PLATON, *MÉNON* 86 E — 87 A

PAR

CONSTANTIN IONESCU-CÂRLIGEL

Λέγω δὲ τὸ ἐξ ὑποθέσεως ὧδε, ὥσπερ οἱ γεωμέτραι πολλάκις σκοποῦνται, ἐπειδάν τις ἔρηται αὐτούς, οἷον περὶ χωρίου, εἰ οἷόν τε ἐς τόνδε τὸν κύκλον τόδε τὸ χωρίον τρίγωνον ἐνταθῆναι, εἴποι ἄν τις ὅτι „Οὔπω οἶδα, εἰ ἔστι τοῦτο τοιοῦτον, ἀλλ'ὥσπερ μέν τινα ὑπόθεσιν προὔργου οἶμαι ἔχειν πρὸς τὸ πρᾶγμα τοιάνδε· εἰ μέν ἐστι τοῦτο τὸ χωρίον τοιοῦτον, οἷον παρὰ τὴν δοθεῖσαν αὐτοῦ γραμμὴν παρατείναντα ἐλλείπειν τοιούτῳ χωρίῳ οἷον ἂν αὐτὸ τὸ παρατεταμένον ᾖ, ἄλλο τι συμβαίνειν μοι δοκεῖ, καὶ ἄλλο αὖ, εἰ ἀδύνατόν ἐστιν ταῦτα παθεῖν. Ὑποθέμενος οὖν ἐθέλω εἰπεῖν σοι τὸ συμβαῖνον περὶ τῆς ἐντάσεως αὐτοῦ εἰς τὸν κύκλον, εἴτε ἀδύνατον εἴτε μή" [1].

1.1. Si l'interprétation de ce texte est malaisée, c'est que l'exemple géométrique inclus en tant que modèle d'une recherche ἐξ ὑποθέσεως est peu clair. Présenté comme modèle du raisonnement qui se propose de découvrir si la vertu peut s'enseigner ou non, cet exemple semble avoir le curieux effet de rendre obscur un passage qu'il prétend éclairer. Toutes les fois qu'il s'agit d'expliquer un texte difficile sans pouvoir invoquer des témoignages externes décisifs, la solution préconisée est condamnée d'avance à rester, jusqu'à un certain point, discutable. En abordant l'étude de *Ménon* 86 e—87 a nous nous proposons de réduire au minimum cette marge inévitable d'insécurité.

1.2. À cet effet nous considérons comme indispensable la stricte observation des règles suivantes :

1) en analysant le texte on tiendra compte de tous les sens attestés pour chaque mot dans chaque contexte grammatical ;

2) nul sens attesté pour un mot ne sera écarté sans une raison valable ;

3) on se gardera d'introduire dans le texte des idées ou des suppositions qui lui sont étrangères ;

4) on vérifiera si, dans la solution proposée, l'enchaînement logique propre à l'exemple géométrique recouvre la structure du raisonnement sur la vertu qu'il est destiné à illustrer en tant que modèle.

À notre avis, une solution capable de remplir les conditions prévues par ces règles, pourvu qu'elle existe et qu'on la découvre, ne saurait susciter aucune objection grave.

2.1. Il est manifeste, croyons-nous, qu'une analyse des mots qui composent le passage 86 e — 87 a de *Ménon*, quelque rigoureuse qu'elle soit, ne reste pas moins impropre à nous révéler, à elle seule, le véritable

---

[1] Nous reproduisons le texte de R. S. Bluck (*Plato's Meno. Edited with introduction and commentary...*, Cambridge, University Press, 1964). Il n'existe d'ailleurs aucun problème de critique textuelle pour ce passage.

StCl, XVII, p. 17—36, Bucureşti

c. 2 — 392

P. 6643.

www.cimec.ro

sens du texte. Pour retrouver ce sens il s'agit avant tout de replacer les phrases qui nous intéressent dans le contexte plus large qui est le leur au sein du dialogue de Platon. Nous essaierons de reconstituer à cet effet le schéma logique du dialogue à partir du moment où se pose pour la première fois le problème du raisonnement par hypothèse : καὶ συγχώρησον ἐξ ὑποθέσεως αὐτὸ σκοπεῖσθαι εἴτε διδακτόν ἐστι εἴτε ὁπωσοῦν. « Accorde-moi d'examiner „par hypothèse" si la vertu peut s'enseigner ou non » (86 e 3, trad. d'A. Croiset).

2.2. Cette phrase nous apprend dès le début un fait capital : ce qu'on cherche à savoir, c'est si telle qualité peut exister en principe, non la manière exacte dont elle se manifestera si elle existe. Immédiatement après, Socrate annonce qu'il mènera la recherche ἐξ ὑποθέσεως à la façon des géomètres (ὥσπερ οἱ γεωμέτραι σκοποῦνται 86 e 5) et il propose à Ménon un exemple tiré de la géométrie.

2.3. Contrairement à ce qui a été envisagé par Platon, le raisonnement « par hypothèse »[2] se laisse suivre moins facilement dans cet exemple géométrique que dans l'application qui en est faite au sujet de la vertu. Si tel est le cas, c'est la copie qui nous aidera à retrouver le modèle. Qu'il nous soit donc permis de rappeler ici les principales étapes du raisonnement dont se sert Socrate pour répondre si la vertu peut s'enseigner ou non :

« Il en est de même au sujet de la vertu. Puisque nous ne savons encore ni sa nature ni ses qualités, nous ne pouvons raisonner que par hypothèse sur la possibilité de l'enseigner et nous dirons : quelle doit être entre les différentes sortes de choses qui se rapportent à l'âme, la sorte à laquelle appartienne la vertu, pour qu'elle puisse être enseignée ou pour qu'elle ne le puisse pas ? . . . Ou plutôt n'est-il pas évident pour tout le monde que ce qui s'enseigne, c'est uniquement la science. N'est-ce pas vrai ? . . . Si la vertu est donc une science, elle peut être enseignée . . . Voilà donc un point vite réglé : dans tel cas elle peut être enseignée, dans tel autre, non. . . Le second point à examiner me semble être celui-ci : la vertu est-elle une science ou autre chose qu'une science ? » (87 b—c, traduction d'A. Croiset).

2.4. Il est d'une bonne méthode, croyons-nous, de n'attribuer à la recherche par hypothèse que les démarches logiques décrites ici par Platon. Le problème qui se pose est de type binaire : il s'agit de savoir auquel des deux pôles contraires appartient un élément donné. Le problème comporte une difficulté supplémentaire du fait que l'on ignore à la fois la nature et les qualités de l'élément étudié. Dans ces conditions, le raisonnement par hypothèse, qui est d'après Platon le seul capable d'éclaircir le problème, se propose, en premier lieu, de trouver une classe d'éléments semblables à l'élément étudié de telle façon que l'inclusion dans cette classe garantisse à tous ces éléments, et à eux seuls, l'appartenance à un pôle déterminé. Toute classe est engendrée par l'existence d'une condition, on le sait. Si tous les éléments qui constituent une classe, et rien que ces éléments, possèdent une certaine propriété, c'est que la condition qui a engendré cette classe est biunivoque, nécessaire et suffisante. Chercher à découvrir

---

[2] Dans cette étude nous utiliserons le mot « hypothèse » dans le sens que lui attribue Platon, dans le dialogue *Ménon*.

www.cimec.ro

une classe équivaut donc à déterminer la condition qui l'a engendrée. Dès qu'on a découvert la condition qui fait que tous les membres d'une classe (et rien que ces membres) appartiennent à un pôle déterminé on présente une alternative qui sert à déplacer le problème initial. Cette alternative revêt la forme d'une hypothèse : si l'élément étudié appartient à telle classe il aura telle propriété, si non il ne l'aura pas. Au terme de ce raisonnement, le problème initial se trouve donc transformé en un problème équivalent : il ne s'agit plus de savoir si tel élément appartient à tel pôle, mais bien de savoir si tel élément appartient à la classe qui garantit à ses membres l'appartenance à tel pôle.

2.5. Le raisonnement par hypothèse dont nous venons de décrire les démarches se laisse résumer de la manière suivante :

1) on a le problème initial : $a \begin{cases} = B \\ \neq B \end{cases}$?

