

B. C. U.  
N 514954

GHEORGHE VLĂDUCĂ

PROBLEME  
DE FIZICĂ NUCLEARĂ

EDITURA UNIVERSITĂȚII DIN BUCUREȘTI  
1997



BIBLIOTECA CENTRALĂ  
UNIVERSITARĂ  
București

Cota N 514.954

Inventar C 803/97

Prof. dr. G. VLĂDUCĂ

# PROBLEME DE FIZICĂ NUCLEARĂ

EDITURA UNIVERSITĂȚII DIN BUCUREȘTI  
1997

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ

BUCUREȘTI

COTA

*V. 514954 dublet*

Referenți științifici : Prof. dr. **CĂLIN BEȘLIU**  
Prof. dr. **IOAN-MIHAI R.**

**B.C.U. București**



C 00803 97

© Editura Universității din București  
Șos. Panduri, 90-92, București - 76235; 410.23.84

ISBN 973 – 575 – 062 – 7

## CUVÂNT ÎNAINTE

Fizica Nucleară cunoaște o dezvoltare permanentă determinată de aplicațiile multiple, practic în toate domeniile activității umane. Modelele folosite în Fizica Nucleară au devenit tot mai performante în evaluarea mărimilor de interes practic dar și foarte sofisticate din punct de vedere cuanto-matematic motiv pentru care utilizarea lor concretă este uneori dificilă chiar și pentru specialiști cu atât mai mult pentru studenții ce se pregătesc pentru a lucra în domeniul fizicii nucleare.

O etapă necesară în utilizarea Modelelor Nucleare în scopul obținerii unor valori numerice de interes constă în rezolvarea de probleme cu un anumit grad de complexitate. În felul acesta se fixează și se consolidează aspectele esențiale, fizice și matematice, ale modelelor nucleare și se formează îndemânarea și deprinderea folosirii acestora în diferite situații.

Din păcate în literatura de specialitate, atât pe plan național cât și mondial, numărul culegerilor de *Probleme de Fizică Nucleară* este foarte mic. În plus majoritatea acestor culegeri implică probleme relativ simple, specifice unui curs general de Fizică Nucleară. Desigur rezolvarea acestor probleme este utilă și necesară dar nu și suficientă pentru cei ce se pregătesc să lucreze în domeniul fizicii nucleare. Lipsa unei culegeri adecvate s-a resimțit mai pregnant în ultimul timp odată cu introducerea examenelor de *Licență* și de *Masterat* la care, la secția de specializare Fizică Nucleară Aplicată, după modelul țărilor dezvoltate, s-au dat numai probleme. De asemenea și la examenele de admitere în diferite Institute de Cercetare ponderea problemelor a devenit tot mai mare.

În consecință am conceput această culegere în care sunt prezentate probleme, și soluțiile acestora, de *Modele Nucleare de Structură, Reacții Nucleare și Fisiune Nucleară*. Culegerea este complementară cursurilor cu aceeași denumire predate de autor studenților anului IV și V de la secția de specializare Fizică Nucleară Aplicată. Cursurile predate împreună cu cărțile scrise de autor în acest domeniu (citate la sfârșitul acestei culegeri) constituie suportul teoretic necesar rezolvării problemelor propuse.

Majoritatea problemelor sunt originale iar cele inspirate din diferite lucrările de specialitate (citate la sfârșitul culegerii) au fost reformulate, completate și rezolvate. Problemele de *Reacții Nucleare* din Cap.2. al prezentei culegeri sunt diferite și complementare problemelor din culegere precedentă (1979) a autorului; împreună, aceste probleme acoperă destul de bine acest important domeniu al Fizicii Nucleare.

În culegere au fost incluse în Cap.4., intitulat generic *Examene*, și problemele date în ultimii ani la diferite examene. Paragraful *Anul III* conține problemele date de autor studenților anului III de la secția de Fizică Tehnologică la terminarea primului semestru al cursului general de Fizică Nucleară (o oră de curs săptămânal); sunt probleme relativ simple vizând partea introductivă a cursului. Paragraful *Licență* conține problemele date la examenul scris la absolvirea secției de specializare Fizică Nucleară Aplicată (FNA); aceste probleme au la bază cursul general de Fizică Nucleară. Ca urmare problemele prezentate în aceste două paragrafe sunt utile tuturor studenților ce audiază un curs general de Fizică Nucleară. Problemele de *Masterat* și cele date la Concursul de Selecție pentru Burse *TEMPUS* (de care au beneficiat studenții de la secția FNA) au la bază cursurile speciale predate la secția FNA. Multe din problemele date la examenele de *Licență*, *Masterat* și *TEMPUS* au fost propuse de autorul acestei culegeri. În caz contrar la sfârșitul fiecărei probleme este menționat autorul acesteia.

Sper ca această culegere, o premieră în literatura de specialitate națională și nu numai, să fie de un real folos studenților ce se specializează în Fizică Nucleară și tinerilor cercetători ce lucrează în domeniu.

Conceperea, documentarea și redactarea parțială a prezentei lucrări am făcut-o în timpul stagiului efectuat în cadrul programului TEMPUS JEP-07596-94 la Universitatea Paris-Sud și la Institutul de Fizică Nucleară din Orsay. Pentru discuțiile și sugestiile de care m-am bucurat în elaborarea acestei lucrări mulțumesc în mod deosebit doamnei Nimet Frascaria, profesor la Universitatea Paris-Sud și director științific al Institutului de Fizică Nucleară din Orsay.

Autorul.

