}\,B\,h^2 = o$$

am considerat ω_x = constant pentru toate elementele secţiei şi

arată că de aci rezultă „*o consecinţă contradictorie a acestui procedeu.... că A nu mai este o constantă cum s'a presupus....*"
Perfect adevărat.

Autorul notei a mai observat că *răsucirea specifică figurează sub aceiaşi notaţie* ω_x *ca şi cum ar trebui ca funcţia* ω *să aibă aceiaşi expresie în ambele relaţii*, iar din calculele ce am făcut rezultă că am considerat-o pur şi simplu o constantă. In fine autorul notei putea să mai observe că de unde am considerat ω_x = constant pentru toate elementele secţiunei, la urmă scot

$$\omega_x = 1{,}5 \frac{M}{Gb^3h^3} [3(b^2+h^2) - 4(y^2+z^2)]$$

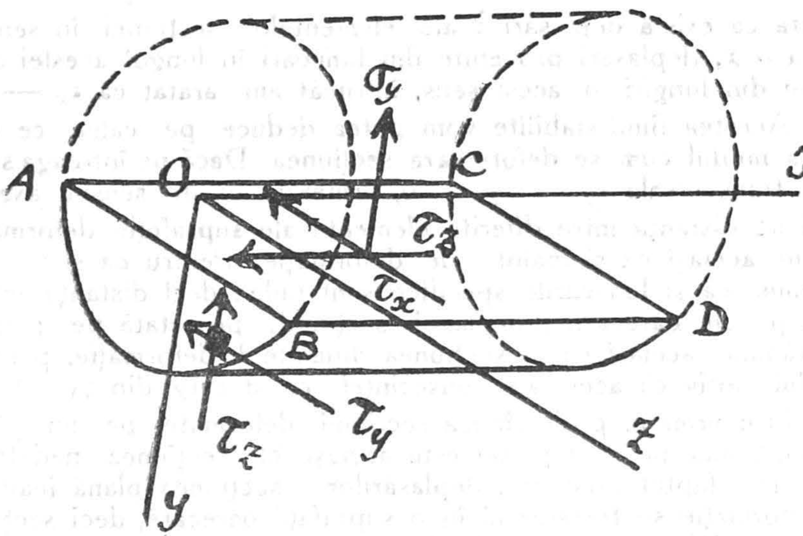
adică o funcţie de y şi z. Aşa dar o nouă contradicţie. Cred că autorul notei apreciază că şi această nouă contradicţie este tot atât de importantă şi gravă ca şi precedenta întrucât spune „*spre deosebire de autor* (al articolului) *noi vom nota răsucirea specifică* ω_x **care este o funcţiune de y şi z** *cu*... dar mai departe spune: *De oarece însă răsucirea* ω *este o funcţie de variabilele* y *şi* z, *noi credem greşită această procedare*, etc... aşa că autorul notei se vede obligat a adăoga: „*în aceste condiţiuni, se impune refacerea tuturor calculelor, luând ca punct de plecare relaţiile noastre (6)*..

In fine ar părea din nota precedentă că funcţiunea propusă de mine şi anume $\xi = Ayz + Byz(y^2 - z^2)$, cu corecţiile ce i-se aduc de autorul notei ar răspunde complect la chestie. Dacă ar fi aşa, (şi ce bine ar fi!) n'aşi avea decât să-i mulţumesc. Dar.... să examinăm chestiunea.