2) on recherche une classe X qui garantisse à tous ses membres (x) la possession de la qualité B, tout en refusant cette qualité à tous les éléments qui ne sont pas ses membres :

$$X = \text{?} \text{ de telle manière que } \begin{cases} x \in X \Rightarrow x = B \\ x \notin X \Rightarrow x \neq B \end{cases}$$

3) on découvre la classe X (c'est-à-dire on découvre la condition générale, biunivoque, nécessaire et suffisante qui engendre la classe X) : $X = f(x)$

4) on énonce une alternative : $a \begin{cases} \in X \Rightarrow a = B \\ \notin X \Rightarrow a \neq B \end{cases}$

5) on obtient un problème nouveau, de type toujours binaire, qui est l'équivalent du problème initial et peut amener la solution de celui-ci : $a \begin{cases} \in X \\ \notin X \end{cases}$?

2.6. L'examen de ces propositions appelle les remarques suivantes :

a) La classe X qui résulte d'une condition générale, biunivoque, nécessaire et suffisante doit être définie par la formule : « tout ce qui appartient à X, et rien que ce qui appartient à X, est B ».

b) Dans l'alternative (la proposition n° 4), la seule propriété qui intéresse au sujet de *a* est sa capacité de satisfaire à la condition qui a généré la classe X. Tant que *a* satisfait à cette condition ses propriétés spéciales n'entrent pas en ligne de compte.

c) Dans l'alternative (la proposition n° 4), en substituant à la formule « si *a* appartient à X etc. » la formule « tout ce qui appartient à X et rien que ce qui appartient à X etc. » on obtient la définition de la classe X. (Une substitution analogue permet d'y retrouver les termes qui définissent la condition servant à engendrer n'importe quelle classe).

3.1. Ce n'est qu'à partir de l'ensemble des considérations précédentes que nous nous proposons d'attaquer le problème de géométrie. Ce problème porte sur l'inscriptibilité des surfaces. Il s'agit notamment de savoir si une

www.cimec.ro

surface donnée peut s'inscrire dans un cercle donné : εἰ οἷόν τε ἐς τόνδε τὸν κύκλον τόδε τὸ χωρίον τρίγωνον ἐνταθῆναι (86 e 7 ; nous aurons à revenir sur le mot τρίγωνον).

3.2. Un cercle donné possède à la fois une forme déterminée et des dimensions précises. Il est permis de supposer que les géomètres du temps de Platon n'ignoraient pas cette vérité élémentaire. De toute façon elle se trouve énoncée formellement un siècle plus tard, chez Euclide. On lit, en effet, dans les *Définitions* qui précèdent les *Data*[3] : Κύκλος τῷ μεγέθει δεδόσθαι λέγεται, οὗ δέδοται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῷ μεγέθει « la grandeur d'un cercle est donnée si la grandeur de son rayon est donnée » (*Def*. 5, p. 2). La même idée revient plus loin dans les *Data* : δοθεῖσα δὲ ἡ EA τῷ μεγέθει ἐπεὶ καὶ ὁ κύκλος δέδοται τῷ μεγέθει « la grandeur de la droite *EA* (qui est le diamètre du cercle) est donnée parce que la grandeur du cercle est donnée » (87, p. 172).

3.3. Examinons maintenant la surface qu'il s'agit d'inscrire, τόδε τὸ χωρίον τρίγωνον ἐνταθῆναι. Toujours selon Euclide, une surface donnée est une surface dont on connaît soit la forme et les dimensions (donc l'aire), soit uniquement l'aire. On peut s'en rendre compte en comparant une formule comme ἐὰν χωρίον τῷ εἴδει καὶ τὸ μεγέθει δεδομένον ᾖ . . . (*Data* 55, p. 98) avec l'emploi de l'expression δοθέν (χωρίον) aux chapitres 57—59 des *Data* (p. 102—106). Ces textes semblent suggérer que dans le passage de Platon qui nous intéresse l'énoncé τόδε τὸ χωρίον τρίγωνον ἐνταθῆναι est ambigu : à première vue, on peut croire que la surface dont il y est question est déterminée soit uniquement par son aire, soit à la fois par ses dimensions et par sa forme. Dans le premier cas, tout ce qui est connu au sujet de cette surface c'est la grandeur de son aire, dans le second on connaît non seulement ses dimensions, mais aussi sa forme et ses propriétés. Or il résulte du passage qui décrit l'application du raisonnement par hypothèse au problème de la vertu (voir § **2.3**) que ce raisonnement n'est utilisé que lorsqu'on ignore la nature et les qualités de l'objet examiné. Il n'y a aucune raison d'employer le raisonnement par hypothèse pour découvrir si une surface dont on connaît la grandeur, les dimensions, la forme et les propriétés est inscriptible ou non dans un cercle donné. Ce type de problème suppose l'application du raisonnement déductif, courant en géométrie, non celle du raisonnement par hypothèse, réservé chez Platon au cas spécial des problèmes qui se rapportent à un objet mal défini. L'énoncé τόδε τὸ χωρίον τρίγωνον ἐνταθῆναι semblait permettre deux interprétations différentes, le contexte dans lequel il apparaît n'en autorise qu'une seule : la surface mentionnée dans cette phrase ne saurait être définie autrement que par son aire. Le seul rôle qui peut revenir à l'adjectif τρίγωνον, dans ces conditions, est celui d'attribut.

3.4. Avec ces précisions, l'énoncé du problème de géométrie de *Ménon* 86 e — 87 a n'a plus rien d'obscur à notre avis : il s'agit de savoir s'il est possible d'inscrire sous forme de triangle une surface donnée (connue

[3] Tous les textes d'Euclide sont pris à l'édition de Heiberg-Menge, vol. VI (*Data*), Leipzig, Teubner, 1896 et Heiberg-Stamatis, vol. II (*Elementa*), Leipzig, Teubner, 1970. Les chiffres renvoient, pour les *Éléments*, aux livres et aux chapitres, pour les *Data*, aux chapitres et aux pages de ces éditions.

www.cimec.ro

uniquement par son aire) dans un cercle donné (dont on connaît la grandeur, c'est-à-dire le diamètre). Ce qui suit dans le texte de Platon c'est l'alternative, conçue comme une hypothèse. Il résulte du paragraphe **2.6** (remarque *c*) qu'en partant de cette alternative on peut retrouver la condition générale, biunivoque, nécessaire et suffisante qui sert à engendrer la classe des surfaces inscriptibles sous forme de triangle dans le cercle donné. Rappelons maintenant les termes mêmes de la phrase qui définit l'hypothèse, donc la condition, dans le texte qui nous intéresse : εἰ μέν ἐστι τοῦτο τὸ χωρίον τοιοῦτον οἷον παρὰ τὴν δοθεῖσαν αὐτοῦ γραμμὴν παρατείναντα ἐλλείπειν τοιούτῳ χωρίῳ οἷον ἂν αὐτὸ τὸ παρατεταμένον ᾖ, ἄλλο τι σύμβαινειν μοι δοκεῖ, καὶ ἄλλο αὖ, εἰ ἀδύνατόν ἐστι ταῦτα παθεῖν.

4.1. Le sens général de cette phrase se laisse deviner assez facilement d'après ce que nous savons déjà au sujet du raisonnement par hypothèse. Néanmoins, avant de nous risquer à traduire ce passage, nous croyons qu'il convient d'examiner dans le détail la valeur des quatre termes qui ont contribué le plus à le rendre obscur : παρατείναντα, ἐλλείπειν, τὴν δοθεῖσαν αὐτοῦ γραμμήν et οἷον (87 a 5).