# CUPRINS

## CUVÂNT ÎNAINTE

<b>Cap.1. MODELE NUCLEARE DE STRUCTURĂ</b>	<b>7</b>
\$1.1 Modelul Păturilor Nucleare	7
\$1.2 Modele Colective	12
\$1.3 Nivele Yrast. Backbending	15
\$1.4 Spectroscopie $\beta$ - $\gamma$	18
<b>Cap.2. REACȚII NUCLEARE</b>	<b>20</b>
\$2.1 Cinematică nerelativistă	20
\$2.2 Cinematică relativistă	23
\$2.3 Mecanisme de Reacție. Secțiuni eficiente	26
<b>Cap.3. FISIUNEA NUCLEARĂ</b>	<b>34</b>
\$3.1 Energia eliberată în procesul de fisiune	34
\$3.2 Neutronii emiși în procesul de fisiune	37
\$3.3 Produși de fisiune. Randamentul acestora	41
\$3.4 Secțiuni eficiente de fisiune	45
\$3.4.1 Rezonanțe izolate	45
\$3.4.2 Rezonanțe nerezolvate	45
\$3.4.3 Modelul statistic pentru fisiune	50
<b>Cap.4. EXAMENE</b>	<b>55</b>
\$4.1 Anul III	55
\$4.2 Licență	63
\$4.3 Masterat	67
\$4.4 TEMPUS	75

## SOLUȚII

<b>Cap.1. MODELE NUCLEARE DE STRUCTURĂ</b>	<b>80</b>
\$1.1 Modelul Păturilor Nucleare	80
\$1.2 Modele Colective	91
\$1.3 Nivele Yrast. Backbending	97
\$1.4 Spectroscopie $\beta$ - $\gamma$	105
<b>Cap.2. REACȚII NUCLEARE</b>	<b>109</b>
\$2.1 Cinematică nerelativistă	109
\$2.3 Cinematică relativistă	116
\$2.3 Mecanisme de Reacție. Secțiuni eficiente	123
<b>Cap.3. FISIUNEA NUCLEARĂ</b>	<b>147</b>
\$3.1 Energia eliberată în procesul de fisiune	147
\$3.2 Neutronii emiși în procesul de fisiune	152
\$3.3 Produși de fisiune. Randamentul acestora	157
\$3.4 Secțiuni eficiente de fisiune	162
\$3.4.1 Rezonanțe izolate	162
\$3.4.2 Rezonanțe nerezolvate	164
\$3.4.3 Modelul statistic pentru fisiune	168
<b>Cap.4. EXAMENE</b>	<b>179</b>
\$4.1 Anul III	179
\$4.2 Licență	187
\$4.3 Masterat	193
\$4.4 TEMPUS	208
<b>BIBLIOGRAFIE</b>	<b>215</b>



# Cap.1. Modele Nucleare de Structură.

## \$1.1 Moleculă Păturilor Nucleare

### M1

Un ansamblu de nucleoni identici aflați pe nivelul uniparticulă (sau pătură) cu numerele cuantice  $(nlj)$  bine determinate formează o configurație. O configurație de  $k$  nucleoni identici aflați pe nivelul uniparticulă cu numerele cuantice  $(nlj)$  se notează astfel  $(nlj)^k$  sau, mai simplu  $(j)^k$  : o astfel de configurație se mai numește și *configurație pură*. Un ansamblu de nucleoni identici format din  $n$  configurații complete plus  $k$  nucleoni identici aflați pe nivelul uniparticulă de moment cinetic  $j$   $(j_1)^{2j_1+1} (j_2)^{2j_2+1} \dots (j_n)^{2j_n+1} (j)^k$  formează o *configurație mixtă*.

Funcția de undă a unui ansamblu de nucleoni identici trebuie să fie antisimetrică. Antisimetrizarea se face separat pentru fiecare configurație pură.

1. Pentru configurația  $(j)^k$  să se indice procedura de construire a funcțiilor antisimetrice și de determinare a momentelor cinetice  $I$  ce corespund funcțiilor antisimetrice. Să se arate că pentru o configurație completă  $(j)^{2j+1}$  există o singură funcție antisimetrică ce corespunde momentului cinetic  $I=0$ .

2.. Folosind rezultatul precedent să se demonstreze că pentru configurația mixtă  $(j_1)^{2j_1+1} (j_2)^{2j_2+1} \dots (j_n)^{2j_n+1} (j)^k$  momentele cinetice  $I$  sunt aceleași ca pentru configurației  $(j)^k$ .

3. Mai general se demonstrează că ordinea, succesiunea energetică, spinii și paritățile configurației  $(j_1)^{2j_1+1} (j_2)^{2j_2+1} \dots (j_n)^{2j_n+1} (j)^k$  sunt aceleași cu cele ale configurației  $(j)^k$ . Contribuția celor  $n$  configurații complete constă în adăugarea unui termen energetic constant la fiecare nivel al configurației  $(j)^k$ :

$$E\{(j_1)^{2j_1+1} (j_2)^{2j_2+1} \dots (j_n)^{2j_n+1} (j)^k\} = E_0 + E\{(j)^k\}$$

Ordinea și spațierea relativă a nivelelor configurației  $(j)^k$  depinde de tipul interacției reziduale dintre cei  $k$  nucleoni identici. Considerând pentru interacția reziduală numai interacția de împerechere dintre nucleoni (cea mai importantă) corecția de energie  $\delta E(I)$  a nivelului de spin  $I$ , față de energia nivelului degenerat al configurației  $(j)^k$  este dată de relația:

$$\delta E(I) = \begin{cases} -\frac{k}{2} P_j(I) & \text{pentru } k - \text{par} \\ -\frac{k-1}{2} P_j(I) & \text{pentru } k - \text{impar} \end{cases}$$

cu  $P_j(I=0) > P_j(I \neq 0)$  pentru  $k$ -par și  $P_j(I=j) > P_j(I \neq j)$  pentru  $k$  impar. Să se determine spinul nivelului fundamental pentru configurația:

$$(j_1)^{2j_1+1} (j_2)^{2j_2+1} \dots (j_n)^{2j_n+1} (j)^k$$

4. Configurația  $(j)^k$  sau  $(j)^{2j+1-k}$  se numește *configurație de  $k$  găuri* aflate pe nivelul uniparticulă de moment cinetic  $j$ . Să se arate că momentele cinetice  $I$  pentru această configurație sunt aceleași ca al configurației  $(j)^k$ .

