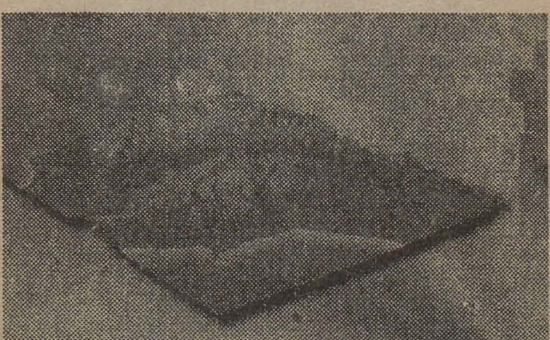
ILEANA GEORGETA PĂTRU

INIȚIERE ÎN STATISTICA APLICATĂ ÎN GEOGRAFIE

LUCRĂRI PRACTICE



Editura Universității din București

Părinților mei,

Autoarea mulțumește și pe această cale, domnului Profesor univ. dr. Ion Marin, referent principal, domnului Profesor univ. dr. Mihai Ielenicz, pentru sugestiile și aprecierile asupra conținutului lucrării de față.

Tehnoredactare computerizată:
Ileana Pătru

Cartografi: Radu Dumitrescu
student anul V Cornel Tudose

ISBN 973 – 575 – 214 – X

ILEANA GEORGETA PĂTRU

INIȚIERE ÎN STATISTICA APLICATĂ ÎN GEOGRAFIE

LUCRĂRI PRACTICE

UTILIZATE ÎN GEOGRAFIA REGIONALĂ A ROMÂNIEI

Editura Universității din București
1998

"ÎN GEOGRAFIE, TREBUIE SĂ SE FACĂ UN SALT CALITATIV SPRE CERCETĂRI CORELATE, ÎNTRUCAT SIMPLE INDICAȚII DE REPARTIȚIE TERITORIALĂ A FENOMENELOR, PE BAZĂ DE OBSERVAȚII EMPIRICE SAU DE DATE STATISTICE, SUNT INSUFICIENTE PENTRU O ANALIZĂ GEOGRAFICĂ APROFUNDATĂ."

Valeria Velcea

CUPRINS

CAPITOLUL I NOȚIUNI GENERALE

CAPITOLUL II ANALIZA NUMERICĂ A DATELOR STATISTICE DISTRIBUȚIILE STATISTICE UNIDIMENSIONALE

CAPITOLUL III DISTRIBUȚIILE STATISTICE BIMODALE ȘI MULTIDIMENSIONALE

INTRODUCERE

Cuvântul *statistică*, precum și primele conturări ale conceptului de statistică au pătruns în literatura de specialitate încă din secolul al XVIII-lea. Etimologic, cuvântul ***statistică*** își are rădăcina în cuvântul latinesc "***status***", care înseamnă "*situație*", "*stare socială*", dar și "*stat*".

Statistica tratează mari ansambluri de date numerice, ea constitue o grupare de metode de analiză numerică care permite descrierea relațiilor dintre fenomene.

Cea mai veche lucrare de statistică în geografie este "Descriptio antiqui et hodierni status Moldaviae", elaborată de Dimitrie Cantemir. La acea vreme lucrarea a fost cea mai reprezentativă, impunându-l pe autor printre cei mai de seamă statisticieni.

In prezent pe plan internațional folosirea metodelor statistice a îmbogățit și modificat substanțial orientarea geografică. Lucrarea de față o considerăm ***o modestă și timidă încercare*** de a-i convinge pe studenții geografi dar și pe cei interesați de geografie că nu trebuie să fi "***matematician***" pentru a face studii de geografie folosind ***Statistica***. Argumentele sunt acelea că statistica și informatica sunt materii la care toate disciplinele fac azi apel.

Nu avem pretenția de a cuprinde în această lucrare întregul domeniu al statisticii, (utilizat de asemenea în GIS) atât de variat și vast, ***dorim să prezentăm noțiuni elementare, metode statistice (cantitative***) care au intrat ***deja în limbajul curent al geografiei***.

Dacă această lucrare va reuși să stârnească interesul sau critica, așteptăm deopotrivă sugestii, observații , aprecieri.......

Faptul că această lucrare a văzut lumina tiparului, o datorez Fundației Tempus, reprezentată de Prof. univ.dr. Dan Grigorescu și Inspector Carmen Bătătorescu și nu în ultimul rând domnului Prof.univ. dr. Mihai Ielenicz care mi-a înțeles aspirațiile...

În final, un gând de considerație, către membrii catedrei de Geografie Regională din București, în special către, Prof. univ. dr. Valeria Velcea, Prof. univ. dr. Ion Marin și către profesorii Ch. Christians, J.P. Donnay, Claire Chevigne, Departamentul de Geografie, Catedra de Geografie Regională, Liege- Belgia, sub a căror îndrumare am învățat să aplic aceste metode cantitative în Geografie . Tuturor le mulțumesc .

Autoarea

CAPITOLUL I

NOȚIUNI GENERALE

1.1. NOȚIUNI ELEMENTARE UTILIZATE ÎN STATISTICA APLICATĂ ÎN GEOGRAFIE

Informațiile statistice ințiale, obținute în urma observării fenomenelor se prezintă sub formă brută, ca o masă dezordonată de date. Înainte ca aceste date să fie supuse prelucrării și interpretării , ele trebuie să fie exprimate într-un limbaj uzual al statisticii .

1.1.1. POPULAȚIE * *(SAU COLECTIVITATE) ȘI INDIVIZI*

Populația, noțiune fundamentală în statistică este un ansamblu bine definit de elemente, obiecte, concepte sau fenomene cu însușiri comune. Ea trebuie să fie omogenă și definită cu cea mai mare rigurozitate. În domeniul geografiei, " ***populația*** " poate fi considerată : populația de pietrișuri dintr-o albie de râu, populația râurilor de ordinul I dintr-un bazin hidrografic sau numărul de turiști dintr-o regiune .

Individ sau ***unitatea statistică***, este un element care aparține ansamblului de referință, ***populației*** .

Eșantion este un subansamblu extras dintr-o ***populație***. În domeniul sistemelor naturale unde complexitatea proceselor este extrem de mare, cercetatrea bazată pe ***eșantion*** reprezintă uneori singura posibilitate de investigare. De exemplu, este evident că nu vom putea analiza toți galeții din albia unui râu sau toți versanții dintru-un bazin hidrografic.

---

* Termenul nu se referă la aspectul demografic

1.1.2. CARACTERISTICILE UNEI POPULAȚII

Trăsăturile comune tuturor elementelor sau indivizilor unei ***populații*** se numesc ***caracteristici*** . Exemplu : debitul anual al unui fluviu, grupele de vârstă ale populației. ***Caracteristicile*** pot fi ***cantitative*** (atunci când sunt numărate și se exprimă sub forma unui număr numit ***variabilă statistică)*** și ***calitative*** (atunci când exprimă o stare și nu pot fi numărate, sex, naționalitate și se numesc ***atribute)***. Ele mai pot fi ***discrete*** și ***continue*** . Când caracterul poate fi cuantificat, avem de-a face cu un caracter ***discret*** (exemplu: numărul de zile cu precipitații). Când caracterul nu poate fi cuantificat se numește ***continuu*** (exemplu : suprafața, vârsta) .

În analiza statistică a unei ***populații*** nu trebuie să reținem decât ***caracteristicile*** cele mai semnificative ale unei ***populații***. Astfel, fiecare din elementele unei ***populații*** trebuie să fie clasate într-un singur ***atribut*** al unei caracteristici (***atributul*** este o valoare a unei ***caracteristici***). Exemplu, populația studiată după o singură ***caracteristică,*** sexul și după două ***atribute***, masculin și feminin.

Efectivul este numărul de elemente sau indivizi ce aparțin unui ***atribut. Efectivul total*** este ansamblu elementelor unei ***populații***.

1.1.3.TIPURI DE PREZENTARE A DATELOR (BANCA DE DATE)

1.1.3.1 ***Populația*** poate fi prezentată element cu element (individ cu individ) și analizată după o ***caracteristică*** (tabelul nr. 1).

Tabel 1. Orașele Daco-Romane, după numărul de locuitori, în 1994

Element (individ)	Valoarea unei caracteristici (nr.de loc)
Cluj-Napoca (Napoca)	321850
Drobeta -Turnu Severin (Drobeta)	118086
Tulcea (Aegyssus)	97255
Alba-Iulia (Apulum)	72458
Turda (Potaissa)	62088
Turnu-Măgurele (Turris)	36891
Orșova (Dierna)	16057
Hărșova (Carsium)	10810
Isaccea (Noviodunum)	5564

Sursa: Anuarul statistic al României,1994

1.1.3.2.***Populația*** prezentată pe clase și analizată după o ***caracteristică*** (tabelul nr. 2)

Tabel 2. Orașele Daco-Romane, cunoscute pe clase, după numărul de locuitori, în 1994

	ATRIBUT1<100.000	ATRIBUT2 100000-200000	ATRIBUT 3 >200000
EFECTIVUL	7	1	1

Efectivul total îl reprezintă numărul de orașe daco-romane, ***caracteristica*** numărul de locuitori, ***atributul*** clasele în care se încadrează aceste orașe.

1.1.3.3.Populația prezentată pe clase și analizată după două caracteristici (tabelul nr. 3).

Tabel 3. Populația României analizată după sex și vârstă, la 7 ianuarie 1992

Caracteristica 2 : Vârsta

Caracteristica 1 sexul	0–19	20–39	40–59	60<
Atribut a masculin	3631010	3308239	2653479	1619482
Atribut b feminin	3467828	3248891	2758276	2120082

Sursa : Anuarul statistic al României, 1994

1.2. NOȚIUNI UZUALE ȘI CONVENȚII DE SCRIERE ÎN STATISTICA APLICATĂ ÎN GEOGRAFIE

1.2.1. Variabila și constanta. O ***constantă*** este un număr invariabil desemnat cel mai adesea prin litere **a**, **b** sau **c**. O variabilă este notată cu **X**, **Y**, **Z** (cu majuscule), iar valorile pe care le ia variabila se pot nota **x**, **y**, **z**. Atunci când variabila ia un număr finit de valori, ea se numește ***variabilă discretă***. Când variabila ia un număr infinit de valori, se numește ***variabilă continuă***.

1.2.2 Indice , fiecărui element al unei variabile îi poate fi atribuit un indice, care se poate nota cu **i** sau **j**. Litera **k**, **n**, **p** sau **q** poate reprezenta indicele ultimei variabile și deci, numărul total al elementelor.

Exemplu : Variabila **X** este populația pe județe, în 1992 și indicele **i** reprezintă numărul de județe , 41.

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + \ \dots \ + X_i = \sum_{i=1}^{n} X_i$$

X_1-Alba+ ....+ X_i-Vrancea = 22810000 loc.

1.2.3. Noțiunea de putere (anexa II,III). De multe ori se întâmplă să fim nevoiți să adunăm același număr de mai multe ori : 3,7 + 3,7 + 3,7 + 3,7 + 3,7. Această sumă poate fi înlocuită cu produsul 5 x 3,7. În general pentru numere întregi pozitive **n** avem:

$a \times a \times a \dots\dots a = \mathbf{a}^{\mathbf{n}}$ (se poate citi ca **a** la puterea n, **a** se numește bază, iar **n** reprezintă exponentul ,**n** > 0, întodeauna este un număr întreg).

1.2.4. Rădăcini. În general, ***rădăcina*** poate fi pătrată $\mathbf{x} = \sqrt{a}$ din numărul real nenegativ a se înțelege numărul nenegativ x , care înmulțit cu el însuși dă o valoare egală cu : $\mathbf{x^2 = a}$.

Exemplu : $\sqrt{2}$, se citește rădăcină de ordinul doi sau pătrată, $\sqrt{9=3}$, $\sqrt{0{,}0144} = 0{,}12$.

Rădăcina cubică sau de ordinul trei k= $\sqrt[3]{2}$ se citește rădăcină de ordinul trei sau cubică din 2, a cărui putere a treia trebuie să fie 2, $k^3 = 2$, $\sqrt[3]{8} = 2$.

1.2.5. Probabilitatea. În cazul unui număr **n** suficient de mare de experimente în care evenimentul **E** apare de **m** ori, frecvența relativă **m/n** poate fi socotită ca valoarea ***probabilității***. Această valoare se numește probabilitate statistică a evenimentului **E** și se noteaza cu **P(E)** ; **P(E)=m/n** .

Probabilitatea unui eveniment (apariția unei valori) sau a unui grup de evenimente este frecvența sa. Ca și frecvența, probabilitatea este întodeauna un număr cuprins între 0 și 1.

Când variabila este discretă putem face să corespundă o probabilitate la fiecare eveniment, astfel încât evenimentele să fie independente sau apariția uneia dintre ele să fie legată de apariția alteia. În acest ultim caz cele două probabilități nu sunt independente ci condiționate. Probabilitatea se poate reprezenta grafic prin diagrama probabilităților simple și cumulate.

Când variabila este continuă ,putem atribui fiecărei valori o probabilitate pentru că întru-un interval limită, există o infinitate de valori.

Alte simboluri curente (anexa I)

∞ – infinit;

$|X_i|$ – valoarea absoluta a lui X_i ;

n ! – factorial de **n** (**n** factorial, dacă **n** = 4 **n!** = 4 x 3 x 2 x 1);

$\neq$ – diferit de ;

$\simeq$ – puțin diferit de ;

a > b , **a** mai mare ca **b** (sau **a** superior lui **b**) ;

a < b , **a** mai mic ca **b** (sau **a** inferior lui **b**) ;

a > b , **a** mai mare sau egal cu **b** ;

a < b , **a** mai mic sau egal cu **b** ;

1.3. NOȚIUNI MATEMATICE UTILE ÎN STATISTICA APLICATĂ ÎN GEOGRAFIE

1.3.1. TIPURI DE DATE

Numere întregi, (2, -4) ;
Numere fracționare, 519 / 217 ;
Numere zecimale 5,19 ;
Numere iraționale, Π= 3,1416....;

1.3.2. LOGARITMI

1.3.2.1. ***Logaritmul*** este puterea la care trebuie ridicat un anumit număr (numit bază) pentru a obține un număr dat. Exemplu, Log_b n (se citește logaritm în baza b din n).

$Log_2 2 = 1$ deci n = 2 ;
$Log_2 4 = 2$ deci n = 4 ;
$Log_2 32 = 5$ deci n = 5 ;

Baza **b** trebuie să fie mai mare decât 1, iar **n** trebuie să fie pozitiv.

1.3.2.2. ***Scara logaritmică*** este o scară funcțională, diferită de scara aritmetică (fig. 1). De exemplu, un centimetru pe o scară aritmetică reprezintă întodeauna aceeași valoare, în timp ce un centimetru pe o scară logaritmică reprezintă o valoare în creștere. Scara logaritmică se caracterizează prin neuniformitatea intervalelor care împart axele. Intervalele inegale sunt date de utilizarea logaritmului numerelor ce corespund unităților de lungime pe axe. Din acest motiv, scara logaritmică este neuniformă. Ea se stabilește mai întâi pentru numerele cuprinse între 1 și 10. Scara logaritmică este utilizată pentru a reprezenta grafic sau a măsura o variabilă foarte extinsă (pH solului).

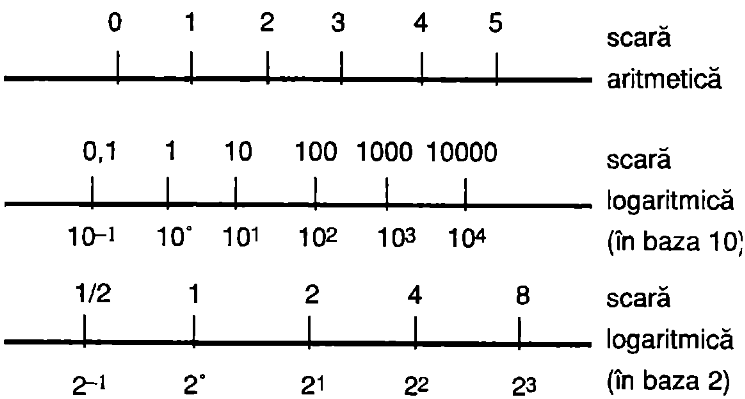


Fig. 1. Scara aritmetică și scară logaritmica

De exemplu 0,301 (care este logaritmul zecimal al numărului 2) se trasează aproximativ în dreptul valorii lui 3 pe scara aritmetică, 0,602 corespunde lui 6 pe scara aritmetică (fig. 2).

1.3.2.3. ***Operații cu logaritmi***

- Logaritmul unui produs este egal cu suma logaritmilor factoriali.

$$Log_b(n_1 \times n_2) = Log_b n_1 + Log_b n_2 \;;$$

$$Log_2(15) = Log_2(3 \times 5) = Log_2(3) + Log_2(5) \;;$$

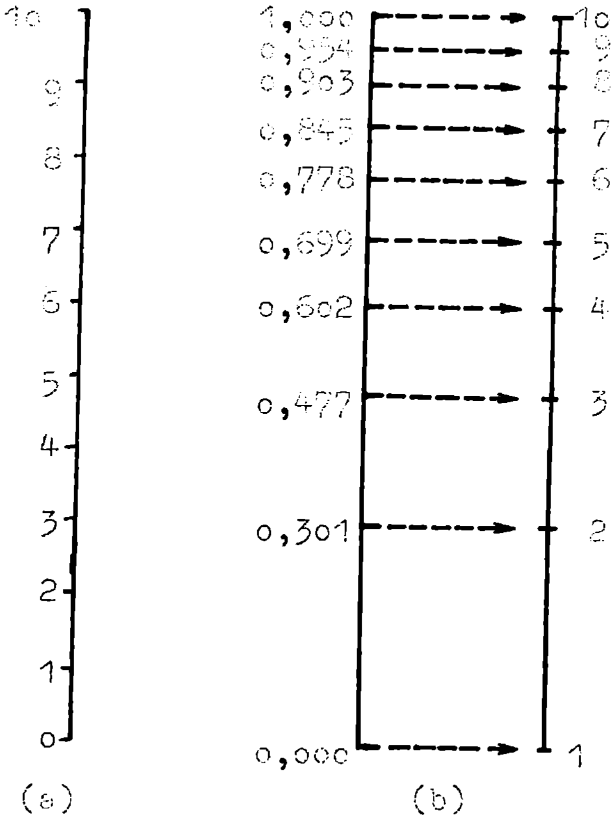


Fig. 2. Scara aritmetică (a), scara logaritmică (b)

- Logaritmul unui raport este egal cu diferența dintre logaritmul numărătorului și cel al numitorului.

$$Log_b(n_1/n_2) = Log_b n_1 - Log_b n_2 \;;$$

$$Log_2(3/5) = Log_2 3 - Log_2 5;$$

- Logaritmul unei puteri este egal cu produsul dintre exponentul puterii și logaritmul bazei puterii.

$$Log_b p^r = r \, Log_b p \;;$$

$$Log_2(27) = Log_2 3^3 = 3 \log_2 3 \;;$$

- Logaritmul unei rădăcini este egal cu logaritmul cantității de sub radical, împărțit prin exponentul radicalului.

$\mathrm{Log}_b \sqrt{w} = 1/r\ \mathrm{Log}_b w$

$\mathrm{Log}_2\ 5 = 1/2 \times \mathrm{Log}_2\ 5;$

Logaritmarea unei funcții:

$Y = a \times Xb$

$\mathrm{Log}_2 Y = \mathrm{Log}_2 (a \times X^b) = \mathrm{Log}_2\ a + b\ \mathrm{Log}_2\ X\ ;$

$Y = 2 \times X^5$

$\mathrm{Log}_2 Y = \mathrm{Log}_2 2 + 5\ \mathrm{Log}_2\ 5\ ;$

Logaritmarea unei funcții se poate realiza în orice bază în funcție de corelația dintre fenomene .

1.3.2.4. ***Tipuri de logaritmi***

Pentru calculele practice cu logaritmi, ***logaritmii zecimali*** (Lg) reprezintă importanța cea mai mare (tabelul nr. 5).

Despre aceștia se știe că este suficient să se stabilească o tabelă de logaritmi numai pentru numerele între 0 și 1. Toate celelalte numere ale sistemului zecimal se pot reprezenta ca produsul unei puteri a lui 10 prin unul din aceste numere. Exponentul acestei puteri este un număr întreg, pozitiv pentru numere mai mari ca 1 și negativ pentru numere mai mici ca 1. Logaritmii numerelor cuprinse între1 și 10 sunt fracții zecimale iraționale cuprinse între 0 și 1; partea zecimală a lor (cifrele de după virgulă) se numește ***mantisă***.

După numărul de cifre considerate prin rotunjirea valorilor iraționale ale logaritmilor, există tabele de logaritmi cu 4, 5 sau 7 cifre.

***Logaritmii naturali* (Ln) sunt** logaritmii în baza e, unde e = 2,7182818......(tabelul nr. 4).

Puterea lui e, cu diferiți exponenți reprezintă funcția exponențială, adecvată pentru descrierea tuturor acelor fenomene, a căror creștere sau descreștere este astfel încât derivata este proporțională cu valoarea funcției, de exemplu, creșterea populației globului.

Tabel 4 . Logaritmii naturali ai numerelor prime până la 13.(anexa V)

z	Ln z
1	0,0000
2	6931
3	1,0986
5	6094
7	9459
11	2,3979
13	5649

Sursa: Mică Enciclopedie matematică, 1980

De exemplu Ln 3 = 1,0986 ; Ln 5 = 1,6094;

Deci, când citim din tabel valorile logaritmilor 5 și 7, aceste valori reprezintă partea zecimală care trebuie adaugată după 1.

Tabel 5. Citirea valorilor din tabelele de logaritmi zecimali (anexa IV)

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
930	96848	853	858	862	867	872	876	881	886	890
931	895	900	904	909	914	918	923	928	932	937
932	942	946	951	956	960	965	970	974	979	984
933	988	993	997	*002	*007	*011	*016	*021	*025	*030
934	97035	039	044	249	053	058	063	067	072	077
935	081	086	090	095	100	104	109	114	118	123
936	128	132	137	142	146	151	155	160	165	169

Sursa : Mică Enciclopedie matematică , 1980

În tabelul numărul 5 (tabel de logaritmi cu cinci cifre), primele două cifre sunt identice pentru mai multe mantise. Pentru eliminarea acestor repetări inutile, ambele aceste cifre vor fi scrise într-o coloană separată, numai o singură dată și anume înaintea primei linii ale cărei mantise încep toate cu aceste două cifre. O parte din aceste mantise anterioare, ultimele cifre cuprinse între 002 și 030, deși formal aparțin mantiselor ce încep cu cifrele 96, sunt de fapt în grupa celor cu 97 și vor fi pentru aceasta marcate cu un asterisc: *002, pâna la *030.

În citirea și extagerea valorilor din tabelele logaritmice (trebuie să avem în vedere următoarele :

- pentru 1< X <10   Lg X <1, unde X este valoarea căreia dorim să îi calculăm logaritmul ;

Exemplu: Lg 9,330 = 0,96988;
Lg9,333 = 0,97002
Lg 9,357 = 0,97114

- pentru 10 < X < 100   1 < Lg X < 2 , unde X este valoarea căreia dorim să îi calculăm logaritmul ;

  Lg 85,3 = 1,930949 ;
  Lg 32,74 =1,5150787 ;

1.3.3.ELEMENTE DE CALCUL MATRICIAL

Matricea este un sistem de numere grupate într-un tabel dreptunghiular (tabel cu două intrări) cu un anumit număr de linii (rânduri) fiecare având același număr de numere dispuse în coloane.

Numerele din acest tabel sunt elementele matricei. Elementele matricei pot fi aranjate în **m** linii și **n** coloane. Dacă **m** = **n**, matricea este o ***matrice patrată.***

1.3.3.1.*Operații cu matrice.*

Matricele de același format (cu același număr de linii și cu același număr de coloane) se poat aduna:

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12}\dots A_{1n} \\ A_{m1} & A_{m2}\dots A_{mn} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12}\dots B_{1n} \\ B_{m1} & B_{m2}\dots B_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11}+B_{11}\dots A_{1m}+B_{1n} \\ = \\ A_{m1}+B_{m1}\dots A_{mn}+B_{mn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & -2 & 4 \\ -6 & 4 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -4 & 4 \\ -7 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Înmulțirea matricelor se poate realiza cu un număr real sau înmulțirea a două matrice.

a) Înmulțirea cu un număr real :

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12}...A_{1n} \\ A_{m1} & A_{m2}...A_{mn} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} CA_{11} & CA_{12}...CA_{1n} \\ CA_{m1} & CA_{m2}....CA_{mn} \end{pmatrix}$$

b) Înmulțirea a două matrice:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1\times2+(-1)\times2 & 1\times1+(-1)\times0 & 1\times0+(-1)\times(-1) \\ 2\times2+0\times2 & 2\times1+0\times0 & 2\times0+0\times(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

1.3.4. FUNCȚII

Se numește funcție orice legătură matematică între două sau mai multe variabile. O funcție cu două variabile x și y se poate reprezenta grafic într-un plan, numit ***plan cartezian***.

y = F(x) , se citește y este funcție de x ;

Funcții uzuale :

- Funcțiile liniare sunt funcții raționale și sunt de forma y = ax, **a** se numește coeficient unghiular sau pantă ;

Pentru funcția y = ax dreapta trece prin punctul 0 (origine) al sistemului de coordonate, (fig. 3 , a) ;

Pentru funcția y = ax + b , dreapta nu trece prin origine, (fig. 3, b). Funcțiile liniare se folosesc în statistica aplicată în geografie la dreptele de regresie.

- Funcțiile logaritmice sunt funcții iraționale și sunt de forma $y = \log_a X$ cu a > 1, (fig. 3, c), sunt folosite la curbele cumulative.

  $Y - ax^2 + bc + c$;

– Funcțiile trigonometrice (sinus , cosinus ,...) sunt funcții iraționale și sunt folosite în geografie pentru fenomenele ciclice.

$Y = ax^n + bx^{n-1} + ... + k;$

- Funcțiile polinomiale de gradul doi sunt de forma(fig.3,e);

  $Y = ax^2 + bx + c;$

- Funcțiile polinomiale de grad **n** sunt de forma:

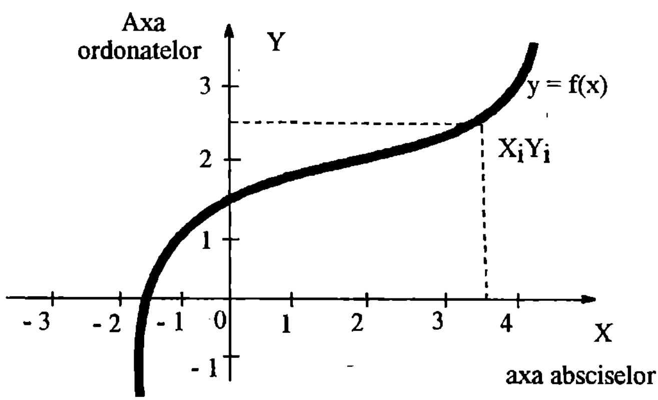
  $Y = ax^n + bx^{n-1} + ... + k;$

- Funcțiile exponențiale sunt de forma(fig. 3, d)

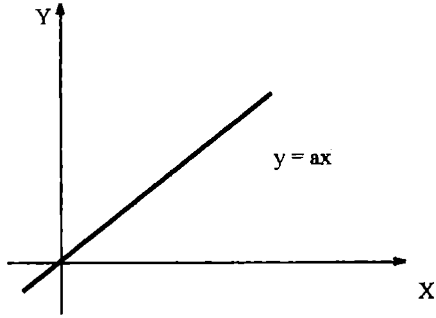
  $Y = a^x$ unde $a > 1$

1.3.5.NOȚIUNEA DE DISTANȚĂ ÎN GEOGRAFIE

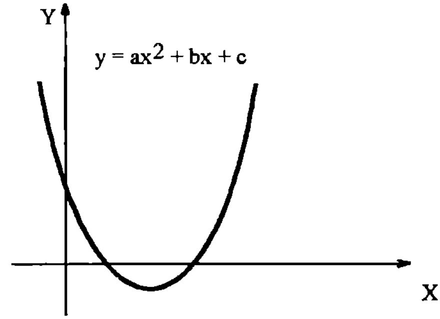
Ansamblurile de numere, în general sunt structurate într-un spațiu vectorial R^n. Spațiul vectorial este reprezentat prin punctele unei drepte într-un plan . De exemplu, numărul de autoturisme pe locuitori, numărul de doctori pe locuitori, numărul de televizoare la 1000 de locuitori, număr de locuințe la 1000 de locuitori în județele din România, spațiul vectorial, pentru fiecare regiune este R^n. În noțiunea de distanță în geografie se folosește ecartul tip între X_i Y_i.