4.2. En tant que terme géométrique, le verbe παρατείνειν n'apparaît que chez Platon, dans notre passage et dans la *République* 7, 527 *a*. Dans le second exemple le sens du mot ne résulte nullement du contexte et tout ce qu'on y apprend c'est que παρατείνειν fait partie du vocabulaire spécial des géomètres, au même titre que τετραγωνίζειν et προστιθέναι. On s'accorde néanmoins à reconnaître [4] que παρατείνειν chez Platon recouvre le sens de παραβάλλειν chez Euclide. Ce dernier mot désigne l'opération qui consiste à construire sur un segment de droite donné un parallélogramme de forme arbitraire qui ne doit satisfaire, sauf indication contraire, qu'à l'unique condition d'avoir la même aire qu'une surface rectiligne donnée. C'est ce qu'on traduit par « appliquer une surface (ou une figure) donnée à une droite donnée ». La surface qu'il s'agit d'appliquer peut être un carré (*Elem.* 6, 30), un parallélogramme (*Elem.* 6, 27 ; *Data* 68, p. 126 ; 70, p. 132 ; 74, p. 142) ou une figure rectiligne quelconque dont on ne connaît que l'aire (δοθέν : *Elem.* 6, 25 ; *Data* 57, p. 102 ; 58, p. 104 etc.). Appliquer une figure à une droite ne signifie jamais dessiner la figure, ou une figure semblable à elle, sur la droite. Pour désigner cette opération Euclide emploie les termes ἀναγράφειν (*Elem.* 6, 28 ; 31 ; *Data* 78, p. 150), συνίστασθαι (*Elem.* 6, 25 ; 29) ou καταγράφειν (*Elem.* 6, 27 ; 28 ; 29), jamais παραβάλλειν. La différence qui sépare les deux opérations, dessin et application, résulte clairement des problèmes qui les mentionnent ensemble : Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΖΒ τετράγωνον τὸ ΖΗ καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΕΔ τῷ ΖΗ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΕΚ . . . « Qu'on construise sur ZB le carré ZH et qu'on applique à la droite ED le parallélogramme EK égal au carré ZH . . . » (*Data* 78, p. 150). Ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΒΓ καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΑΓ τῷ ΒΓ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΓΔ . . . « Qu'on construise sur *AB* le carré *BG* et qu'on applique à *AG* un parallélogramme égal au carré *BG* . . . » (*Elem.* 6, 30).

[4] Voir C. Mugler, *Dictionnaire historique de la terminologie géométrique des Grecs* (Études et Commentaires 28—29), Paris, Gauthier-Villars et Klincksieck 1958—1959, s.v. παρατείνειν.

www.cimec.ro

Il résulte de ces exemples qu'appliquer une figure à une droite c'est construire sur cette droite un parallélogramme ayant la même aire. Toute condition supplémentaire doit être formulée expressément, ainsi qu'on le fait dans l'exemple suivant : Ἐὰν δοθὲν παρὰ δοθεῖσαν παραβληθῇ ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ ... « Si un espace donné est appliqué à une droite donnée sous un angle donné... » (*Data* 57, p. 102, cf. 61, p. 110).

4.3. Le sens géométrique du verbe ἐλλείπειν est connu [5]. Ce verbe est d'ailleurs attesté chez Euclide par des exemples nombreux et décisifs. « Ellipser » une surface qui a été appliquée sous forme de parallélogramme à une droite donnée c'est retrancher de ce parallélogramme un parallélogramme plus petit (c'est ce qu'on appelle ἔλλειμμα) auquel on peut imposer certaines conditions.

Dans le texte de Platon qui nous intéresse il n'est pas question d'« ellipser » tout simplement une surface, mais de l'« ellipser en l'appliquant », παρατείναντα ἐλλείπειν. La manière dont se combinent les deux opérations a été décrite par Euclide avec une remarquable clarté (*Data* 58, p. 104 ; *Elem.* 6, 27 ; 28). Il s'agit de construire sur une partie d'un segment donné un parallélogramme de forme arbitraire, mais ayant la même aire qu'une surface donnée, de telle façon que sur l'autre partie du segment on puisse construire un parallélogramme de même hauteur auquel on impose certaines conditions. On trouve dans les *Éléments* d'Euclide (6, 28) la démonstration d'un problème qui a une ressemblance frappante avec l'hypothèse de *Ménon* 87 a : Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι. « Qu'on applique à une droite donnée un parallélogramme égal à une figure rectiligne donnée en „ellipsant" la figure d'un parallélogramme semblable à une surface donnée ».

Après une démonstration assez longue, qu'il nous est impossible de citer ici, nous lisons la solution du problème : Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΣΤ ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ ΠΒ ὁμοίῳ ὄντι τῷ Δ . . . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι. « On a donc appliqué à la droite donnée *AB* un parallélogramme *ST* égal à la figure rectiligne *G* en „ellipsant" la figure, du parallélogramme *PB* qui est semblable à la figure *D* ..., ce qu'il fallait démontrer » (voir fig. 1).

Ce problème reproduit presque parfaitement l'hypothèse formulée dans le texte de Platon qui nous intéresse : ce n'est que la condition qui est imposée à la partie « ellipsée » (ἔλλειμμα) chez Euclide qui diffère légèrement de la condition qui figure chez Platon.

4.4. Quant à τὴν δοθεῖσαν αὑτοῦ γραμμήν, il est à remarquer que la relation d'inscriptibilité implique toujours deux éléments : la surface qu'il s'agit d'inscrire et la surface dans laquelle on inscrit. Aucun de ces deux éléments ne saurait donc manquer d'une phrase qui vise à énoncer la condition générale à laquelle se soumet la classe des surfaces inscriptibles sous forme de triangle dans un cercle donné. D'autre part nous avons déjà constaté que dans les problèmes d'application la surface qui doit être appliquée n'entre en ligne de compte qu'en tant qu'aire,

[5] Voir C. Mugler, *op. laud.*, s.v.

www.cimec.ro

jamais en tant que forme. Il résulte enfin du paragraphe **3.3** que l'expression τόδε τὸ χωρίον se réfère à une surface définie uniquement par son aire, non par sa forme ou par ses propriétés. Dans ces conditions il est

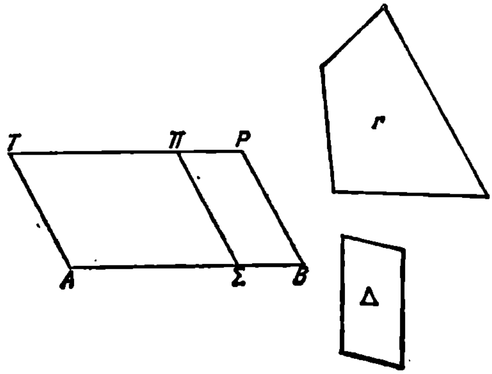

Fig. 1.

évident que τὴν δοθεῖσαν αὐτοῦ γραμμήν, « sa ligne donnée », ne saurait appartenir à la surface que l'on doit inscrire. Par ailleurs, si un cercle est donné, son diamètre l'est aussi, ainsi que nous avons eu l'occasion de le rappeler dans le paragraphe **3.2**. Comme le cercle doit figurer dans l'hypothèse géométrique de *Ménon* 87 a, car il est la surface dans laquelle on inscrit une autre surface, et comme il n'est pas mentionné autrement, on ne saurait échapper à la conclusion que τὴν δοθεῖσαν αὐτοῦ γραμμήν est le diamètre du cercle.

4.5. Les dictionnaires grecs ont enregistré pour le mot οἷον une grande variété d'emplois qui dérivent tous, de façon plus ou moins claire, du sens général de « quel, tel ... que ». À première vue il n'est pas possible de préciser (voir § **1.2**, règle 2) si dans la phrase qui nous intéresse les mots τοιούτῳ χωρίῳ οἷον αὐτὸ τὸ παρατεταμένον ᾖ expriment l'égalité ou seulement la ressemblance des deux surfaces dont il est question. Euclide, qui fait une distinction nette entre ces deux cas, ne nous est d'aucun secours, car il emploie pour désigner le premier l'adjectif ἴσος, pour désigner le second l'adjectif ὅμοιος. Il ne nous reste donc qu'à examiner tour à tour les deux possibilités.

En supposant que dans ce texte οἷον signifie « égal à », on doit admettre que les seules surfaces inscriptibles dans le cercle donné sont celles qui, une fois appliquées sous forme de parallélogramme à la moitié du diamètre, nous permettent de construire sur l'autre moitié un parallélogramme égal au premier. Il est manifeste que n'importe quelle surface de n'importe quelle grandeur peut satisfaire à cette condition. On aboutit donc inévitablement à la conclusion absurde que n'importe quelle surface est inscriptible sous forme de triangle dans un cercle donné. Par conséquent la supposition que οἷον signifie ici « égal à » est à rejeter. On ne retiendra donc pour οἷον que la traduction « semblable à ».

www.cimec.ro

4.6. Au terme de cette analyse il nous est enfin possible de comprendre la phrase qui exprime l'hypothèse géométrique de *Ménon* 87 a. Nous en donnons ici une traduction qui paraphrase les termes techniques discutés plus haut :

« Si cette surface est telle qu'en la construisant comme un parallélogramme de forme arbitraire sur une partie du diamètre du cercle on puisse construire sur l'autre partie un parallélogramme semblable au premier, le résultat sera ceci, et, si elle ne peut satisfaire à cette condition, il sera cela »[6].