5. Să se determine momentele cinetice corespunzătoare stărilor antisimetrice pentru următoarele configurații de nucleoni:  $(3/2)^1$ ,  $(3/2)^2$ ,  $(3/2)^3$ ,  $(5/2)^1$ ,  $(5/2)^2$ ,  $(5/2)^3$ ,  $(5/2)^4$ ,  $(5/2)^5$ ,  $(7/2)^1$ ,  $(7/2)^2$ ,  $(7/2)^3$ ,  $(7/2)^4$ ,  $(7/2)^5$ ,  $(7/2)^6$  și  $(7/2)^7$ .

## M2

Folosind modelul păturilor nucleare pentru nuclee sferice să se determine spinul și paritatea nivelelor fundamentale pentru nucleele:

- ${}^{17}_8\text{O}$  și  ${}^{19}_8\text{O}$
- ${}^{15}_7\text{N}$ ,  ${}^{27}_{12}\text{Mg}$  și  ${}^{87}_{38}\text{Sr}$ .

Se va considera, atât pentru nivelele uniparticulă protonice cât și cele neutronice, următoarea succesiune:

$$1s_{1/2}|_2 \quad 1p_{3/2}, 1p_{1/2}|_8 \quad 1d_{5/2}, 2s_{1/2}, 1d_{3/2}|_{20} \quad 1f_{7/2}|_{28} \quad 2p_{3/2}, 1f_{5/2}, 2p_{1/2}, 1g_{9/2}|_{50}$$

## M3

1. Folosind modelul păturilor nucleare pentru nuclee sferice să se determine pentru izotopii calciului  ${}^{39,41,43,45,47,49}_{20}\text{Ca}$  spinul și paritatea  $I^\pi$  pentru nivelul fundamental.

2. Precizați valori  $I^\pi$  ale izotopilor impari pentru  ${}_{19}\text{K}$ ,  ${}_{21}\text{Sc}$ ,  ${}_{23}\text{V}$ ,  ${}_{25}\text{Mn}$ .

3. Rezultatele obținute la punctul precedent sunt adesea în dezacord cu rezultatele experimentale în special pentru izotopii  ${}_{25}\text{Mn}$ . De exemplu izotopul  ${}^{55}\text{Mn}$  are  $I^\pi = 5/2^-$  pentru nivelul fundamental. Valorile  $I^\pi$  pentru primele trei nivele excitate sunt  $7/2^-$ ,  $9/2^-$  și, respectiv,  $11/2^-$ . Cum pot fi interpretate aceste rezultate.

Se va considera, atât pentru nivelele uniparticulă protonice cât și cele neutronice, următoarea succesiune:

$$1s_{1/2}|_2 \quad 1p_{3/2}, 1p_{1/2}|_8 \quad 1d_{5/2}, 2s_{1/2}, 1d_{3/2}|_{20} \quad 1f_{7/2}|_{28} \quad 2p_{3/2}, 1f_{5/2}, 2p_{1/2}, 1g_{9/2}|_{50}$$

#### M4

Pentru nucleele impar-impare (i-i) spinul nivelului fundamental se determină cu regula lui Nordheim conform căreia cea mai stabilă stare se realizează când are loc orientarea paralelă a spinului protonului și neutronului impar. Această regulă conduce la următoarele:

- pentru  $j_p = I_p \pm 1/2$  și  $j_n = I_n \pm 1/2$  spinul nucleului va fi  $I = j_p + j_n$

- pentru  $j_p = I_p \pm 1/2$  și  $j_n = I_n \mp 1/2$  spinul nucleului va fi  $I = |j_p - j_n|$

Excepție de la această regulă o constituie nucleele impar-impare de tip *particulă - gaură* sau *gaură-particulă*; în acest caz spinul se determină astfel  $I = j_p + j_n - 1$ .

Paritatea este dată de produsul parităților nucleonilor impari.

În aceste relații indicele  $n$  sau  $p$  se referă la neutronul, respectiv, protonul impar. Folosind regulile de mai sus determinați spinii și paritățile nivelelor fundamentale pentru nucleele:  ${}^{40}_{19}\text{K}$ ,  ${}^{42}_{19}\text{K}$  și  ${}^{70}_{31}\text{Ga}$

Se va considera, atât pentru nivelele uniparticulă protonice cât și cele neutronice, următoarea succesiune:

$$1s_{1/2}|_2 \quad 1p_{3/2}, 1p_{1/2}|_8 \quad 1d_{5/2}, 2s_{1/2}, 1d_{3/2}|_{20} \quad 1f_{7/2}|_{28} \quad 2p_{3/2}, 1f_{5/2}, 2p_{1/2}, 1g_{9/2}|_{50}$$

#### M5

Să se determine momentele magnetice (relațiile lui Schmidt), corespunzătoare nivelelor fundamentale, pentru următoarele nuclee:  ${}^{11}_5\text{B}$ ,  ${}^{15}_7\text{N}$ ,  ${}^{25}_{12}\text{Mg}$  și  ${}^{41}_{20}\text{Ca}$ .

Se va considera, atât pentru nivelele uniparticulă protonice cât și pentru cele neutronice, următoarea succesiune:

$$1s_{1/2}|_2 \quad 1p_{3/2}, 1p_{1/2}|_8 \quad 1d_{5/2}, 2s_{1/2}, 1d_{3/2}|_{20} \quad 1f_{7/2}|_{28} \quad 2p_{3/2}, 1f_{5/2}, 2p_{1/2}, 1g_{9/2}|_{50}$$

Pentru factorii giromagnetici se vor folosi valorile

$$g_s^{(p)} \approx 5.58; \quad g_l^{(p)} = 1; \quad g_s^{(n)} \approx -3.82; \quad g_l^{(n)} = 0$$

În aceste relații indicii  $p$  și  $n$  se referă la proton, respectiv, neutron.

#### M6

Folosind relațiile lui Schmidt să se precizeze nucleele cu  $A$ -impar, aflate pe nivelul fundamental, al căror moment magnetic este egal cu cel al neutronului liber.