* * *

Pentru a lămuri complect această chestiune va trebui să expun aci ceva din teoria răsucirei barelor cilindrice infinit de lungi. Să presupunem că din o bară, supusă la răsucire luăm o lungime dx. In cele două secţiuni transversale se vor dezvolta nişte rezistenţe la forfecare τ_y şi τ_z normale pe axele Oy şi Oz, a căror sens pozitiv este însemnat pe figură. In secţiunea a doua se vor desvolta nişte rezistenţe la forfecare, care pentru elemente de suprafaţă ce corespund aceleiaşi fibre, vor fi egale şi direct opuse întru cât bara ce o considerăm este cilindrică, şi motivul se vede numai decât de ce trebue să fie aşa. Intrucât nu există nici o forţă exterioară în sensul lungimei barei, rezultă iarăşi că $\sigma_x = o$ pe toată întinderea suprafeţei secţiei transversale. Să tăem acest element de volum de lungime dx prin un plan paralel cu planul xoz şi să considerăm echilibrul elementului de volum mărginit la suprafaţa A B C D. Ca de obicei va trebui ca în această faţă să introducem nişte rezistenţe σ_y τ_x şi τ_z a căror senz pozitiv este de asemenea însemnat pe figură.

τ_z, în virtutea principiului dualităţei rezistenţelor τ, va fi egal cu acela din secţiile transversale şi distribuţia lui pe suprafaţa ABCD va fi dată de legea de distribuţie a aceleiaşi rezistenţe



în secţia transversală după dreptele AB sau CD. σ_y se va determina prin condiţia ca:

$$\int_{ABCD} \sigma_y \, dx \, dz = o$$

pentru că proecţia rezistenţelor din cele două secţiuni transversale, după axul oy, este nulă, iar pe conturul exterior nu există nici o forţă, aşa că rămân ca singure forţe ce lucrează asupra elementului de volum mărginit la suprafaţa ABCD numai forţele ce rezultă din rezistenţele σ_y. Ori planul ABCD a fost dus arbitrar şi fiindcă această condiţie trebue neaparat satisfăcută, oricare ar fi poziţia acestei secţiuni, şi având în vedere că acest regim este uniform în tot lungul barei, ecuaţia de mai sus nu e satisfăcută de cât când $\sigma_y = o$.

Zicem acelaş lucru şi despre τ_x şi găsim $\tau_x = o$.

Dacă facem acelaşi raţionament pentru o secţiune paralelă cu planul $x\,o\,y$ vom găsi iarăşi $\sigma_z = o$, şi $\tau_x = o$.

Ca să rezumăm prin urmare, în cazul torsiunei avem:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_x = o,$$

care ne dau ca rezultat imediat

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \gamma_x = o.$$

Din faptul existenţei lui τ_y şi τ_z, deducem că există şi γ_y, γ_z şi deci, având în vedere că

$$\gamma_y = \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad \text{şi} \quad \gamma_z = \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y}$$

rezultă că există deplasări ξ ale elementelor secţiunei în sensul axului $o\,x$, deplasări provenite din lunecări în lungul acestei axe iar nu din lungiri în acest sens, întrucât am arătat că $\varepsilon_x = o$.

Acestea fiind stabilite vom putea deduce pe calea ce urmează modul cum se deformează secţiunea. Dacă pe întreaga secţiune transversală $\varepsilon_y = \varepsilon_z = o$, urmează că in sensul axelor oy şi oz distanţa între diferite elemente ale suprafeţei deformate rămâne aceiaşi ca şi înainte de deformaţie. Pentru că şi $\gamma = o$, înseamnă că şi lunecările specifice sunt nule; deci distanţa între două puncte oarecari, din planul secţiunii, proectată pe planul yoz rămâne aceiaşi ca în secţiunea dinainte de deformaţie, pentru simplul motiv că acestea-s consecinţele ce decurg din $\gamma_x = o$.

Prin urmare, proiecţiunea secţiunii deformate pe un plan perpendicular pe axul piesei este aceiaşi cu secţiunea nedeformată. Din faptul existenţei deplasărilor ξ secţiunea plană înainte de deformaţie se transformă în o suprafaţă oarecare, deci secţiunea se scofâlceşte, însă proiecţiunea ei îndeplineşte condiţia de mai sus.

Măsura răsucirii în jurul axului Ox se face prin măsura deplasărilor proiectate pe planul yoz a diferitelor elemente ale secţiunii şi cum secţiunile deformate proiectate pe planul yoz rămân aceleaşi ca şi secţiunile nedeformate urmează *că în proiecţie pe planul yoz* putem trece dela secţia nedeformată la cea deformată numai prin o simplă rotaţie, constantă pentru toate elementele secţiunii, în jurul axului Ox. Ori această rotaţie este tocmai ω_x.