Cette phrase nous permet de retrouver, conformément au paragraphe **2.6** remarque *c*, la condition générale, biunivoque, nécessaire et suffisante qui sert à engendrer la classe des surfaces inscriptibles sous forme de triangle dans un cercle donné.

5.1. Après avoir dégagé le sens du passage obscur qui a pendant si longtemps tourmenté les commentateurs de Platon, il nous faut examiner maintenant si l'interprétation que nous en proposons est acceptable au point de vue de la géométrie antique. Il est nécessaire de vérifier à cet effet si les géomètres du temps de Platon avaient les moyens de prouver que la condition incluse dans l'hypothèse géométrique de *Ménon* 87 a est réellement biunivoque, nécessaire et suffisante. C'est ce qui nous oblige d'analyser s'ils pouvaient démontrer que :

1) toute surface qui satisfait à cette condition est inscriptible sous forme de triangle dans le cercle donné ;

2) aucune des surfaces qui ne satisfont pas à cette condition n'y est inscriptible sous forme de triangle ;

3) toute surface inscriptible sous forme de triangle dans le cercle donné satisfait à cette condition.

5.2. Soit *A* une surface qui satisfait à la condition. On peut donc l'appliquer sous la forme d'un parallélogramme arbitraire à une partie du diamètre de telle façon qu'il nous soit possible de construire sur l'autre partie un parallélogramme semblable (voir fig. 2)

$$\text{L'aire } (\mathrm{ACDE}) = \mathrm{A}$$

$$(\mathrm{ACDE}) \sim (\mathrm{EDFB})$$

$$\text{D'où : } \frac{\mathrm{DE}}{\mathrm{AE}} = \frac{\mathrm{EB}}{\mathrm{DE}} \quad \mathrm{DE}^2 = \mathrm{AE}.\mathrm{EB}$$

Si l'on satisfait à la condition, le segment *DE* qui est un des côtés de la figure appliquée est la moyenne géométrique des deux segments qui constituent le diamètre. On peut imprimer au segment *DE* un mouvement de rotation autour du point *E*, sans altérer sa dimension, mais en modifiant la position du point *D*. Par le déplacement du point *D* on obtient une infinité de parallélogrammes de dimensions *AE* et *ED* qui respectent tous la relation $\mathrm{DE}^2 = \mathrm{AE}.\mathrm{EB}$. L'aire de ces parallélogrammes varie avec

---

[6] La fin de cette phrase est prise à la traduction d'Alfred Croiset (voir l'édition Guill. Budé, Paris, 1942, p. 260—261, n. 1).

www.cimec.ro

l'angle qui se forme entre *DE* et le diamètre. Le parallélogramme dont le côté *DE* est perpendiculaire sur le diamètre — c'est le rectangle (AC'D'E) — a l'aire la plus grande. Dans un rectangle (AC'D'E) construit sur une

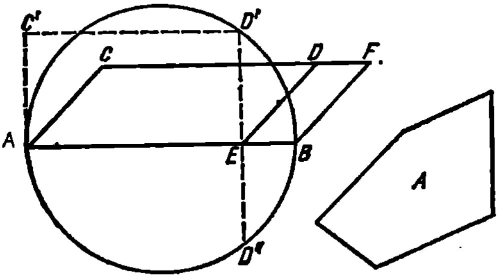

Fig. 2.

partie du diamètre du cercle *AB* de telle façon que $D'E^2 = AE.EB$, le point *D'* se trouve nécessairement sur le cercle. Le symétrique de *D'* par rapport au diamètre (D'') appartient lui aussi au cercle. Le triangle *AD'D''* qui a tous ses sommets sur le cercle (voir fig. 3) est inscriptible dans le cercle de diamètre *AB*. C'est un triangle isoscèle ($D'D'' \perp AB$ et $D'E = ED''$) dont l'aire est égale à l'aire du rectangle (AC'D'E) [Δ (AC'D') = Δ (AED'')].

5.2.1. La surface donnée *A* qu'on applique sous forme de parallélogramme arbitraire est inférieure ou tout au plus égale à l'aire du rectangle (AC'D'E) ; elle est donc inférieure ou tout au plus égale à l'aire d'un triangle isoscèle (AD'D'') inscriptible dans le cercle de diamètre *AB*.

5.2.2. Qu'il nous soit permis de rappeler maintenant une proposition géométrique simple : sur une corde donnée d'un cercle donné on peut

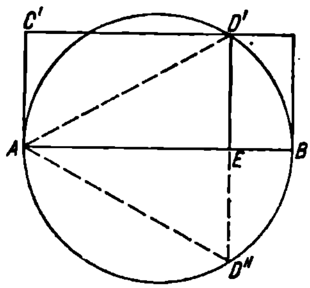

Fig. 3.

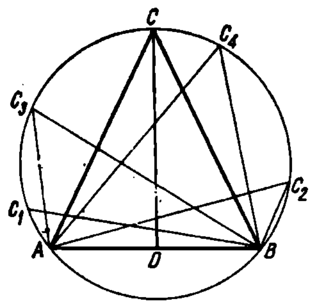

Fig. 4.

construire une infinité de triangles inscriptibles dans ce cercle (voir fig. 4). De cette infinité de triangles inscriptibles, c'est le triangle isoscèle qui aura l'aire la plus grande (parce qu'il a la hauteur la plus grande).

5.2.3. Cette proposition a une conséquence immédiate qui se laisse formuler de la manière suivante : s'il est possible d'inscrire dans un cercle donné un triangle isoscèle d'aire *a*, toute aire inférieure ou égale à *a* est

www.cimec.ro

inscriptible sous forme de triangle dans ce cercle. Voici d'ailleurs la démonstration de ce que nous affirmons. On considère que le triangle isoscèle ABC d'aire a est inscriptible dans le cercle donné. Soit une aire inférieure ou égale à a: $a' \leqslant a$. Si à une distance $h = \frac{2a'}{AB}$ de AB on mène une parallèle à AB, cette parallèle coupera inévitablement le cercle en deux points (parce que $a' \leqslant a$ et $h \leqslant CD$). En reliant un de ces deux points à la fois à A et à B on obtient un triangle inscriptible d'aire $\frac{1}{2} \cdot \frac{2a'}{AB} . AB = a'$.

5.2.4. Il résulte des paragraphes **5.2.1** et **5.2.3** que toute surface qui satisfait à la condition est inférieure ou égale à l'aire d'un triangle isoscèle inscrit dans le cercle donné. Par conséquent elle est inscriptible dans le cercle.

5.3. Il nous faut prouver maintenant la proposition n° 2 du paragraphe **5.1**, à savoir qu'aucune des surfaces qui ne satisfont pas à la condition n'est inscriptible sous forme de triangle dans le cercle donné.

Soit A une surface qui ne satisfait pas à la condition. Il n'existe donc pas de parallélogramme d'aire A qui, une fois construit sur une partie du diamètre du cercle donné, permette la construction d'un parallélogramme semblable sur le reste du diamètre. Il s'ensuit qu'il n'y a aucune possibilité de trouver un côté commun de deux parallélogrammes adjacents semblables qui soit la moyenne géométrique des deux autres côtés (les deux segments qui forment le diamètre). Par conséquent il n'existe aucun rectangle d'aire supérieure ou égale à A, construit de telle façon que son point D' soit sur le cercle à l'extrémité de la diagonale qui part du point A (voir fig. 3).