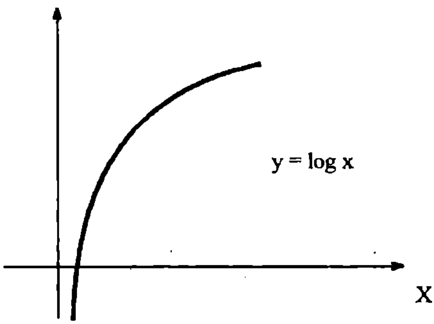
a) reprezentarea grafică a unei funcții în plan cartezian



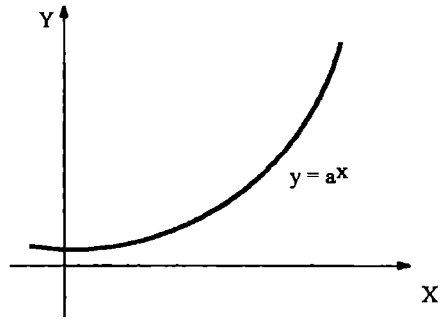
b) funcția liniară



e) funcția polinominală de gradul 2



c) funcția logaritmică



d) funcția exponențială

Fig. 3. Tipuri de funcții

– Pentru distanță se folosește și modelul geometric clasic a cărei aplicație centrală este teorema lui Pitagora, enunțată astfel : într-un triunghi dreptunghic, pătratul ipotenuzei este egal cu catetele la pătrat (fig. 4, a, b., anexa VI)

sin α (sinus de α) = AB/AC = cateta opusă / ipotenuză ;

cos α (cosinus de α) = BC/AC = cateta alăturată / ipotenuză ;

tg α (tangent de α)= AB/BC = cateta opusă / cateta alăturată ;

Distanța între două puncte A și C în R^n este definită prin coordonatele lor (fig. 4 b)

$d(A,C)^2 = (Y_a - Y_c)^2 + (X_a - X_c)^2$

deci : $d(A,C) =$ î $(Ya - Yc)^2 + (Xa - Xc)^2$ç $^{1/2}$

$R^n > 3$

$d(y,z) = [\ \Sigma(Y_i - Z_i)^2\ ]^{1/2}$;

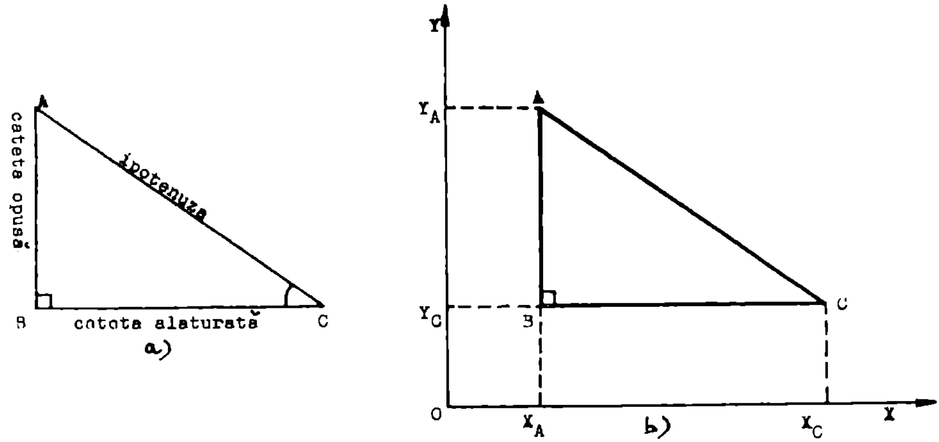


Fig. 4. Modelul geometric clasic

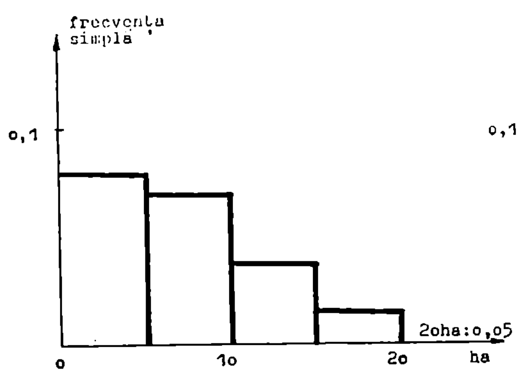
1.3.6. ALEGEREA INTERVALELOR (SAU A CLASELOR)

Elaborarea de intervale este o operație fundamentală. O divizare greșită a intervalelor atrage după sine o deformare a reprezentării fenomenului. Astfel, un decupaj prea fin de intervale poate face ca fenomenul să fie aleator.

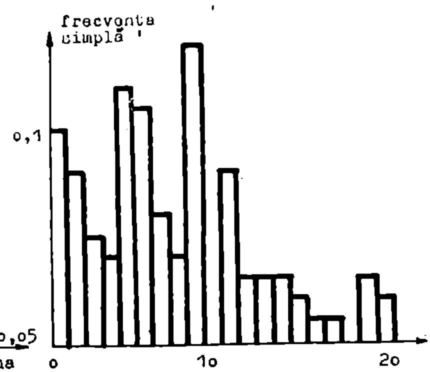
Un decupaj prea grosier (prea puține intervale) antrenează o pierdere a informației și sintetizeaza fenomenul. Trebuie deci găsit un optim între cele două extreme (fig. 5, a,b,c,d,) Numărul de clase K_1 (Huntsberger) și K_2 (Brook-Carruthers).

$K_1=1+3,3 \log_{10} n$; unde n este numărul total de măsurători;

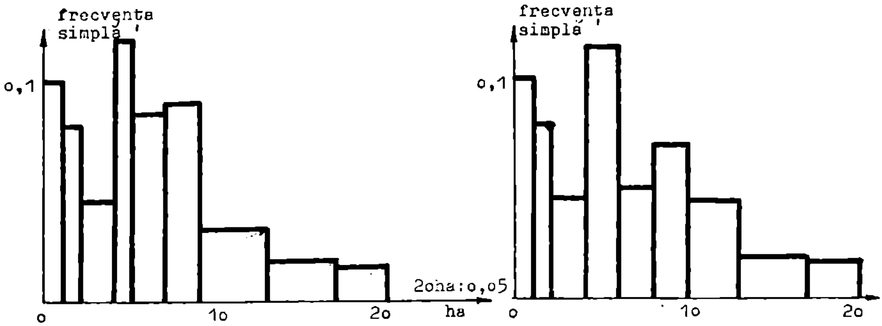
$K_2 < 5 \log_{10} n$;



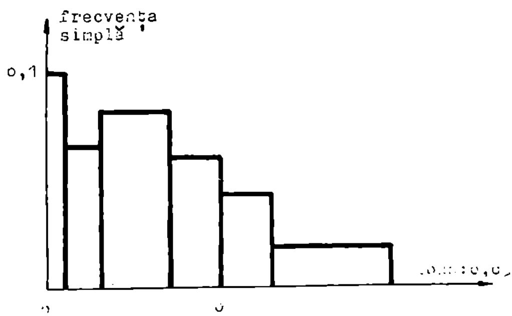
a) divizare grosieră a intervalelor



b) divizare prea fină a intervalelor



c) divizarea după metoda lui Brooks și Carruthers



d) divizarea după metoda lui Huntsberger

Fig. 5. Reprezentare grafică a intervalelor

În general o repartiție de frecvențe trebuie să aibă între 6–16 clase. Dacă sunt puține se pot pierde anumite detalii de interes, dacă sunt prea multe, apare o informație suplimentară, care poate duce la deformarea observațiilor (Groupe Chadule, 1974).

CAPITOLUL II

ANALIZA NUMERICĂ A DATELOR STATISTICE

DISTRIBUȚIILE STATISTICE UNIDIMENSIONALE

Analiza numerică constă în a realiza o serie de calcule cu scopul de a sintetiza esențialul informațiilor .

Studiul statistic al distribuției unidimensionale (distribuția unei ***caracteristici***) servește la descrierea și analiza unui fenomen. Prima etapă de analiză a unei caracteristici constă în centralizarea datelor în tabele, sub formă de șiruri paralele, din care unul reprezintă ***variantele unei variabile***, iar altul numărul de unitați corespunzătoare fiecărei variante numit, ***frecvență***.

2.1. CALCULUL FRECVENȚELOR SIMPLE

Se consideră , pentru exemplificare o ***populație*** constituită din **n** ***unități statistice (indivizi)*** pentru care se înregistrează un anumit număr de ***caracteristici***. Pentru o anumită ***caracteristică*** **X** se pot înregistra **K** ***atribute*** distincte x_1 , x_2 , x_3 ,....., x_k , a căror succesiune poate fi considerată în ordinea apariției lor sau la întâmplare (tabel 6).

Numărul ***unităților statistice*** care poartă un anumit nivel de caracteristici x_i se numește ***frecvență absolută F***, deoarece se exprimă în mărimi absolute. Dacă se împarte fiecare frecvență absolută n_i la volumul total al populației **n** se obține ***frecvența relativă*** fi ; **fi = ni / n**

Frecvența relativă se poate exprima în procente după formula:
f(i) = (**ni**/**n**)x100;

Putem observa că frecvența absolută F reprezintă numărul de observații din fiecare clasă .

De exemplu, frecvența relativă este egală cu :

fi = **ni** /**n** x100;

(322 / 2652) 100 = 12,14 %;

Tabel 6. Tabel de frecvențe pentru lungimea ravenelor de versant din bazinul hidrografic Jijia - Bahlui (Rădoane et al.,1989) Sursa: Analiza cantitativă în Geografia Fizică,1996

CLASA DE LUNGIMI m	FRECVENȚA ABS. F	FRECVENȚA RELATIVĂ fi
0 - 100	322	12,140
101 - 200	1300	49,000
201 - 300	581	21,890
301 - 400	259	9,760
401 - 500	78	2,940
501 - 600	47	1,770
601 - 700	19	0,720
701 - 800	18	0,680
801 - 900	9	0,350
901 - 1000	4	0,151
1001 - 1100	4	0,151
1101 - 1200	4	0,151
1201 - 1300	2	0,076
1301 - 1400	3	0,113
1401 - 1500	1	0,038
1501 - 1600	1	0,038

2.2. CALCULUL FRECVENȚELOR CUMULATE

Frecvența cumulată se obține prin adăugarea succesivă a frecvențelor simple, plecând de la cea mai mică sau de la cea mai mare valoare a variabilei, (trebuie să se respecte ordinea crescătoare sau descrescătoare). Ordinea crescătoare dă funcției valori inferioare sau egale cu o valoare :

- Dacă cumularea frecvențelor se face de la nivelul minim al lui **X** spre cel maxim ultima ***frecvență cumulată*** este egală cu totalul frecvenței seriei, deci cu volumul ***populației*** .

În mod analog, dacă cumularea s-ar face începând de la nivelul maxim spre cel minim , atunci frecvența cumulată va fi egală cu volumul ***populație,*** (tabelul nr. 7).

Tabel 7. Cheltuieli pentru protecția mediului natural în anul 1994 (în mil. lei) în România

Activități specifice	Efectivul n(i) în mil.	Frecvența relativă fi %	Frecvența cumulată fc %	
Protecția și conservarea speciilor de faună și floră	3606	12,84	fi_1	12,84
Protecția ariilor protejate	3139	11,17	fi_1+fi_2	24,01
Protecția contra eroziunii și deșertificării solurilor	15357	54,69	$fi_1+fi_2+fi_3$	78,70
Prevenirea și protecția contra incendiilor	1146	4,08	$fi_1+....+fi_4$	82,78
Protecția și recuperarea terenurilor	4157	14,80	$fi_1+....+fi_5$	97,58
Protecția și conservarea litoralului	672	2,39	$fi_1+....+fi_6$	100
Total	28077	100		

Sursa : Mediul înconjurător din România , Culegere de date statistice , 1995

2.3. REPREZENTAREA GRAFICĂ A FRECVENȚELOR SIMPLE ȘI CUMULATE

Reprezentarea grafică permite completarea și prezentarea sintetică a unui tabel.

Un grafic trebuie să comporte:

- titlul care indică scopul graficului ;
- pe axele gradate (abscisa și ordonata) se trec variabilele reprezentative;
- trebuie aleasă o scară în mod corect pentru a nu exagera sau diminua fenomenul reprezentat ;
- o legendă care să cuprindă totalitatea simbolurilor folosite ;
- trebuie menționată , în final sursa de unde provin datele statistice ;

Frecvența și valorile unei *unități statistice* sunt legate prin funcția **y – f(x)**, unde **y** este valoarea frecvenței și **x** valoarea caracteresticii. Reprezentarea grafică se face într-un plan cartezian, fie plecând de la frecvențe simple, fie plecând de la frecvențe cumulate .

2.3.1. REPREZENTAREA GRAFICĂ A FRECVENȚELOR SIMPLE

Reprezentarea grafică scoate în evidență diferite părți ale populației studiate pe baza variației caracteristicii și a frecvențelor corespunzătoare. Forma și tipul graficului depinde de natura fenomenului studiat și de scopul urmărit. Reprezentarea grafică a frecvențelor simple se poate realiza sub forma unor diagrame numite histograme (fig. 6). Ele pot avea mai multe forme :

1. repartițiile care posedă numai un maxim sau un " vârf " al frecvenței se numesc ***unimodale***. Dacă acestea sunt simetrice, atunci putem vorbi de o curbă normală;

2. multe repartiții unimodale sunt moderat ***asimetrice*** . În cazul când coada repartiției este mai lungă la dreapta vârfului , repartiția este ***asimetrică de dreapta*** (***sau asimetrie pozitivă***), iar dacă este mai lungă în partea stângă a vârfului, repartiția este ***asimetrică de stânga (sau asimetrie negativă***) ;

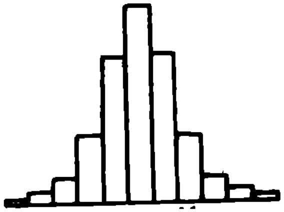
3. unele repartiții sunt atât de asimetrice, încât vârful poate reprezenta un capăt al ei . Repartițiile în ***forma de J***, extrem de rar întâlnite, prezintă vârful în dreapta,iar cele în ***forma de J invers*** se întâlnesc mult mai frecvent și au vârful în stânga ;

4. alte repartiții posedă mai multe vârfuri. Dacă există două vârfuri, repartiția este ***bimodală***. Ea poate fi simetrică sau moderat asimetrică. În multe cazuri vârfurile sunt apropiate de centrul repartiției ;

5. repartițiile sub ***formă de U*** se caracterizează prin vârfurile situate la cele două extremități și un singur minim în centrul ei ;

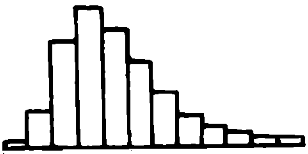
6. repartițiile *multimodale* au mai multe vârfuri.Din nou, acestea pot fi asimetrice sau moderat asimetrice .

Repartițiile bimodale și multimodale apar când sunt combinate mai multe populații cu repartiții unimodale. De exemplu, unghiurile de pantă măsurate în cadrul unor versanți care sunt definiți prin abrupt și taluz vor reprezenta bimodalitatea astfel : unghiurile caracteristice abruptului se vor concentra în jurul unei valori, de regulă mai mari, iar unghiurile caracteristice taluzului în jurul altei valori, mai mici.



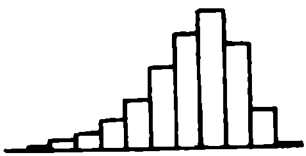
1. Simetrică. Temperatura aerului, orară, pe o perioadă de timp

2. Bimodală și cu asimetrie dreapta. Unghiurile versanților într-un areal cu panta mare.

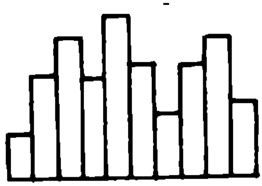


3. Asimetrie moderată de dreapta. Distanța parcursă până la locul de muncă

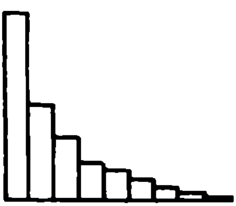
4. În forma de U Cer cu nori, pe ore, într-un anume interval de timp.



5. Aritmie moderat stânga. Vârsta persoanelor la deces



6. Multimodală. Altitudinea reliefului într-un bazin hidrografic



7. În forma de J invers. Timpul de parcare al automobilelor.

Fig. 6. Tipuri de repartiții de frecvențe (Williams, 1989) (După I.Ichim și colab.)

Bimodalitatea și multimodalitatea pot apărea dacă se selectează prea multe clase pentru construirea unei histograme. Un număr mai mic de clase tinde să dea o repartiție unimodală, în timp ce un număr prea mare de clase dă o histogramă de mare neregularitate (I. Ichim și colab.,1996).

Frecvența simplă se poate reprezenta grafic și prin diagrame circulare . În acest tip de grafic aria cercului este împărțită în sectoare .

Fiecare dintre ele corespunde la un atribut și posedă o suprafață proporțională cu efectivul. Ca exemplu reluăm datele statistice din tabelul nr. 7 pentru a realiza diagrama circulară.

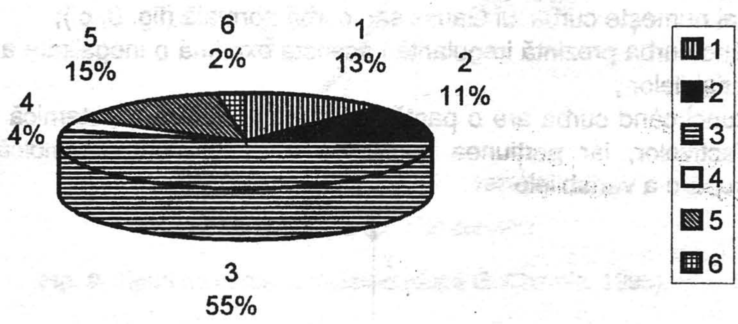


FIG. 7. CHELTUIELI PENTRU PROTECȚIA MEDIULUI NATURAL ÎN ROMANIA, 1994

LEGENDA:

1. Protecția și conservarea speciilor de faună și floră ;
2. Protecția ariilor protejate ;
3. Protecția contra eroziunii ;
4. Prevenirea și protecția contra incendiilor;
5. Protecția și recuperarea terenurilor ;
6. Protecția și conservarea litoralului.

2.3.2. REPREZENTAREA GRAFICĂ A FRECVENȚELOR CUMUMULATE

Frecvența cumulată se reprezintă prin curbe cumulative . Atunci când ***variabila este discretă*** se obține o ***diagramă în scară*** (în trepte), fiecare treaptă corespunde trecerii la valoarea următoare (fig.8).

Când ***variabila este continuă*** se obține o diagramă cu atât mai ordonată cu cât valorile sunt mai numeroase și mai apropiate .

În reprezentarea grafică a frecvențelor cumulate deosebim câteva tipuri de curbe cumulative :

- atunci când curba cumulativă are forma convexă (fig.9,a) ea arată că valorile cele mai mici ale variabilei corespund unui mare număr de indivizi;
- când situația este inversă curba devine concavă (fig. 9, b), are forma literei J și exprimă faptul că maximul este situat la una din extremitățile distribuției, proporțională cu efectivul ;
- atunci când curba cumulativă este concavă-convexă ea are formă de clopot, iar maximul este în centrul unei distribuții, aproximativ simetric, se mai numește curba lui Gauss sau curba normală (fig. 9, c);
- când curba prezintă iregularități aceasta exprimă o inegalitate a repartiției variabilelor ;
- atunci când curba are o pantă puternică ea indică o puternică grupare a efectivelor, iar porțiunea curbei cu o pantă domoală indică o slabă grupare a variabilelor;

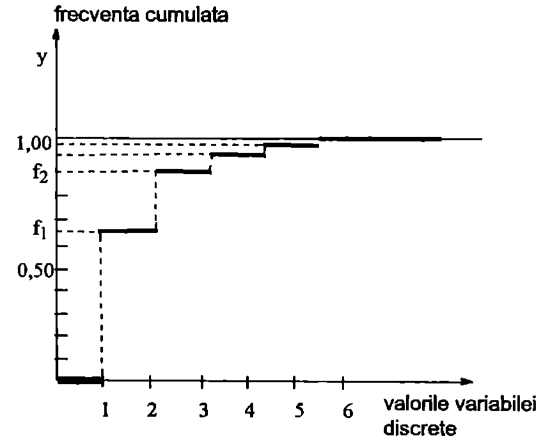
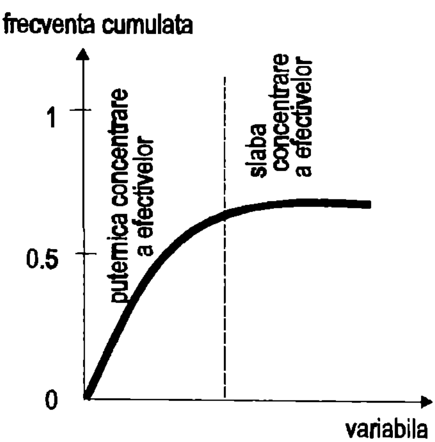
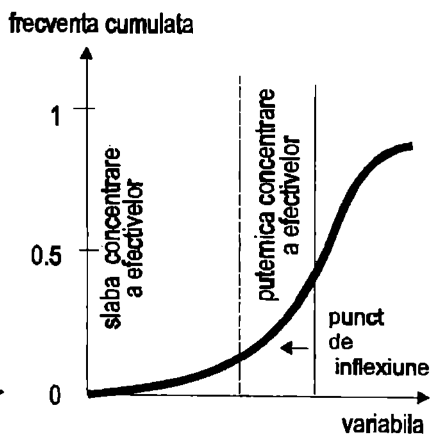


Fig. 8. Diagrama frecvențelor cumulate (Diagrama în trepte)



a) curba convexa



b)curba cu concavitatea dezvoltata

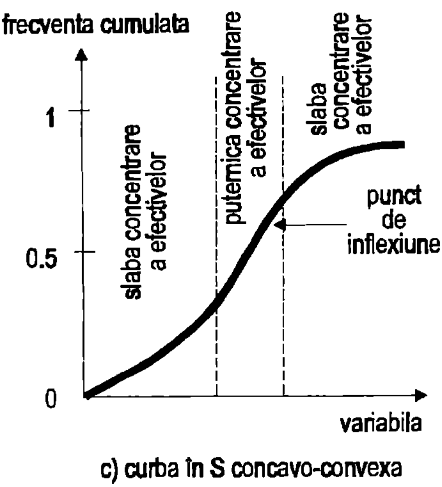


Fig. 9. Tipuri de curbe cumulative (după G. Chemla, 1995).

2.4. MEDIA ARITMETICĂ

Este o valoare care se calculează frecvent atât în statistică cât și în viața cotidiană. Ea reprezintă cel mai simplu mod de determinare a tendinței centrale a unei repartiții de frecvențe .

2.4.1. MEDIA ARITMETICĂ SIMPLĂ se folosește pentru cazurile în care numărul variabilelor caracteristicilor studiate este egal cu numărul unităților populației statistice .

$$\overline{X} = \Sigma Xi / n$$

unde $\overline{X}$ = media aritmetică a valorilor variabilei;
Xi = valorile variabilei;
n = numărul de valori care se însumează;

2.4.2..MEDIA ARITMETICĂ PONDERATĂ

În cazul în care o variabilă ia frecvent aceleași valori, cel mai rapid se calculează *media aritmetică ponderată.* Valorile caracteristicii x_1 , x_2 , ..., x_n se ponderează cu frecvențele corespunzatoare f_1 , f_2 , ... , f_n :

$$x_1 f_1 + x_2 f_2 + ...+ x_n f_n = \Sigma x_i f_i$$

$$X_p = \Sigma x_i f_i / \Sigma f_i$$

unde: x = efectivul total;

f_i = frecvenţa corespunzătoare;

Exemplu: specii de vertebrate ameninţate cu dispariţia; manifere: 2, păsări: 6, amphibieni: 2, reptile: 6, peşti: 10.

$\bar{X}$ (Ma)= (2+6+2+6+10)/5 = 26/5 =5,2;

$\bar{X}$ (Ma$_{p)}$= (2 x2 + 6x2 + 10x1) / (2+2+1)= 26/5;

unde: Ma este media aritmetică;

Ma$_p$ este media aritmetică ponderată;

Tabel 8. Temperatura aerului – maxima absolută anuală , 1994 (grade Celsius)

Staţia de observaţie	Temperatura (C°)
Satu-Mare	37,5
Suceava	35.0
Oradea	36,8
Iaşi	35,5
Cluj-Napoca	37.0
Târgu-Mureş	36.5
Bacău	34,6
Timişoara	37,3
Deva	38,4
Sibiu	37,0
Vârfu Omu	16,6
Galaţi	35,2
Târgu-Jiu	35.2
Buzău	37,4
Calafat	39,5
Turnu-Măgurele	37,5
Bucureşti-Filaret	37,9
Constanţa	33,1

Sursa: Culegere de date statistice,1995

Ma = 33,4°C;

Ma$_p$ = 37,5°C;

Proprietățile mediei aritmetice în funcție de utilitatea practică, se împart în două grupe :

a) de verificare a exactității calculului:

1) media trebuie să fie întotdeauna mai mare decât varianta minimă și mai mică decât varianta maximă:

$$x\ min < \overline{X} < x\ max$$

2) suma abaterilor nivelurilor individuale ale variabilei aleatoare de la media lor este egală cu zero, întrucât prin definiție media anihilează toate abaterile în plus sau în minus de la nivelul său.

$(x_i - \Sigma X) = 0$ – în cazul mediei aritmetice simple;

$(xi - \Sigma X)\ fi = 0$ – în cazul mediei aritmetice ponderate;

b) de simplificare a calculului, contrar medianei media aritmetică ține cont de toate valorile variabilei ;

2.5. MEDIA ARMONICĂ (M_{ar}) este de două tipuri:

– media armonică simplă:

$$M_{ar} = n / \Sigma(1/x_i);$$

$$M_{ar} = 5 / (1/2 + 1/2 + 1/6 + 1/6 + 1/10) = 5 \times 30 / 43 = 3{,}52;$$

– media armonică ponderată:

$$M_{ar} = \Sigma f_i / \Sigma (f_i / x_i);$$

Dacă pentru aceeași serie de valori se folosește media aritmetică (simplă sau ponderată) și media armonică (simplă sau ponderată) va fi întotdeauna :

$$M_{ar} < M_{a;}$$

2.6. MEDIA GEOMETRICĂ (M_g) este de două tipuri:

– media geometrică simplă:

$$M_g = \quad \Pi X_i$$

unde: $\Pi X_i = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$

– media geometrică ponderată:

$$M_g = \quad \Sigma f_i \quad \Pi X_i^{fi}$$

Dacă pentru aceeași serie se calculează media aritmetică sau media geometrică întotdeauna media geometrică va fi mai mică:

$$M_g < M_a$$

2.7. MEDIANA ȘI MODULUL

Mediana și modulul sunt indicatori de poziție ,fiind cunoscuți și sub numele de indicatori " *ai localizării* " . Atât mediana cât și modulul prin locul pe care îl ocupă în cadrul variantelor caracteristicii, reliefează "tendința centrală a distribuțiilor statistice, adică tendința de concentrare, a frecvențelor în zona centrală a acestor distribuții .

2.7.1.MEDIANA este o caracteristică de poziție, deoarece este valoarea care împarte o populație, în prealabil, aranjată în ordine crescătoare sau descrescătoare, în două subansamble egale ca efectiv cu 50% .

Astfel spus ***mediana(Me)*** este acea valoare a caracteristicii care ocupă locul central în cadrul variantelor seriei de date ordonate crescător sau descrescător . Deosebim două situații :

– fie o serie de numere X_1, X_2, X_3, X_4,X_5, X_6, X_7, când seria are un număr impar de termeni mediana are rangul : n + 1 / 2 ; 4+1/2;

Exemplu : 8 , 9 , 10 , 11 , 13 , 14 , 16 , rangul medianei este : 7 + 1/2 = 4;

Deci, mediana este cel de-al 4-lea termen al seriei ordonate, dică 11;

– când seria are un număr par de termeni , mediana este dată de semi- suma termenilor centrali :

Me = 11 + 13/2 = 12;

deci mediana ocupă un loc intermediar între cei 2 termeni centrali ai seriei ordonate (tabelul nr. 9).