#### M7

Energiile de legătură  $W$  pentru nucleele  ${}^{17}_8\text{O}$ ,  ${}^{16}_8\text{O}$ ,  ${}^{15}_8\text{O}$  sunt, respectiv 131.76 MeV, 127.62 MeV și 111.956 MeV. O parte a schemei de nivele a nucleului  ${}^{17}_8\text{O}$  este dată în figura alăturată. Folosind aceste date și neglijând energia de împerechere să se determine:

1. Energiile nivelelor uniparticulă neutronice ce definesc nivelele nucleului  ${}^{17}_8\text{O}$  prezentate în figură.

2. Energia de legătură  $W({}^{17}_9\text{F})$  a nucleului  ${}^{17}_9\text{F}$  este 128.220 MeV. Să se determine energia nivelului uniparticulă protonic ce definește nivelul fundamental al nucleului  ${}^{17}_9\text{F}$ .

3. Explicați diferența dintre energiile nivelelor uniparticulă ce definesc nivelele fundamentale ale nucleeleor  ${}^{17}_8\text{O}$  și  ${}^{17}_9\text{F}$ .

## M8

Se dau excesele de masă  $\Delta$ , în MeV, pentru atomii următoarelor elemente:  $\Delta({}^{207}\text{Pb}) = -22.463$  MeV,  $\Delta({}^{208}\text{Pb}) = -21.759$  MeV,  $\Delta({}^{209}\text{Pb}) = -17.624$  MeV,  $\Delta({}^{207}\text{Tl}) = -21.041$  MeV,  $\Delta({}^{209}\text{Bi}) = -18.268$  MeV,  $\Delta(\text{H}) = 7.289$  MeV ca și excesul de masă al neutronului  $\Delta(n) = 8.071$  MeV. În figură sunt date schemele de nivele, de natură uniparticulă, pentru nucleele  ${}^{207}_{82}\text{Pb}$ ,  ${}^{209}_{82}\text{Pb}$ ,  ${}^{207}_{81}\text{Tl}$  și  ${}^{209}_{83}\text{Bi}$

				3.48	$7/2^+$		3.14	$3/2^-$
1.13	$9/2^-$						2.84	$5/2^-$
		2.52	$3/2^+$					
2.34	$7/2^-$	2.47	$7/2^-$					
		2.03	$1/2^+$	1.67	$5/2^+$			
						1.61		$13/2^+$
1.63	$13/2^-$							
		1.56	$5/2^+$	1.34	$11/2^-$			
		1.41	$15/2^-$					
0.89	$3/2^-$							
0.57	$5/2^-$	0.77	$11/2^+$			0.90		$7/2^-$
0	$1/2^-$		$9/2^+$	0.35	$3/2^-$			
				0	$1/2^-$			$9/2^-$
		0				0		
${}^{207}_{82}\text{Pb}$		${}^{209}_{82}\text{Pb}$		${}^{207}_{81}\text{Tl}$		${}^{209}_{83}\text{Bi}$		

Folosind aceste date să se deducă:

1. Energiile nivelelor uniparticulă, neutronice și protonice, corespunzătoare schemelor de nivele prezentate.

2. Se va considera că diferența energetică  $\varepsilon_{n|j=1+1/2} - \varepsilon_{n|j=1-1/2}$ , în MeV, dintre două nivele uniparticulă cu același moment orbital  $l$  dar cu momentul cinetic  $j=1 \pm 1/2$  este dată de relația  $C(2l+1)A^{-2/3}/2$  în care  $C$  este o constantă. Folosind două nivele uniparticulă adecvate, ce corespund nivelelor excitate pentru nucleul  $^{209}_{83}\text{Bi}$ , să se deducă valoarea constantei  $C$ . Următorul nivel excitat al nucleului  $^{209}_{83}\text{Bi}$  are spinul și paritatea  $1/2^-$ . Folosind valoarea constantei  $C$  să se determine energia de excitare a acestui nivel ca și energia nivelului uniparticulă corespunzător.

*Precizare: Se va neglija energia de împerechere a nucleonilor ca și energia de legătură a electronilor în atomii respectivi.*

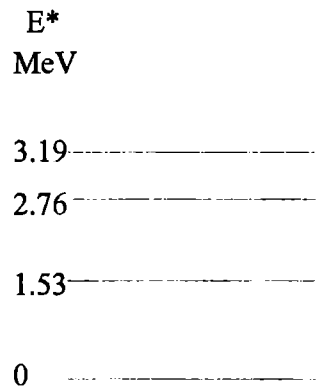
### M9

În figura alăturată sunt date energiile de excitare  $E^*$  pentru primele trei nivele excitate ale nucleului  $^{42}_{20}\text{Ca}$ . Se dau de asemenea mărimile :  $W(^{42}\text{Ca}) - W(^{40}\text{Ca}) = 19.84$  MeV ;  $W(^{41}\text{Ca}) - W(^{40}\text{Ca}) = 8.36$  MeV în care  $W$  este energia de legătură a nucleului respectiv. Folosind aceste date să se determine :

1. Spinii și paritățile nivelelor nucleului  $^{42}_{20}\text{Ca}$ .

2. Energia de împerechere pentru nivelele nucleului

$^{42}_{20}\text{Ca}$ .



$^{42}_{20}\text{Ca}$

### M10

Pentru o interacție de tip  $\delta$  funcție între cei doi nucleoni ai unei configurații  $(j)^2$  se obțin relații analitice între valorile  $P_j(I)$ . Astfel pentru configurația  $(5/2)^2$  se obține:

$$P_{5/2}(I=2) = P_{5/2}(I=0)/4; P_{5/2}(I=4) = 4 \cdot P_{5/2}(I=0)/81$$

Folosind relațiile de mai sus și precizările de la punctul 3. al problemei M1 să se determine energia de excitare, spinii și paritățile nivelului fundamental și al primelor trei nivele excitate pentru nucleul  $^{18}_8\text{O}$ .