5.3.1. Il résulte de ce que nous venons de démontrer qu'à moins de satisfaire à la condition il n'est pas possible d'inscrire dans le cercle donné un triangle isoscèle d'aire supérieure ou égale à la surface donnée. Qu'il nous soit permis à nouveau de rappeler quelques propositions de géométrie simple :

1) la plus grande aire qui peut être construite sur une corde d'un cercle donné de telle sorte qu'il résulte un triangle inscriptible dans ce cercle est l'aire du triangle isoscèle ;

2) on ne peut obtenir un triangle inscriptible dans un cercle donné en construisant sur une corde donnée une aire plus grande que celle du triangle isoscèle inscriptible construit sur cette corde ;

3) si parmi l'infinité des triangles isoscèles inscriptibles dans un cercle donné on n'en trouve aucun qui ait une aire supérieure ou égale à une aire donnée, celle-ci n'est pas inscriptible sous forme de triangle dans le cercle donné.

5.3.2. Il résulte des paragraphes **5.3** et **5.3.1** qu'à moins de satisfaire à la condition on ne saurait inscrire dans le cercle donné aucun triangle isoscèle d'aire supérieure ou égale à l'aire donné. Par conséquent, à moins de satisfaire à la condition, l'aire donnée n'est pas inscriptible sous forme de triangle dans le cercle donné.

www.cimec.ro

5.4. Il nous reste à prouver la proposition n° 3 du paragraphe **5.1**, à savoir que toutes les surfaces inscriptibles satisfont à la condition.

Supposons que la surface *A* est inscriptible sous forme de triangle dans un cercle donné. Ce triangle peut être un triangle isoscèle ou scalène. S'il est isoscèle il existe un rectangle de même aire construit sur une partie du diamètre du cercle. Ce rectangle a un point *D'* sur le cercle, donc il respecte la relation D'E = AE.EB. Il s'ensuit que sur l'autre partie du diamètre on peut construire un rectangle semblable au premier. Si le triangle est scalène on peut inscrire dans le cercle donné un triangle isoscèle d'aire supérieure à la sienne. Il existe donc un rectangle plus grand que *A* construit sur une partie du diamètre du cercle de telle façon que sur l'autre partie on puisse construire un rectangle semblable. En imprimant à leur côté commun *D'E* un mouvement de rotation autour du point *E* on peut former une infinité continue de paires de parallélogrammes semblables. L'aire des parallélogrammes dont les côtés sont *AE* et *DE* varie entre zéro et l'aire du rectangle. À l'intérieur de cette infinité de parallélogrammes d'aire variable on ne peut manquer de trouver celui dont l'aire correspond à l'aire donnée *A*. Il résulte de ces considérations que si une surface est inscriptible sous forme de triangle dans un cercle donné, elle satisfait à la condition.

6.1. Dans la section précédente de notre étude nous avons vérifié la validité de la condition qui figure dans *Ménon* 87 a. Nous avons réussi à prouver que cette condition n'engendre qu'une seule classe de surfaces, à savoir celle qui garantit à tous ses membres la possibilité d'être inscrits sous forme de triangle dans un cercle donné tout en refusant cette possibilité à tous les éléments qui ne lui appartiennent pas. Nous avons atteint ce résultat en n'utilisant que des procédés connus aux géomètres du temps de Platon.

6.2. Qu'il nous soit permis de reproduire, en guise de conclusion à cette partie de notre étude, le raisonnement appliqué dans le problème de géométrie avec le raisonnement formulé au sujet de la vertu en regard :

Accorde-moi d'examiner par hypothèse si la vertu peut s'enseigner ou non.

Je prends ces mots, « par hypothèse », dans le sens des géomètres. Quand on leur demande à propos d'une surface, par exemple, si elle peut s'inscrire sous forme de triangle dans un cercle donné, un géomètre répondra : « Je ne sais pas encore si cette surface s'y prête ; mais je crois à propos pour le déterminer de raisonner par hypothèse de la manière suivante : < puisque nous ne savons encore ni la nature ni les qualités de cette surface nous dirons : quelle doit être, entre les différentes clas-

Il en est de même au sujet de la vertu. Puisque nous ne savons encore ni sa nature ni ses qualités nous ne pouvons raisonner que par hypothèse sur la possibilité ou l'impossibilité de l'enseigner et nous dirons : quelle doit être, entre les différentes sortes de choses qui se rapportent à l'âme, la sorte

www.cimec.ro

ses de surfaces, la classe à laquelle appartienne la surface donnée, pour qu'elle puisse être inscrite dans le cercle donné et pour qu'elle ne le puisse pas si elle n'appartient pas à cette classe?	à laquelle appartienne la vertu pour qu'elle puisse être enseignée ou pour qu'elle ne le puisse pas?...
Ne pouvons-nous démontrer que seules sont inscriptibles les surfaces qui, appliquées au diamètre du cercle, ellipsent la figure d'une surface semblable à celle qui a été appliquée?[7] Par conséquent > si	N'est-il pas évident pour tout le monde que ce qui s'enseigne c'est uniquement la science? ...
cette surface est telle qu'en l'appliquant au diamètre du cercle elle ellipse <la figure> d'une surface semblable à celle qui a été appliquée, le résultat sera ceci (= la surface est inscriptible) et si elle ne peut satisfaire à cette condition il sera cela (= la surface n'est pas inscriptible).	Si la vertu est donc une science elle peut être enseignée ... Voilà donc un point vite réglé : dans tel cas elle peut être enseignée, dans tel autre, non ...
<Le second point à examiner me semble être celui-ci : la surface donnée satisfait-elle à cette condition ou non?>	Le second point à examiner me semble être celui-ci : la vertu est-elle une science ou autre chose qu'une science?

Nous venons de reproduire, dans la traduction d'Alfred Croiset légèrement modifiée, le texte même du dialogue *Ménon*, de 86 e à 87 c. Dans la colonne de gauche nous avons ajouté les phrases qui figurent entre paranthèses de forme < >. Platon les eût-il écrites, qu'il n'aurait jamais existé un problème de *Ménon* 86 e — 87 a capable de retenir l'attention des philologues pendant plus d'un siècle et demi.

La méthode que nous avons suivie en présentant les deux textes en regard rend plus évidente, à notre avis, la façon dont les éléments que nous avons suppléés dans le texte géométrique s'intègrent aux éléments qui y figurent réellement chez Platon, pour faire du raisonnement géométrique la réplique fidèle du raisonnement qui porte sur la vertu. S'il est vrai que nous avons reconstruit le premier raisonnement en nous basant sur le second, il n'en est pas moins certain que les éléments ajoutés s'unissent aux éléments existant dans le texte géométrique de manière à former un ensemble cohérent et logique. Aussi considérons-nous que dans ces conditions la symétrie des deux raisonnements acquiert une signification particulière et peut être admise comme preuve de la validité de notre solution.

---

[7] Conformément aux paragraphes **4.2** et **4.3**, ce texte peut être paraphrasé ainsi (voir aussi **4.6**) : «...seules sont inscriptibles... les surfaces qui, une fois construites sous forme de parallélogramme arbitraire sur une partie du diamètre du cercle, nous laissent la possibilité de construire, sur l'autre partie, un parallélogramme semblable au premier ». Évidemment, le sens de la phrase suivante est le même.

www.cimec.ro

6.3. Dans les deux raisonnements analysés, le problème initial est celui de savoir si telle chose est possible ou non. Il s'agit notamment de découvrir si une surface donnée est inscriptible sous forme de triangle dans un cercle donné et si la vertu peut s'enseigner. Au terme du raisonnement par hypothèse, ce problème est transformé en un problème similaire, qui ramène sous une autre forme la question de savoir si telle chose est possible ou non. Ce qu'il importe de découvrir à ce moment c'est si l'on peut construire deux parallélogrammes semblables sur le diamètre du cercle et si la vertu est une science. L'exemple concret posé par la construction des deux parallélogrammes semblables n'est pas solutionné. Il en est de même au sujet de la vertu, car cette section du dialogue ne permet pas de préciser si elle est une science ou non. La symétrie des deux raisonnements est une fois de plus manifeste.

Notre propos n'a pas été de découvrir le moyen d'inscrire sous forme de triangle telle surface dans tel cercle, mais de comprendre le sens des phrases de Platon et d'expliquer l'énoncé du problème géométrique et la manière dont celui-ci sert de modèle au raisonnement qui porte sur la vertu. La solution pratique du problème de géométrie ne regarde pas directement le texte et il importe peu que les contemporains de Platon l'aient ignorée [8].