Tabel 9. Numărul segmentelor de râu N din bazinul hidrografic Turcu

Nr. crt.	Nr. seg de râu	N în ordine crescătoare	Media aritmetică
1	843	3	
2	278	26	
3	165	61	203,62
4	92	92	
5	161	**161**	
6	61	**165**	
7	26	278	
8	3	843	

Me= 92 + 161/2 =126,5

Pentru reprezentările grafice, ***mediana*** se calculează în funcție de ***intervalele de variație*** (tabelul nr.10), astfel :

$$Me = X_{Me} + (\Sigma f/2 - Sn)\, K / f_{Me}$$

unde: X_{Me} – limita inferioară a intervalului în interiorul cărui se plasează mediana (i se mai spune și interval median) ;

$\Sigma f/2$ – jumătate din numărul ***unitaților statistice***, componente ale ***populației*** generale (conform definiției, mediana împarte seria în două părți egale) ;

S_n – suma frecvențelor intervalelor inferioare, intervalului median (întodeauna $Sn < \Sigma f/2$) ;

K – mărimea intervalului median ;

f_{Me} – frecvența corespunzatoare intervalului median ;

Tabel 10. Lungimea totală a segmentelor de ordinul I, din bazinul hidrografic Turcu

Clasa de valori (intervalul)	**Nr. de seg. de ordinul I (Fr. abs.)**	**frecvența cumulată fc%**
[0-20	2	2
[20-40[	2	4
[40-60[(interval median)	2	6
[60-80[	1	7
[80	1	8

Me =40+ (8/2 – 4) x 20/6 = 43,3 de segmente de ordinul I ;

Mediana mai poate fi calculată și astfel:

Me = limita inf. a clasei mediane + (amplitudinea intervalului) x (rangul medianei în clasa mediană) / efectivul clasei mediane ;

Me = 40 + (40-60)(4-4)/6 ;

Me = 40+20/6 = 40+3,3 = 43,3 ;

Mediana este independentă de media aritmetică, având aceeași valoare numai când distribuția frecvenței este perfect simetrică. Dintre caracteristicile medianei menționăm :

- mediana este prin excelență, o măsură a tendinței centrate privind distribuția unei mulțimi de valori;
- valoarea medianei este influențată de numărul de elemente din serie și nu depinde de valorile extreme (I.Ichim și colab.,1996)

2.7.2. ***MODULUL*** este reprezentat prin valoarea caracteristicii cu frecvența cea mai mare . În statistică i se mai spune și ***dominantă*** (fig. 10) .

Modulul se poate calcula astfel :

$$Mo = X_{Mo} + \Delta_1/\Delta_1+\Delta_2 \times K$$

unde : X_{Mo} = limita inferioară a intervalului în interiorul căruia se plasează modulul (căruia i se mai spune și interval modal) ;

Δ_1 = diferența dintre frecvența intervalului modal f_{Mo} și frecvența intervalului adiacent inferior (ca mărime și nu ca poziție în cadrul seriei) ;

Δ_2 = diferența dintre frecvența intervalului modal și frecvența intervalului adiacent superior (ca mărime și nu ca poziție în cadrul seriei) ;

K = mărimea intervalui modal ;

Exemplu:

$$Mo = 40 + 6-4 \; / (6 - 4) + (7-6) \times 20$$

$$Mo = 40 + 12 = 52 ;$$

DETERMINAREA MODULUI

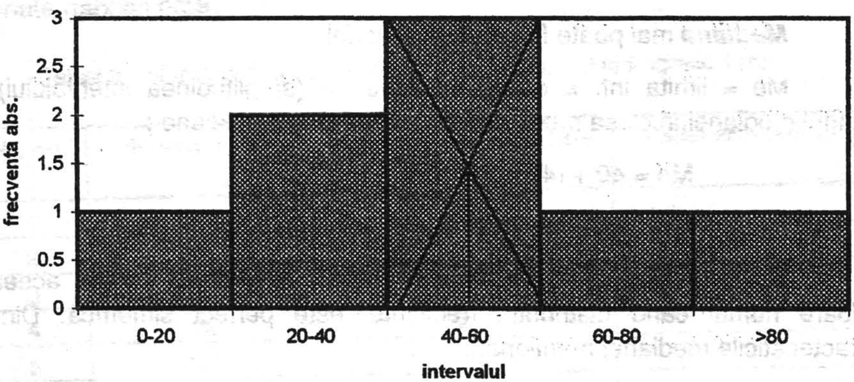


Fig. 10 Determinarea modulului

Determinarea grafică a modulului se face prin metoda diagonalelor .

Pentru determinarea modulului se trasează diagonalele interne ale clasei modale, se obține valoarea modală proiectând din punctul de intersecție al diagonalelor o linie pe abscisă. Se poate citi că intervalul modal se situează între 40 – 60 iar valoarea modală este de 52.

2.8. MĂRIMI PENTRU DESCRIEREA VARIABILITĂȚII DATELOR

2.8.1. AMPLITUDINEA este diferența algebrică între două valori extreme ale variabilei (maxime și minime). Orice schimbare în valoarea celorlalte observații nu modifică amplitudinea. Domeniul de aplicație: meteorologie, hidrologie .

2.8.2. ABATEREA STANDARD (σ) este abaterea mediei pătratice sau deviația standard. Se calculează cu ajutorul formulei: $\sigma = \sqrt{(X_i = \overline{X})^2 / n}$

unde : $\overline{X}$ – media aritmetică ;

X_i – o observație oarecare ;

$X_i - \overline{X}$ – abaterea fiecărei observații față de media aritmetică ;

n – număr total de observații ;

Tabel 11. Calculul deviației standard pentru numărul de râuri de ordinul I (bazinele de ordinul IV ale râului Turcu)

Nr.crt.	Nr. de râuri de ordinul I	Abaterea de la medie $(X_i\text{-}\Sigma X)$	$(X_i\text{-}\Sigma X)^2$
1	640	438,5	192282,25
2	218	16,5	272,25
3	131	– 70,5	4970,25
4	70	-131,5	17292,25
5	103	– 98,5	9702,25
6	47	-154,5	23870,25
Total	1209		58029,5
Media	201,5		9671,59

$(X_i - \Sigma X) = 640\text{-}201{,}5 = 438{,}5$;

$(X_1 - \overline{X}) = 438{,}5 \times 438{,}5 = 1992282{,}25$

$\sigma = (X_1 - \overline{X})^2/n = 58029{,}5/6 = 9671{,}59 = 98{,}34$

$\sigma = 98{,}34$;

valoare obținută arată că în jurul ei se află cea mai mare parte din numărul de râuri de ordinul I .

Pentru o repartiție normală, abaterea standard are urmatoarea semnificație :

" O abatere standard de o parte și de alta a mediei indică spațiul în care se plasează cca 68% din numărul de observații analizate . " (Ichim I. și colab. 1996). O valoare mică a abaterii standard (relativ la valoarea mediei) indică un spațiu strâns în jurul mediei ocupat de cea mai mare parte a măsurătorilor. O abatere standard mare, înseamnă o depărtare mare de medie.

2.8.3. DISPERSIA ne ajută să înțelegem cum sunt localizați "indivizii" și cum îi putem studia în raport cu alții .

În studiul dispersiei vom analiza ecartul absolut, varianța, ecartul tip și diferența medie .

2.8.3.1. <u>Ecartul absolut</u> (sau ecartul mediu absolut) este media aritmetică a ecarturilor mediei.

- populația cunoscută individ cu individ:

$$1/n\sum_{i=1}^{n} |X_i - \overline{X}|;$$

- populația cunoscută pe clase :

$$1/n\sum_{i=1}^{k} ni|X_i = \overline{X}|;$$

unde: X_1 = centrul intervalului ;

ni = efectivul intervalului ;

n = efectivul total ;

K = numărul de clase;

2.8.3.2. Ecartul median

Tabel 12. Calculul ecartului median al precipitaților medii anuale la Fundata între anii 1970 -1990

Anul	X_i	$X_i - \overline{X}$	Ordonarea valorilor
1970	1030,1	38,08	414,28
1971	894,3	174,88	390,28
1972	1047,3	21,7	337,88
1973	912,7	156,48	329,88
1974	931,7	137,48	325,88
1975	1030	39,18	297,38
1976	743,3	325,88	270,38
1977	771,8	297,38	257,58
1978	1011,5	57,68	184,18
1979	1051,8	17,3	174,88
1980	1009,6	59,58	156,48 ◄
1981	1029,8	39,38	137,48
1982	811,6	257,58	96,8
1983	739,3	329,88	79,68
1984	989,5	79,68	59,38
1985	731,3	337,88	57,68
1986	654,9	414,28	39,38
1987	678,9	390,28	39,18
1988	885,0	184,18	38,08
1989	798,8	270,38	21,7
1990	973,1	96,8	17,3

Sursa: Institutul Național de Meteorologie si Hidrologie

◄ Ecartul median: 156,48mm

Ecartul median se calculează după formula:

$E_m = |X_i - \overline{X}|$;

unde X_i – valoarea precipitațiilor;

$\overline{X}$– media aritmetică;

$\overline{X} = 1069,18$;

$E_m = 156,48$;

Ecartul median este mediana distribuților formată din ecarturile (în valori absolute) valorilor medii aritmetice .

Ecartul median se folosește cel mai des pentru o variabilă care are două valori extreme .

2.8.3.3. <u>*Varianța*</u> reprezintă pătratul abaterii standard (σ^2) și are aceeași semnificație ca și abaterea standard . Se folosește pentru observațiile extreme și asimetrice .

$$\sigma^2 = 1/n \sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2 ;$$

2.8.3.4. <u>*Ecartul tip*</u> este rădăcina pătrată pozitivă a varianței . El indică distanța medie ce există între observațiile mediei .

$$\sigma = [\, 1/n \sum_{i=1}^{n} (X_i - \Sigma X)^2]^{1/2}$$

unde : X_1 = centru unei clase ;

X = media aritmetică;

n = efectivul total ;

K = numărul de clase ;

Ecartul tip este caracteristic dispersiei. În distribuția lui Gauss (gaussiană) poate lua valori concrete .

În analiza ecartului se semnalează câteva situații prezentate în (fig.11). Aria situată sub curba lui Gauss corespunde probabilității cumulate a tuturor observațiilor distribuției :

- aproximativ 68,26% din suprafața de sub curbă se află într-o deviație standard de o parte și de alta ,astfel probabilitatea unei valori de a se afla în asemenea limite este de 0,6826, nu există decât 31,74 % șanse de a observa un ecart superior lui 1σ ;

- aproximativ 95,44% din suprafața de sub curbă se află între +_ 2 deviații standard față de medie, rezultând o probabilitate de 0,95,44, nu există decât 4,56 șanse de a observa un ecart superior lui 2σ;

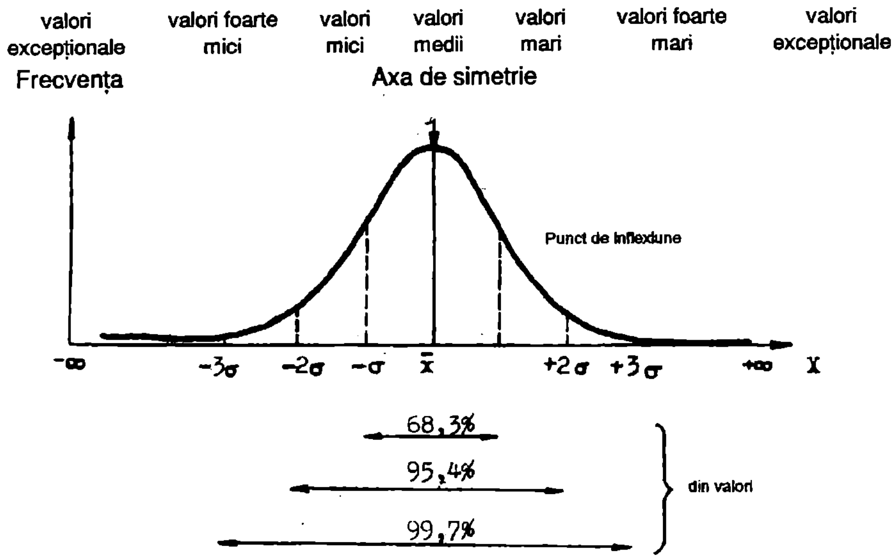


Fig. 11 Curba lui Gauss

- aproximativ 99,7% din suprafață se află între ± 3 deviații standard față de medie, rezultând o probabilitate de 0,9974, deci nu există decât 4,55% șanse de a observa un ecart superior lui 3σ (Guy Chemla ,1995);

Datele procentuale sunt utile ca indicatori ai împrăștierii valorilor în jurul mediei .

2.8.3.5.*Determinarea probabilității*

Cunoașterea repartiției normale are importanță în cercetarea pe bază de eșantion, întrucât numeroase variabile de cea mai diferită proveniență sunt repartizate aproximativ normal. Repartiția normală poate fi utilizată în determinarea probabilității ca o anumită valoare aflată sub curba normală să se producă. Pentru funcția repartiției normale se poate utiliza tabelul numărul 13.

Tabel 13. Funcția repartiției normale (Gregory , 1964)

d	%	d	%	d	%	d	%	d	%
0,000	50,00	0,50	30,85	1,000	15,87	1,500	6,68	2,000	2,275
0,100	46,02	0,60	27,43	1,100	13,57	1,600	5,48	2,500	0,621
0,200	42,07	0,70	24,20	1,200	11,51	1,700	4,46	3,000	0,135
0,300	38,21	0,80	21,19	1,300	9,68	1,800	3,59	3,500	0,023
0,400	34,46	0,90	18,41	1,400	8,08	1,900	2,87	4,000	0,003

Sursa: Analiza cantitativă în Geografia fizică, 1996

În acest tabel sunt cuprinse valorile lui d și probabilitățile procentuale corespunzatoare.

Valoarea lui d se obține:

$d = X_c - \overline{X} / \sigma$;

unde: X_c = valoarea critică în funcție de care dorim să calculăm probabilitatea;

$\overline{X}$ = media aritmetică ;

σ = deviația standard ;

d – numărul de deviații standard;

% – probabilitatea procentuală;

- dacă d este pozitiv, valoarea critică este deasupra mediei;
- dacă d este pozitiv, valoarea critică este sub valoarea mediei;

De exemplu temperaturile medii anuale la Fundata, în perioada 1980-1990, $\overline{X}$ = 4,2 și o abatere standard de 0,36. Să presupunem că dorim să cunoaștem posibilitatea procentuală cu care va fi depășită valoarea critică de 5,5; d = 5,5 –4,2 /0,36 = +3,6 Deci, din tabelul de mai sus observăm că la valoarea lui d este pozitivă, d = 3,6 și îi corespunde o probabilitate de 0,023 de a se produce valori mai mari decât valoarea critică.

Determinarea probabilității se aplică în hidrologie (estimarea probabilității unor debite de a depăși valori critice, pentru viituri) și în climatologie (estimarea unor valori care pot depăși valorile critice pentru o perioadă de secetă ori îngheț)

2.8.3.6.Coeficientul de variație (Cv) este un număr fără dimensiune , deci independent de variabila studiată și unitatea măsurată .

$Cv = \sigma / \overline{X} \times 100$;

unde: σ = abaterea standard;

$\overline{X}$ = media aritmetică;

Îl putem defini, ca raportul dintre abaterea standard și media aritmetică.

- Cu cât valoarea coeficientului este mai mare, cu atât este mai mare împrăștierea în jurul mediei ;

- Un coeficient de variație mic, sub 30% – 35%, indică o structură omogenă a populației, în care termenii seriei se concentrează puternic în jurul mediei ;

- Când un coeficient de variație depășește 70% – 75% indică o structură eterogenă a populației ;

2.8.3.7. *Calculul diferenței medii* este media aritmetică a distanțelor, pentru toate variabilele (tabelul nr. 14).

Tabel 14. Calculul diferenței medii a temperaturilor medii anuale, la Fundata, între 1980-1990

	3,4	3,5	3,6	3,7	4	4,1	4,4	4,6	4,7	4,8	5,4	Tot.
3,4	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
3,5	0,1	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0,1
3,6	0,1	0	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0,1
3,7	0,1	0,1	0,1	–	–	–	–	–	–	–	–	0,4
4	0,3	0,2	0	0,1	–	–	–	–	–	–	–	0,6
4,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0,3	–	–	–	–	–	–	0,8
4,4	0,3	0,1	0	0,4	0,1	0,2	–	–	–	–	–	1,1
4,6	0,2	0,1	0,4	0,5	0,1	0	0,9	–	–	–	–	2,2
4,7	0,1	0,5	0,9	0,4	1	0,9	o,4	0,5	–	–	–	4,7
4,8	0,6	1,4	0,5	1,4	0,4	0,5	0,8	0,4	0,1	–	–	6,1
5,4	2	2	1,9	1,8	1,5	1,3	1,1	0,3	0,2	0,1	–	122

Sursa: Institutul Național de Meteorologie și Hidrologie

Numărul diferențelor calculate este egal cu :

$n(n-1)/2$; $11(11-1)/2 = 55$;
diferența medie este deci egală cu $12{,}2/55 = 0{,}22^0$ C

La Fundata în perioada 1980 –1990 temperatura anuală a variat cu $0{,}22^\circ$ C.

Diferența medie are avantajul de a ține cont de toate valorile și de a nu se referi numai la o valoare centrală, este singura caracteristică a dispersiei care cumulează aceste două proprietăți.

2.9.CARACTERISTICILE FORMEI UNEI DISTRIBUȚII

2.9.1.COEFICIENTUL DE ASIMETRIE al unei distribuții unimodale este nul când distribuția este simetrică, pozitiv când distribuția se desfășoară la dreapta și negativ dacă distribuția este la stânga . (fig. 12)
Coeficientul de asimetrie indică spre ce parte și în raport de ce valoare centrală, diferențele sunt cele mai mari .

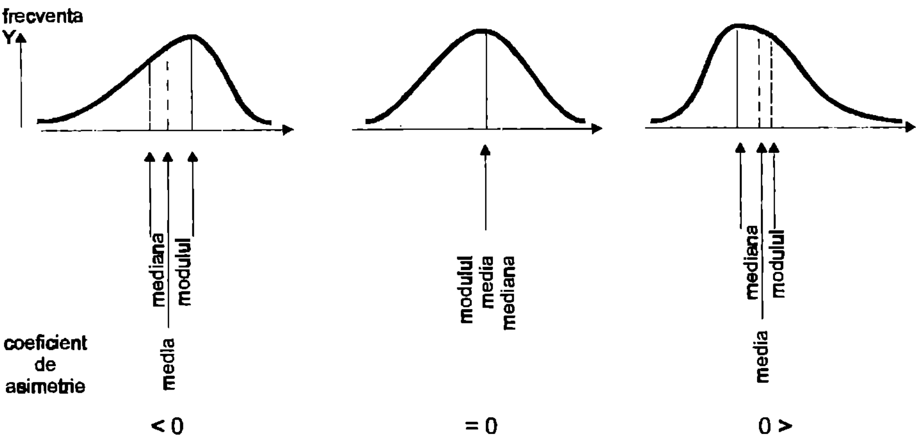


Fig. 12. Asimetria unei distribuții

- Coeficientul de asimetrie în raport cu mediana :
  Coeficientul lui Yule = $Q_1 + Q_3 - 2Q_2 / 2Q_2$;
- Coeficientul de asimetrie după relația între modul medie și coeficientul lui Pearson:

  media -modulul / ecartul tip
- Coeficientul lui Pearson , măsoară abaterile de la simetrie ale repartițiilor și se calculează cu ajutorul relației :

  $As = \overline{X} - M_o / \sigma$;

unde : $\overline{X}$ – media aritmetică ;
M_o – modulul ;
σ – abaterea medie sau deviația standard ;

Când: $As < 0$, $\overline{X} < M_o$, rezultă o asimetrie de stânga ;
$As = 0$, $\overline{X} = M_o$, repartiția este simetrică ;
$As > 0$, $\overline{X} > M_o$, asimetria este de dreapta ;

Pentru repartițiile moderat asimetrice ,coeficientul de asimetrie trebuie să ia valori cuprinse între intervalele $-0,3 < As < 0,3$. Pentru valori în afara acestui interval se consideră că repartițiile respective sunt extrem de asimetrice.

CAPITOLUL III

DISTRIBUȚIILE STATISTICE BIMODALE ȘI MULTIMODALE

3.1. RELAȚIA ÎNTRE DOUĂ CARACTERISTICI ALE VARIABILELOR STATISTICE (BIMODALĂ)

O distribuție a două caracteristici se poate compune din două caractere cantitative ori calitative prezentând fiecare două sau mai multe atribute.

- Distribuția a două caracteristici cantitative : într-un profil topografic, X (caracteristica variabilei X) este distanța în raport cu originea , variabila X se exprimă în km^2, Y (caracteristica Y), este altitudinea, variabila Y se exprimă în metri, iar individu este un punct pe profil .
- Distribuția a două caracteristici calitative; populația activă a unui oraș poate fi distribuită după sex, și categorii socio-profesionale , caracteristica X este sexul (cu cele două atribute, feminin și masculin) iar caracteristica Y este categoria socio-profesională .
- Distribuția unei caracteristici cantitative și a unei caracteristici calitative : pentru repartiția suprafețelor agricole într-o regiune caracteristica X este modul de valorificare cu mai multe atribute (arabil, fâneață, vii, livezi), iar caracteristica Y poate fi mărimea suprafețelor .

Se poate remarca din aceste tipuri de distribuție a caracteristicilor, că fiecărei caracteristici îi corespund două sau mai multe atribute. Matematic, acest tip de distribuție trebuie să fie considerat ca un spațiu cu două dimensiuni.

Caracteristicile pot fi introduse în tabele cu două intrări, iar grafic se pot reprezenta într-un plan cartezian .

3.1. 1. EVIDENȚIEREA RELAȚIEI DINTRE DOUĂ CARACTERISTICI

Pâna la acest capitol ne-am referit la distribuțiile statistice ***unidimensionale***, adică distribuții care se refereau la o singură caracteristică a unei populații. Acest tip de distribuție se mai numește și ***unimodală***. În cazul când se studiază numai două caracteristici, cu privire la fiecare unitate a unei populații statistice, distribuția se numește ***bimodală*** (***bidimensională*** ***)***.

În geografie, frecvent se întâlnesc numeroase populații ce prezintă mai multe caracteristici. În acest caz distribuțiile se numesc ***multimodale*** (***multidimensionale)***.

Distribuțiile bidimensionale se prezintă sub forma unui tabel cu dublă intrare, în care pe linii se înscriu variantele variabilei X iar pe coloane cele ale variabilei Y, obținându-se astfel un tabel cu k linii și p coloane . Deoarece carateristicile X și Y sunt incompatibile, suma frecvențelor $\mathbf{n_{ij}}$ este egală cu volumul populației. Să considerăm o populație statistică formată din **n *unități statistice*** care poartă simultan două caracteristici X, Y, și să notăm cu X_1, X_2, X_3, ... , X_i, ... , X_k, cele k variante ale caracteristicii X , și cu Y_1, Y_2, Y_3 , ... , Y_j, ... , Y_p, cele p variante ale caracteristicii Y. Suma frecvențelor absolute $\mathbf{n_{ij}}$ este :

$$\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{p} = n_{ij} = n$$

Există două tipuri de distribuție :

- populațiile sunt cunoscute element cu element sau individ cu individ;
- populațiile sunt cunoscute pe clase ;

Distribuțiile bimodale se prezintă sub forma unui tabel cu dublă intrare, în care pe linii se înscriu variantele variabilei X iar pe coloane cele ale variabilei Y.

Tabel 15. Schema generală a unui tabel cu dublă intrare

X/Y	Y_1	Y_2		Y_j		Y_p	TOTAL
X_1	n_{11}	n_{12}	....	n_{1j}	....	n_{1p}	n_1
X_2	n_{12}	n_{22}	....	n_{2j}	....	n_{2p}	n_2
.	.		.	.	.	.	.
.	.		.	.	.	.	.
.	.		.	.	.	.	.
.	.		.	.	.	.	.
.	.		.	.	.	.	.
.	.			.	.	.	.
X_i	n_{i1}	n_2	....	n_{ij}	....	n_{ip}	n_i
.	.		.		.	.	.
.	.		.		.	.	.
.	.		.		.	.	.
.	.		.		.	.	.
.	.		.		.	.	.
X_k	X_{k1}	n_{K2}	....	n_{Kj}	....	n_{Kp}	n_K
TOTAL	n_1	n_2	....	n_j	....	n_p	n

Tabel 16. Repartizarea județelor României după pop.rurală și urbană (% din populația activă a fiecărui județ), în 1992

JUDEȚUL (n)	POP. URBANĂ (X)	POP. RURALĂ (Y)
BUCUREȘTI	46,5 (2)	44,4 (2)
GORJ	49,3 (4)	49,4 (4)
BRAȘOV	48,9 (3)	38,3 (1)
CLUJ	47,0 (2)	43,4 (2)
HUNEDOARA	46,1 (2)	42,9 (2)
ARGEȘ	51,7 (5)	43,9 (2)
ALBA	47,4 (2)	45,5 (3)
PRAHOVA	47,2 (2)	43,3 (2)
TIMIȘ	46,5 (2)	47,1 (3)
SIBIU	47,0 (2)	38,5 (1)
CONSTANȚA	45,6 (1)	41,3 (2)
HARGHITA	48,1 (3)	38,7 (1)
VALCEA	48,6 (3)	47,4 (3)
BIHOR	47,4 (2)	42,1 (2)
MUREȘ	47,8 (2)	39,2 (1)
GALAȚI	47,2 (2)	42,6 (2)
BRĂILA	45,9 (1)	52,5 (5)
COVASNA	48,2 (3)	37,2 (1)
NEAMȚ	48,6 (3)	47,1 (3)
SUCEAVA	47,4 (2)	45,6 (3)
BACĂU	47,9 (2)	50,8 (4)
BUZĂU	48,3 (3)	41,8 (2)
DAMBOVIȚA	48,3 (3)	40,5 (2)
ARAD	45,1 (1)	37,3 (1)
CARAȘ-SEVERIN	45,0 (1)	43,7 (2)
DOLJ	47,3 (2)	45,1 (3)
IAȘI	45,9 (1)	45,3 (3)
BISTRIȚA – NĂSĂUD	49,6 (4)	44,5 (3)
MARAMUREȘ	45,7 (1)	44,7 (3)
VRANCEA	48,0 (2)	55,1 (4)
MEHEDINȚI	48,1 (3)	49,2 (4)
SĂLAJ	49,0 (3)	38,9 (1)
SATU-MARE	47,8 (2)	41,5 (2)

OLT	47,1 (2)	48,5 (4)
TULCEA	47,7 (2)	40,8 (2)
VASLUI	47,8 (2)	52,0 (4)
IALOMIȚA	46,4 (2)	42,6 (2)
BOTOȘANI	48,7 (3)	48,5 (4)
TELEORMAN	46,5 (2)	42,9 (2)
CĂLĂRAȘI	45,5 (1)	39,0 (1)
GIURGIU	45,9 (1)	40,0 (1)

Sursa:Raportul dezvoltării umane în România, 1995

Fie nij numărul de unități ale populației care poartă în același timp varianta X_i a caracteristici X_i și varianta Y_j a caracteristicii Y_1 deci $\mathbf{n_{ij}}$ este frecvența absolută și $\mathbf{f_{ij}} = \mathbf{n_{ij}/n}$ frecvența relativă de la intersecția rândului i cu coloana j .

Pornind de la exemplu din tabelul numărul 16 observăm că putem încadra valorile variabilei X în cinci clase ($X_1 < 46$; $X_2 = 46 - 48$, $X_3 = 48 - 49$; $X_4 49 - 50$; $X_5 > 50$) iar valorile variabilei Y tot în cinci clase ($Y_1 < 40$; $Y_2 = 46 - 48$; $Y_3 = 44 - 48$; $Y_4 = 48 - 52$; $Y_5 > 52$;) .

În realizarea tabelui cu dublă intrare vom urmări câte valori ale caracteristicii X se asociază lui Y și invers (tabelul nr. 17), frecvențele de pe ultima coloană și de pe ultimul rând al tabelului cu dublă intrare poartă denumirea de ***frecvențe marginale*** (în cazul nostru numărul de județe) .

Tabel 17. Tabel cu dublă intrare

Y / X	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	TOTAL
X_1	3	2	2	0	1	8
X_2	2	10	4	4	0	20
X_3	4	2	2	2	0	10
X_4	0	0	1	1	0	2
X_5	0	1	0	0	0	1
TOTAL	9	15	9	7	1	41

În fiecare căsuță efectivul care corespunde unui atribut **i** al caracteristicii X este plasat pe linii și atributul lui j al caracteristicii Y este plasat pe coloane. Există deci p distribuții condiționate de X (p coloane) și K distribuții condiționate de Y (k linii) .

Acest tabel servește la studiul relațiilor dintre două caractere a unei distribuții. El se folosește și pentru realizarea de matrice aplicate în Geografie, care se construiesc după aceleași principii (în funcție de matricea simetrică sau asimetrică).

