

1. De ce învățăm matematicile.

Curs de bun rămas al D-lui Dr. Jérôme Franel profesor de Matematici la Școala Polytechnică federală din Zürich. — (Pronunțat în 12 Iulie 1929, publicat în *Schweizerische Bauzeitung*, Bd. 94 Nr. 5 din 3 August 1929).

Oamenii primitivi, inconjurați de pericole, într'un mediu în general ostil și fără mari mijloace de apărare, trăiau neînțetată cu frică și neliniște. Fiecare fenomen era pentru ei manifestarea spiritelor binefăcătoare sau răufăcătoare. Pentru a-și atrage bunăvoința lor, recuseră la sacrificii; pentru a înlătura mânia lor sau disgrăția lor, ei imaginară un ansamblu de rituri complicate și o întregă magie misterioasă. Aveau o credință adâncă, dar fără rațiune, în anumite semne naturale cari le permiteau, așa credeau ei, să prevadă rezultatul fericit sau nenorocit al acțiunilor lor.

Această stare dură mai multe veacuri. În Illiada și Odyssea sunt deseori arătate neputința omului și nefericirea vieții. Omul este cel mai nenorocit dintre animalele cari respiră sau se târăsc pe pământ. Acțiunile Zeilor homerici sunt în afară de orice considerațiune de echitate; ei împart oamenilor în mod arbitrar cele rele și cele bune. Oamenii, după Hesiod, înoată într'o spaimă adâncă. Incapabili prin ei însuși de invențiune, legile cari conduc societățile, instituțiunile, morala, religia, artele sunt un dar al zeilor. Focul, de exemplu, nu a fost găsit de om; el a fost furat din cer de Prometheu, căruia îi era milă de mizeria muritorilor. Titanul și-a ispășit de altfel îndrăsneala sa criminală prin secole de suferință atroce, un vultur devorându-i ficatul. Această filosofie a descurajării pare că a dăinuit până la Grecii din secolul al VI-lea, dacă judecăm după fragmentele ce ne-au rămas de la Solon.

Necesități practice obligară din cea mai mare antichitate pe Egiptieni și Caldeeni, mai târziu pe Indieni, să se ocupe

de calcule numerice; după cum arpentorii văii Nilului fură conduși de lucrările lor să descopere în mod empiric anumite proprietăți geometrice elementare. Spirite speculative de o rară pătrundere, posedate de demonul științei, căutară să-și dea seama de cauzele acestor adevăruri neîncetat verificate de experiență. Sforțările lor ajunseră să constituie ceiace se numește o demonstrație; a proba că o anumită propozițiune este o consecință logică a altor propozițiuni admise anterior. Fu nașterea rațiunii. Spiritul științific se născuse, acest spirit care se poate, împreună cu Descartes, caracteriza astfel: a nu lua drept sigur ceia ce nu se recunoaște evident ca atare, spirit care ne obligă să judecăm personal lucrurile, să discernem adevărul nu după autoritatea celui ce îl proclamă, ci după caracterele lui proprii. Această descoperire a spiritului științific, care cu drept cuvânt se numește minunea greacă, este fără îndoială cea mai minunată descoperire făcută de om în domeniul intelectual. Din multe privințe toată civilizația noastră occidentală nu este decât un corolar al ei.

Ea avu ca prim rezultat reînnoirea complectă a filozofiei Grecilor. Unei perioade de depresiune îi urmă o eră de optimism vesel, de încredere în resursele omului. Fu o adevărată eliberare. Prezicerea viitorului și sacrificiile nu încetară a fi întrebuintate, dar se pierduse încrederea în eficacitatea lor. Încrederea era acum în noile mijloace de care se dispunea, omul nu mai era considerat ca o jucărie a zeilor, ci, în cea mai mare măsură, ca un făuritor al destinului său propriu. Se căută a se lărgi câmpul aplicațiilor metodei care reușise atât de bine în Geometrie. Aristotel constitui sub numele de logică, o adevărată știință a raționamentului. În această epocă se imagină și se elaboră noțiunile de cauză și lege naturală.

Inevitabile reacțiuni fură provocate de partizanii vechilor credințe, în parte și prin învățăturile lui Socrate și prin influența misticismului oriental, mai ales după cuceririle lui Alexandru. Pe de altă parte fură excese; filozofi profunzi și subtili inventară sisteme cari nu aveau alt scop decât de a da o explicare totală a universului și a fenomenelor. Rațiunea omenească în ardoarea emancipării ei, se dădu la ceiace putem

numi fără exagerare, orgii. Un corectiv era necesar; aceasta fu opera savanților Renașterii.