7.1. La solution que nous venons de proposer n'est pas tout à fait nouvelle. Sous une forme différente on la retrouve dans une étude publiée par J. Cook Wilson, en 1903 (voir plus bas, § 7.4). Si nous croyons néanmoins utile de faire paraître ces lignes, c'est uniquement à cause d'un fait qui ne laisse pas de surprendre : en 1861, C. Blass enregistrait déjà, pour le problème de *Ménon* 86 e — 87 a, une trentaine de solutions différentes et jusqu'en 1903 leur nombre n'a cessé de croître ; la parution de l'étude de J. Cook Wilson n'a pas mis un terme à cette production et nous connaissons une vingtaine de solutions nouvelles (ou de variantes de certaines solutions plus anciennes) publiées après 1903. De toutes ces théories, la seule qui soit correcte à notre avis est celle de J. Cook Wilson. C'est pour tenter de la réhabiliter que nous avons entrepris ce travail. Pourquoi la solution de J. Cook Wilson n'a-t-elle pas emporté la conviction générale ? Une analyse de cette solution nous permettra peut-être de le comprendre. Nous en profiterons pour passer en revue, de façon tout à fait sommaire, les principales théories avancées au sujet de *Ménon* 86 e — 87 a, en nous limitant à celles qui, de nos jours, trouvent encore des adeptes.

7.2. Une des plus anciennes solutions est celle élaborée par A. Benecke [9]. Elle a été favorablement reçue à sa publication, en 1867, et n'a jamais cessé de compter de nombreux partisans. Cette théorie repose sur la supposition, qu'on ne saurait prouver d'ailleurs, que la surface dont il s'agit aux pages 86 e — 87 a de *Ménon* c'est le carré de quatre pieds dont il a été question de 82 c à 85 b. Les autres difficultés du texte sont expliquées de la manière suivante : τρίγωνον est attribut, τὴν δοθεῖσαν

---

[8] Elle suppose, en effet, la possibilité de résoudre une équation du quatrième degré ou bien des connaissances étendues dans le domaine de la théorie des coniques.

[9] *Über die geometrische Hypothesis in Platons Menon*, Elbing, 1867.

www.cimec.ro

αὐτοῦ γραμμήν c'est le diamètre du cercle, παρατείνειν signifie 'copier une figure donnée sur une droite' (sens qui n'est pas celui de παραβάλλειν chez Euclide voir § 4.2), ἐλλείπειν a la valeur que lui donne Euclide (voir § 4.3), οἷον signifie 'égal à'. Dans ces conditions le carré (ABCD)

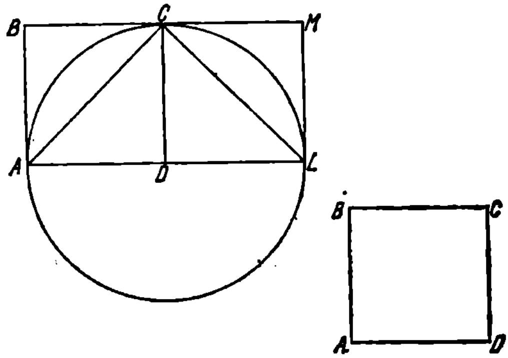

Fig. 5.

(voir fig. 5) est inscriptible dans le cercle donné si une fois qu'on l'a dessiné sur une partie du diamètre du cercle on peut dessiner sur l'autre partie un carré égal :

$$(ABCD) = (DCML)$$

$$\text{l'aire } \Delta \ (ACL) = \text{l'aire } (ABCD)$$

Il résulte de ces considérations que le sens du passage 86 e — 87 a de *Ménon* serait celui-ci : si le côté du carré est égal au rayon du cercle, le carré est inscriptible sous forme de triangle. Même en négligeant le fait que rien ne prouve que la surface qu'il s'agit d'inscrire soit le carré de quatre pieds, on peut se demander s'il fallait réellement à Platon une phrase aussi compliquée que celle de 86 e — 87 a pour exprimer une vérité aussi simple que celle de A. Benecke. La thèse de A. Benecke comporte, de plus, un inconvénient autrement grave : le texte de Platon, quelle qu'en soit l'interprétation, ajoute qu'au cas où l'on ne satisfait pas à la condition la surface n'est pas inscriptible. Malheureusement la théorie de A. Benecke est incapable de démontrer cette proposition (voir aussi § **7.3**). De plus il est difficile de comprendre de quelle manière ce problème de géométrie peut-il bien servir de modèle au raisonnement qui se propose de découvrir si la vertu peut s'enseigner ou non.

7.3. En 1888, S. H. Butcher [10] fait remarquer que « le problème de géométrie est introduit ... en vue d'illustrer la nature du raisonnement par hypothèse » (p. 219) et propose une solution quelque peu différente. Voici les principaux éléments de son interprétation du texte : τόδε τὸ χωρίον est un rectangle connu à la fois par son aire et par ses dimensions, τρίγωνον est attribut, τὴν δοθεῖσαν αὐτοῦ γραμμήν est le diamètre du

[10] *The Geometrical Problem of the Meno (p. 86 E — 87 A)*, Journal of Philology XVII (1888), p. 219—226.

cercle, παρατείνειν signifie 'copier une figure sur une droite', ἐλλείπειν a le même sens que chez Euclide, οἷον veut dire 'semblable'.

La surface (ABCD) (voir fig. 6) est inscriptible sous forme de triangle dans le cercle de diamètre *BH* si en la copiant sur une partie de *BH* on peut construire sur l'autre partie un rectangle (DCGH) semblable à (ABCD).

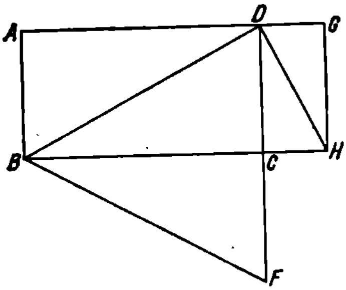

Fig. 6.

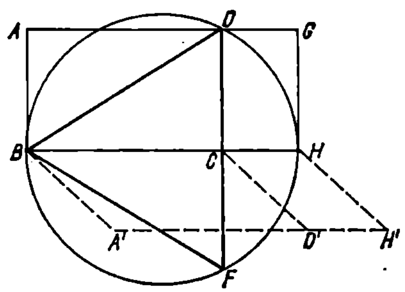

Fig. 7.

Les deux rectangles étant semblables, il s'ensuit que $DC^2 = BC.CH$. Le point *D* se trouve donc sur le cercle et il est possible de construire un triangle (BDF) qui ait la même aire que (ABCD) et qui soit inscrit dans le cercle (le point *F* se trouve lui aussi sur le cercle, car il est le symétrique de *D* par rapport au diamètre).

Au terme de cette démonstration, l'auteur lui-même observe : « The solution here proposed has one defect, but not, it would seem, a fatal one. If the condition as above interpreted holds good the given χωρίον can be inscribed as a triangle in the circle. But the converse proposition is not true » (p. 223). Nous ne voyons, malheureusement, aucune raison de partager l'optimisme de S. H. Butcher à cet égard : le défaut qu'il remarque nous semble porter un coup vraiment fatal à sa théorie. Le même défaut affecte d'ailleurs la solution de A. Benecke aussi. « So far the two solutions labour (in different degree) under a precisely similar defect » observe S. H. Butcher, en guise de conclusion (p. 225).

7.4. En 1903, J. Cook Wilson[11] part de la solution de S. H. Butcher, qui a, selon lui, le mérite d'avoir découvert « the most essential part of the solution » (p. 222), pour tenter de remédier au défaut que lui reconnaît son auteur même. Après une analyse poussée du sens des différents mots employés dans *Ménon* 86 e — 87 a, J. Cook Wilson propose l'interprétation suivante : τόδε τὸ χωρίον est une surface rectiligne dont on ne connaît que l'aire, τρίγωνον est attribut, τὴν δοθεῖσαν αὐτοῦ γραμμήν est le diamètre du cercle, ἐλλείπειν a le sens connu chez Euclide, οἷον signifie 'semblable'. Quant à παρατείνειν, l'auteur lui attribue le sens d' 'appliquer sous forme de rectangle à une droite donnée'. Ces éléments lui servent à formuler une première solution qui ne vise qu'à améliorer la solution de S. H. Butcher. Qu'il nous soit permis de la citer ici *in extenso* :

« If a scalene triangle is inscribed in a circle, an isosceles triangle, equal to it, can obviously be inscribed in the same circle. Thus if a triangle

[11] *On the Geometrical Problem in Plato's Meno 86 E sqq.: with a note on a passage in the treatise De lineis insecabilibus (970ᵃ 5)*, Journal of Philology XXVIII (1903), p. 222—240.

can be inscribed in a given circle equal to a given rectilineal figure, an isosceles triangle can be inscribed in the circle equal to the given figure.