3.1.2. REPREZENTAREA GRAFICĂ A DISTRUBUȚIILOR BIDIMENSIONALE

Reprezentarea grafică a distribuțiilor bidimensionale se realizează printr-un grafic simplu denumit diagrama prin puncte sau " ***diagrama sub forma unui nor de puncte*** ". Pentru construirea lui se ia un sistem de axe rectangulare pe care se reprezintă cele două caracteristici X și Y, iar fiecare pereche de valori (X_i , Y_i) se reprezintă printr-un punct .

Concentrarea acestor puncte într-o anumită zonă, în planul axelor de coordonate ia forma unui nor, de unde derivă și denumirea de ***nor de puncte*** (fig.13). Cu ajutorul acestui grafic se poate aprecia existența legături dintre cele două variabile X și Y, iar în funcție de forma norului de puncte se apreciază forma legaturii dintre variabile și intensitatea acesteia . Astfel :

- dacă punctele se dispersează fără nici o regulă în întregul plan cartezian, înseamnă că nu există o legătură între cele două variabile .
- dimpotrivă concentrarea lor constituie un argument în existența unei legături între variabile.

Două caracteristici sunt independente atunci când între ele nu există nici o relație(fig. 14) .

Acest lucru se poate calcula astfel :

$$n_{ij} = 1/n\ (n_i..x.n_j)$$

Când o funcție matematică Y = $F_{(x)}$ unește riguros două caractere X și Y între ele există o legatură funcțională (între X și Y). Pe un grafic cartezian, legătura funcțională se traduce printr-o curbă pe care toate punctele sunt exact situate .

3.1.3. NOȚIUNEA DE REGRESIE

Regresia repezintă o metodă de lucru larg folosită în domeniul științelor naturii, deoarece oferă posibilitatea exprimării într-o funcție matematică a relației între două variabile. Ea se materializează prin linii sau curbe care permit citirea pe un grafic, pentru X_i valoarea lui Y și pentru Y_j valoarea lui X .

Fenomenele spațiale studiate de geografie necesită o analiză simultană a mai multor caractere, în interiorul aceleeași populații statistice. Acest studiu pune deci în evidență o eventuală legătură funcțională între valorile diferitelor variabile. De exemplu, corelația între cantitatea de ploaie și intensitatea sa, în declanșare șiroirii pe un versant, viteza de ablație și debitul solid transportat de un curs de apă .

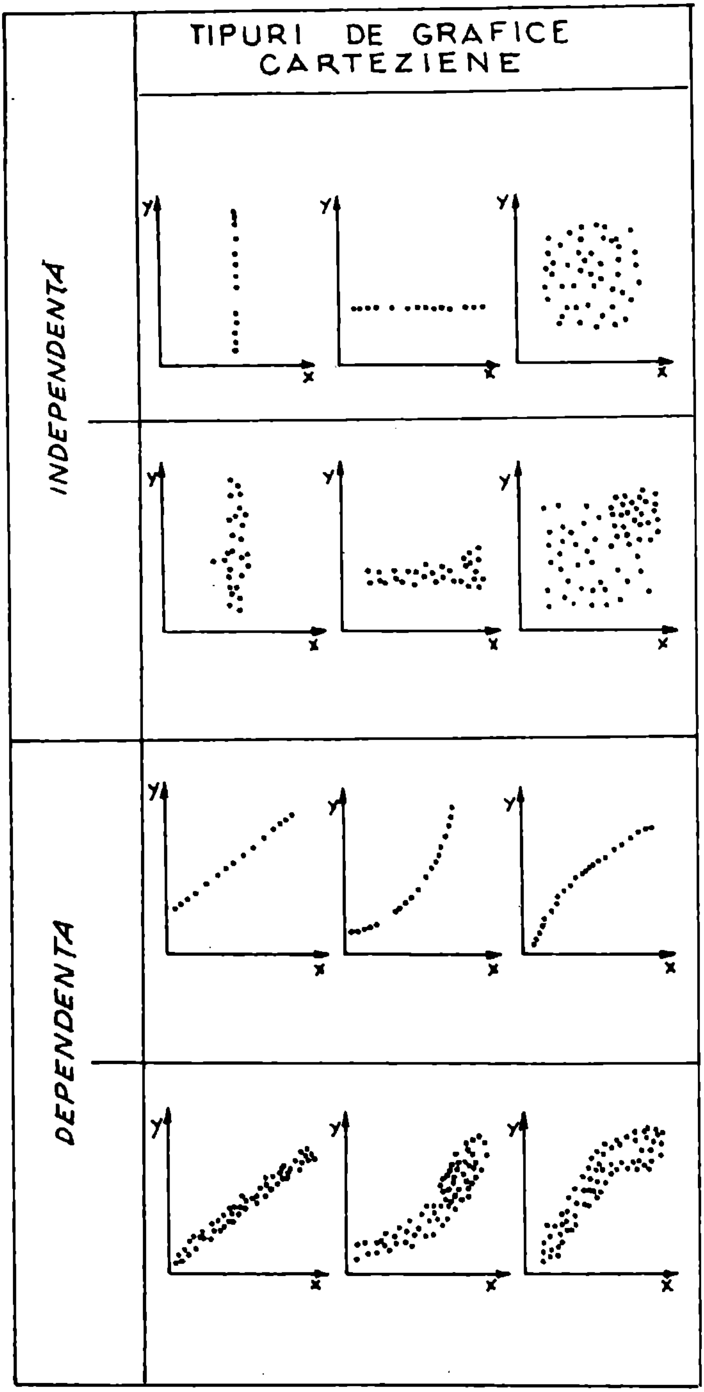
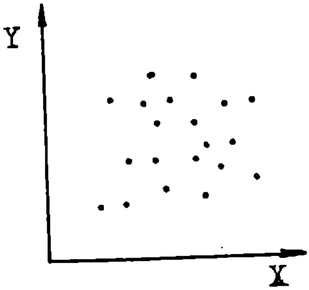
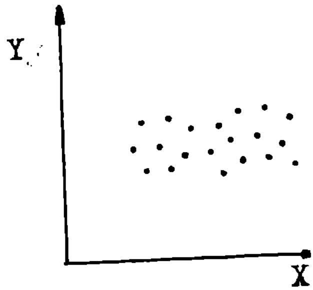
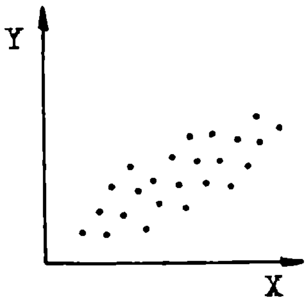


Fig. 13. Diferite tipuri de relații între două caracteristici cantitative (după Groupe Chadule, 1975).

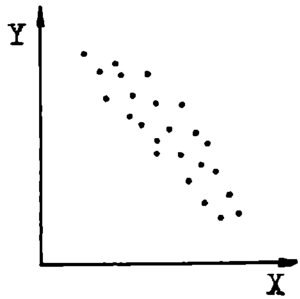




Absența corelației



Corelație pozitivă sau directă



Corelație negativă sau inversă

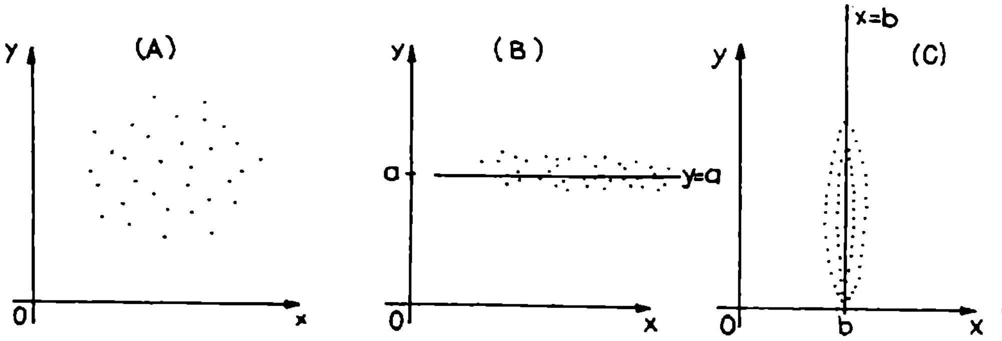
Fig. 14. Tipuri de „nori de puncte" (absența corelației).

3.1.3.1. Interpretarea graficelor de corelație utilizate în analiza regresiei

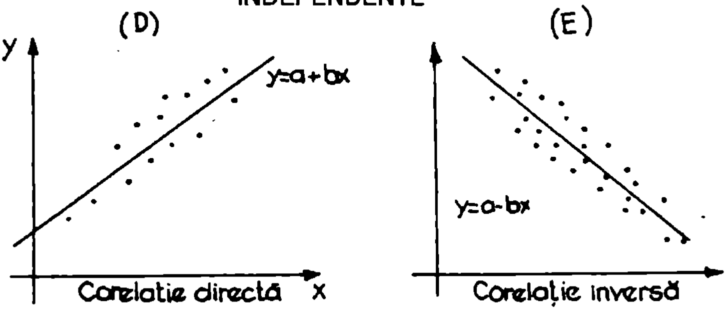
Norul de puncte prin forma sa evidențiază prezența sau absența relației între variabile(I. Ivănescu și colab.1980)

- atunci când norul de puncte este dispus la întâmplare , acesta arată că cele două caracteristici studiate nu se influențează reciproc , aceste caracteristici sunt static independente, de asemenea, se poate aprecia că nu există nici o legătură între variabile dacă punctele se concentrează în jurul unei drepte care este paralelă cu una din axe (fig. 15, A, B, C,);
- punctele norului se pot distribui urmărind o dreaptă . Aceasta arată că variabilele se influențează unele pe altele . De exemplu o serie de puncte aliniate indică o legătură a caracteristicilor de tip linear , grafic se reprezintă printr-o dreaptă încadrată de puncte, după modul de distribuire a acestor puncte se poate aprecia existența, forma, direcția si intensitatea legăturii dintre variabile. Concentrarea punctelor în jurul dreptei ne va indica că între variable există o legătură(fig.15 D, E);

TIPURI ALE NORULUI DE PUNCTE (CORELAȚIE LINEARĂ)
(după C. I. Ivănescu și colab.)



FORME ALE NORULUI DE PUNCTE ÎN CAZUL A DOUĂ VARIABILE INDEPENDENTE



FORME ALE NORULUI DE PUNCTE PENTRU DOUĂ VARIABILE CORELATE LINEAR

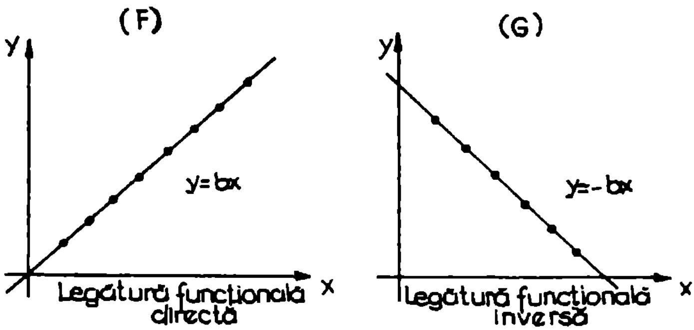


Fig. 15. Legături funcționale lineare în cazul a două variabile

- atunci când norul de puncte se distribuie urmărind o curbă sau o hiperbolă, primul caracter este legat de al doilea , se spune că există între cele două caracteristici o dependență , o legătură funcțională , o corelație. De exemplu, temperatura în funcție de altitudine, în cazul acesta primul caracter este puternic legat de cel de al doilea caracter. Dacă punctele se situează chiar pe o dreaptă, atunci legătura dintre variabile este de tip funcțional.

- Dacă cele mai mari valori ale primului caracter corespund întotdeauna celor mai mari valori ale celui de al doilea caracter , avem de-a face cu o corelație pozitivă sau directă (fig 15, F);

- Dacă cele mai mari valori ale primului caracter corespund celor mai mici valori ale celui de al doilea caracter avem o corelație inversă sau negativă(fig 15, G) ;

3.1.3.2. Tipuri de regresie

Cel mai simplu tip de regresie este **regresia empirică**(fig. 16)

Din analiza acestei figuri se observă legatura între Y(populația rurală) în funcție de X(hectare arabile).Astfel, la un număr de hectare de pâna la 300000 îi revine cea mai mare parte din populația rurală.La peste 450000 de hectare îi revine cea mai mică parte din poulația rurală.

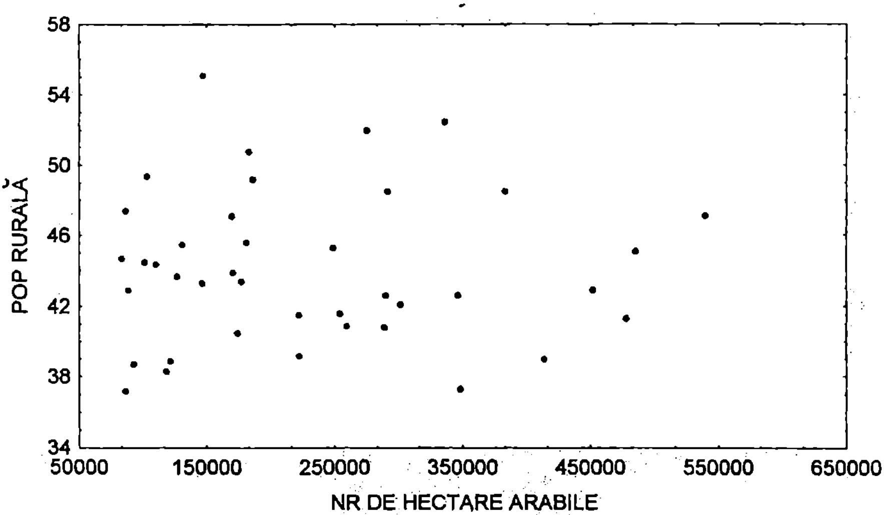


Fig. 16. Regresia empirică între pop. rurală și nr. de ha arabile în România (1994)

Regresia simplă liniară Cazul cel mai simplu de legatură dintre două variabile X și Y este cel al regresiei liniare . Aceasta înseamnă că mulțimea punctelor (x_i y_i) se grupează după modelul unei drepte .

$$Yx = a + bx;$$

Modelul regresiei liniare corespunde în practică legăturii dintre două variabile care variază în progresie aritmetică. În figura 17 prezentăm câteva tipuri de legături simple . Parametrul **a** reprezintă ordonata la origine și poate lua atât valori pozitive , cât și valori negative, iar parametrul **b** poartă denumirea de ***coeficient de regresie*** și măsoara înclinația dreptei față de axa absciselor : b = tg. Determinarea parametrilor acestei funcții cu ajutorul metodei punctelor selecționate se face pe baza a doua puncte situate pe dreaptă, de regulă câte unul la fiecare extremitate a segmentului , de pe grafic putem citi coordonatele punctelor respective . Să presupunem că s-au selecționat punctele de coordonate (x_1 , y_1) și (x_1 , y_2) . Substituind aceste valori în ecuația de mai sus rezultă două ecuații :

$$a + bx_1 = y_1;$$

$$a = bx_2 = y_2 ;$$

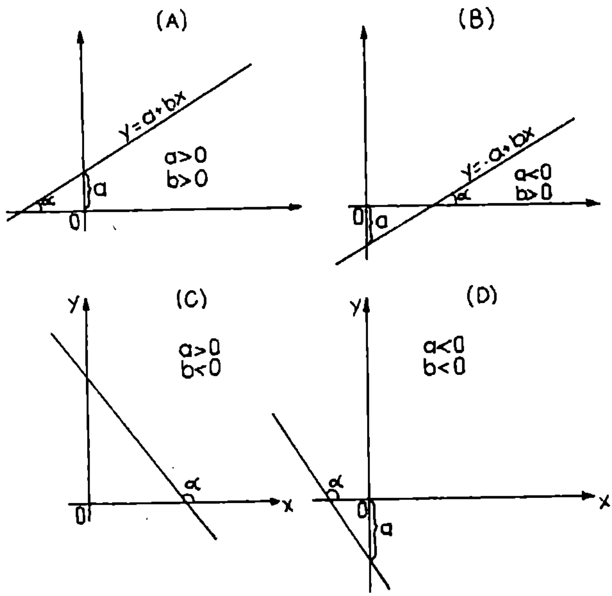


Fig. 17. Tipuri de Legături simple liniare

Din geometrie se cunoaște că ecuația unei drepte trece prin doua puncte (x_1, y_1) și (x_2, y_2):

$y - y_1 = y_2 - y_1 / x_2 - x_1 \times (x - x_1)$; în care $y_2 - y_1 / x_2 - x_1$ reprezintă coeficientul unghiular al dreptei ;

Numărul punctelor selecționate în fiecare caz particular este egal cu numărul parametrilor ce urmează a fi estimați și deci egal cu numărul ecuațiilor din sistem Cu ajutorul programelor informatice utilizate tot mai mult în trasarea dreptei se exclude orice subiectivism.

Ca exemplu, vom analiza regresia liniară între repartiția suprafețelor erodate în raport de declivitatea în depresiunea Cislău (tabelul nr. 18 și fig.18).

Tabelul nr. 18

Declivitatea	Teren gol ha		Teren acoperit		Total ha
		0.1-0.4 ha	0.5-0.7ha	0.8-1.0ha	
0-15			1.9	2,1	4
16-25			9.4		9.4
26-30	0.5		9.2	14.3	24
31-35	2.2	2.1	69.0	98.6	171.9
> 35	1.0	3.9	365.5	131.2	501.6
Total	3.7	6	455	246.2	686.9

Sursa: Romsilva R.A. Filiala Buzău

Din graficul analizei regresiei simple liniare o corelație directă între suprafață erodată și pantă. Astfel după modul de distribire al punctelor putem aprecia intensitatea legăturii dintre cele două variabile. În cazul nostru observăm o concentrare a punctelor de o parte și de alta a dreptei, cea mai mare parte a suprafețelor afectate de eroziune corespunde valorilor pantei cuprinse între $20^0 - 40^0$.

Regresia simplă curbilinie Alături de modelul liniar de regresie, un loc important în stabilitatea expresiei analitice a legăturilor dintre fenomene îl ocupă modele unor curbe de diferite tipuri: hiperbolice, parabolice, exponențiale, logaritmice. Legăturile liniare, exprimate sintetic prin ecuația unei drepte, se caracterizează prin faptul că unei variații uniforme a variabilei îi corespunde o variație tot uniformă a variabilei rezultate. În natură însă există foarte puține fenomene care manifestă linearitate. De aceea cele mai frecvente legături statistice dintre fenomenele reale iau forma unor modele curbilinii, în care variația variabilei depinde de însuși nivelul la care se află variabila independentă.

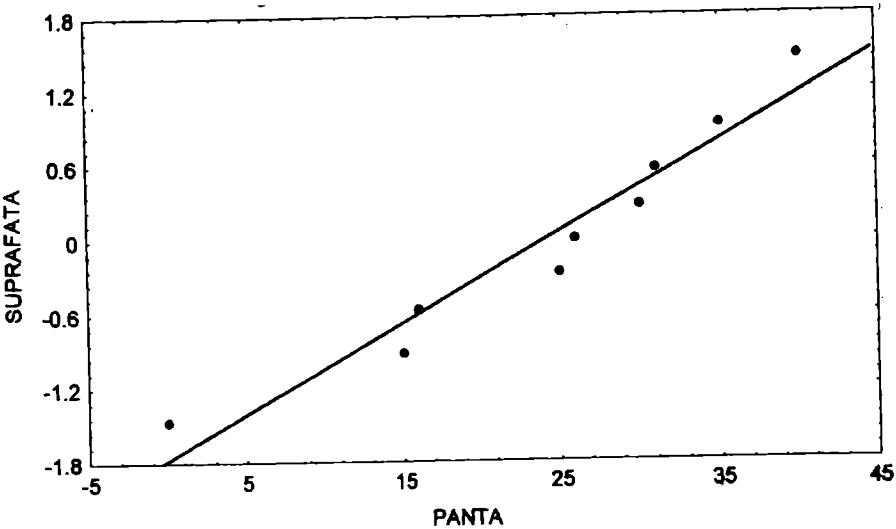


Fig. 18. Analiza regresiei simple

În statistică se pot utiliza următoarele modele de regresie curbilinie .

1. Modele parabolice , acest tip de modele sunt exprimate prin polinoame de gradul 2 , 3 , ... , n de forma:

- parabola de gradul doi :

  $Y = a + bx + cx^2$

- parabola de gradul trei :

  $Y = a + bx + cx^2 + dx^3$

- parabola semi-logaritmică de gradul doi :

  $\log y = a + bx + cx^2$

  $Y = a + b\log x + c\,(\log X)^2$

- parabola semi-logaritmică de gradul trei :

  $\log Y = a = bx + cx^2 + dx^3$

  $Y = a + b\log x + c\,(\log x)^2 + d(\log x)^3$

2. Modelele hiperbolice :

$Y = a + b/x;$

$Y = 1/ a+bx$ sau $1/y = a + bx;$

$Y = x / ax + b$

3. Modelele de tip exponențial :

$Y = ae^{bx}$;

$Y = ae^{xb}$;

$Y = 1/ a + be^{-x}$;

4. Modelul unei funcții putere :

$y = ax^{b}$

5. Modelul unei funcții de tip logaritmic :

$Y = a + b \log x$;

Parabola de gradul doi de forma $Y = a + bx + cx^2$ explică variația a numeroase fenomene și are o expresie grafică prezentată în figura 19.

Se remarcă că parabola de gradul doi obișnuită (fig.19, a) și semilogaritmică (fig.19, b) prezintă un punct extrem , de maxim sau de minim, în funcție de coeficientul de regresie :

- dacă $c > 0$, atunci curba parabolei de gradul doi este convexă ;
- dacă $c < 0$, curba este concavă ;

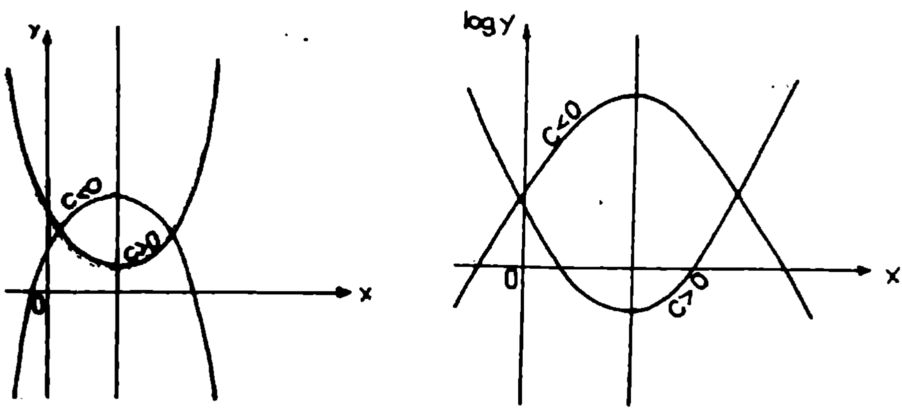


Fig. 19 a. Parabola de gradul doi $Y = a + bx + cx^2$

b. Parabola semilogaritmică de gradul doi $\log Y = a + bx + cx^2$

Indiferent de forma ei concavă sau convexă , parabola de gradul doi este o curbă simetrică față de ordonata punctului extrem. Ca și în cazul dreptei de regresie, parametrii parabolei de gradul doi se pot determina cu ajutorul metodei punctelor selecționate sau cu ajutorul metodei celor mai mici pătrate .

Întrucât parabola de gradul doi depinde de trei parametri , se vor selecționa trei puncte echidistante și se va obține un sistem format din trei ecuații .

Punctele selecționate se vor situa câte unul la fiecare capăt al segmentului parabolei și unul la mijlocul ei . Dacă punctele selecționate sunt coordonatele (X_1 Y_1) , (X_2 Y_3) , (X_3 Y_3) se poate forma sistemul :

$$a + bx1 + cx_1^2 = y_1$$

$$a + bx_2 + cx_2^2 = y_2$$

$$a + bx_3 + cx_3^2 = Y_3$$

Realizând acest sistem se vor obține valorile celor trei necunoscute care sunt tocmai a , b , c ai parabolei de gradul doi .

Modelul de tip hiperbolic . Legăturile simple dintre fenomenele reale pot să ia forma unei curbe hiperbolice .

Ecuația hiperbolei poate fi descrisă de ecuația următoare:

$Y = a + b/x$

sau $Y = ax + b/x$;

unde: $0 < x < \infty$

Graficul funcției hiperbolice se prezintă (fig. 20) astfel:

Curba descrisă de ecuațiă de mai sus are două asimptote,una orizontală

$Y = a$ și una verticală $X = 0$.

- Pentru $b > 0$, curba este descrescătoare și tinde asimptotic spre a ;
- Pentru $b < 0$ hiperbola este descrisă de o curbă crescătoare care tinde către + ∞ ;
- Când $b < 0$ legătura dintre variabile este directă sau pozitivă ;
- Cănd $b > 0$ legătura dintre variabile este inversă sau negativă;

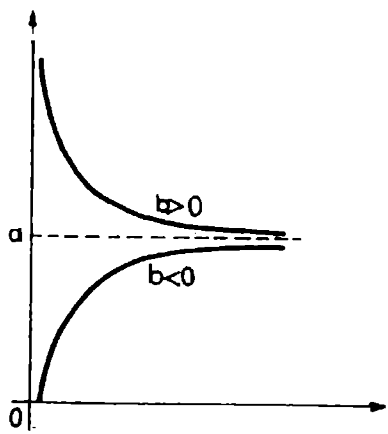


Fig. 20 Hiperbola $Y = a + b$

Sursa: C. Ivănescu și colab.

Modelul de tip logaritmic este dat de expresia;

$Y = a + b \log X \ , \ 0 < X < \infty$;

Funcția logaritmică prezentată in figura 21 ne prezintă două situații;

- b este pozitiv, curba este crescătoare;
- b este negativ, curba este descrescătoare;

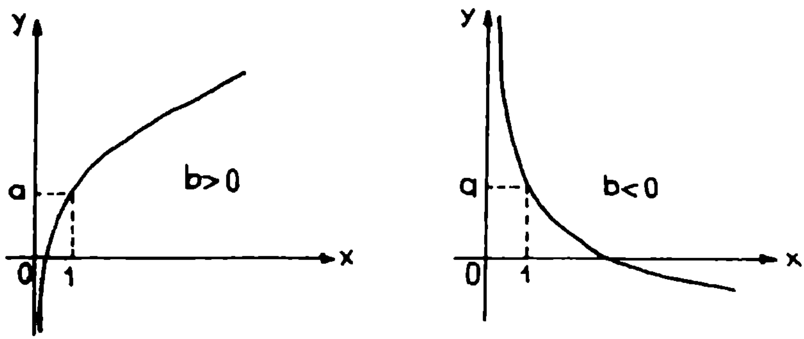


Fig. 21. Curba logarirmică $y = a + b \log x$

Alegerea celei mai potrivite ecuații de regresie. În practică una din problemele fundamentale ale regresiei este alegerea corectă a ecuațiilor. Astfel pentru a alege cel mai potrivit model de regresie se poate ține cont de următoarele variante:

- se reprezintă grafic datele statistice și se trasează vizual o curbă, apoi se alege una din ecuațiile prezentate anterior, care să fie cât mai aproape de curba realizată de noi.

- pentru alegerea corectă a celei mai potrivite curbe se poate utiliza metoda diferențelor succesive ale variabilei Y:

– primele diferențe ale variabilei X sunt egale când primele diferențe ale variabilei Ysunt constante, atunci se recomandă utilizarea modelului liniar de regresie simplă , $Y = a + bx$;

– dacă diferențele de ordinul doi sunt constante, se recomandă modelul parabolei de gradul doi;

– dacă diferențele de ordinul n sunt constante, se recomandă utilizarea polinomului de gradul n ;

- datele statistice se pot reprezenta pe o hârtie milimetrică obișnuită, dacă corelograma variabilelor X și log Y ia o formă liniară, atunci legătura dintre variabile se poate exprima printr-o curbă semi-logaritmică;

- dacă se reprezintă pe o hârtie semi-logaritmică perechile de valori corelate X_1 Y_2 și corelograma ia forma unei drepte , atunci legătura dintre variabile se apropie de o curbă semi logaritmică, $\log Y = a + bx$;

- dacă corelograma valorilor empirice ia forma unei drepte pe o rețea dublu logaritmică , atunci legătura dintre variabile ia forma unei funcții putere:
  $\log Y = \log a + b \log X$;

În practică curbele empirice se vor apropia mai mult sau mai puțin de modelele teoretice,însă utilizarea calculatorului și a programelor de grafică ne vor ușura mult această muncă.