Se va considera că succesiunea nivelelor uniparticulă atât protonice cât și neutronice este următoarea:  $1s_{1/2}, 1p_{3/2}, 1p_{1/2}, 1d_{5/2}, 2s_{1/2}, 1d_{3/2}$ , etc iar diferența dintre energiile de separare ale neutronului  $S_n$  din nucleele  $^{18}_8\text{O}$  și  $^{17}_8\text{O}$  este :  $S_n(^{18}_8\text{O}) - S_n(^{17}_8\text{O}) = 3.908$  MeV.

## M11

Fie două nivele uniparticulă succesive cu momentele  $j_1, j_2$  ( $j_1 < j_2$ ) și cu energiile uniparticulă  $\epsilon_{j_1}, \epsilon_{j_2}$  ( $\epsilon_{j_1} < \epsilon_{j_2}$ ). Energiile de împerechere a doi nucleoni aflați pe nivelele respective  $P_{j_1}$  și  $P_{j_2}$  satisfac relația :  $P_{j_1} < P_{j_2}$ .

1. Să se stabilească relația dintre energiile uniparticulă și energiile de împerechere astfel încât configurația de 3 nucleoni  $\{ j_1(j_2)^2 \}$  să fie favorizată configurației  $\{ (j_1)^2 j_2 \}$ .

Succesiunea nivelelor uniparticulă ce formează pătura majoră neutronică  $N = 50 \div 82$ , pentru nuclee cu  $A \cong 124$ , este următoarea:

$$1g_{7/2}, 2d_{5/2}, 2d_{3/2}, 3s_{1/2}, 1h_{11/2}.$$

Considerând satisfăcută condiția de mai sus pentru nivelele  $3s_{1/2}$  și  $1h_{11/2}$  să se determine spinul și paritatea nivelelor fundamentale pentru nucleele  $^{123}_{52}\text{Te}$  și  $^{125}_{52}\text{Te}$ .

2. Succesiunea nivelelor uniparticulă ce formează pătura majoră neutronică  $Z = 28 \div 50$ , pentru nuclee cu  $A \cong 75$ , este următoarea:

$$2p_{3/2}, 1f_{5/2}, 2p_{1/2}, 1g_{9/2}.$$

Considerând satisfăcută condiția de la punctul precedent pentru nivelele  $2p_{3/2}$  și  $1f_{5/2}$  să se determine spinul și paritatea nivelelor fundamentale pentru nucleele  $^{75}_{33}\text{As}$  și

$^{79}_{35}\text{Br}$ .

## \$1.2 Modele Colective

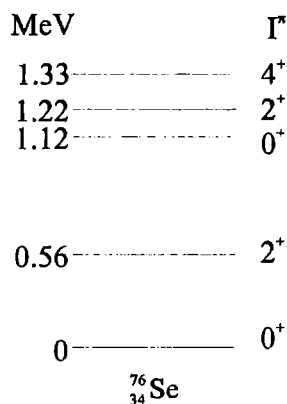
### M12

Nivelele vibraționale pentru un nucleu sferic se obțin prin excitarea nucleului aflat pe un nivel intrinsec cu fononi cuadropolari (de moment cinetic  $L=2$ ), octupolari (de moment cinetic  $L=3$ ) etc. Fiecare fonon contribuie cu momentul cinetic  $L$ , cu paritatea  $(-1)^L$  și energia  $\hbar\omega_L$ . Deoarece fononii sunt bozoni, funcția totală a  $n$  fononi identici trebuie să fie simetrică. Astfel pentru doi fononi cuadropolari se obțin nivele vibraționale de energie  $2 \cdot \hbar\omega_2$ , paritatea "+" (+ paritatea este un număr multiplicativ) și  $\bar{I} = \bar{I}_{in} + \bar{2} + \bar{2}$  în care  $I_{in}$  este spinul nivelului intrinsec. Pentru nuclee par-pare, aflate pe nivelul fundamental  $I_{in}=0$  și deci relația  $\bar{I} = \bar{2} + \bar{2}$  conduce la valorile  $I=0,1,2,3,4$  de paritate "+". Dar nu toate valorile  $I=0,1,2,3,4$  corespund unor funcții simetrice. Se cere ca pentru acest caz (deci doi fononi cuadropolari) ca și pentru cazul a trei fononi cuadropolari și doi fononi octupolari să se stabilească valorile  $I$  care corespund funcțiilor simetrice.

## M13

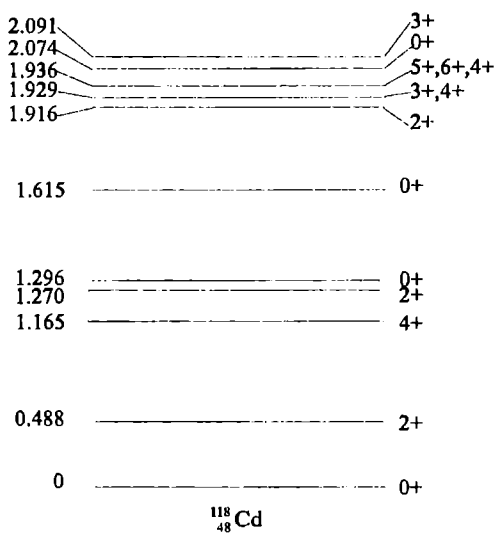
In figură se dă schema experimentală corespunzătoare nivelelor vibraționale pentru  $^{76}_{34}\text{Se}$ . Să se stabilească tranzițiile  $\gamma$  dintre aceste nivele.

Precizare: In cazul nivelelor vibraționale modulul pătratului elementului matricial de tranziție este proporțional cu numărul fononilor ce au generat nivelul ce se dezexcită  $\gamma: |M_{i,f}|^2 \approx n_i$ . In plus tranzițiile  $\gamma$  de pe nivelele vibraționale corespunzătoare a  $n$  fononi pe nivelele vibraționale corespunzătoare a  $(n-2)$ ,  $(n-3)$ , etc. fononi sunt puțin probabile căci implică emisia simultană a doi, trei sau mai mulți fononi.