Ei își dădură la această epocă seama că logica singură și raționamentele, chiar cele mai perfecte, erau neputincioase să desvăluiască secretele naturii. O teorie matematică explicativă, care nu este bazată pe experiență și controlată pe fapte, este în general sterilă. Grecii erau buni observatori, dar ei nu avură ideia de a creia dela început până la sfârșit și în mod artificial fenomenele, astfel ca să le studieze legile sau să verifice o ipoteză bazată pe analogie sau inducție. Era dat modernilor, lui Galileu, Descartes, Pascal, Newton, Leibnitz, Huyghens și iluștrilor lor discipoli, să inventeze această nouă metodă de investigație, experimentarea admirabilă, complimentul minunii greacă, una din lespezile fundamentale ale edificiului științific ale cărei importanță și consecințe sunt incalculabile. Metoda experimentală și invenția calculului infinitezimal fură ocazia strălucitelor triumfuri în astronomie, mecanică, fizică. Speranțele cele mai nebunești păreau legitime, savanții se crezură în posesia unei metode universale și capabilă de a rezolva toate problemele. Joseph Bertrand, în prefața marelui său tratat de calcul diferențial și integral se exprimă, relativ la aceasta, astfel: «primele succese fură la început de așa fel încât se putu presupune învinse dintr'o dată toate greutatea științei și crede că geometrii, fără a se mai ocupa mult timp de elaborarea matematicilor pure, puteau să-și întoarcă exclusiv meditațiile lor spre studiul legilor naturale». Trebui dat înapoi, din fericire: în ziua în care matematica nu ar mai fi decât o mașină de raționat, ea și-ar pierde tot farmecul ei, până și rațiunea de a fi. Dar aceste perioade de credință și de entusiasm sunt creatoare de energie și fertile în descoperiri. Provocările ce și le aruncau savanții secolelor 17 și 18, emulația pe care o excitară, avură ca rezultat să arate extrema fecunditate a noilor metode infinitezimale. Mult mai cu grije de a înainta de cât de a-și asigura pașii, ei procedară ca și filozofia veche care proba mișcarea mergând. Mai târziu, spirite mai circumspecte, mai exigente în ceiace privește logica pură, se forțară să stabilească legitimitatea noului calcul și să-și întărească solid fundațiile.

Această revizuire de principii, acest examen de conștiință, cari sunt departe de a se fi terminat, deveniseră necesare; omul, savantul mai ales, nu se simte în voia lui pe nisipul mișcător. Fu de altfel urmat de o plecare spre noi cuceriri și această alternare în lucrările pionierilor cari își fac un drum în necunoscut prin mijloacele cele mai diferite și adesea cele mai neprevăzute, ca și în lucrările acelor cari nivelează, drumul răzbătut și îl fac accesibil celor mulți, pare a fi o condițiune necesară a progresului,

Succesul fabulos al matematicii, reușita ei miraculoasă, trebuia să reacționeze puternic asupra celorlalte ramuri ale cunoștințelor omenești. Claritatea luminoasă a metodelor ei siguranța rezultatelor ei, o făceau pentru celelalte științe un model de imitat, un ideal de urmărit; ele se emulează între ele pentru a eși din perioada pur calitativă, pentru a introduce măsura, adică cantitatea, pentru a căuta relațiunile numerice între mărimile de cari se ocupă. Chiar în științele mai apropiate de observația pură și simplă, deducțiunea tinde a juca un rol din ce în ce mai important, deducțiune, se înțelege dela sine, bazată pe experimentare și experiență.

Matematica este totdeodată un instrument și o disciplină, un instrument de o miraculoasă putere, dar și o disciplină incomparabilă. Unii o consideră mai ales ca un mijloc, după cum este cazul lui Fourier. Cum el învinuia pe iluștrii săi confrăți Abel și Jacobi că nu se ocupau cu preferință de mișcarea căldurii, acesta din urmă răspunse lui Legendre în acești termeni: Este adevărat că d-nul Fourier era de părere că scopul principal al matematicilor este utilitatea publică și explicarea fenomenelor naturale; dar un filozof ca el ar fi trebuit să știe că scopul unic al științei este onoarea spiritului omeneș și că, sub acest titlu, o chestiune de număr valorează tot atât cât și o chestiune de sistem al lumii. Cele două tendințe de cari vorbim sunt chestiuni de temperament, cu mult mai mult decât de raționament; ele sunt legitime amândouă cu condițiunea de a nu se exclude una pe alta. Dar a face matematica numai auxiliara sau servitoarea științei naturii, este tot una cu a o mutila, a-i nesocoti adevăratul caracter. Fiecare matematician are preferințele lui, dar sub

nici un motiv nu are dreptul să le impună altuia; spiritul suflă unde vrea. După cum observă Picard, totdeauna a fost o dependență intimă între știința pură și știința aplicată; ele reacționează neîncetat una asupra alteia, când într'un sens, când în altul, practica conducând aci la speculație, pe când teoria a fost acolo origina cercetărilor practice. Teoria apare din ce în ce mai mult ca germenul fecund, de unde ies cea mai mare parte din progresele industriei. Izvorul ar seca pe dată ce în societățile noastre ar stăpâni un spirit exclusiv utilitar.