Aşa dar ω_x este constant pe toată secţiunea iar nu funcţiune de y şi z.

De altfel, dacă se examinează soluţiile exacte date la torsiune pentru diferite contururi de secţiuni, se găseşte numai decât că ω_x este constant pentru toate elementele secţiunii. Mai mult, sunt autori cari demonstrează aceasta, iar cei mai mulţi nici nu insistă, admiţând acest lucru ca evident (Brauer, Föppl, Kirsch, Lorentz, Love, etc.)

Aşi putea să dau şi alte demonstraţii în acest sens, dar mă opresc aci, întrucât cred că cele spuse sunt suficiente. Având însă în vedere că autorul notei crede că prin funcţiunea 7' din nota sa a remediat contradicţiile din articolul meu, mă simt dator a atinge şi această chestiune.

Plecăm dela ecuaţiile:

$$\tau_y = G\left[\frac{\partial \xi}{\partial z} + y\,\omega_x\right], \quad \tau_z = G\left[\frac{\partial \xi}{\partial y} - z\,\omega_x\right]$$

la stabilirea cărora nu se face nici o ipoteză asupra felului cum variază ω_x pe secţiune.

In conformitate cu cele stabilite mai sus adică $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_x = o$, ecuaţiile lui *Cauchy* de legătură între rezistenţe se reduc numai la

$$\frac{\delta \tau_z}{\delta y} + \frac{\delta \tau_y}{\delta z} = o.$$

Dacă ţinem cont de cele demonstrate mai sus că $\omega_x = ct$ pe toată secţiunea, şi dacă în această ultimă ecuaţie introducem derivatele lui τ_y şi τ_z din ecuaţiile de mai sus, se capătă ecuaţia clasică a deformaţiunilor provocate de torsiune:

$$\text{(a)} \qquad \frac{\delta^2 \xi}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \xi}{\delta z^2} = o.$$

Să presupunem, împreună cu autorul notei, că ω_x ar fi funcţiune de y şi z şi să introducem derivatele, ca şi mai sus, în ecuaţiile lui *Cauchy*. Căpătăm:

$$\frac{\delta^2 \xi}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \xi}{\delta z^2} - z \frac{\delta \omega_x}{\delta y} + y \frac{\delta \omega_x}{\delta z} = o.$$

S'ar putea foarte bine spune că această ecuaţie coincide cu precedenta dacă se consideră:

$$\text{(b)} \qquad - z \frac{\delta \omega_x}{\delta y} + y \frac{\delta \omega_x}{\delta z} = o.$$

Observ aci că ecuaţia 7' a autorului notei satisface întocmai această ultimă ecuaţiune.

Dacă ω_x este variabil pe secţiune atunci şi γ_x variază şi deci nu putem să ne mărginim numai la prima ecuaţiune a lui *Cauchy*, ci trebue să considerăm şi celelalte două, cari, din cauză că regimul este uniform în lungul piesei şi prin urmare

$$\frac{\delta \tau_y}{\delta x} = \frac{\delta \tau_z}{\delta x} = o,$$

ne arată că trebue să avem simultan şi:

$$\frac{\delta \tau_x}{\delta y} = \frac{\delta \tau_x}{\delta z} = o.$$

Această relaţie nu e satisfăcută decât când $\tau_x = ct$, şi deci $\gamma_x = ct$ şi deci $\omega_x = ct$ adică

$$\frac{\delta \omega_x}{\delta y} = o \qquad \frac{\delta \omega_x}{\delta z} = o.$$

Ori relaţia 7' a autorului notei nu satisface acestei condiţiuni ci condiţiunii exprimată de relaţia (b) care este arbitrară. Reese şi pe calea aceasta a reducerii la absurd, că $\omega_x =$ *cons ant pe secţiune.*

Odată acestea stabilite să trecem la chestia contrazicerilor. Ecuaţia (a) are o infinitate de soluţiuni, din care aceia va corespunde problemei ce ne preocupă, care va satisface tuturor condiţiunilor de pe contur şi va fi conformă ipotezelor puse la stabilirea ecuaţiilor.