## M14

Se dă schema de nivele experimentală pentru  $^{118}\text{Cd}$ . Identificați modelul ce descrie cel mai adecvat acest nucleu. In cadrul modelului stabilit care ar fi cele mai probabile valori pentru spinii și paritățile nivelelor, cu mai multe valori, din schema de nivele prezentată



## M15

Momentul cvadrupolar experimental al nucleului deformat  $^{177}_{71}\text{Lu}$  pentru nivelul fundamental cu  $I^\pi = (7/2)^+$  este  $Q_{\text{exp}} = 3.33$  b. Considerând că forma nucleului este descrisă de relația :  $R(\theta) = R_0[1 + \beta \cdot Y_{20}(\theta)]$  în care  $\beta$  este parametrul de deformare iar  $R_0 = r_0 \cdot A^{1/3}$  cu  $r_0 = 1.2F$  să se determine parametrul de deformare  $\beta$ .

Precizare: Relația de legătură între momentul cvadrupolar experimental și cel intrinsec  $Q_0$  pentru nivelul de spin  $I$  este:  $Q_{\text{exp}}(I) = \frac{I(2I-1)}{(I+1)(2I+3)} Q_0$ .

## M16

Nivelul fundamental și primele trei nivele excitate ale nucleului  ${}^{170}_{68}\text{Eu}$  au pentru spinii și paritățile  $I^\pi$  și energiile de excitare (în MeV) următoarele valori:

$$0^+ \rightarrow 0; \quad 2^+ \rightarrow 0.079; \quad 4^+ \rightarrow 0.260; \quad 6^+ \rightarrow 0.540;$$

1. Folosiți toate argumentele care permit stabilirea faptului că nivelele nucleului formează o bandă de rotație.

2. Stabiliți raportul dintre momentul de inerție experimental  $\mathfrak{I}_{\text{exp}}$  și momentul de inerțial  $\mathfrak{I}_r$  al nucleului considerat ca un rigid de forma unui elipsoid cu simetrie la rotație și la reflexie. Pentru un astfel de elipsoid momentul de inerție clasic se definește prin relația  $\mathfrak{I}_r = \frac{M}{5}(a^2 + b^2)$  în care  $a$  și  $b$  sunt semiaxele elipsoidului iar

$M$ , masa nucleului, poate fi aproximată prin relația  $M \approx A \cdot u$  și  $1 \text{uc}^2 \approx 931.5 \text{ MeV}$ ,  $\hbar c \approx 197 \text{ MeV} \cdot \text{F}$ . De asemenea se va considera că suprafața acestui elipsoid este definită de relația :  $R(\mathcal{G}) = R_0[1 + \beta \cdot Y_{20}(\mathcal{G})]$  în care  $\beta$  este parametrul de deformare iar  $R_0$  este raza nucleului sferic definită prin relația  $R_0 = r_0 A^{1/3}$  cu  $r_0 = 1.25 \text{ F}$

Să se determine momentul de inerție  $\mathfrak{I}_r$  în funcție de parametrii precizați. În final pentru determinarea numerică a momentului de inerție  $\mathfrak{I}_r$  se va considera că parametrul de deformare poate fi neglijat.

3. Precizați modul de determinare al momentului de inerție  $\mathfrak{I}_{\text{exp}}$  cunoscând valorile tranzițiilor  $\gamma$  între nivelele unei benzi de rotație.

4. Se va presupune că prin ruperea unei perechi de nucleoni momentul de inerție al nucleului  ${}^{170}\text{Eu}$  devine egal cu momentul de inerție  $\mathfrak{I}_r$  determinat anterior. Pentru ce valori ale momentului de spin  $I$  se vor observa nivele de rotație caracterizate de  $\mathfrak{I}_r$  (banda aliniată). Se va considera că energia de rupere a perechii de nucleoni se poate calcula cu formula  $E_r = 24/A^{1/2}$ .

## M17

Pentru banda de rotație  $K^\pi = 1/2^\pm$  energia nivelelor cu  $I \geq 1/2$  se determină astfel:



$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \left\{ I(I+1) + a \cdot (-1)^{I+1/2} \left( I + \frac{1}{2} \right) \right\} + E_K$$

în care  $a$  este *coeficientul de cuplaj* dintre mișcarea colectivă și cea individuală iar  $E_K$  este energia de localizare a capului de bandă fiind definită, în esență, de energia nivelului intrinsec.

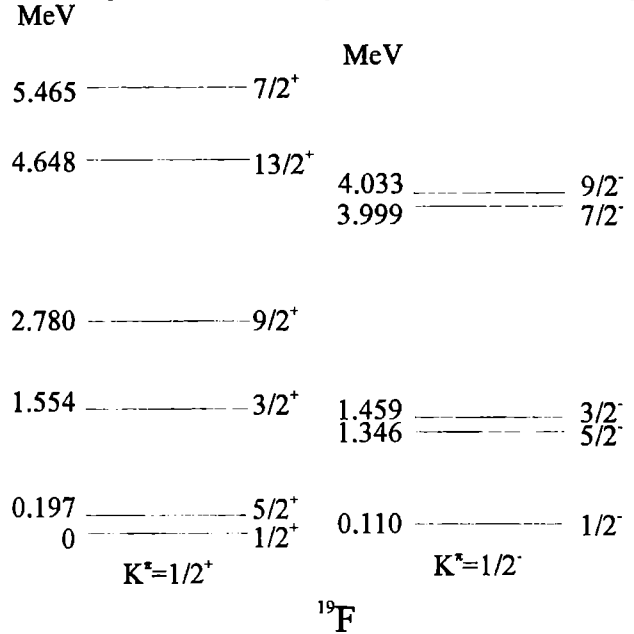
1. Nucleul  $^{19}\text{F}$  are două benzi, prezentate în figură, cu  $K^\pi = 1/2^+$  și  $K^\pi = 1/2^-$ . Să se determine

$a$ ,  $E_K$  și  $\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}}$  pentru cele două benzi, folosind nivelul fundamental și primele două nivele excitate. Pentru banda  $K^\pi = 1/2^+$  să se determine energia nivelului cu  $I=11/2$ .