3.1.3.3. Coeficientul de corelație simplă

Cu ajutorul coeficientului de corelație putem observa cât de puternică sau cât de intensă este legatura dintre variabilele corelate. Să considerăm o distribuție bidimensională reprezentată în figura numărul 22. Dreptele $X = \overline{X}$ și $Y = \overline{Y}$ corespunzătoare mediilor variabilelor **X** și **Y** împart graficul în patru sectoare , în care abaterile variantelor individuale ale celor două variabile față de mediile lor pot fi pozitive sau negative. Astfel :

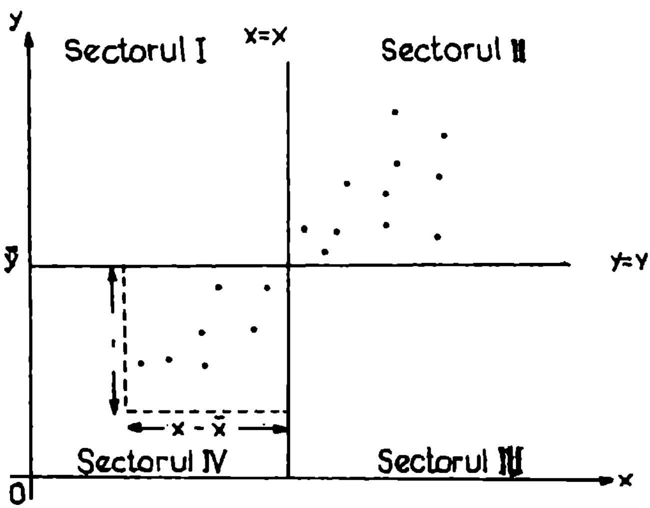


Fig. 22. Mediile și abaterile a două variabile corelate.

- în sectorul I abaterile variantelor variabilei X față de media lor, sunt negative, iar cele corespunzătoare variabilei Y sunt pozitive :

$$X_i - \overline{X} < 0; \quad Y_i - \overline{Y} > 0;$$

- în sectorul II abaterile ambelor variabile față de mediile lor sunt pozitive :

$$X_i - \overline{X} > 0 \text{ și } Y_i - \overline{Y} > 0 \ ;$$

- în sectorul III abaterile variabilei X sunt pozitive, iar cele ale variabilei Y sunt negative: $X_i - \overline{X} > 0$ și $Y_i - \overline{Y} < 0$;

- în sectorul IV abaterile ambelor variabile sunt negative :

$$X_i - \overline{X} < 0 \text{ și } Y_i - \overline{Y} < 0;$$

Considerând produsele abaterilor celor două variabile și suma lor pentru fiecare sector, observăm că aceste sume sunt pozitive în sectoarele II și IV și negative în sectoarele I și III.

- Când totalitatea punctelor se situează în sectoarele II și IV, atunci înseamnă că între variabilele X, Y există o corelație liniară directă și puternică.
- Când majoritatea sau chiar totalitatea punctelor se situează în sectoarele I și III, corelația liniară dintre variabile va fi puternică și inversă.
- Dacă o parte se situează în sectoarele II și IV și o parte în I și III, acestea sugerează existența unei distribuții întâmplătoare .
- Când punctele se grupează în cadranul I al axelor de coordonate înseamnă că există o legătură slabă între variabile .

Intensitatea legăturii liniare dintre două variabile se măsoară cu ajutorul coeficientului de corelație. Împrăștierea punctelor în jurul liniei de regresie este apreciată cu o mai mare siguranță, folosind statistica dimensională, numită coeficient de corelație .

Formula de calcul este următoarea :

$$r = \Sigma XY/n - \Sigma X/n \times \Sigma Y/n \Big/ \sqrt{\sum X^2/n - \left(\sum X/n\right)^2} \times \sqrt{\sum Y^2/n - \left(\sum Y/n\right)^2}$$

Coeficientul de corelație este o mărime abstractă , independentă de unitățile de măsură ale celor două variabile. Coeficientul de corelație ***r*** variază între -1 și $+1$.

$$-1 < r < +1;$$

- **r** este pozitiv dacă cele două variabile variază în același sens, la o creștere a lui X corespunde o creștere a lui Y ; la o diminuare a lui X corespunde o diminuare a lui Y ;

- **r** este negativ dacă cele două variabile variază în sens contrar, la o creștere a lui X corespunde o diminuare a lui Y, la o diminuare a lui X corespunde o creștere a lui Y .
- Când **r** = +1 ecuațiile de regresie Yx și Xy coincid, ceea ce înseamnă că legătura dintre variabile este de tip funcțional ; adică fiecărei valori date ale lui X îi corespunde o valoare pentru Y și numai una. În acest caz ambele variabile variază în același sens, iar legătura dintre ele poartă denumirea de ***corelație pozitivă (directă perfectă,*** y crește proporțional cu creșterea lui x și invers) ;
- 0 < **r** < +1 , corelație pozitivă a cărei intensitate este cu atât mai mare cu cât **r** are o valoarea apropiată de 1 ;
- Când **r** = 0 variabilele sunt independente, nu există nici o corelație ; coeficienții de regresie ai celor doua drepte

$$Y_x = a_1 + b_{1x}$$

$$X_y = a_2 = b_{2y}$$

sunt egali cu 0, ceea ce înseamnă că dreptele de regresie sunt paralele cu axele de coordonate.

- – 1 < **r** < 0 corelație negativă a cărei intensitate este cu atât mai mare cu cât **r** are o valoare apropiată de –1 ;
- **r** = –1, corelație liniară negativă, (y scade proporțional cu creșterea lui X), atunci când valorilor mari ale lui X le corespund valorile mici ale lui Y și invers .

Legătura dintre variabile este tot de tip funcțional și poartă denumirea de ***corelație negativă (inversă) perfectă*** ;

Interpretarea diferitelor valori ale coeficientului de corelație se poate prezenta cu ajutorul scării din figura 23.

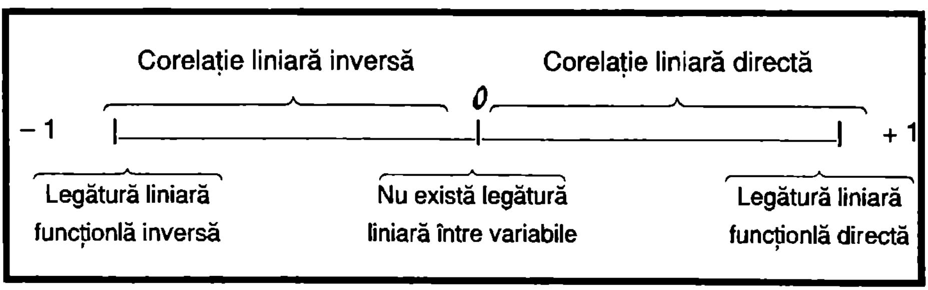


Fig. 23. Schema interpretării valorii coeficientului de corelație.

În concluzie , putem observa că cu cât **r** se apropie mai mult de cele două valori extreme cu atât intensitatea legăturii este mai puternică și invers .

Ca exemplu, vom calcula coeficientul de corelație simplă între energia reliefului și densitatea fragmentării în Culoarul Bran-Rucăr (tabelul nr.19). În reprezentările grafice vom analiza diferitele tipuri de modele ale regresiei (liniare, logaritmice, exponențiale, polinomiale).

Tabel 19. Coeficientul de corelație simplă între energia reliefului și densitatea fragmentării în culoarul Bran– Rucăr

X	Y	X^2	Y^2
80	**0.38**	**6400**	**0.1444**
91	**0.5**	**8281**	**0.25**
100	**0.87**	**10000**	**0.7569**
101	**1**	**10201**	**1**
120	**1.05**	**14400**	**1.1025**
140	**1.15**	**19600**	**1.32**
150	**1.35**	**22500**	**1.755**
152	**1.37**	**23104**	**1.87**
160	**1.60**	**25600**	**2.56**
162	**1.62**	**26244**	**2.62**
193	**1.74**	**37249**	**3.02**
195	**1.75**	**38025**	**3.62**
196	**1.85**	**38416**	**3.42**
200	**1.87**	**40000**	**3.49**
220	**1.90**	**48400**	**3.61**
240	**2**	**57600**	**4**
260	**2.05**	**67600**	**4.2**
263	**2.1**	**69169**	**4.41**
274	**2.15**	**20276**	**4.62**
280	**2.25**	**78400**	**5.06**
292	**2.34**	**85264**	**5.47**
300	**2.5**	**90000**	**6.25**
307	**2.55**	**94249**	**6.50**
320	**2.66**	**102400**	**7.07**
340	**2.75**	**115600**	**7.56**
360	**3**	**129600**	**9**
366	**3.04**	**133956**	**9.24**
389	**3.15**	**151321**	**9.92**

423	**3.25**	**178929**	**10.56**
431	**3.50**	**185761**	**12.25**
434	**3.70**	**188356**	**13.69**
440	**3.85**	**193600**	**14.82**
460	**4**	**211600**	**16**
471	**4.75**	**221841**	**22.56**
7266	**44.7**	**94006935**	**203.7**

Pornind de la formula de calcul prezentată anterior obținem:

r = 324790,2/ 34 – 7266/34 x 44,7/34 / 94006935/34 – (7266/34)^2 **x**
x 203,7/34 – (44.7/34)^2 ;

r = 0,36

Tabelul numărul 20 prezintă valorile critice ale lui **r** pentru o serie de dimensiuni ale eșantioanelor (număr de perechi) care permite să acceptăm sau să respingem o valoare a lui **r** ca fiind statistic, semnificative sau nu. Corelația este semnificativă dacă valoarea calculată a lui **r** este mai mare decât valoarea critică tabelată la nivelul de semnificație (P) și la nivelul eșantionului (n).

Tabel 20. Nivele de semnificație pentru coeficientul de corelație (KIRKBY et al., 1987)

DENUMIREA EȘANTIONULUI	*NIVELE DE SEMNIFICAȚIE (P)*		
(n)	0,05	0,01	0,001
3	0,954	0,986	O,997
4	0,891	O,956	0,987
5	0,826	0,919	0,970
6	0,774	0,880	0,948
7	0,727	0,843	O,924
8	0,685	0,808	0,899
9	0,650	0,776	0,875
10	0,619	0,746	0,851
11	0,592	0,719	0,828
12	0,567	0,698	0,806
13	0,546	0,672	0,786
14	0,526	0,652	0,767
15	0,509	0,633	0,749
16	0,493	0,615	0,732

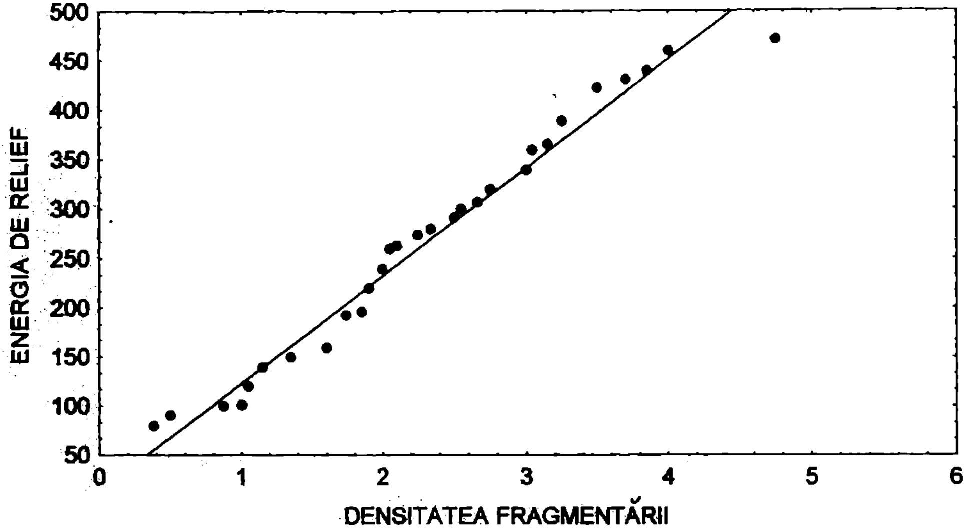
17	0,478	0,599	0,715
18	0,465	0,584	0,700
19	0,453	0,570	0,686
20	0,441	0,557	0,672
25	0,395	0,502	0,613
30	0,36	0,461	0,567
40	0,312	0,402	0,499
60	0,254	0,330	0,414
120	0,179	0,234	0,297

SURSA : Analiza cantitativă în Geografia Fizică , 1996

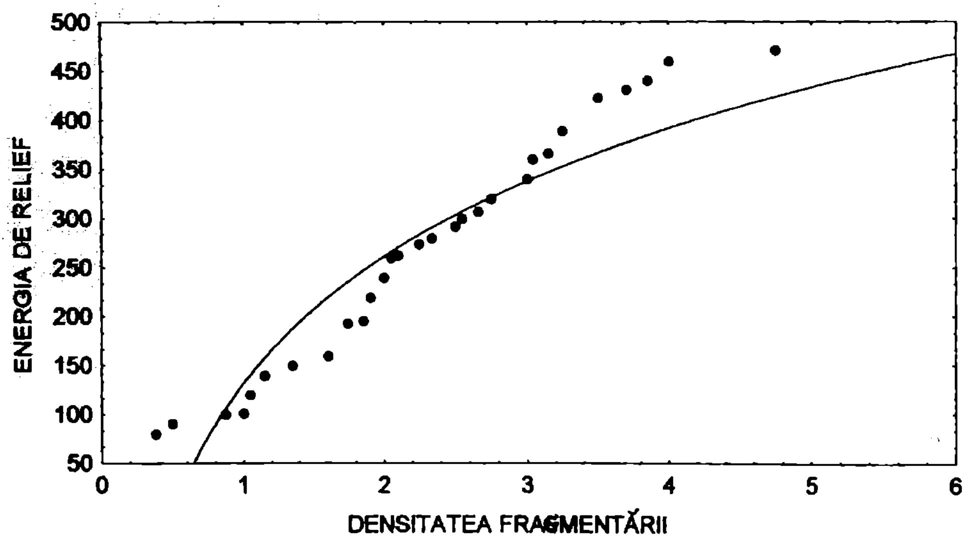
Pentru exemplul nostru s-a făcut corelația între energia de relief și densitatea fragmentării. Din tabelul de mai sus observăm că corelația este semnificativă deoarece valoarea calculată a lui r (0,36) este mai mare decât valoarea critică tabelată (0,312). Legăturile liniare exprimate prin ecuația unei drepte se caracterizează prin faptul că unei variații uniforme a variabilei îi corespunde tot o variație uniformă a variabilei rezultate. Modelul regresiei liniare corespunde în practică legăturii dintre variabile care variază în progresie aritmetică. În natură există foarte puține fenomene care să se manifeste liniar. De aceea cele mai frecvente legături statistice dintre fenomenele reale iau forma unor modele de diferite tipuri: logaritmice, exponențiale și polinomiale. Pentru regresia simplă logaritmică la o variație mare a variabilei X (densitatea fragmentării) îi corespunde o variație mică a variabilei Y(adâncimea fragmentării). Pentru regresia simplă exponențială la o variație mică a variabilei X îi corespunde o variație mare a varibilei Y. Pentru regresia simplă polinomială se observă o neregularitate a variației celor două variabile. Corelația dintre cei doi indici morfometrici poate fi evidențiată cu ușurință de modelul regresiei liniare și polinomiale deoarece se observă că reprezentările grafice ale acestora grupează de-a lungul lor norul de puncte (fig. 24, A,B,C,D,)

Pentru analiza noastră remarcăm o corelație între adâncimea fragmentării și densitatea fragmentării. Cele mai mici valori ale densității fragmentării (< 1km/ km^2 , 1km/ km^2-2km/ km^2) corespund celor mai mici valori ale adâncimii fragmentării(< 100m/km , 100 m/km, 100m/km-200m/km) siutație întâlnită în zonele carstice, Fundata, Fundățica. Valori mari ale densității fragmentării (3km/km^2 – 4km/km^2, > 4Km/km^2) și ale adîncimii fragmentării (200 m/km– 400m/km, > 400m/km) apar în partea vestică a culoarului pe un substrat cristalin și pe depozitele vracono- cenomaniene (conglomerate, gresii, marne) ce se suprapun în mare parte bazinului Sbârcioara și bazinului Turcu.

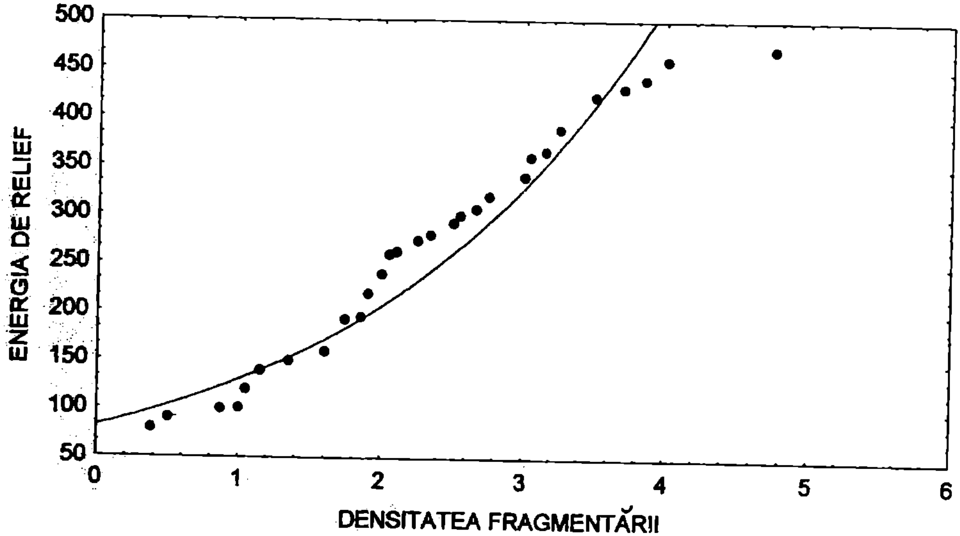
FIG. 24A REGRESIA SIMPLA LINIARA INTRE ENERGIA DE RELIEF
SI DENSITATEA FRAGMENTARII IN CULOARUL BRAN- RUCAR



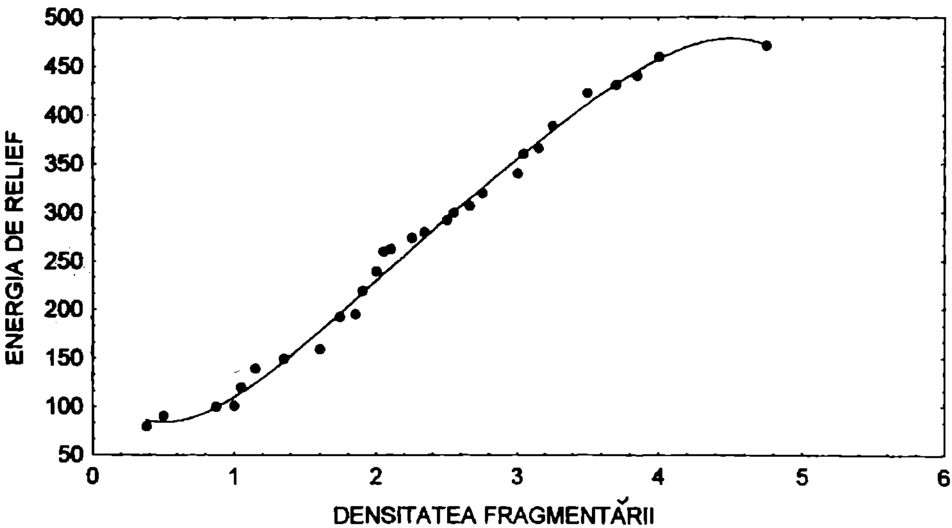
B, REGRESIA LOGARITMICA INTRE ENERGIA RELIEFULUI
SI DENSITATEA FRAGMENTARII IN CULOARUL BRAN- RUCAR



C, REGRESIA EXPONENTIALA INTRE ENERGIA RELIEFULUI
SI DENSITATEA FRAGMENTARII IN CULOARUL BRAN- RUCAR



D, REGRESIA POLINOMIALA INTRE ENERGIA DE RELIEF
SI DENSITATEA FRAGMENTARII IN CULOARUL BRAN -RUCAR



Din grafic se observă că legătura cea mai puternică se realizează între aceste valori. Împrăștierea punctelor în jurul liniei de regresie este apreciată cu o mai mare siguranță, folosind coeficientul de corelație, a cărui valoare am calculat-o ca fiind 0,36. Se observă că valoarea coeficientului de corelație de 0,36 este mai mare decât valoarea critică de 0,31. Legatura stabilită între cele două variabile este influențata și de alți factori(roca panta etc.).

Pentru o mai mare stabilitate și pentru a nu depinde prea mult de fluctuațiile de selecție, indicatorii de regresie și corelație trebuie să se calculeze pentru un număr suficient de mare de valori ale variabilelor ce se corelează . Aceasta înseamnă că numărul de valori ale variabilelor trebuie să fie mai mari sau cel puțin egal cu 30 . Dacă nu dispunem decât de un număr mic de perechi de valori (de exemplu 10) atunci un coeficient de corelație ce se apropie de unitate nu va avea decât o semnificație îndoielnică. Nivele de semnificație ale coeficientului de corelație trebuie considerate funcție de dimensiunea eșantionului .

3.1.4. CURBA ȘI INDICELE DE CONCENTRARE

Curba și indicele de concentrare reprezintă o formă a dispersie, ce permite măsurarea unei distribuții a variabilelor continue și pozitive.

Curba de concentrare este numită și Curba lui Lorentz. Pentru a construi curba se realizează un grafic, în care abscisa și ordonata sunt gradate de la 0 – 100, acestea reprezintă procentele cumulate . Ea se înscrie într-un pătrat care are laturile marcate de la 1 – 100. Curba de concentrare prezintă întotdeauna partea concavă în sus. Fiecare punct al curbei are pentru abscisă o valoare a frecvenței cumulate și pentru ordonată o valoare corespunzătoare procentajului cumulat al efectivului. Pe abscisă se trec frecvențele cumulate, a efectivului în procente %, pe ordonată frecvența relativă cumulată a caracteristicii în %. Suprafața cuprinsă între diagonala pătratului și curbă este aria de concentrare. (fig. 25). Din reprezentarea grafică se pot detașa mai multe situații :

- când curba se confundă cu dreapta diagonalei pătratului aceasta semnifică că nu există nici o concentrare a caracteristicilor și nu există nici o echirepartiție. Cu cât curba se îndepărtează de diagonală (aproape de laturile pătratului) cu atât se traduce printr-o puternică concentrare ;
- curba se trasează punct cu punct . Această concentrare a variabilelor se rezumă printr-un indice ce variază între 0 (cazul echirepartiției) și 1 (limita teoretică de concentrare). Acest indice (I_c) se exprimă:

  I_c = 2 x suprafața de concentrare / suprafața pătratului ;

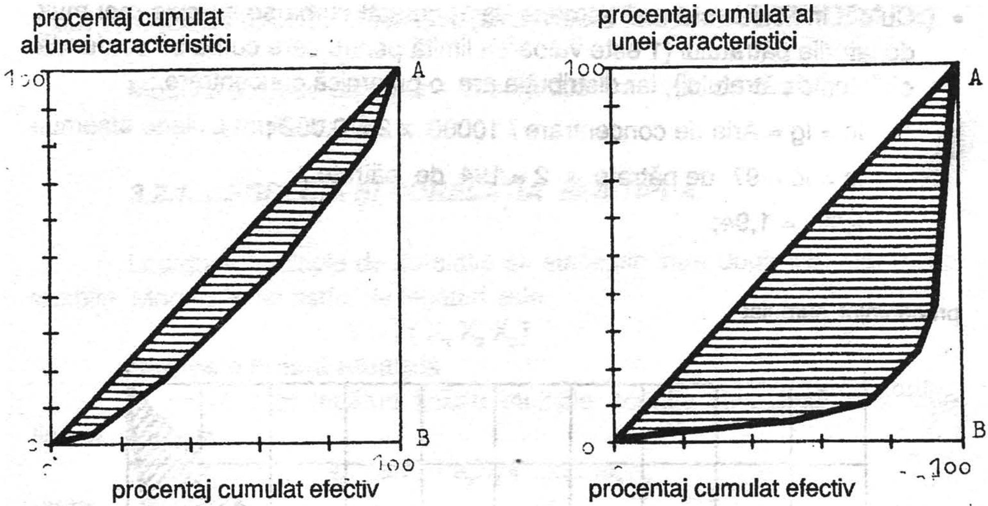


Fig. 25. Curba de concentrare sau curba lui Lorentz După Guy Chemla, 1995

Suprafața de concentrare se poate măsura ***grafic*** (fig. 26), numărând numărul de milimetri cuprinși între curba de concentrare și dreapta de echirepartiție sau folosind metoda grafică de determinare a indicelui de concentrare.

Indicele de concentrare (Ic) este egal cu raportul celor două suprafețe :

Ic = aria de concentrare / aria triunghiului ABC;

Am menționat că curba de concentrare este înscrisă într-un pătrat . Astfel puteam calcula aria triunghiului și aria de concentrare :

Aria_{ABC} = Aria patratului / 2 = 1 x 1/ 2 = 1/ 2 ;
Aria_{ABC} = Aria de concentrare / 1/2 ;
Ic = Ig = Aria de concentrare x 2 ;

Astfel indicele de concentrare **Ic** corespunde dublului ariei de concentrare

- Dacă suprafața este în centimetri pătrați :

  Ic_{cm^2} = Suprafața de concentrare / 100 x 2 ;

- Dacă suprafața este în milimetrii pătrați :

  Ic_{mm^2} = Suprafața de concentrare / 10000 x 2 ;

Indicele de concentrare este întodeauna cuprins între 0 și 1 .

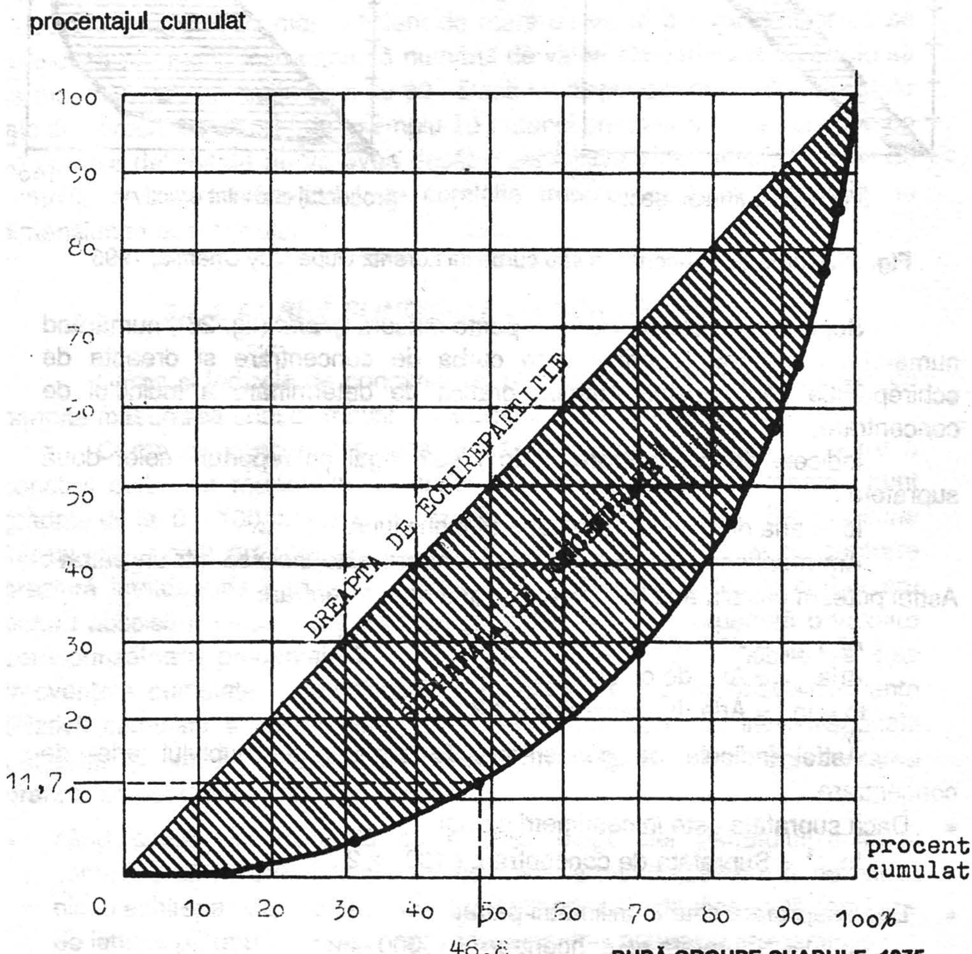
- Cu cât indicele este mai aproape de zero, cu atât curba se apropie de diagonală (0 este valoarea limită pentru care curba se confundă cu diagonala) iar distribuția fenomenului are o slabă concentrare ;

- Cu cât indicele este mai aproape de 1, cu atât curba se apropie mai mult de laturile pătratului (1 este valoarea limită pentru care curba se confundă cu laturile pătratului), iar distribuția are o puternică concentrare ;

  Ic = Ig = Aria de concentrare / 10000 x 2 = 0,002 ;

  Ic = Ic = 97 de pătrate x 2 = 194 de pătrate ;

  Ic% = 1,94;



DUPĂ GROUPE CHADULE, 1975

Fig. 26. Reprezentarea grafică a indicelui de concentrare.