Și acuma, ce beneficii se pot aștepta dela o știință atât de bine văzută? Principalul, după mine, este să ne dea bune obiceiuri ale spiritului, să întărească în noi rațiunea și judecata, să ne doteze cu un bun simț lucid și clarvăzător, care constă în a nu avea încredere în vorbe și aparențe, ci a vedea ideile fără vorbe și lucrurile fără idei. Studiul matematicilor, prin rigurozitatea și exactitatea lui, ne constrânge fără să vrem, să ne exprimăm cu claritate și precizie, el ne învață respectul adevărului. Învățământul matematicilor este foarte propriu a face să iasă auditorul din regimul pasivității, să-l pună în măsură să practice o metodă, să descopere un fapt, o noțiune, o idee, să-i dea încredere în propriile sale forțe făcându-l să rezolve, singur și fără ajutor, probleme la îndemâna lui, să-i deștepte simțul invenției. El dezvoltă deasemenea la un grad ridicat spiritul critic. Pasteur spunea: Aveți cultul spiritului critic! Redus la el însuși, el nu este nici un născocitor de idei, nici un stimulent de cauze mari. Fără el totul este caduc, el are totdeauna cel din urmă cuvânt. Nici o știință nu este mai în stare ca matematica să exalte gustul de a fi cineva, de a te dezvolta în toată independența. Niciuna nu este mai negativă a principiului de autoritate în ordinea intelectuală. Nicăeri mărturia unui savant reputat nu are mai puțină greutate în lipsa unei probe riguroase. În matematici, zice geometrul francez Denjoy, grandoarea unei epoci se măsoară cu indiferența ei față de tradiție. O știință, care dezvoltă la acela care o cultivă o astfel de autonomie, merită coroana pe care i-o împletea ilustrul Gauss, numind-o *regina științelor*. Dar nu fiți exclusivi, nu vă închideți într'un cerc

prea restrâns de preocupări, specialitatea vă va înlănțui totdeauna prea de vreme. Sunteți oamenii timpului de față; pentru a-l înțelege, pentru a vă da seama de nevoile lui și de aspirațiile lui, este necesar să aveți o idee cel puțin sumară de evoluția umanității și a etapelor pe care le-a străbătut. Pe de altă parte viața și acțiunea vă vor pune mereu probleme, cari cer o soluție rapidă și știința cu metodele ei sigure dar încete, este departe de a fi suficientă. Intuiția are deci locul ei foarte considerabil în viața reală și o inteligență care nu ar avea-o, ar fi dezarmată în lupta vieții. Așa dar cunoașterea istoriei și literaturilor este complimentul obligatoriu al unei educațiuni cu bază științifică. Programele voastre, știu, sunt foarte încărcate, dar o economie cuminte a timpului vostru și o bună metodă de lucru vă vor permite, fără eforturi deasupra forțelor voastre, să faceți la olaltă aceste două feluri de studii.

Cea mai mare parte din voi studiază matematicile nu pentru ele înșile, ci în vederea aplicațiilor lor. Se poate studia, chiar când le consideri ca un simplu mijloc, într'un spirit dezinteresat, altfel decât prin ochelarii acelor cărora în limba germană li se zice cu un termen expresiv «Brotstudenten». Vasta lume a adevărilor matematice, construită de milioane de cercetători și de câți-va oameni de geniu, are frumusețea ei proprie, ca orice operă de credință și iubire. Sper că frecventând acest templu august, veți avea, de n'ar fi decât odată sau de două ori, acel fel de fior pe care îl are oricine la vederea unui spectacol frumos, sau la lectura unei poeme frumoase, sau la audiția unui concert frumos, și pot să vă asigur că atunci veți păstra din timpul studiilor voastre o amintire neștearsă.

Este, Domnilor Studenți, ceiace vă urează, din toată inima lui, bătrânul vostru maestru, în momentul în care vă părăsește.

Tradus de fostul elev al S. P. F. Z.
și al maestrului Jérôme Frenel
INGINER IOAN FUNDĂȚEANU.