In cazul răsucirii barelor dreptunghiulare, soluţia riguroasă se găseşte în toate tratatele de elasticitate. Această soluţie satisface întru totul condiţiilor ce le am expus mai sus. Soluţia riguroasă a acestei chestiuni este cam complicată din punctul de vedere al calculului numai, şi atunci diferiţi autori şi au propus a găsi soluţiuni mai simple de expus la cursuri şi care duc la rezultatele care se întrebuinţează curent în practică. Se sacrifică de multe ori rigurozitatea matematică absolută, pentru o expunere mai simplă şi pentru formule mai practice Din definiţia chiar a soluţiunilor aproximative, rezultă că ele nu îndeplinesc riguros, fie condiţiile de contur, fie că nu satisfac exact chiar bazele teoriei, fie şi una şi alta. Ceiace se cere soluţiilor aproximative e să fie simple şi rezultatele lor cât mai conforme soluţiei riguros exacte, când aceasta există, sau se cunoaşte, sau în lipsa acesteia, să dea rezultate conforme experienţelor făcute în domeniul respectiv.

Cred util a reaminti că chiar una din cele mai simple din ecuaţiile de deformaţie a barelor drepte şi anume:

$$E\,I\frac{d^2\eta}{dx^2} = -M$$

nu e cecât tot o soluţie aproximativă din punctul de vedere al calculului matematic, dar destul de exactă, dacă nu chiar riguros exactă, din punctul de vedere teoretic în vederea aplicaţiunilor ce facem cu ea. Şi mai adaug că din această ecuaţie simplă unanim admisă, din cauză că este aproximativă, rezultă e serie de paradoxe deci contraziceri, pe cari nu le mai citez aci:

Or eu la finele articolului meu spun: prin urmare *soluţia particulară* (2) adică $\xi = Ayz + Byz\,(y^2-z^2)$ *încadrează destul de bine* rezultatele date de diferiţi autori.

Aşa dar este vorba de un calcul aproximativ. Soluţiunea fiind aproximativă, este evident că nu va satisface tuturor condiţiilor şi *va trebui să aibă neapărat* una, două, trei... *n* contraziceri. *Toate* soluţiile aproximative ce s'au dat în această chestie conţin contraziceri; soluţia ce am dat-o eu are contraziceri; aceia care autorul notei o pretinde ca perfectă, are contraziceri, cele ce se vor mai da de aci înainte, dacă vor fi aproximative, vor avea şi ele contraziceri.

Odată soluţia aproximativă admisă, am admis implicit ş sursa de contraziceri. Orice calcul algebric ulterior, care ar părea că le înlătură, sau orice introducere de funcţiuni arbitrare, cari ar părea că le corijează, nu le poate elimina. *„Algebra nu dă decât ceiace se pune într'ânsa“*.

Ceiace este esenţial la aceste soluţii aproximative este ca *rezultatele ce ne interesează*, să fie cât mai conforme sau apropiate de experienţe sau de soluţia riguroasă când aceasta există. Chestiunea este de a se şti cum să plasezi, cum să se compenseze erorile cât mai bine, aşa ca rezultatul să fie cât mai aproape de adevăr.

In articolul meu o parte din eroare a trecut constantei A, iar alta răsucirii specifice, care în loc să iasă constantă, a eşit variabilă. In modul acesta, partea variabilă din ω_x, prin urmare aceia care dă eroarea, în cazul cel mai rău, ($y=0{,}5\,h$, $z=0{,}5\,b$) se găseşte faţă de partea fixă, în raportul $^1/_3$ pe când în soluţia autorului notei în raportul $^1/_1$.