3.2 ANALIZA MULTIVARIATĂ (DISTRIBUȚIILE MULTIMODALE)

Modelul statistic care pune în corelație mai mult de două variabile se numește analiză multivariată.

3.2.1. REGRESIA ȘI CORELAȚIA MULTIPLĂ

Legăturile multiple de corelație se stabilesc între două sau mai multe varibile. Modelul unei astfel de legături este:

$$Y = f\,(X_1\ X_2\ X_3)$$

Regresia liniară multiplă

În cazul unei legături liniare multiple ecuația reprezintă o funcție liniară de forma:

$$Y_{x1,\ldots x2,\ldots,xk} = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + \ldots\ldots\ldots a_kX_k$$

unde:

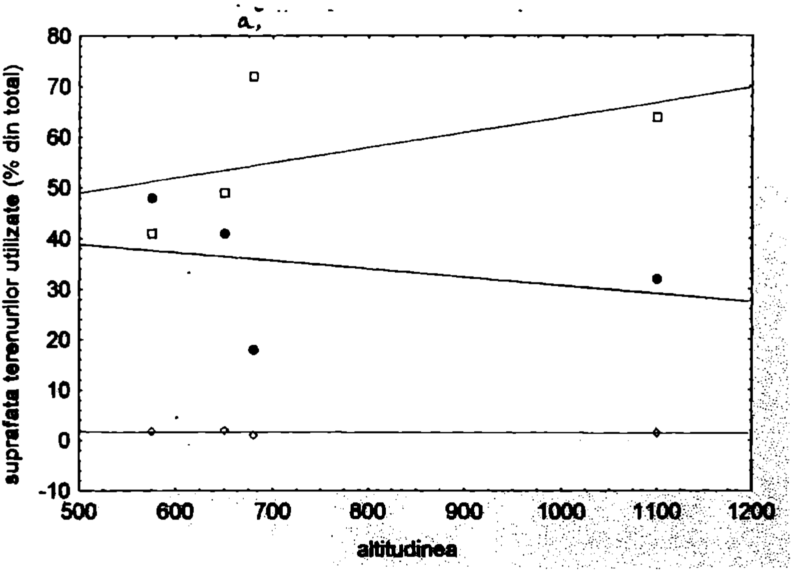
- a_0 reprezintă parametrul care exprimă influența celorlalți factori considerați cu acțiune constantă, în afară de cei **n** factori cauzali luați în calcul;
- a_k, 1,2,3, reprezintă coeficienții de regresie multiplă care arată cu cât variază variabila rezultativă atunci când variabila factorului Xi se modifică cu o unitate;

Ca exemplu vom prelucra datele din tabelul numărul 21, unde repartiția modului de utilizare a terenurilor (X_1– teren agricol, X_2– păduri, X_3 – suprafața construită și drumuri) este funcție de altitudine (Y). Din figura 27, a, b, se observă că ponderea cea mai mare a terenurile arabile se concentrează în sectoarele joase ale ariilor depresionare iar o mică parte ating altitudinea de 1100. Pădurile sunt repartizate între 600 și 1200m, și suprafața construită și drumurile nu urmăresc linia de regresie, deci lipsește o corelație, dovedită de dispersia punctelor.

Tabel 21. Modul de utilizare al terenurilor în depresiunile din Carpații Meridionali

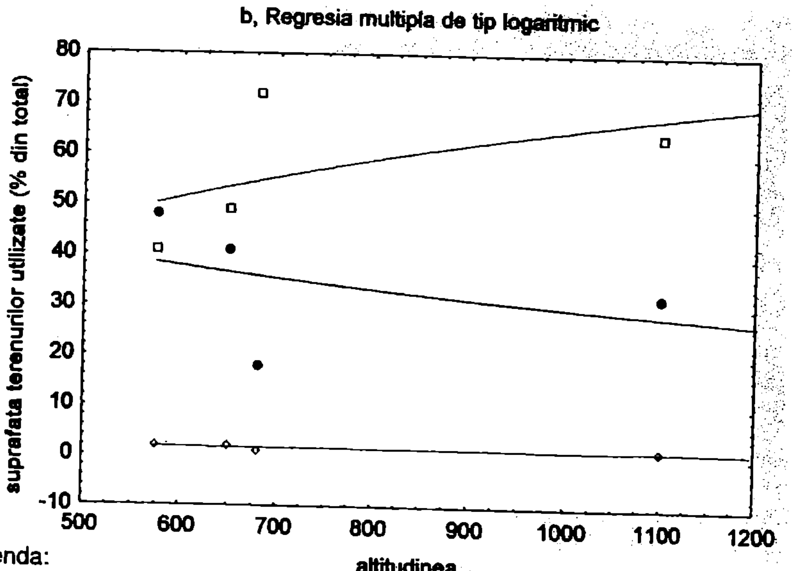
Depresiunea	Altitudinea-medie (m)	Teren agricol %	Păduri %	Sup. construită și drumuri %
Hațeg	575	48	41	1.9
Petroșani	650	41	49	2
Loviștea- Lotru	680	18	72	1
Bran-Rucăr	1100	32	64	1.5

Sursa: Carpații Meridionali în sistemul montan românesc, Studiu de Geografie Umană, Melinda Cândea,1996



Legenda:

- ● Suprafața construită
- ○ Păduri
- ○ Teren agricol



Legenda:

- ● Suprafața construită
- ○ Păduri
- ○ Teren agricol

Fig. 27. Regresia multiplă de tip liniar.

3.2.2. COEFICIENTUL DE CORELAȚIE A RANGURILOR

Coeficientul lui Spearman se folosește pentru variabilele clasificate pe scara ordinală și în cazul distribuției neparametrice a variabilelor corelate. Aceste metode au fost elaborate de către K. Pearson, U. Yulle, M. Kendall, C. Spearman. Ele nu operează cu valorile reale ale caracteristicilor, ci cu rangurile lor. În acest scop unitațile statistice se ordonează în ordine crescătoare și apoi se atribuie fiecarei variante câte un rang (rangul este egal cu numărul unitaților statistice,) în ordine descrescătoare. Deoarece nu se lucrează direct cu nivelurile caracteristicilor, aceste metode sunt aplicate și în cazul corelației dintre caracteristici calitative.

Dacă între variabilele corelate există o legătură directă, atunci unitățile statistice care s-au clasat pe primele locuri în raport cu caracteristica factorială se vor clasa tot pe primele locuri și în raport cu caracteristica rezultativă, în timp ce în cazul unei legături inverse rangurile mici ale variabilei factoriale vor corespunde rangurilor mari ale variabilei rezultative.

În primul caz există o concordanță a rangurilor celor două variabile, iar în al doilea caz o discordanță de ranguri. Concordanța dintre ranguri are loc în cazul unor legături directe, iar discordanța în cazul legăturilor inverse.

Coeficientul lui Spearman se poate aplica atât în geografia fizică – de exemplu, relația între rata de efluență a aluviunilor și ordinul de mărime al bazinelor hidrografice, aplicat de Ioniță Ichim și colab., în lucrarea "Analiza cantitativă în geografia fizică 1996", dar și în geografia umană și economică – de exemplu urmărind corelația între gradul de industrializare a județelor României și gradul lor de urbanizare. Astfel, pe măsură ce crește gradul de dezvoltare industrială a județelor va crește și forța de muncă necesară pentru industrie, fapt ce va determina o creștere a gradului de urbanizare. Aplicațiile acestui coeficient sunt multiple, noi ne vom opri asupra corelației dintre gradul de industrializare și urbanizare al României.

Formula coeficientului Spearman este:

$$\mathbf{S = 1 - 6x\ \Sigma\ Ds^2 / Ns^3 - Ns}\ ;$$

în care: Ds = diferențele dintre rangurile celor două variabile;
Ns = numărul perechilor de valori corelate;

Valoarea lui S variază între + 1 și –1. O valoare pozitivă mare indică o corelație pozitivă strânsă, în timp ce o valoare negativă mare arată o corelație negativă strânsă. Valorile din apropierea lui 0 evidențiază o lipsă de corelație.

$$S = 1 - 6x\ 68568 / 41^3 - 41 = 0{,}005$$

Tabel 22.

Coeficientul Spearman, corelaţia între gradul de industrializare şi gradul de urbanizare al judeţelor României în 1994

JUDEŢUL	PONDEREA POPULAŢIEI URBANE [Y] 100%	PRODUCŢIA INDUSTRIALĂ 100 % [X]	RANGUL JUD. DUPĂ [X]	RANGUL JUD. DUPĂ [Y]	di	di^2
Alba	58	41.1	39	10	29	841
Arad	52	43.3	35	16	19	361
Argeş	47	64.4	10	22	12	144
Bacău	51	61.8	16	23	7	49
Bihor	49	65.9	9	21	12	144
Bistriţa Năsăud	37	48.5	30	36	6	36
Botoşani	40	41.3	38	31	7	49
Braşov	76	49.2	28	2	26	676
Brăila	67	59.8	17	7	10	100
Bucureşti	89	63.6	12	1	11	121
Buzău	41	51.1	25	30	5	25
Caraş- Severin	57	36.3	41	11	30	900
Cluj	69	68.6	6	4	2	4
Constanţa	74	81.5	3	6	3	9
Covasna	53	51.4	24	13	11	121
Călăraşi	40	62.1	15	33	18	324
Dâmboviţa	32	64.3	11	39	28	784
Dolj	50	42.6	37	19	18	324
Galaţi	60	54.4	20	9	11	121
Giurgiu	31	36.8	40	34	6	36
Gorj	43	76.8	4	26	22	484
Harghita	46	43.2	36	24	12	144
Hunedoara	76	55	19	3	16	256
Ialomiţa	42	73	5	28	23	529
Iaşi	51	48.6	29	18	11	121
Maramureş	53	49.4	26	12	14	196
Mehedinţi	49	46.8	32	20	12	144
Mureş	49	48.1	31	17	14	196
Neamţ	52	52.6	21	15	6	36
Olt	40	107.6	1	32	31	961
Prahova	52	62.9	14	25	11	121

Satu- Mare		46				49.3			27	14	13	169
Sălaj		42				52.4			22	27	5	25
Sibiu		69				45			33	5	28	784
Suceava		36				55.9			18	37	19	361
Teleorman		34				66.9			8	38	30	900
Timiş		62				85.9			2	6	6	36
Tulcea		49				63.2			13	29	4	16
Vaslui		44				44.1			34	44	10	100
Vâlcea		41				68.2			7	34	27	729
Vrancea		39				51.3			23	35	12	144

SURSA: RAPORTUL DEZVOLTĂRII UMANE, 1996

Această valoare apropiată de 0, calculată pentru anul1994 (tabel 22), indică o corelație mai puțin intensă spre deosebire de valoarea coeficientului Spearmean calculată în 1977, de 0,749 ce arată că între gradul de industrializare și gradul de urbanizare a județelor a existat o legătură directă și intensă (I. Ivănescu și colab. 1980).

3.2.3. REPREZENTAREA GRAFICĂ A DISTRIBUȚIILOR MULTIMODALE

Reprezentarea grafică a mai multor variabile se realizează în sistemul tridimensional. Cel mai simplu exemplu îl reprezintă ***diagrama în benzi*** pe care se adaugă hașurile atribuite fiecărei variabile. Astfel, pentru a reprezenta producția industriei extractive cu impact asupra mediului în România între anii 1989-1994, trei parametrii sunt antrenați în analiza multivariată: cantitatea, natura producției, timpul (figura 28).

Tabel 23. Producția principalelor produse ale industriei extractive cu impact asupra mediului

Produse	u. m.	1989	1990	1991	1992	1993	1994
cărbune	mii tone	66462	40847	35205	41238	42442	43198
țiței	mii tone	9173	7928	6791	6615	6713	6737
gaze	mil m^3	32951	28336	24807	22138	21318	19598
fier	mii tone	2482	2002	1461	1229	856	951
plumb	tone	39437	25074	16177	16697	16929	23838
zinc	tone	55451	36048	26322	25813	28017	35357
cupru	tone	47751	31974	26423	24720	25250	26034
bauxită	mii tone	345	247	200	175	186	184
sare	mii tone	5038	4262	3255	2556	2190	2201

Sursa: Culegere de date statistice,1995

Diagramele tridimensionale sunt reprezentări grafice în spațiul tridimensional. Construcția lor are la bază blocdiagramul, două axe, X, Y pentru distanțele orizontale și ordonata Z pentru înălțime.

Graficele de corelație

Aceste tipuri de grafice permit suprapunerea pe același grafic a mai multor variabile. De exemplu, temperatură, precipitații și numărul de turiști (figura 29).

PRODUCTIA PRINCIPALELOR PRODUSE ALE INDUSTRIEI EXTRACTIVE CU IMPACT ASUPRA MEDIULUI

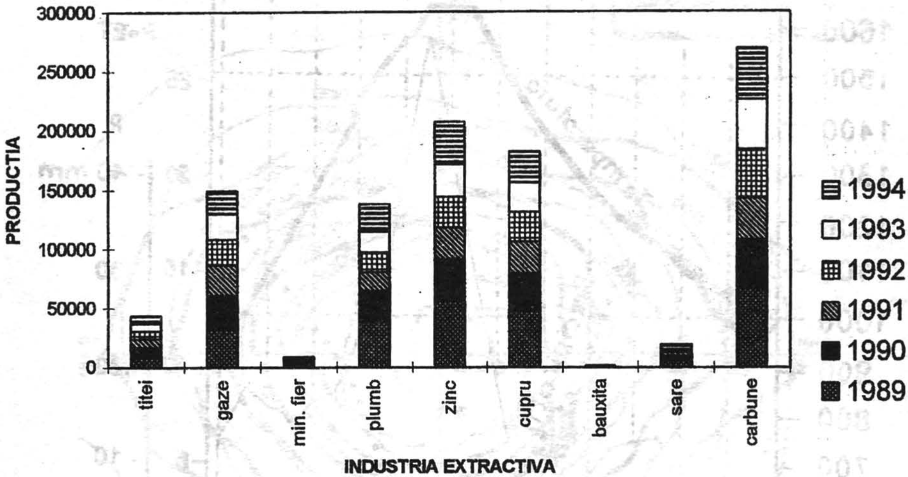


Fig. 28

Diagramele cvadruple (figura 30) sunt graficele reprezentate într-un sistem numit " rectangular" pentru că cele două axe care îl compun sunt gradate cu valori negative la stânga punctului de origine, 0 și pozitive la dreapta punctului de origine, pentru abscisă. Pentru axa ordonatelor ea este gradată negativ sub punctul de origine și pozitiv deasupra.Acest tip de grafic permite repezentatrea în mod difuz a variabilelor, ca în spațiu. Citirea acestui tip de grafic se face de la origine, cu cât fenomenul este mai intens cu atât este mai aproape de origine.Pentru a traduce mai simplu difuzarea unei caracteristici în spațiu, putem trasa izolinii. Acest tip de grafic permite observarea simultană a raporturilor între cei patru parametrii.

Graficele și scările logarotmice și semi-logaritmice.

Graficele prezentate anterior sunt realizate în mod clasic, în abcisă și ordonată pe o scară aritmetică. Scara aritmetică poate exprima într-un fel imperfect anumite variații relative. În general în reprezentarea grafică se obține o dreaptă.

GRAFIC DE CORELAȚIE

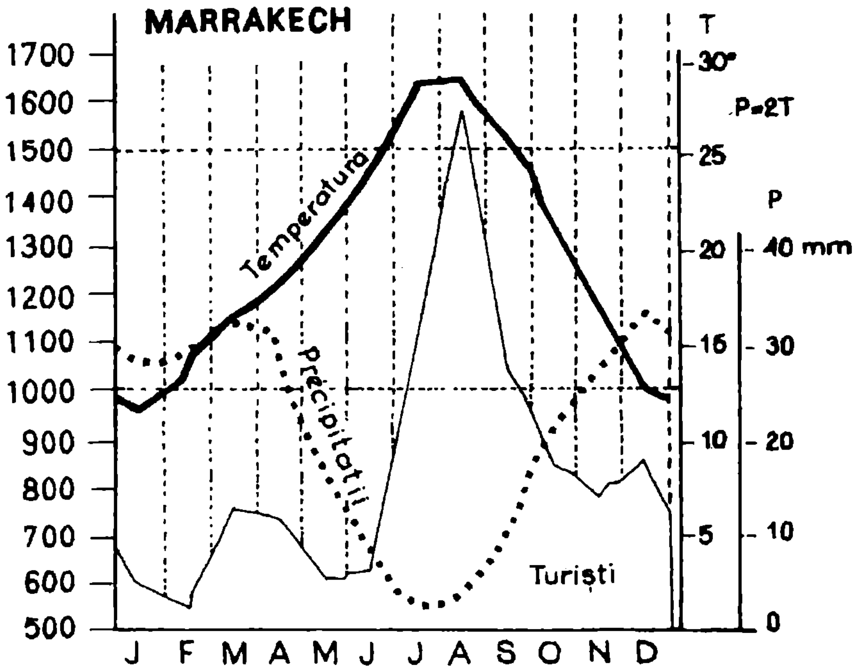


Fig. 29. Sursa Statisticile oficiului marocan de turism

STUDIUL COMPARATIV AL REPARTIȚIEI SPAȚIALE ALE LOCUITORILOR DIN PARIS ȘI LONDRA

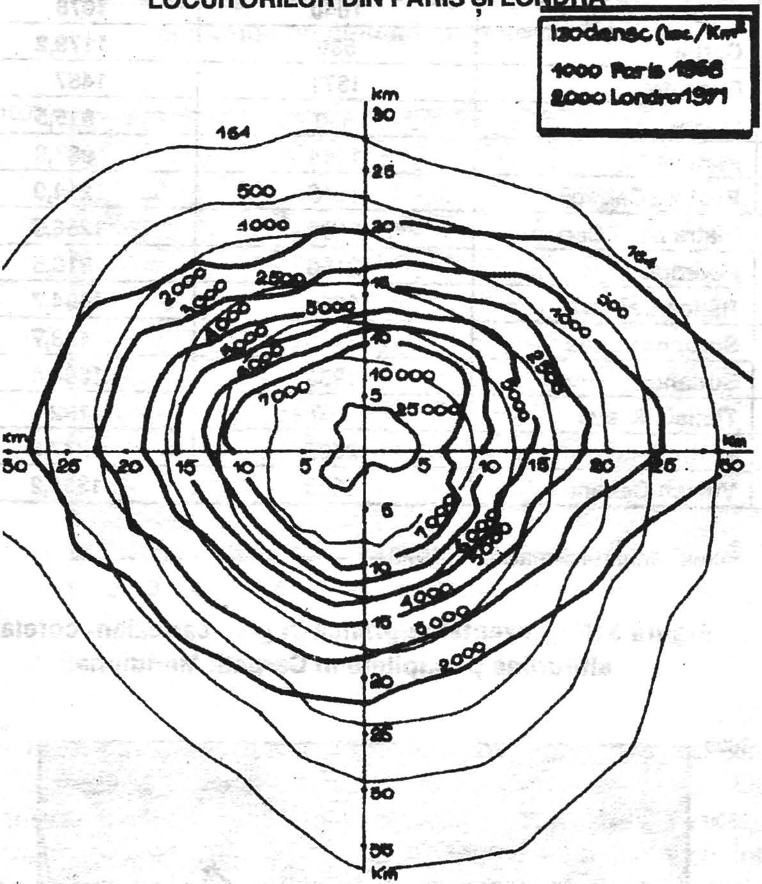


Fig. 30. Sursa: Analele C.R.U., p. 45.

Tabel 24. Analiza corelației între precipitațiile medii anuale și altitudinea reliefului în Carpații Meridionali

Nr crt.	Stația meteorologică	Altitudinea reliefului la stația meteo., m	Precipitații medii anuale. mm
1	**Azuga Captare**	**1170**	**1679**
2	**Bâlea Lac Cabană**	**2034**	**1299,5**
3	**Buta Cabană**	**1580**	**936,6**

4	**Clăbucet Plecare**	**1458**	**1163,7**
5	**Clăbucet Sosire**	**1040**	**1078**
6	**Cerna**	**530**	**1179,2**
7	**Fundata**	**1371**	**1457**
8	**Lonea**	**930**	**815,5**
9	**Păltiniș**	**1454**	**987,9**
10	**Peștera Cabană**	**1610**	**1214,9**
11	**Piatra Arsă Cabană**	**1950**	**1256,5**
12	**Podragu**	**2150**	**916,5**
13	**Rânca Cabană**	**1600**	**1594,7**
14	**Scropoasa Lac**	**1195**	**1453,7**
15	**Șurianu**	**1950**	**1664,4**
16	**Timișu de sus**	**850**	**1192**
17	**Vf. Omu**	**2505**	**1277,6**
18	**Vulcan Cabană**	**1300**	**1354,2**

Sursa: Anuarul climatologic,1972

Figura 31Reprezentarea grafica in plan cartezian- corelatia- altitudine precipitatii in Carpatii Meridionali

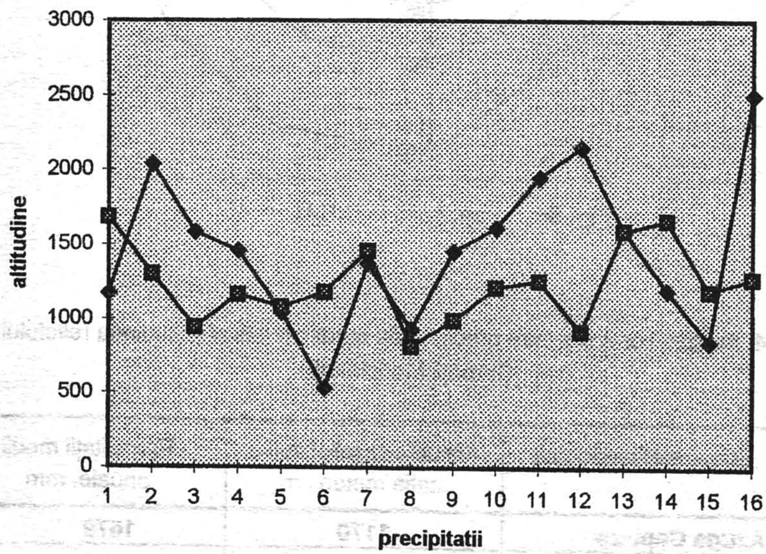
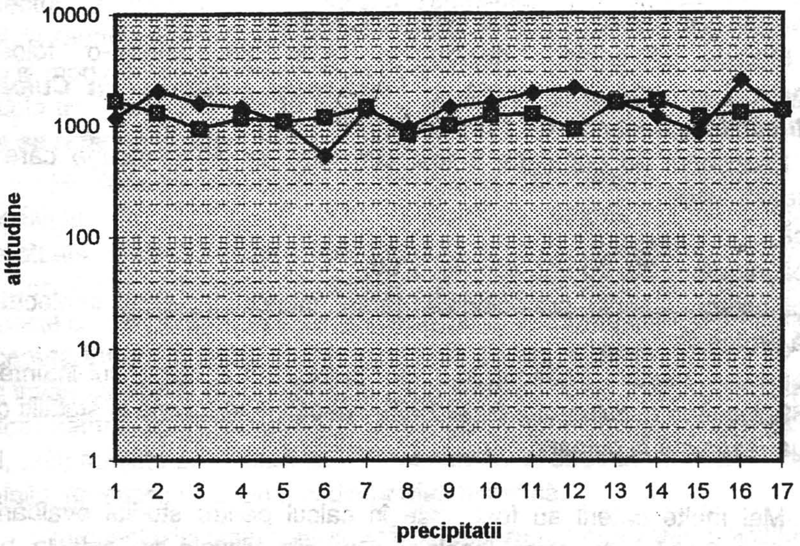


Figura 32.Reprezentarea de tip semilogaritmic- corelatia - altitudine precipitatii in Carpatii Meridionali



Reprezentarea datelor numerice într-o scară semilogaritmică și logaritmică prezintă posibilitatea mai mare de comparație a lor. Ele sunt deseori folosite pentru reprezentarea unor serii de timp. Abscisa va fi gradată cu intervale uniforme pentru unitățile de timp, iar ordonata cu intervale neuniforme pentru valorile pe care le înregistrează un fenomen cu mari variații în timp (de exemplu, parametrii climatici, hidrologici,etc.). Din cele două grafice prezentate anterior (figura 31, 32) se observă că reprezentarea în scară semilogaritmică permite relativizarea diferențelor dintre cele două variabile, în timp ce scara aritmetică evidențiază mari neconcordanțe.

3.3. METODA CHESTIONARULUI FOLOSITĂ ÎN STATISTICA GEOGRAFICĂ

Banca de date pentru geografi o reprezintă statisticile.Trebuie să facem deosebirea între statistici și statistică. Statisticile sunt date vaste furnizate de Institutele de Statistică (buletine, anuare, tabele), ele sunt materia primă a Statisticii, iar Statistica tratează date numerice cantitative și calitative.

Culegerea și interpretarea datelor se poate realiza direct din teren. Avantajul acestei metode a observației și a culegerii datelor din teren constă în caracterizarea din punct de vedere cantitativ și calitativ a informației statistice.Observația directă la teren vizează în special trăsăturile exterioare calitative ale fenomenului (Valeria Velcea, T. Moraru, 1971).

Metoda observației directe la teren am aplicat-o folosind ***chestionarul*** privind: ***Evaluarea și perceperea peisajului în Culoarul Bran-Rucăr-Dragoslavele de către localnici.***

Eșantionul de populație a fost constituit din 30 persoane care se repartizează astfel:

- după sex;
- după vârstă, < 20, 20 -40, 40– 60, > 60;
- după categoria socio- profesională (țărani, muncitori, patroni, intelectuali , fără profesie);
- după locul nașterii (născuți în culoar și locuitori ai culoarului înainte de 1989, locuitori ai culoarului după 1989, născuți în alte zone și stabiliți cu a doua reședință în culoar);

Mai multe criterii au fost luate în calcul pentru studiul evaluării și perceperii peisajului de către localnici. Criteriile vizuale au stat la baza realizării chestionarului:

- relieful puternic accidentat (chei, abrupturi)
- cursuri de apă
- dominanța pădurilor
- predominarea pajiștilor și a pășunilor
- flora și a fauna
- prezența livezilor ;
- arhitectura tradițională;
- case izolate , cătune;
- construcții istorice;
- diminuarea activității agricole tradiționale;

La nivelul ansamblului de răspunsuri, putem afirma că localnicii chestionați au răspuns în proporție de 80%, 15% răspunsuri nereprezentative și 5% nu au răspuns.

Pe categorii socio-profesionale situația răspunsurilor este următoarea. Majoritatea țăranilor , dovedesc mari dificultăți în a percepe peisajul și modificărille ce au avut loc, în comparație cu intelectualii care se pronunță pozitiv și net pentru protejarea peisajului, semnalând și modificarile ce au avut loc.

Persoanele născute și crescute în culoar se pronuță mai puțin pentru protejarea peisajului, iar cei care s-au stabilit după 1990 (case de vacanță) sunt interesați de protejarea peisajului. Localnicii (țăranii, muncitorii) nu-au semnalat" ***alterarea peisajului"***, alterare dată de dispariția livezilor, a arhitecturii tradiționale, a materialulu tradițional, poluarea râurilor, dispariția florei, a faunei, modificarea structuri vechi a satelor prin construirea de noi case în mod haotic. Interesant este apariția criteriului de diminuare a activității agricole tradiționale, ***care nu este un element peisagistic, pur vizual, dar care se reflectă în structura peisajului.***

Modificarea arhitecturii din punct de vedere tradițional și al materialului de construcție este sesizată și semnalată de persoanele intelectuale, > de 60 de ani. Noii rezidenți care au construit case ce nu au nimic comun cu arhitectura tradițională și cu specificul zonei, sunt insensibili la aceste criterii de evaluare. Dispariția florei și a faunei, tăierea pădurilor este percepută tot de intelectualii de peste 60 de ani și de tinerii sub 20 de ani care învață la școlile de la oraș (Zărnești, Brașov). Cele mai puține răspunsuri au fost semnalate la protecția și dispariția florei și faunei. Dispariția faunei (lupi, urși) nu este percepută ca un fapt negativ în structura peisajului de către localnici (în special ciobani), ci dimpotrivă benefică.