Let X be the rectilineal figure, or the given χωρίον (voir notre fig. 7). Suppose the isosceles triangle BDF inscribed in the circle is equal to X in area, BD being $= BF$. Let BH be the diameter of the circle which bisects the straight line DF in C at right angles. Complete the parallelograms AC and CG. Then AC obviously $= BDF = X$. By the property of the circle $BC.CH = CD^2$, $\therefore$ $BC : CD :: CD : CH$, $\therefore$ the parallelogram CG is similar to the parallelogram AC.

Consequently if a triangle can be inscribed in a circle equal in area to a given rectilineal figure, it must be possible to find a rectangle equal to the given rectilineal figure, such that when applied to the diameter of the given circle it is in defect by a rectangle similar to itself; and if such a rectangle cannot be found the required triangle cannot be found. Clearly also if such a rectangle can be found, the triangle can be found. It is then a sufficient and necessary condition, and the main requirements of the text both as regards the geometrical problem and the logical point to be illustrated by it are satisfied. » (p. 233—234).

Cette dernière remarque n'est que partiellement vraie. En effet si l'aspect logique du problème est illustré de façon tout à fait claire, la démonstration géométrique souffre, en revanche, d'un inconvénient grave. Elle repose, ainsi qu'il résulte du texte de J. Cook Wilson, sur la prémisse que si un triangle scalène est inscriptible dans un cercle donné, un triangle isoscèle de même aire y est également inscriptible. Or, cette prémisse, que de nos jours nul géomètre n'ignore, ne peut être démontrée qu'à l'aide d'une équation du quatrième degré ou par la théorie des intersections de coniques. Il va de soi que les géomètres du temps de Platon ne savaient manier ces éléments. Il nous est donc interdit de penser qu'ils connaissaient la prémisse de J. Cook Wilson et qu'ils pouvaient s'en servir dans un problème de géométrie.

Heureusement J. Cook Wilson, qui n'avait pas remarqué cet inconvénient (il a échappé d'ailleurs à ses critiques également), ne s'arrêta pas là. En voulant donner à sa théorie une forme plus générale, pour qu'elle reste appliquable même s'il ne s'agit pas d'inscrire un parallélogramme particulier, il arrive à formuler une seconde solution qui ne reproduit plus l'erreur de la première et que nous considérons comme l'unique solution correcte du problème de *Ménon* 86 e — 87 a :

« In Fig. 3 (notre fig. 7), suppose the oblique-angled parallelogram $A'BCD'$ is equal to a given rectilineal figure Y, and that applied to the diameter BH it is in defect by a parallelogram CH' similar to itself. Through C draw the chord FCD perpendicular to BH. Complete the parallelogram AC, and join BD, BF.

Then by similar parallelograms $CD'^2 = BC.CH = CD^2$. $\therefore$ $CD = CD'$. Thus the perpendicular from C on $A'H'$ is less than CD. $\therefore$ the parallelogram BD' is less than the parallelogram BD. But a triangle BDF is inscribed in the circle equal to BD. Hence *a fortiori* a triangle can be inscribed in the circle equal to BD' and therefore equal to Y. » (p. 235).

Cette solution satisfait en effet aux exigences de J. Cook Wilson (voir la fin du passage cité à la page précédente). Elle ne suppose pas de la part des géomètres anciens des connaissances mathématiques qu'ils

www.cimec.ro

n'auraient pu avoir. La seule prémisse qu'elle implique, bien qu'on n'en fasse pas mention, est une proposition géométrique réellement évidente : si un triangle isoscèle d'aire X est inscriptible dans un cercle donné, alors un triangle d'aire inférieure à X y est également inscriptible.

Il reste que cette solution, qui nous paraît trancher définitivement le problème, n'a pas été acceptée et qu'après sa parution on a fait de nombreuses tentatives pour en trouver d'autres. Les critiques qu'on lui adresse se résument, en essence, à celle-ci [12] : il n'était pas possible aux géomètres du temps de Platon de construire les deux parallélogrammes semblables dont parle J. Cook Wilson. Nous ne songeons évidemment pas à soutenir le contraire, mais nous considérons que cette critique repose sur un malentendu. Dans le passage de Platon qui nous intéresse il n'est pas question de résoudre un problème de géométrie (pas plus qu'il n'est question de préciser si la vertu est une science), mais bien d'illustrer quelles sont les démarches logiques qui constituent le raisonnement par hypothèse. Or, ainsi que nous croyons l'avoir prouvé (voir §§ 2.4 et 2.5), ce type de raisonnement ne vise qu'à transformer un problème binaire initial en un problème binaire équivalent. La solution pratique du second problème, bien qu'elle soit le but de l'opération, n'intéresse pas le raisonnement proprement dit. On ne saurait tenir rigueur à Platon de n'avoir poursuivi que le problème de la vertu, en négligeant le problème de géométrie. D'ailleurs les arguments qu'il cite, dans la dernière partie du dialogue, pour prouver que la vertu n'est pas une science valent-ils mieux que le silence qu'il garde au sujet des deux parallélogrammes semblables ?

7.5. En 1921, Sir Thomas Heath tombe, sans le savoir, sur la première des solutions proposées par J. Cook Wilson [13]. En interprétant de la même manière que celui-ci (voir, plus haut, p. 31) les difficultés du passage 86 e — 87 a de *Ménon*, Sir Thomas Heath démontre que si la surface rectiligne donnée satisfait à la condition, il existe un triangle isoscèle de même aire inscriptible dans le cercle donné. Cette démonstration est claire et ne fait appel à aucune notion inconnue aux géomètres anciens. Pour rendre compte du texte de Platon il lui faut prouver, en outre, que toutes les surfaces inscriptibles sous forme de triangle dans un cercle donné satisfont à la condition. Ceci revient à prouver que pour toute surface inscriptible il existe un triangle isoscèle de même aire inscriptible dans le cercle. Ce n'est qu'à cette condition qu'on peut construire, sur une partie du diamètre du cercle, un rectangle de même aire que la surface donnée et semblable au rectangle construit sur l'autre partie du diamètre. Voici de quelle manière Sir Thomas Heath cherche à obtenir ce résultat : « In order, therefore, to inscribe in the circle an isosceles triangle equal to the given area (X), we have to find a point E (voir notre fig. 8) on the circle such that, if ED be drawn perpendicular to AB the rectangle $AD.DE$ is equal to the given area X » (p. 300).

---

[12] Voir A. Heijboer, *Plato „Meno" 86 E — 87 A*, Mnemosyne, Series IV, vol. VIII (1955) 2, p. 92—98 et R. S. Bluck, *op. laud.*, p. 448—451.

[13] *A History of Greek Mathematics*, vol. I, Oxford, 1921, p. 298—303. On lit à la page 300 (note 1) : «It was not till long after the above was written that my attention was drawn to the article on the same subject in the *Journal of Philology*, XXVIII, 1903, pp. 222—40, by Professor Cook Wilson. I am gratified to find that my interpretation of the passage agrees with his ».

www.cimec.ro

Sir Thomas Heath arrive à une conclusion correcte : pour trouver le point *E*, il nous faut résoudre une équation du quatrième degré, ce qui suppose l'utilisation des coniques, non des droites et du cercle [14]. Ces éléments étaient inaccessibles aux géomètres du temps de Platon. Il est donc évident que la théorie de Sir Thomas Heath, pour correcte qu'elle

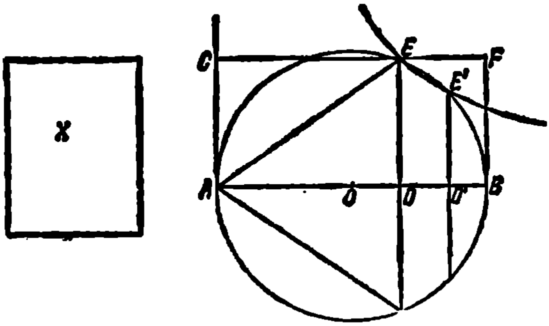

Fig. 8.

soit au point de vue des sciences mathématiques, n'est pas moins inacceptable en tant que solution du passage 86 e — 87 a de *Ménon*. Il semble que Sir Thomas Heath, plus attentif à trouver la solution du problème de géométrie qu'à comprendre le rôle qu'il joue comme modèle du raisonnement qui porte sur la vertu, n'a pas remarqué l'inconvénient lié à sa théorie. C'est ce qui explique pourquoi les mérites de la seconde solution de J. Cook Wilson lui ont échappé complètement.