Pentru a evidenţia şi mai bine că pretinsa ameliorare a calculului şi înlăturarea contrazicelor propusă de autorul notei, nu a adus nici o îmbunătăţire soluţiei problemei, vom mai observa următoarele.

Să notăm

$$\frac{M\,(b^2+h^2)}{G\,b^3\,h^3}=c.$$

In aceste condiţii eu şi autorul notei, pentru $y=z=o$, găsim $\omega_x=4{,}5\,c$, iar pentru $y=\pm\frac{h}{2}$ şi $z=\pm\frac{b}{2}$, eu găsesc $\omega_x=3\,c$ iar autorul notei $2{,}25\,c$. Ambele soluţii dau pentru răsucirea muchiilor o valoare mai mică ca aceia ce corespunde centrului de greutate al secţiunei.

Să presupunem că avem o bară destul de lungă aşa fel ca secţiunea să se rotească cu 180^0, fără ca limita de proporţionalitate să fie întrecută şi astfel să i se mai aplice încă ecuaţiile din rezistenţă.

După soluţia ce am dat-o eu, ar urma ca fibra ce trece prin centrul de greutate să se rotească cu 270^0, iar după soluţia autorului notei cu 360^0 ! !

* * *

Dacă autorul notei ar fi cercetat mai de aproape lucrarea sa, înainte de a o trimete la tipar, şi-ar fi pus numai decât întrebarea: De ce fibra ce corespunde centrului de greutate să se rotească mai repede ca muchiile? De ce? Nu e aceasta o contrazicere mai flagrantă care se constată, fie numai şi cu bunul simţ?

Dacă autorul notei îşi punea această întrebare, ar fi recunoscut că a căutat să scape de o contrazicere, dar a dat peste alta mai gravă. Prin calculul său riguros, în aparenţă, dar care păcătueştc asupra fondului, şi prin introducerea de funcţiuni arbitrare, fără nici o legătură cu chestiunea, ar fi recunoscut că nu a adus o îmbunătăţire soluţiei ce am dat o ci din contră

In fine, ca să termin, dacă autorul notei ar fi în curent cu chestiunile ce fac obiectul articolului meu şi ale notei sale, dacă înaite de a scrie, ar fi căutat să posedă mai întâi literatura chestiunilor asupra cărora pretinde că are dreptul să şi dea avizul, şi dacă obiectiv ar căuta să-şi aplice sieşi critica cu aceiaşi dărnicie cu care caută să o aplice altora, sunt sigur că nu s'ar fi grăbit să anunţe, *urbi et orbi*: „De oarece însă *răsucirea* ω *este o funcţie de variabilele* y *şi* z, noi credem *greşită* această procedare şi mai credem *că nu este permis ca prin simpla scădere* a relaţiilor..... O consecinţă *imediată contradictorie* a acestui procedeu este faptul că adunând relaţiile (6') ale autorului căpătăm *că* A *nu mai este o constantă după cum s'a presupus*“... etc

Am citat acestea pentru ca autorul notei să-şi capete, din propriile sale vorbe, răspunsul care crede că i se cuvine.

Regret numai faptul că autorul, în loc să mi ceară mie desluşiri a trimis nota la „Buletin“ şi astfel chestiunea, trecând în domeniul public am fost obligat să răspund la fel.

Gh. Em Filipescu.

Pentru istoricul aeronauticei române. In istoria oraşului Bucureşti de *D. Papazoglu* se găseşte următorul pasaj:

„Până a nu arde palatele clădite de *Ypsilante*, pe când locuia *Ion Caragea* în ele, au văzut românii pentru prima oară ridicându-se balonul de nişte streini ce veniseră în Bucureşti. Acest balon a trecut pe de-asupra Capitalei şi a căzut la Cioplea, lângă Dudeşti. De atunci a rămas vorba la români: *„de când cu băşica lui Caragea“*.

„Orăşenii în superstiţia lor ziceau că comedia asta a fost o urâtă prevestire, căci în urmă a ars palatul şi la 1817 luna Octomvrie a fost şi un cutremur foarte mare, după care a şi fugit Caragea“.

I. I.