În concluzie putem afirma că perceperea și evaluarea peisajului nu îi vizează numai pe geografi, ecologi ș.a., ci și pe localnicii unei regiuni, aceștia fiind, de altfel, ***"responsabili de modificările peisajului"***. În continuare prezentăm modelul de chestionar folosit pentru evaluarea peisajului din Culoarul Bran– Rucăr– Dragoslavele.

CHESTIONAR PRIVIND EVALUAREA ȘI PERCEPEREA PEISAJULUI DIN CULOARUL BRAN– RUCĂR-DRAGOSLAVELE

REGIUNEA: **....CULOARUL BRAN – RUCĂR-DRAGOSLAVELE....**
NUMĂR DE PERSOANE CHESTIONATE :....30...
VARSTA:

< 20ani ☐

20– 40 ani ☐

40– 60 ani ☐

> 60 ani ☐

CATEGORIA SOCIO – PROFESIONALĂ:

ȚĂRANI ☐

MUNCITORI ☐

PARTICULARI ☐

INTELECTUALI ☐

FĂRĂ PROFESIE ☐

LOCUL DE REȘEDINȚĂ:

NĂSCUȚI ÎN CULOAR ȘI LOCUITORI AI CULOARULUI ÎNAINTE DE 1989 ☐

LOCUITORI AI CULOARULUI DUPĂ 1989 ☐

NĂSCUȚI ÎN ALTĂ REGIUNE ȘI STABILIȚI ÎN CULOAR CU A DOUA REȘEDINȚĂ ☐

CRITERIILE DE EVALUARE A PEISAJULUI:

- 1. În deteriorarea peisajului tăierea pădurilor o considerați:

a) semnificativă ❐

b) puțin semnificativă ❐

- 2. Relieful accidentat reprezentat de chei, abrupturi îl considerați:

a) de mare interes ❐ b) de interes limitat ❐

c) nesemnificativ în evaluarea peisajului ❐

- 3.Cum vedeți modificarea arhitecturii tradiționale, ca stil și materiale de construcții ?

a) este rău ❐ b) este bine ❐

c) vă este indiferent ❐

- 4.Credeți că construcția noilor case va modifica structura tipică a satelor , va altera peisajul?

a) da ❐ b) nu ❐

- 5.Pentru peisaj dispariția florei , faunei o considerați :

a) benefică ❐ b) dăunătoare ❐

- 6.Ce element peisagistic îl considerați cel mai puternic modificat, mai deteriorat:

a) pădurea ❐ b) arhitectura tradițonală ❐ c) livezile ❐

• 7. Sunteți de acord cu dezvoltarea turismului ?

a) da ☐ b)nu ☐

• 8. Credeți că practicarea turismului în mod necontrolat ar duce la degradarea peisajului ?

a) da ☐ b) nu ☐ c) nu știu ☐

• 9. Credeți că turismul se poate practica simultan cu agricultura tradițională (oierit, creșterea vitelor)?

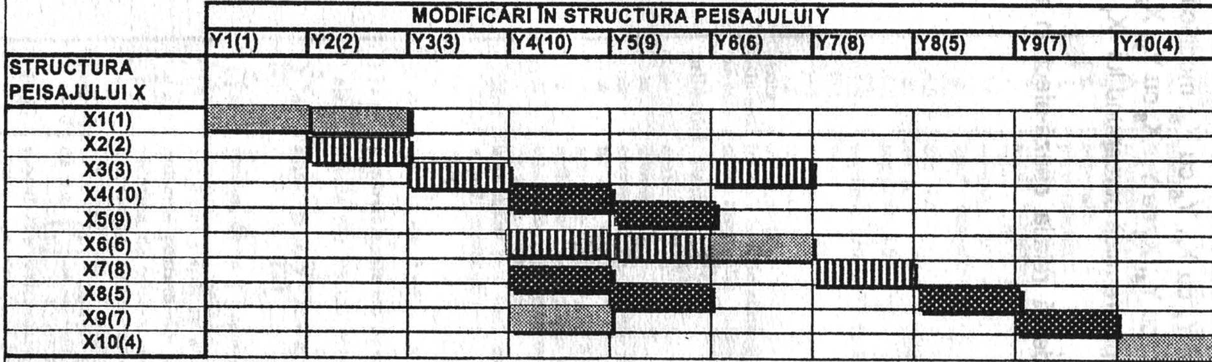
a) da ☐ b) nu ☐ c) nu știu ☐

3.3.1. MATRICEA APLICATĂ ÎN GEOGRAFIE. Pornind de la același principiu de realizare al tabelului cu dublă intrare (vezi pagina 46) vom prezenta în continuare metoda prin care se poate realiza ***matricea aplicată în geografie***:

- se gestionează toate acțiunile, apoi se listează în liniile și coloanele matricei, astfel, pe linii trecem acțiunile avute în vedere (în cazul nostru structura peisajului) iar pe coloane posibilele impacturi (modificări în structura peisajului, vezi tabel nr. 25);
- după ce am trecut în revistă matricea înscriem în primele căsuțe din stânga matricei cifre de la 1 la 10 (pe verticală) ***care indică importanța teoretică a acțiunilor inventariate*** (10 reprezintă punctajul maxim, 1 punctajul minim). În primele căsuțe din partea superioară a matricei, pe orizontală se înscriu valorile de la 1 la 10 ***care indică semnificația relativă a impactului*** (10 reprezintă valoarea maximă, iar 1 cea minimă);
- variantele variabilelor X și Y se obțin de pe hărțile topografice de diferite ediții care surprind modificările în timp, aerofotograme, teren și din chestionarul aplicat direct localnicilor;
- textul care însoțește matricea va fi un comentariu al celor mai reprezentative modificări ale peisajului; fiecare căsuță a matricei reprezintă, cauză-efect,între o acțiune și un impact;

Pentru matricea de evaluare a peisajului aplicată culoarului Bran-Rucăr-Dragoslavele ***variabila X*** (structura peisajului) și ***variabila Y*** (modificări în structura peisajului) prezintă 10 variante (X_1, X_2,....X_{10} ; Y_1,

Tabel 25. MATRICEA APLICATĂ EVALUĂRII PEISAJULUI DIN CULOARUL BRAN- RUCĂR DRAGOSLAVELE



LEGENDA

MODIFICĂRI DE AMPLOARE MARE

MODIFICĂRI DE AMPLOARE MEDIE

MODIFICĂRI DE AMPLOARE MICĂ

STRUCTURA PEISAJULUI X

X1 APTITUDINI TOPOGRAFICE(suprafeţe cu topostabilitate mare, nivele de eroziune, terase)
X2 INAPTITUDINI TOPOGRAFICE(energie de relief mare)
X3 INAPTITUDINI TOPOGRAFICE(declivitate mare, versanţi abrupţi)
X4 APTITUDINI PEDO- TOPOGRAFICE(ocuparea solului)
X5 APTITUDINI PEDO-TOPOGRAFICE (utilizarea solului, păşuni şi fâneţe, teren arabil, livezi)
X6 INAPTITUDINI PEDO-TOPOGRAFICE (aflorimente- blocuri de calcare)
X7 ELEMENTE VEGETALE (păduri)
X8 ELEMENTE VEGETALE (specii declarate monumente ale naturii)
X9 ELEMENTE CARE ÎMBOGĂŢESC PEISAJUL(prezenţa aşezărilor)
X10 ELEMENTE CARE ÎMBOGĂŢESC PEISAJUL(prezenţa monumentelor istorice)

MODIFICĂRI ÎN STRUCTURA PEISAJULUI Y

Y1 SUPRAFEŢE FĂRĂ RESTRICŢII
Y2 EROZIUNE ÎN SUPRAFAŢĂ
Y3 PROCESE GRAVITAŢIONALE
Y4 MODIFICĂRI ÎN FUNCŢIONALITATEA TERITORIULUI
Y5 SUPRAPĂŞUNAT, ACTIVITATE INADECVATĂ TOPOSTABILITĂŢII TERENULUI
Y6 SCOATEREA DE TERENURI DIN CIRCUITUL AGRICOL
Y7 DEFRIŞĂRI
Y8 DISPARIŢIA SPECIILOR RARE
Y9 MODIFICAREA ARHITECTURII TRADIŢIONALE
Y10 DETERIORAREA MONUMENTELOR ISTORICE

Y_2,....Y_{10}) cărora le sunt atribuite valori numerice (de la 1 la 10) în funcție de semnificația lor în evaluarea peisajului (vezi matricea de evaluare, tabel numărul 25). Urmărind câte valori ale variabilei X se asociază lui Y și invers, observăm că modificările de amploare mare în structura peisajului corespund variantelor X_2 cu Y_2, X_3 cu Y_3 X_7 cu Y_7 și Y_4 cu X_6, Y_5 cu X_6; modificările de amploare medie corespund variantelor X_4 cu Y_4, X_5 cu Y_5, X_8 cu Y_8, X_9 cu Y_9 și Y_5 cu X_8, Y_4 cu X_7; modificările de amploare mică corespund lui X_1 cu Y_1, X_6 cu Y_6, X_{10} cu Y_{10} și Y_4 cu X_9, Y_2 cu X_1.

Aplicarea matricei pune în evidență relația cauză-efect în analiza proceselor și fenomenelor geografice.

ANEXA I SIMBOLURI MATEMATICE

Simbol	Explicaţia
Geometrie	
$\sim$	similar
$\cong$	congruent
$\triangle$	triunghi; $\triangle ABC$
$\parallel$	paralel
$\nparallel$	neparalel
$\perp$	perpendicular
$\sphericalangle$	unghi, $\sphericalangle ABC$
$^\circ$	grade sexagesimale
$'$	minut, $60' = 1^\circ$
$''$	secundă, $60'' = 1'$.
^{g}	grade centezimale
$\overset{\frown}{AB}$	arc AB
$\overset{\frown}{\alpha}$	arc α
AB	segment AB
$\overrightarrow{AB}$	segment orientat, de la A la B
sin	sinus
cos	cosinus
tg	tangentă
cotg	cotangentă
arcsin etc.	inversa funcţie sinus etc.
sh etc.	sinus hiperbolic
Aritmetică, algebră	
$=$	egal
$\equiv$	identic
$\triangleq$	corespunde la; de ex. $100^g \triangleq 90^\circ$
$\neq$	nu este egal
$<$	mai mic decît; $a < b$
$>$	mai mare decît; $b > a$
$\leqslant$	mai mic sau egal cu; de ex. $a \leqslant 0$, nepozitiv
$\geqslant$	mai mare sau egal cu; de ex. $a \geqslant 0$, nenegativ
$+$	plus
$-$	minus
$\cdot$; $\times$	ori; de ex. $3 \cdot 4$, 3×4
$:$; $/$; $-$	împărţit la; de ex. $3:4$; $2/3$; $\frac{3}{5}$
$a \mid b$	divide pe: de ex. $3 \mid 12$
$\sum_{i=1}^{n} a_i$	suma, de ex. $\sum_{i=1}^{3} a_i = a_1 + a_2 + a_3$
$\prod_{i=1}^{n} a_i$	produs, de ex. $\prod_{i=1}^{3} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3$
a^n	a la puterea n, de ex. $a^3 = a \cdot a \cdot a$
$\sqrt{a}$	rădăcina pătrată din a
$\sqrt[n]{a}$	rădăcina de ordinul n din a
$n!$	n factorial, de ex. $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3$
$C_n^k = \binom{n}{k}$	combinări de n luate cîte k; de ex. $\binom{6}{3} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3}$
$\lvert a \rvert$	modul sau valoarea absolută a lui a: de ex. $\lvert -7 \rvert = 7$
$\log_b$	logaritm în baza b
lg	logaritm în baza 10
ln	logaritm natural în baza e
e	2,718 ...
i	unitate imaginară, $i^2 = -1$
$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$, $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$	produs scalar a doi vectori
$\mathbf{a} \times \mathbf{b}$, $[\mathbf{a}, \mathbf{b}]$	produs vectorial a doi vectori
$(a_{ik}) = A$	matrice cu elemente a_{ik}
$[a_{ik}] = $ $= \det A$	determinant al matricei pătrate A
$\equiv (\mathrm{mod}\ m)$	congruent mod m, de ex. $12 \equiv$ $\equiv 2 (\mathrm{mod}\ 5)$
Analiză	
(a, b)	interval deschis $a < x < b$
$[a, b]$	interval închis $a \leqslant x \leqslant b$
∞	infinit
π	pi $= 3,14159 \ldots$
$\to$	tinde la, converge la
lim	limită
$\approx$	aproximativ egal
d	simbol al diferenţialelor
$\frac{dy}{dx}$, y'	dy pe dx; raport diferenţial; derivată
$\frac{d^n y}{dx^n}$, $y^{(n)}$	derivata de ordinul n
∂	simbolul derivării parţiale
∇	operatorul nabla
Δ	operatorul lui Laplace
δf	delta f, variaţia lui f
$\int f(x)\,dx$	integrala nedefinită
$\int_a^b f(x)\,dx$	integrala definită
Teoria mulţimilor	
$\in$	element al, aparţine; de ex. $a \in \{a, b\}$
$\notin$	nu este element al; nu aparţine; de ex. $c \notin \{a, b\}$
$\subseteq$	inclus în
$\subset$	submulţime proprie, de ex. $\{a\} \subset \{a, b\}$
$\cup$	reunit cu, de ex. $\{a\} \cup \{b\} =$ $= \{a, b\}$
$\cap$	intersectat cu, de ex. $\{a, b\} \cap \{b, c\} =$ $= \{b\}$
$\varnothing$	mulţime vidă
Logică	
$\neg$	negaţie
$\wedge$	şi (conjuncţie)
$\vee$	sau (disjuncţie)
$\to$	dacă ..., atunci (implicaţie)
$\leftrightarrow$	dacă şi numai dacă (echivalenţă)
$\exists$	există (cuantificator existenţial)
$\forall$	pentru orice (cuantificator universal)

Sursa: Mică Enciclopedie Matematică, 1980

ANEXA I SIMBOLURI MATEMATICE

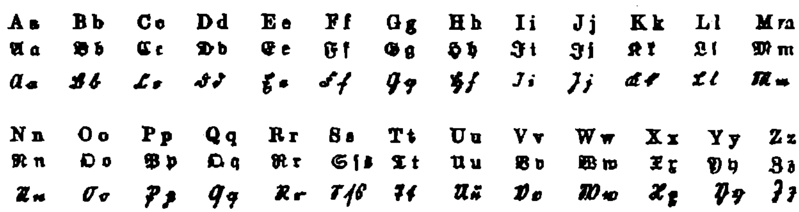
Constante folosite în mod curent

	z	$\lg z$		z	$\lg z$		z	$\lg z$
π	3.1416	0.4971	$1/2\pi$	0.1592	0.2018−1	$1/e$	0.3679	0.5657−1
2π	6.2832	0.7982	$1/4\pi$	0.0796	0.9008−2	M	0.4343	0.6378−1
3π	9.4248	0.9743	π^2	9.8696	0.9943	$1/M$	2.3026	0.3622
4π	12.566	1.0992	$4\pi^2$	39.478	1.5964	e^2	7.3891	0.8686
$2\pi/3$	2.0944	0.3211	$\pi^2/4$	2.4674	0.3922	$1/e^2$	0.13534	0.1314−1
$4\pi/3$	4.1888	0.6221	$1/\pi^2$	0.1013	0.0057−1	$\sqrt{e}$	1.6487	0.2171
$\pi/2$	1.5708	0.1961	$1/(4\pi^2)$	0.0253	0.4036−2	e^π	23.141	1.3644
$\pi/3$	1.0472	0.0200	$\sqrt{\pi}$	1.7725	0.2486	g	9.81	0.9917
$\pi/4$	0.7854	0.8951−1	$\sqrt{2\pi}$	2.5066	0.3991	g^2	96.236	1.9833
$\pi/6$	0.5236	0.7190−1	$\sqrt{(\pi/2)}$	1.2533	0.0981	$1/g$	0.1019	0.0083−1
$\pi\sqrt{2}$	4.4429	0.6477	$1/\sqrt{\pi}$	0.5642	0.7514−1	$1/(2g)$	0.0510	0.7073−2
$\pi\sqrt{3}$	5.4414	0.7357	$1/\sqrt{(2\pi)}$	0.3989	0.6009−1	$1/g^2$	0.0104	0.0167−2
$\pi/\sqrt{2}$	2.2214	0.3466	$\sqrt{(2/\pi)}$	0.7979	0.9019−1	$\sqrt{g}$	3.1321	0.4958
$\pi/\sqrt{3}$	1.8138	0.2586	e	2.7183	0.4343	$\sqrt{(2g)}$	4.4294	0.6463
$1/\pi$	0.3183	0.5029−1				$1/\sqrt{g}$	0.3193	0.5042−1

Alfabetul grec

Litera		Se citește	Transliterarea	Litera		Se citește	Transliterarea	Litera		Se citește	Transliterarea
Α	α	alfa	a	Ι	ι	iota	i	Ρ	ρ	ro	r
Β	β	beta	b	Κ	κ	kapa	c, k	Σ	σ	sigma	s
Γ	γ	gama	g, n	Λ	λ	lambda	l	Τ	τ	tau	t
Δ	δ	delta	d	Μ	μ	miu	m	Υ	υ	ipsilon	y, u
Ε	ε	epsilon	e	Ν	ν	niu	n	Φ	φ	fi	ph
Ζ	ζ	zeta	z	Ξ	ξ	csi	x	Χ	χ	hi	ch
Η	η	eta	e	Ο	ο	omicron	o	Ψ	ψ	psi	ps
Θ	ϑ	teta	th	Π	π	pi	p	Ω	ω	omega	o

Alfabetul gotic



Cifre romane

I 1	V 5	X 10	L 50	C 100	D 500	M 1000			
I 1	II 2	III 3	IV 4	V 5	VI 6	VII 7	VIII 8	IX 9	X 10
XX 20	XXX 30	XL 40	L 50	LX 60	LXX 70	LXXX 80	XC 90	IC 99	C 100
CC 200	CCC 300	CD 400	D 500	DC 600	DCC 700	DCCC 800	CM 900	XM 990	M 1000

MCDXCVI 1496   MDCCCLXXXIII 1883   MCMIL 1949   MCMLXXIV 1974

Sursa: Mică Enciclopedie Matematică, 1980

ANEXA II PĂTRATUL NUMERELOR

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1.000	1.020	1.040	1.061	1.082	1.102	1.124	1.145	1.166	1.188
1.1	1.210	1.232	1.254	1.277	1.300	1.322	1.346	1.369	1.392	1.416
1.2	1.440	1.464	1.488	1.513	1.538	1.562	1.588	1.613	1.638	1.664
1.3	1.690	1.716	1.742	1.769	1.796	1.822	1.850	1.877	1.904	1.932
1.4	1.960	1.988	2.016	2.045	2.074	2.102	2.132	2.161	2.190	2.220
1.5	2.250	2.280	2.310	2.341	2.372	2.402	2.434	2.465	2.496	2.528
1.6	2.560	2.592	2.624	2.657	2.690	2.722	2.756	2.789	2.822	2.856
1.7	2.890	2.924	2.958	2.993	3.028	3.062	3.098	3.133	3.168	3.204
1.8	3.240	3.276	3.312	3.349	3.386	3.422	3.460	3.497	3.534	3.572
1.9	3.610	3.648	3.686	3.725	3.764	3.802	3.842	3.881	3.920	3.960
2.0	4.000	4.040	4.080	4.121	4.162	4.202	4.244	4.285	4.326	4.368
2.1	4.410	4.452	4.494	4.537	4.580	4.622	4.666	4.709	4.752	4.796
2.2	4.840	4.884	4.928	4.973	5.018	5.062	5.108	5.153	5.198	5.244
2.3	5.290	5.336	5.382	5.429	5.476	5.522	5.570	5.617	5.664	5.712
2.4	5.760	5.808	5.856	5.905	5.954	6.002	6.052	6.101	6.150	6.200
2.5	6.250	6.300	6.350	6.401	6.452	6.502	6.554	6.605	6.656	6.708
2.6	6.760	6.812	6.864	6.917	6.970	7.022	7.076	7.129	7.182	7.236
2.7	7.290	7.344	7.398	7.453	7.508	7.562	7.618	7.673	7.728	7.784
2.8	7.840	7.896	7.952	8.009	8.066	8.122	8.180	8.237	8.294	8.352
2.9	8.410	8.468	8.526	8.585	8.644	8.702	8.762	8.821	8.880	8.940
3.0	9.000	9.060	9.120	9.181	9.242	9.302	9.364	9.425	9.486	9.548
3.1	9.610	9.672	9.734	9.797	9.860	9.922	9.986	10.05	10.11	10.18
3.2	10.24	10.30	10.37	10.43	10.50	10.56	10.63	10.69	10.76	10.82
3.3	10.89	10.96	11.02	11.09	11.16	11.22	11.29	11.36	11.42	11.49
3.4	11.56	11.63	11.70	11.76	11.83	11.90	11.97	12.04	12.11	12.18
3.5	12.25	12.32	12.39	12.46	12.53	12.60	12.67	12.74	12.82	12.89
3.6	12.96	13.03	13.10	13.18	13.25	13.32	13.40	13.47	13.54	13.62
3.7	13.69	13.76	13.84	13.91	13.99	14.06	14.14	14.21	14.29	14.36
3.8	14.44	14.52	14.59	14.67	14.75	14.82	14.90	14.98	15.05	15.13
3.9	15.21	15.29	15.37	15.44	15.52	15.60	15.68	15.76	15.84	15.92
4.0	16.00	16.08	16.16	16.24	16.32	16.40	16.48	16.56	16.65	16.73
4.1	16.81	16.89	16.97	17.06	17.14	17.22	17.31	17.39	17.47	17.56
4.2	17.64	17.72	17.81	17.89	17.98	18.06	18.15	18.23	18.32	18.40
4.3	18.49	18.58	18.66	18.75	18.84	18.92	19.01	19.10	19.18	19.27
4.4	19.36	19.45	19.54	19.62	19.71	19.80	19.89	19.98	20.07	20.16
4.5	20.25	20.34	20.43	20.52	20.61	20.70	20.79	20.88	20.98	21.07
4.6	21.16	21.25	21.34	21.44	21.53	21.62	21.72	21.81	21.90	22.00
4.7	22.09	22.18	22.28	22.37	22.47	22.56	22.66	22.75	22.85	22.94
4.8	23.04	23.14	23.23	23.33	23.43	23.52	23.62	23.72	23.81	23.91
4.9	24.01	24.11	24.21	24.30	24.40	24.50	24 60	24.70	24.80	24.90
5.0	25.00	25.10	25.20	25.30	25.40	25.50	25.60	25.70	25.81	25.91
5.1	26.01	26.11	26.21	26.32	26.42	26.52	26.63	26.73	26.83	26.94
5.2	27.04	27.14	27.25	27.35	27.46	27.56	27.67	27.77	27.88	27.98
5.3	28.09	28.20	28.30	28.41	28.52	28.62	28.73	28.84	28.94	29.05
5.4	29.16	29.27	29.38	29.48	29.59	29.70	29.81	29.92	30.03	30.14
5.5	30.25	30.36	30.47	30.58	30.69	30.80	30.91	31.02	31.14	31.25

Sursa: Mică Enciclopedie Matematică, 1980

ANEXA II PĂTRATUL NUMERELOR

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	30.25	30.36	30.47	30.58	30.69	30.80	30.91	31.02	31.14	31.25
5.6	31.36	31.47	31.58	31.70	31.81	31.92	32.04	32.15	32.26	32.38
5.7	32.49	32.60	32.72	32.83	32.95	33.06	33.18	33.29	33.41	33.52
5.8	33.64	33.76	33.87	33.99	34.11	34.22	34.34	34.46	34.57	34.69
5.9	34.81	34.93	35.05	35.16	35.28	35.40	35.52	35.64	35.76	35.88
6.0	36.00	36.12	36.24	36.36	36.48	36.60	36.72	36.84	36.97	37.09
6.1	37.21	37.33	37.45	37.58	37.70	37.82	37.95	38.07	38.19	38.32
6.2	38.44	38.56	38.69	38.81	38.94	39.06	39.19	39.31	39.44	39.56
6.3	39.69	39.82	39.94	40.07	40.20	40.32	40.45	40.58	40.70	40.83
6.4	40.96	41.09	41.22	41.34	41.47	41.60	41.73	41.86	41.99	42.12
6.5	42.25	42.38	42.51	42.64	42.77	42.90	43.03	43.16	43.30	43.43
6.6	43.56	43.69	43.82	43.96	44.09	44.22	44.36	44.49	44.62	44.76
6.7	44.89	45.02	45.16	45.29	45.43	45.56	45.70	45.83	45.97	46.10
6.8	46.24	46.38	46.51	46.65	46.79	46.92	47.06	47.20	47.33	47.47
6.9	47.61	47.75	47.89	48.02	48.16	48.30	48.44	48.58	48.72	48.86
7.0	49.00	49.14	49.28	49.42	49.56	49.70	49.84	49.98	50.13	50.27
7.1	50.41	50.55	50.69	50.84	50.98	51.12	51.27	51.41	51.55	51.70
7.2	51.84	51.98	52.13	52.27	52.42	52.56	52.71	52.85	53.00	53.14
7.3	53.29	53.44	53.58	53.73	53.88	54.02	54.17	54.32	54.46	54.61
7.4	54.76	54.91	55.06	55.20	55.35	55.50	55.65	55.80	55.95	56.10
7.5	56.25	56.40	56.55	56.70	56.85	57.00	57.15	57.30	57.46	57.61
7.6	57.76	57.91	58.06	58.22	58.37	58.52	58.68	58.83	58.98	59.14
7.7	59.29	59.44	59.60	59.75	59.91	60.06	60.22	60.37	60.53	60.68
7.8	60.84	61.00	61.15	61.31	61.47	61.62	61.78	61.94	62.09	62.25
7.9	62.41	62.57	62.73	62.88	63.04	63.20	63.36	63.52	63.68	63.84
8.0	64.00	64.16	64.32	64.48	64.64	64.80	64.96	65.12	65.29	65.45
8.1	65.61	65.77	65.93	66.10	66.26	66.42	66.59	66.75	66.91	67.08
8.2	67.24	67.40	67.57	67.73	67.90	68.08	68.23	68.39	68.56	68.72
8.3	68.89	69.06	69.22	69.39	69.56	69.72	69.89	70.06	70.22	70.39
8.4	70.56	70.73	70.90	71.06	71.23	71.40	71.57	71.74	71.91	72.08
8.5	72.25	72.42	72.59	72.76	72.93	73.10	73.27	73.44	73.62	73.79
8.6	73.96	74.13	74.30	74.48	74.65	74.82	75.00	75.17	75.34	75.52
8.7	75.69	75.86	76.04	76.21	76.39	76.56	76.74	76.91	77.09	77.26
8.8	77.44	77.62	77.79	77.97	78.15	78.32	78.50	78.68	78.85	79.03
8.9	79.21	79.39	79.57	79.74	79.92	80.10	80.28	80.46	80.64	80.82
9.0	81.00	81.18	81.36	81.54	81.72	81.90	82.08	82.26	82.45	82.63
9.1	82.81	82.99	83.17	83.36	83.54	83.72	83.91	84.09	84.27	84.46
9.2	84.64	84.82	85.01	85.19	85.38	85.56	85.75	85.93	86.12	86.30
9.3	86.49	86.68	86.86	87.05	87.24	87.42	87.61	87.80	87.98	88.17
9.4	88.36	88.55	88.74	88.92	89.11	89.30	89.49	89.68	89.87	90.06
9.5	90.25	90.44	90.63	90.82	91.01	91.20	91.39	91.58	91.78	91.97
9.6	92.16	92.35	92.54	92.74	92.93	93.12	93.32	93.51	93.70	93.90
9.7	94.09	94.28	94.48	94.67	94.87	95.06	95.26	95.45	95.65	95.84
9.8	96.04	96.24	96.43	96.63	96.83	97.02	97.22	97.42	97.61	97.81
9.9	98.01	98.21	98.41	98.60	98.80	99.00	99.20	99.40	99.60	99.80
10.0	100.0	100.2	100.4	100.6	100.8	101.0	101.2	101.4	101.6	101.8