7.6. Une solution intéressante a été proposée en 1923 par A.S.L. Farquharson [15]. Cette théorie fait ressortir de façon tout à fait claire l'enchaînement logique du texte de Platon, mais elle attribue à la condition incluse dans l'hypothèse un sens que les mots utilisés dans ce passage n'autorisent pas à notre avis. Pour A.S.L. Farquharson, la surface qu'il s'agit d'inscrire est une surface rectiligne dont on ne connaît que l'aire, τρίγωνον est attribut, παρατείνειν est l'équivalent de παραβάλλειν et ἐλλείπειν a le même sens que chez Euclide (mais l'auteur pense que certaines conditions sont imposées tant à la figure appliquée qu'à l'ἔλλειμμα). Enfin τὴν δοθεῖσαν αὐτοῦ γραμμὴν est une corde qu'il reste à découvrir et οἷον signifie « égal à ». A l'aide de ces éléments l'auteur croit retrouver dans le texte de Platon l'idée qu'une surface est inscriptible sous forme de triangle dans un cercle donné si l'on peut trouver une corde de ce cercle capable de satisfaire à la condition suivante (voir fig. 9) : il faut qu'en construisant sur la moitié de cette corde un parallélogramme de forme arbitraire (et d'aire égale à la surface qu'il s'agit d'inscrire) on puisse construire sur l'autre moitié un second parallélogramme, égal au premier, de telle façon que ces deux figures aient chacune une diagonale qui parte d'un même point *A* situé sur le cercle pour rejoindre

[14] Le point *E* se trouve à l'intersection d'une hyperbole $xy = b^2$ avec un cercle $x^2 + y^2 - 2ax = 0$.

[15] *Socrates' Diagram in the Meno of Plato, pp. 86 e — 87 a*, Classical Quarterly 42 (1923), p. 21—26.

www.cimec.ro

les extrémités de la corde, *B* et *C*. Cette solution a le mérite d'être simple et correcte au point de vue de la géométrie, mais nous voyons mal de quelle manière elle pourrait représenter le sens des phrases de Platon. En admettant même que τὴν δοθεῖσαν αὐτοῦ γραμμήν puisse être une corde du cercle (ce qui ne va pas sans de graves difficultés, voir §§ **3.2** et **4.4**), il nous est impossible de découvrir chez Platon les conditions imposées par A. S. L. Farquharson aux deux parallélogrammes semblables.

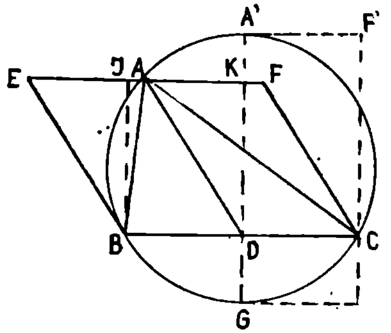

Fig. 9.

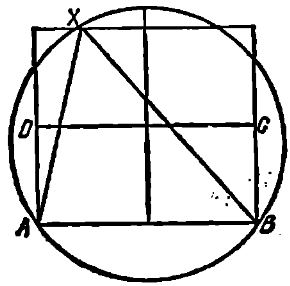

Fig. 10

Il est à remarquer, de plus, qu'à moins de s'étayer sur les conditions qu'on impose aux parallélogrammes, le mot οἷον signifiant « égal à » ne représente, dans le contexte de *Ménon* 86 e — 87 a, qu'une simple banalité, puisque sur n'importe quelle droite on peut construire une infinité de parallélogrammes égaux de grandeur variable (voir § **4.5**).

7.7. Une solution originale a été élaborée, en 1955, par A. Heijboer [16]. Les difficultés du texte y sont expliquées de la manière suivante : la surface qu'il s'agit d'inscrire est un rectangle dont on connaît à la fois l'aire et les dimensions (ou bien un parallélogramme qui a été transformé en un tel rectangle), τρίγωνον est attribut, τὴν δοθεῖσαν αὐτοῦ γραμμήν c'est le plus grand des côtés du rectangle, παρατείνειν signifie « dessiner le rectangle sur une droite », ἐλλείπειν se réfère à la possibilité de dessiner au-dessus du premier rectangle un rectangle égal, de telle façon que le côté supérieur de celui-ci (ou la ligne qui sert à le prolonger) coupe le cercle en deux points ou est tangente au cercle, οἷον a le sens d'« égal à ». L'auteur suppose qu'avec *Ménon* 86 e — 87 a nous avons affaire à une variante d'un problème plus ancien qui a beaucoup préoccupé les géomètres grecs. Chez Platon ce problème se laisse résumer ainsi : «to inscribe in any circle on one of the sides of any given rectangle serving as a chord a triangle with an equal area » (p. 102). Si ce problème est soluble, sa solution consiste à placer au-dessus de la surface donnée une surface égale, de telle façon que le côté supérieur de celle-ci (ou la ligne qui sert à le prolonger) coupe le cercle en deux points (voir fig. 10) ou est tangente au cercle. En reliant un de ces points au côté *AB* du premier rectangle (ABCD) on obtient un triangle inscrit (ABX) qui a la même aire que (ABCD).

[16] *Op. cit.*, p. 89—122.

www.cimec.ro

Cette théorie va à l'encontre des sens attestés pour les mots employés par Platon (le cas le plus grave est celui d'ἐλλείπειν) et se fonde sur plusieurs suppositions qui ne sont guère exprimées dans le texte grec. Ces inconvénients la rendent inacceptable à notre avis.

7.8. Nous n'avons analysé que trois des solutions proposées après 1903, bien que le nombre des ouvrages qui traitent de la question soit beaucoup plus élevé [17]. Leurs auteurs ont ceci en commun qu'en négligeant la structure logique du problème et le contexte dont il fait partie, ils s'attachent à trouver une modalité concrète d'inscrire la surface donnée dans le cercle donné. C'est ce malentendu, sans doute, qui leur a interdit d'accepter la seconde solution de J. Cook Wilson. Les onze lignes qui constituent le texte de cette solution n'ont pas su convaincre les commentateurs de Platon, en raison même de leur extrême brièveté peut-être. Il reste qu'au sujet de *Ménon* 86 e — 87 a elles expriment, à nos yeux, l'essentiel.

[17] La plupart se limitent d'ailleurs à reprendre les solutions analysées ci-dessus : R. S. Brumbaugh, *Plato's Mathematical Imagination. The mathematical passages in the dialogues and their interpretation*, Bloomington, Indiana University Press, 1954, p. 32 sqq. et J. Klein, *A Commentary on Plato's Meno*, Chapel Hill, University of North Carolina Press, 1965, p. 206—208 suivent l'interprétation de Sir Thomas Heath ; R. S. Bluck, *op. cit.*, p. 460 accepte avec réserve la solution de A.S.L. Farquharson ; K. Reich, dans O. Appelt et K. Reich, *Platon. Menon* (Philosophische Bibliothek 153), Hamburg, 1972, p. 53 se prononce pour la solution de S. H. Butcher, etc. Parmi les solutions originales, il convient de rappeler G. Loria, *Le scienze esatte nell'antica Grecia*², Milano, 1914, p. 120 ; P. Kucharski, *Note sur un passage du Ménon 87 A*, Revue des études grecques 51 (1938), p. 44—52 ; E. Stamatis, dans Platon 3 (1951), p. 218—227 ; W. Ettelt, *Mathematische Beispiele bei Platon*, «Gymnasium» 68, 2 (1961), p. 141—142. Pour des informations plus amples on se reportera à l'Appendix de l'ouvrage cité de R. S. Bluck (p. 441—461) et à la bibliographie qui figure dans l'édition de O. Appelt et K. Reich.

www.cimec.ro