Sursa: Mică Enciclopedie Matematică, 1980

ANEXA III CUBUL NUMERELOR

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1.000	1.030	1.061	1.093	1.125	1.158	1.191	1.225	1.260	1.295
1.1	1.331	1.368	1.405	1.443	1.482	1.521	1.561	1.602	1.643	1.685
1.2	1.728	1.772	1.816	1.861	1.907	1.953	2.000	2.048	2.097	2.147
1.3	2.197	2.248	2.300	2.353	2.406	2.460	2.515	2.571	2.628	2.686
1.4	2.744	2.803	2.863	2.924	2.986	3.049	3.112	3.177	3.242	3.308
1.5	3.375	3.443	3.512	3.582	3.652	3.724	3.796	3.870	3.944	4.020
1.6	4.096	4.173	4.252	4.331	4.411	4.492	4.574	4.657	4.742	4.827
1.7	4.913	5.000	5.088	5.178	5.268	5.359	5.452	5.545	5.640	5.735
1.8	5.832	5.930	6.029	6.128	6.230	6.332	6.435	6.539	6.645	6.751
1.9	6.859	6.968	7.078	7.189	7.301	7.415	7.530	7.645	7.762	7.881
2.0	8.000	8.121	8.242	8.365	8.490	8.615	8.742	8.870	8.999	9.129
2.1	9.261	9.394	9.528	9.664	9.800	9.938	10.08	10.22	10.36	10.50
2.2	10.65	10.79	10.94	11.09	11.24	11.39	11.54	11.70	11.85	12.01
2.3	12.17	12.33	12.49	12.65	12.81	12.98	13.14	13.31	13.48	13.65
2.4	13.82	14.00	14.17	14.35	14.53	14.71	14.89	15.07	15.25	15.44
2.5	15.62	15.81	16.00	16.19	16.39	16.58	16.78	16.97	17.17	17.37
2.6	17.58	17.78	17.98	18.19	18.40	18.61	18.82	19.03	19.25	19.47
2.7	19.68	19.90	20.12	20.35	20.57	20.80	21.02	21.25	21.48	21.72
2.8	21.95	22.19	22.43	22.67	22.91	23.15	23.39	23.64	23.89	24.14
2.9	24.39	24.64	24.90	25.15	25.41	25.67	25.93	26.20	26.46	26.73
3.0	27.00	27.27	27.54	27.82	28.09	28.37	28.65	28.93	29.22	29.50
3.1	29.79	30.08	30.37	30.66	30.96	31.26	31.55	31.86	32.16	32.46
3.2	32.77	33.08	33.39	33.70	34.01	34.33	34.65	34.97	35.29	35.61
3.3	35.94	36.26	36.59	36.93	37.26	37.60	37.93	38.27	38.61	38.96
3.4	39.30	39.65	40.00	40.35	40.71	41.06	41.42	41.78	42.14	42.51
3.5	42.88	43.24	43.61	43.99	44.36	44.74	45.12	45.50	45.88	46.27
3.6	46.66	47.05	47.44	47.83	48.23	48.63	49.03	49.43	49.84	50.24
3.7	50.65	51.06	51.48	51.90	52.31	52.73	53.16	53.58	54.01	54.44
3.8	54.87	55.31	55.74	56.18	56.62	57.07	57.51	57.96	58.41	58.86
3.9	59.32	59.78	60.24	60.70	61.16	61.63	62.10	62.57	63.04	63.52
4.0	64.00	64.48	64.96	65.45	65.94	66.43	66.92	67.42	67.92	68.42
4.1	68.92	69.43	69.93	70.44	70.96	71.47	71.99	72.51	73.03	73.56
4.2	74.09	74.62	75.15	75.69	76.23	76.77	77.31	77.85	78.40	78.95
4.3	79.51	80.06	80.62	81.18	81.75	82.31	82.88	83.45	84.03	84.60
4.4	85.18	85.77	86.35	86.94	87.53	88.12	88.72	89.31	89.92	90.52
4.5	91.12	91.73	92.35	92.96	93.58	94.20	94.82	95.44	96.07	96.70
4.6	97.34	97.97	98.61	99.25	99.90	100.5	101.2	101.8	102.5	103.2
4.7	103.8	104.5	105.2	105.8	106.5	107.2	107.9	108.5	109.2	109.9
4.8	110.6	111.3	112.0	112.7	113.4	114.1	114.8	115.5	116.2	116.9
4.9	117.6	118.4	119.1	119.8	120.6	121.3	122.0	122.8	123.5	124.3
5.0	125.0	125.8	126.5	127.3	128.0	128.8	129.6	130.3	131.1	131.9
5.1	132.7	133.4	134.2	135.0	135.8	136.6	137.4	138.2	139.0	139.8
5.2	140.6	141.4	142.2	143.1	143.9	144.7	145.5	146.4	147.2	148.0
5.3	148.9	149.7	150.6	151.4	152.3	153.1	154.0	154.9	155.7	156.6
5.4	157.5	158.3	159.2	160.1	161.0	161.9	162.8	163.7	164.6	165.5
5.5	166.4	167.3	168.2	169.1	170.0	171.0	171.9	172.8	173.7	174.7

Sursa: Mică Enciclopedie Matematică, 1980

ANEXA III CUBUL NUMERELOR

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	166.4	167.3	168.2	169.1	170.0	171.0	171.9	172.8	173.7	174.7
5.6	175.6	176.6	177.5	178.5	179.4	180.4	181.3	182.3	183.3	184.2
5.7	185.2	186.2	187.1	188.1	189.1	190.1	191.1	192.1	193.1	194.1
5.8	195.1	196.1	197.1	198.2	199.2	200.2	201.2	202.3	203.3	204.3
5.9	205.4	206.4	207.5	208.5	209.6	210.6	211.7	212.8	213.8	214.9
6.0	216.0	217.1	218.2	219.3	220.3	221.4	222.5	223.6	224.8	225.9
6.1	227.0	228.1	229.2	230.3	231.5	232.6	233.7	234.9	236.0	237.2
6.2	238.3	239.5	240.6	241.8	243.0	244.1	245.3	246.5	247.7	248.9
6.3	250.0	251.2	252.4	253.6	254.8	256.0	257.3	258.5	259.7	260.9
6.4	262.1	263.4	264.6	265.8	267.1	268.3	269.6	270.8	272.1	273.4
6.5	274.6	275.9	277.2	278.4	279.7	281.0	282.3	283.6	284.9	286.2
6.6	287.5	288.8	290.1	291.4	292.8	294.1	295.4	296.7	298.1	299.4
6.7	300.8	302.1	303.5	304.8	306.2	307.5	308.9	310.3	311.7	313.0
6.8	314.4	315.8	317.2	318.6	320.0	321.4	322.8	324.2	325.7	327.1
6.9	328.5	329.9	331.4	332.8	334.3	335.7	337.2	338.6	340.1	341.5
7.0	343.0	344.5	345.9	347.4	348.9	350.4	351.9	353.4	354.9	356.4
7.1	357.9	359.4	360.9	362.5	364.0	365.5	367.1	368.6	370.1	371.7
7.2	373.2	374.8	376.4	377.9	379.5	381.1	382.7	384.2	385.8	387.4
7.3	389.0	390.6	392.2	393.8	395.4	397.1	398.7	400.3	401.9	403.6
7.4	405.2	406.9	408.5	410.2	411.8	413.5	415.2	416.8	418.5	420.2
7.5	421.9	423.6	425.3	427.0	428.7	430.4	432.1	433.8	435.5	437.2
7.6	439.0	440.7	442.5	444.2	445.9	447.7	449.5	451.2	453.0	454.8
7.7	456.5	458.3	460.1	461.9	463.7	465.5	467.3	469.1	470.9	472.7
7.8	474.6	476.4	478.2	480.0	481.9	483.7	485.6	487.4	489.3	491.2
7.9	493.0	494.9	496.8	498.7	500.6	502.5	504.4	506.3	508.2	510.1
8.0	512.0	513.9	515.8	517.8	519.7	521.7	523.6	525.6	527.5	529.5
8.1	531.4	533.4	535.4	537.4	539.4	541.3	543.3	545.3	547.3	549.4
8.2	551.4	553.4	555.4	557.4	559.5	561.5	563.6	565.6	567.7	569.7
8.3	571.8	573.9	575.9	578.0	580.1	582.2	584.3	586.4	588.5	590.6
8.4	592.7	594.8	596.9	599.1	601.2	603.4	605.5	607.6	609.8	612.0
8.5	614.1	616.3	618.5	620.7	622.8	625.0	627.2	629.4	631.6	633.8
8.6	636.1	638.3	640.5	642.7	645.0	647.2	649.5	651.7	654.0	656.2
8.7	658.5	660.8	663.1	665.3	667.6	669.9	672.2	674.5	676.8	679.2
8.8	681.5	683.8	686.1	688.5	690.8	693.2	695.5	697.9	700.2	702.6
8.9	705.0	707.3	709.7	712.1	714.5	716.9	719.3	721.7	724.2	726.6
9.0	729.0	731.4	733.9	736.3	738.8	741.2	743.7	746.1	748.6	751.1
9.1	753.6	756.1	758.6	761.0	763.6	766.1	768.6	771.1	773.6	776.2
9.2	778.7	781.2	783.8	786.3	788.9	791.5	794.0	796.6	799.2	801.8
9.3	804.4	807.0	809.6	812.2	814.8	817.4	820.0	822.7	825.3	827.9
9.4	830.6	833.2	835.9	838.6	841.2	843.9	846.6	849.3	852.0	854.7
9.5	857.4	860.1	862.8	865.5	868.3	871.0	873.7	876.5	879.2	882.0
9.6	884.7	887.5	890.3	893.1	895.8	898.6	901.4	904.2	907.0	909.9
9.7	912.7	915.5	918.3	921.2	924.0	926.9	929.7	932.6	935.4	938.3
9.8	941.2	944.1	947.0	949.9	952.8	955.7	958.6	961.5	964.4	967.4
9.9	970.3	973.2	976.2	979.1	982.1	985.1	988.0	991.0	994.0	997.0
10.0	1000	1003	1006	1009	1012	1015	1018	1021	1024	1027

Sursa: Mică Enciclopedie Matematică, 1980

ANEXA IV LOGARITMI ZECIMALI AI NUMERELOR NATURALE

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
100	00000	00043	00087	00130	00173	00217	00260	00303	00346	00389
101	00432	00475	00518	00561	00604	00647	00689	00732	00775	00817
102	00860	00903	00945	00988	01030	01072	01115	01157	01199	01242
103	01284	01326	01368	01410	01452	01494	01536	01578	01620	01662
104	01703	01745	01787	01828	01870	01912	01953	01995	02036	02078
105	02119	02160	02202	02243	02284	02325	02366	02407	02449	02490
106	02531	02572	02612	02653	02694	02735	02776	02816	02857	02898
107	02938	02979	03019	03060	03100	03141	03181	03222	03262	03302
108	03342	03383	03423	03463	03503	03543	03583	03623	03663	03703
109	03743	03782	03822	03862	03902	03941	03981	04021	04060	04100
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067

Sursa: Mică Enciclopedie Matematică, 1980

ANEXA V LOGARITMI NATURALI AI NUMERELOR PRIME PÎNĂ LA 1000

z	$\ln z$	z	$\ln z$	z	$\ln z$
(1)	0.0000	271	5.6021	641	6.4630
2	6931	277	6240	643	4661
3	1.0986	281	6384	647	4723
5	6094	283	6454	653	4816
7	9459	293	6802	659	4907
11	2.3979	307	7268	661	4938
13	5649	311	7398	673	5117
17	8332	313	7462	677	5177
19	9444	317	7589	683	5265
23	3.1355	331	8021	691	5381
29	3673	337	8201	701	5525
31	4340	347	8493	709	5639
37	6109	349	8551	719	5779
41	7136	353	8665	727	5889
43	7612	359	8833	733	5971
47	8501	367	9054	739	6053
53	9703	373	9216	743	6107
59	4.0775	379	9375	751	6214
61	1109	383	9480	757	6294
67	2047	389	9636	761	6346
71	2627	397	9839	769	6451
73	2905	401	9940	773	6503
79	3694	409	6.0137	787	6682
83	4188	419	0379	797	6809
89	4886	421	0426	809	6958
97	5747	431	0661	811	6983
101	6151	433	0707	821	7105
103	6347	439	0845	823	7130
107	6728	443	0936	827	7178
109	6913	449	1070	829	7202
113	7274	457	1247	839	7322
127	8442	461	1334	853	7488
131	8752	463	1377	857	7534
137	9200	467	1463	859	7558
139	9345	479	1717	863	7604
149	5.0039	487	1883	877	7765
151	0173	491	1964	881	7811
157	0562	499	2126	883	7833
163	0938	503	2206	887	7878
167	1180	509	2324	907	8101
173	1533	521	2558	911	8145
179	1874	523	2596	919	8233
181	1985	541	2934	929	8341
191	2523	547	3044	937	8427
193	2627	557	3226	941	8469
197	2832	563	3333	947	8533
199	2933	569	3439	953	8596
211	3519	571	3474	967	8742
223	4072	577	3578	971	8783
227	4250	587	3750	977	8845
229	4337	593	3852	983	8906
233	4510	599	3953	991	8987
239	4765	601	3986	997	9048
241	4848	607	4085		
251	5255	613	4184	(10)	2.3026
257	5491	617	4249	(10^2)	4.6052
263	5722	619	4281	(10^3)	6.9078
269	5947	631	4473	(10^4)	9.2103

Sursa: Mică Enciclopedie Matematică, 1980

ANEXA VI VALORI PENTRU sin α, cos α, tg α, cotg α

Grade	sin	tg	
0	0.0000	0.0000	90
1	0175	0175	89
2	0349	0349	88
3	0523	0524	87
4	0698	0699	86
5	0872	0875	85
6	1045	1051	84
7	1219	1228	83
8	1392	1405	82
9	1564	1584	81
10	0.1736	0.1763	80
11	1908	1944	79
12	2079	2126	78
13	2250	2309	77
14	2419	2493	76
15	2588	2679	75
16	2756	2867	74
17	2924	3057	73
18	3090	3249	72
19	3256	3443	71
20	0.3420	0.3640	70
21	3584	3839	69
22	3746	4040	68
23	3907	4245	67
24	4067	4452	66
25	4226	4663	65
26	4384	4877	64
27	4540	5095	63
28	4695	5317	62
29	4848	5543	61
30	0.5000	0.5774	60
31	5150	6009	59
32	5299	6249	58
33	5446	6494	57
34	5592	6745	56
35	5736	7002	55
36	5878	7265	54
37	6018	7536	53
38	6157	7813	52
39	6293	8098	51
40	0.6428	0.8391	50
41	6561	8693	49
42	6691	9004	48
43	6820	9325	47
44	6947	9657	46
45	7071	1.0000	45
	cos	cotg	Grade

Grade	sin	tg	
45	0.7071	1.000	45
46	7193	036	44
47	7314	072	43
48	7431	111	42
49	7547	150	41
50	0.7660	1.192	40
51	7771	235	39
52	7880	280	38
53	7986	327	37
54	8090	376	36
55	8192	428	35
56	8290	483	34
57	8387	540	33
58	8480	600	32
59	8572	664	31
60	0.8660	1.732	30
61	8746	804	29
62	8829	881	28
63	8910	963	27
64	8988	2.050	26
65	9063	145	25
66	9135	246	24
67	9205	356	23
68	9272	475	22
69	9336	605	21
70	0.9397	2.747	20
71	9455	904	19
72	9511	3.078	18
73	9563	271	17
74	9613	487	16
75	9659	732	15
76	9703	4.011	14
77	9744	331	13
78	9781	705	12
79	9816	5.145	11
80	0.9848	5.671	10
81	9877	6.314	9
82	9903	7.115	8
83	9925	8.144	7
84	9945	9.514	6
85	9962	11.43	5
86	9976	14.30	4
87	9986	19.08	3
88	9994	28.64	2
89	9998	57.29	1
90	1.0000	∞	0
	cos	cotg	Grade

Sursa: Mică Enciclopedie Matematică, 1980

BIBLIOGRAFIE

ADAM H..,"Methodes statistiques et récherches corrélatives en géographie urbain", Hommes et Terres du Nord, 1965, 3.

BĂLTEANU, D., JIPA, D., Texturi şi structuri sedimentare, Editura tehnică, Bucureşti, 1983.

BARBUT M., FOURGEAUD C., Elements d'analyse mathématique des chroniques, Paris, Hachette, 1971.

BARBUT M., Mathématiques des sciences humaines , Paris, P.U.F.,1967.

BARBUT M., Mathématiques pour sciences humaines, 1971.

BEAUJEU-GARNIER J., La géographie. Méthodes et perspectives, 1971.

BEAUJEU-GARNIER J., La Geographie. Méthodes et perspectives, Paris, Masson, 1971.

BENZECRI J.-P., Lecons sur l'analyse statistique des donnees multidimensionnelles, Publications du Laboratoire de statistique de l'Université Paris VI , 1970.

BERTIN J., Sémiologie graphique. Les diagrammes; les réseaux; les cartes, Paris-La Haye , Mouton, Gauthier-Villars, 1967.

BRUNET R., "Les nouveaux aspects de la récherche géographique : rupture ou raffinement de la tradition " , L'Espace géographique, 2,1972.

BRUNET R., "Pour une theorie de la geographie regionale", Travaux de l'Institut de Géographie de Reims, 1972.

BRUNET R., Le croquis de géographie régionale et écnomique, Paris, S.E.D.E.S.,1962.

BRUNET R., Les phèomenes de discontinuite en geographie , 1967.

BRUNET R.,Les phèomenes de discontinuité en géographie, Paris, C.N.R.S., Mémoires et documents, vol 7, 1968.

CALOT G., Cours de statistique descriptive , Paris, Dunod, 1964.

CANDEA MELINDA, Carpaţii Meridionali, Studiu de geografie umană, Editura Universităţii, 1996.

CASETTI E., Classificatory and Regional Analysis, in L.J. KING, Statistical Analysis in Gography, 1969.

CHARRE J., DUMOLARD P., "Essai de classification synthetique des climats de la Turquie" , Mediterranee, 1973, 3.

CHEMALA, GUY, Statistique appliquée àla géographie, Nathan,1995

CHRISTIANS, CH., L'évaluation des paysages et de sites ruraux. bulletin de la Societe Géographique de Liège, pp 167– 20,1979.

CHRISTIANS, CH., Législations et réalisations de l' amenagement rural en Belgique. Revue, Etudes et Expansion., 289, pp 365– 406, 1981.

CHRISTIANS, CH., Les paysages ruraux wallons. Revue Etude et Expansion, 1978, 278.

CHRISTIANS, CH., Les paysages: realité et perception de la terre et des hommes en Wallonie, Fondation wallone Louvaine– la– Neuve, pp 135– 137,1994.

CLAVAL P., "La réflexion theorique en geographie et les methodes d'analyse", L'Espace geographique, 1972, 1.

COOLEY W. W., LOHNES P.R., Multivariate Data Analysis , Londres, Wiley, 1971.

DAGNELIE P., Theorie et methodes statistiques , Gembloux, Duculot, 1969, vol. I.

DAUPHINE A., " L'analyse factorielle, ses contraintes mathématiques et ses limites en géographie", L' Espace geographique, 1973.

DENIAU C., OPPENHEIM G., LEROUX B., "Deux methodes d'analyse factorielle" Analyse des données en Architecture et Urbanisme, 1972.

DOUGUEDROIT A., DE SAINTIGNON M.-F.,"Méthode d'étude de la de croissance des temperatures en montagne de latitude moyenne: exemple des Alpes francaises du Sud, Revue de Geographique Alpine, 1970.

DUBOSCQ P.," La mobilité rurale en Aquitaine; essai d'analyse logique", L'Espace geographique, 1972, 1.

DUCHAUFOUR P., Précis de pedologie, Paris, Masson, 1970.

DUMOLARD P., "Disparites spatiales de l'intensivite agricole en Italie". L'Espace geographique, 1973.

EHRLICH S.,FLAMENT C., Precis de statisque, Paris, P.U.F., 1961.

ERDELI G., Podișul Mehedinți, Metropol, 1996.

GRECU, FLORINA, Bazinul Hârtibaciului, Elemente de morfohidrografie, Editura Academiei Române, București, 1992.

GREGORY, S., Statistical methods and the geographer, Longmans, Londra,1964.

GRISOLLET H.,GUILMETB., ARLERY R., Climatologie, méthodes et pratiques, Paris, Gauthier-Villaes, 1973.

GROUPE CHADULE, Initiation aux methodes statistiques en geographie, Masson, Paris,1974.

GUILBAUD G.T., Statistique des chroniques, Paris, Dunod, 1968.

GUITTON H., Statisque, Paris, Dalloz, 1971.

HAGGETT P., CHORLEY R.(ed.), Models in Geography, Londres, Methuen, 1967.

HAGGETT P., L'analyse spatiale en geographique humaine, Paris, Colin, 1973.

HAGGETT P.,L'analyse spatiale en geographie humaine, 1973.

HART B.I., "Signifiance levels for the ratio of the mean-square difference to the level", Annals of Mathematical Statistics, 1942, vol 13.

ICHIM, I., RĂDOANE, MARIA, Observaţie asupra faciesului de albie minoră din bazinul râului Bistriţa, amonte de Poiana Teiului, Lucr. Seminarului Geografie "Dimitrie Cantemir", 4, Iaşi, 1988.

ICHIM, I., RĂDOANE, MARIA, URSU, C., DUMITRESCU, GH.,, Model de regresie multiplă progresivă pentru evaluarea producţiei de aluviuni în bazine hidrografice mici, "Hidrotehnica" , 1986.

ICHIM, I., RĂDOANE, MARIA., Efectul barajelor în dinamica reliefului , Editura Academiei, Bucureşti ,1986.

ICHIM, I., Semnificaţia mărimii suprafeţei bazinului hidrografic în dinamica proceselor fluviale, " Hidrotehnica", 1988, 33, 3.

ICHIM, I., SURDEANU, V., Harta alunecărilor de teren din Valea Bistriţei în sectorul dintre Borca şi Bicaz , Lucr. Staţiunii de cercetări "Stejarul", Pângaraţi 1972.

IELENICZ, M., , Munţii Ciucaş-Buzău. Studiu geomorfologic, Editura Academiei, Bucureşti, 1984.

IONOŞ I., Puncte de vedere privind analiza geografică regională a teritoriului României, S.C.G.G.G., Geogr. XXVIII,1981.

JUILLARD E., "La region, essai de definition", Annales de Geographie,1962.

KING L. J., "Discrimination analysis of Urban Growth Patterns in Ontario and Quebec, 1951-1961", Annals Association of American Geographers 1967.

KING L. J., Statistical Analysis in Geography, 1969.

KING L.J., Statistical analysis in Geography, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1969.

LALOIRE G., Methodes de traitement des chroniques, statistiques et previsions de vente, Paris, Dunod, 1972.

LAMOTTÈ M., Initiation aux methodes statistiques en biologie, Paris, Masson, 1971.

LEBART L., FENELON J.-P., Statistique et informatique appliquées, Paris, Dunod, 1971.

LEBART L., FENELON J.-P., Statistique et informatique appliquées, 1971.

LOUP J.,"Note sur l'évaporation au Maroc", Revue de Geographique Alpine,1957, 2 .

MAC, I., Elemente de geomorfologie dinamică, Editura Academiei, Bucureşti, 1986.

MARCHAND B., "L'usage des statistiques en géographie", L'Espace geographique, 1972, 2.

MARIN I., Măsurători şi calcule în meteorologie şi climatologie,Bucureşti , 1986.

MIHOC, GH., BERGTHALLER, C., URSEANU, V., Procese stochastice. Elemente de teorie şi aplicaţii, Editura ştiinţifică şi enciclopedică, Bucureşti, 1977.

MIHOC, GH., MICU, N., Teoria probabilităţii şi statistica matematică, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti,1980.

MONJALLON A., Initiation à la méthode statistique, Paris, Vuibert, 1963.

MORICE E., CHARTIER F., Méthode statistique, Paris, I.N.S.E.E., 1954.

MORICE J., Les indices statistiques, Paris,Dunod, 1969.

MORONEY M.J., Comprendre la statistique. Verites et mensonges des chiffres, Verviers, Gerard, 1970.

NOVI M., Techniques d'analyse factorielle , Seminaire de geographie quantitative du Groupe Dupont, Nice, 1973.

PĂTRU ILEANA, Aplicarea legii segmentelor de râu pentru bazinul hidrografic Turcul, rev. Terra, XXVI-XXVII,1994-1995.

PAENSON I., Glossaire systematique anglais, francais, éspagnol, russe, de la términologie des methodes statistique, Pergamon Press, 1970.

PECH, P., REGNAULD, H., Geographie physique, collection premier cycle,1996.

PEDELABORDE P., Les mathèmatiques élèmentaires appliquées à la géographie physique, Paris, C.D.U., 1970.

PEGUY CH.-J., "Une méthode de récherche climatique; l'analyse fréquentielle des précipitations tombées en 24 heurs", Annales de géographie, 1968.

PEGUY CH.-P., Elèments de statistique appliquée aux sciences géographiques (géographie physique et géographie humaine), Paris, C.D.U., 1957.

PEGUY CH.-P.,Precis de climatologie, Paris, Masson, 1960.

PEPE P., TISSERAND-PERRIER M., Méthodes statistiques dans les sciènces humaines, Paris, Masson, 1962.

PHILPS L., BLOMME R., Analyse chronologique , Louvain, Vander, 1973.

RĂDOANE, MARIA, ICHIM, I., Geomorfophological remarks on the Trotuș channel downstream its confluence with the Tazlău, RR GGG, serie Geographie, 29,1985.

RĂDOANE, MARIA, RĂDOANE, N., ICHIM, I., Folosirea metodei cubului matricial în evaluarea susceptibilitații la alunecare de teren. Caz studiu: județul Neamț, SS GGG, seria Geografie (subtipar), 1995.

RĂDOANE, MARIA, SURDEANU, V., RĂDOANE, N., ICHIM, I., Contribuții la studiul ravenelor din Podișul Moldovei, Lucr. celui de-al II-lea Simpozion "Proveniența și efluența aluviunilor", Piatra Neamț,1988.

RĂDOANE, MARIA,), Observații privind distribuția și morfometria formațiunilor de adâncime din bazinul hidrografic Bahlui, Lucrările stațiunii de cercetări "Stejarul", Piatra Neamț, 1988.

RĂDOANE, MARIA, RĂDOANE, N. ICHIM I, DUMITRESCU, GHE., URSU, C-TIN, Analiza cantitativă în Geografia Fizică, Editura Universității"AL.L. CUZA", IAȘI, 1996

RACINE J.-B., "Models graphiques et mathèmatiques en géographie humaine", Revue de Géographie de Montreal, 1972, 1.

RACINE J.-B., LEMAY G., "L'analyse discriminatoire des correspondances typologiques dans l'éspace géographique", L'Espace géographique, 1972, 3.

RACINE J.-B., REYMOND H., L'analyse quantitative en géographie, 1973.

RACINE J.-B.,REYMOND H., L'analyse quantitative en géographie, Paris, P.U.F., 1973.

RIMBERT S., Cartes et graphiques, Paris,S.E.D.E.S., 1964.

SILK, J.,), Statistical concepts in geography, Allen and Unwin, Londra,1981.

SNEDECOR, G.W., Metode statistice aplicate în cercetările de agricultură și biologie, Ed. Didactică și pedagogică, București, 1968.

STERNBERG, H., Untersuchungen uber Langen und Querprofil geschiebefurrender Flusse, "Z.fur Bauwesn", 1875, 25.

STRAHLER, A.N., (Equilibrium theory of erosional slopes approached by frequency distribution analysis, " Am J. of Science", 1950, 248.

SURDEANU, V., Recherches experimentales de terrain sur le glissements, " Studia Geomorphologica Carpaho-Balcanica", 1980, 15.

ȘEITAN BOGDAN OCTAVIA, Potențialul climatic al Bărăganului, Editura R.S.R., București, 1980.

THIBAULT A., "Le systeme d'inter-rélations en géographie régionale", Analyse de l'éspace, 1972, 3.

VASILESCU, N. și colaboratorii, Statistica, Editura didactică și pedagogică, București,1980.

VELCEA VALERIA, AL., SAVU, Geografia Carpaților și a Subcarpaților Românești, Editura Didactică și Pedagogică, București,1982.

VELCEA, VALERIA, MORARIU T., Principii si metode de cercetare, Editura didactică și pedagogică București, 1971.

VIGNAU J.-P., VIGNAU G., Statistique descriptive, Paris, Masson, 1971

WILLIAMS, R.B.G., Introduction to statistics for geographers and Earth scientists, MacMillan, Londra,1988.

ZĂVOIANU I., BASARAB, D., Metode statistice și aplicarea lor în geografie,1975

ZĂVOIANU, I., Morphometry of drainage basin, Elsevier, Amsterdam.

*** Mică enciclopedie matematică, Editura Tehnică, București , 1980.

Tiparul s-a executat sub c-da 363/1997
la Tipografia Editurii Universității din București

ISBN 973 – 575 – 214 – X

Lei 4600