2. Să se reprezinte grafic expresia

$$P(I) = \frac{2\mathfrak{I}}{\hbar^2} (E_I - E_{1/2})$$

funcție de parametrul de cuplaj  $a$  cu  $a \in (-4, +4)$ .  $P(I)$  definește poziția energetică a nivelului de moment  $I$  față de poziția energetică a nivelului cu  $I=1/2$ . Să se determine valorile parametrului  $a$  pentru care banda de rotație  $K^\pi = 1/2^\pm$  începe cu nivelul de spin  $3/2$ . Se va considera că  $\frac{2\mathfrak{I}}{\hbar^2}$  este o mărime constantă.



### §1.3. Nivele Yrast. Backbending.

#### M18

Precizați toate argumentele care duc la concluzia că tranzițiile  $\gamma$  între nivelele Yrast sunt foarte probabile. Precizăm că nivelele Yrast sunt nivelele cu energie de excitare minimă pentru un spin dat.

### M19

Fie nucleul  $^{158}\text{Er}$  în care are loc ruperea perechii formată din doi neutroni aflați pe nivelul uniparticulă neutronic  $1i_{13/2}$ . Prin ruperea acestei perechi se obține valoarea maximă  $j$  posibilă prin cuplarea celor doi neutroni identici. Valoarea momentului critic pentru acest nucleu este  $I_c = 14$ . Folosind aceste date să se determine:

1. Valoarea efectivă (locală) a momentului de inerție pentru banda aliniată pentru  $(I-1) = 17$  și  $(I-1) = 19$ .

2. Să se determine valoarea energiei de rupere (de împerechere)  $E_j$  știind că momentul de inerție al benzii aliniată este  $\mathfrak{I}_r$ , iar cel al benzii fundamentale  $\mathfrak{I}_f = 0.5 \cdot \mathfrak{I}_r$ , unde  $\mathfrak{I}_r$  este momentul de inerție al nucleului considerat ca un rigid.

Se va considera că  $\mathfrak{I}_r = \frac{2MR^2}{5}$  în care  $M$ , masa nucleului, poate fi aproximată prin relația  $M \approx A \cdot u$  și  $1uc^2 \approx 931.5 \text{ MeV}$ ,  $\hbar c \approx 197 \text{ MeV} \cdot F$ ,  $R = r_0 A^{1/3}$  cu  $r_0 = 1.25 F$

*Precizare: A se vedea problema M18 pentru definirea momentului efectiv (local) de inerție.*

### M20

Tranzițiile  $\gamma$  (în keV) determinate experimental pentru nucleul  $^{154}\text{Dy}$  sunt următoarele:

$2^+ \rightarrow 0^+ — 334.5$ ;  $4^+ \rightarrow 2^+ — 412.2$ ;  $6^+ \rightarrow 4^+ — 477.0$ ;  $8^+ \rightarrow 6^+ — 523.6$   
 $10^+ \rightarrow 8^+ — 557.0$ ;  $12^+ \rightarrow 10^+ — 588.7$ ;  $14^+ \rightarrow 12^+ — 616.2$ ;  $16^+ \rightarrow 14^+ — 581.8$   
 $18^+ \rightarrow 16^+ — 546.6$ ;  $20^+ \rightarrow 18^+ — 612.3$ ;  $22^+ \rightarrow 20^+ — 685.2$ ;  $24^+ \rightarrow 22^+ — 755.9$   
 $26^+ \rightarrow 24^+ — 823.0$ ;  $28^+ \rightarrow 26^+ — 887.3$ ;  $30^+ \rightarrow 28^+ — 735.7$

1. Să se determine schema de nivele a nucleului  $^{154}\text{Dy}$ . Să se reprezinte grafic energia de excitare în funcție de  $I(I+1)$

2. Să se reprezinte grafic valoarea  $(2\mathfrak{I}/\hbar^2)_{\text{eff}}$  funcție de  $(\hbar\omega)^2$  în care  $\omega$  este viteza unghiulară locală de rotație; stabiliți momentul critic de spin pentru care are loc creșterea bruscă a momentului efectiv (local) de inerție.

*Precizare: A se vedea problema M18 pentru definirea momentului efectiv (local) de inerție și a vitezei unghiulare locală de rotație.*

### M21

Schema de nivele a nucleului  $^{172}\text{Hf}$  este dată în figura ce urmează..

1. Să se reprezinte grafic energia de excitare în funcție de  $I(I+1)$

2. Să se reprezinte grafic valoarea  $(2\mathfrak{I}/\hbar^2)_{\text{eff}}$  funcție de  $(\hbar\omega)^2$

*Precizare: A se vedea problema M18 pentru definirea momentului efectiv (local) de inerție și a vitezei unghiulare locală de rotație.*

3.918	-----	18+
3.276	-----	16+
2.654	-----	14+
2.065	-----	12+
1.521	-----	10+
1.037	-----	8+
0.628	-----	6+
0.309	-----	4+
0.095	-----	2+
0	-----	0+

$^{172}\text{Hf}$

### &1.4. Spectroscopie $\beta$ - $\gamma$ .

#### M22

Se consideră că nucleele  $^{207}_{82}\text{Pb}$  și  $^{207}_{83}\text{Bi}$  sunt corect descrise de modelul păturilor nucleare. Succesiunea nivelelor uniparticulă neutronice ce formează pătura majoră cu  $N = 82 \div 126$  este următoarea:

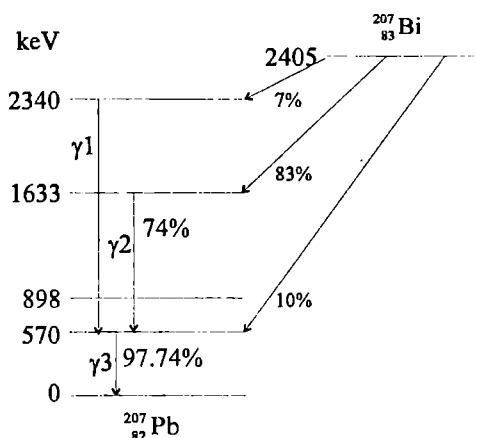
$$1h_{9/2}, 2f_{7/2}, 1i_{13/2}, 3p_{3/2}, 2f_{5/2}, 3p_{1/2}.$$

Succesiunea nivelelor uniparticulă protonice ce formează pătura majoră cu  $Z \geq 82$  este  $1h_{9/2}, 2f_{7/2}, 1i_{13/2}$ , etc

1. Nucleul  $^{207}_{83}\text{Bi}$  se dezintegrează prin captură electronică cu factorii de ramificare precizați în figură; explicați, calitativ, valorile lor.

2. Pentru nucleul  $^{207}_{82}\text{Pb}$  sunt prezentate trei din cele mai probabile tranziții  $\gamma$ ; clasificați aceste tranziții.

3. În figură pentru tranzițiile  $\gamma_2$  și  $\gamma_3$  sunt date valorile factorilor spectroscopici. Cu precizarea că nivelul de energie de excitare de 1633 keV (care se dezexcită prin tranziția  $\gamma_2$ ) se populează numai prin captură radiativă să se determine coeficienții de conversie internă pentru nivelele ce se dezexcită  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$ .



#### M23

Primul nivel excitat al nucleului  $^{117}_{49}\text{In}$  se dezexcită cu  $T_{1/2} = 1.93$  ore, parțial prin tranziția  $\gamma_1$  pe nivelul fundamental (cu probabilitatea relativă de 47%) și prin dezintegrări  $\beta^-$ , interzise de ordinul unu, pe nivelul fundamental și pe primul nivel excitat al nucleului  $^{117}_{50}\text{Sn}$ . Nivelul fundamental al nucleului  $^{117}_{49}\text{In}$  se dezexcită  $\beta^-$  (dezintegrare  $\beta^-$  permisă) pe nivelul excitat de energie 712 keV al  $^{117}_{50}\text{Sn}$ . În nucleul  $^{117}_{50}\text{Sn}$  au loc tranzițiile  $\gamma$  prezentate în figura de mai jos.

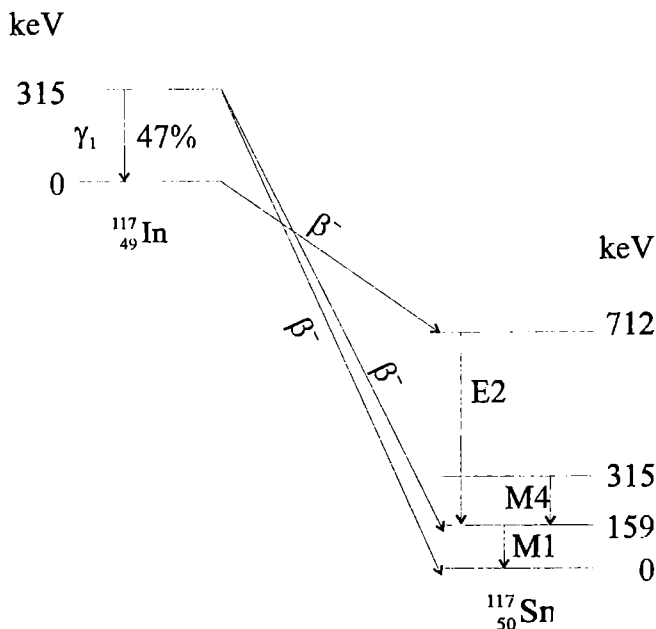
Folosind aceste informații ca și precizările ce urmează se cere:

1. Probabilitatea de emisie a radiației  $\gamma_1$
2. Spinii și paritățile ( $I^\pi$ ) pentru nivele din schema de dezintegrare din figură.

Să se clasifice tranziția  $\gamma_1$

3. Să se determine energiile maxime ale celor trei tranziții  $\beta^-$ , din figură.

4. Să se determine factorii spectroscopici pentru cele două tranziții  $\beta^-$  de pe primul nivel excitat al nucleului  $^{117}_{49}\text{In}$ , considerând că elementele lor de matrice sunt egale.



În rezolvarea problemei se va ține cont de următoarele:

a. Nucleul  $^{117}_{49}\text{In}$  este corect descris de varianta uniparticulă a modelului păturilor nucleare. Succesiunea nivelelor uniparticulă protonice pentru pătura majoră  $Z=28 \div 50$  este următoarea:  $1f_{5/2}, 2p_{3/2}, 2p_{1/2}, 1g_{9/2}$ .

b. În nucleul  $^{117}_{50}\text{Sn}$ , deși are un număr magic de protoni datorită interacției reziduale între cei 17 neutroni extra numărul magic 50, are loc o mixare a nivelelor uniparticulă neutronice pentru pătura majoră cu  $N=50 \div 82$  ( $1g_{7/2}, 2d_{5/2}, 2d_{3/2}, 1h_{11/2}, 3s_{1/2}$ ) încât ordinea lor este alterată.

c. Probabilitatea tranzițiilor  $\beta^-$  poate fi aproximată prin relația :  $\lambda_{\beta} = C \cdot T_{\beta M}^5 \cdot |M_{if}|^2$  în care  $T_{\beta M}$  este energia cinetică maximă a tranziției  $\beta^-$  (exprimată în MeV),  $C$  este o constantă iar  $M_{if}$  este elementul matricial de tranziție între starea inițială  $i$  și cea finală  $f$ .

d. Se va considera că nucleul  $^{117}_{49}\text{In}$  se dezintegrează din repaus ; se va neglija energia cinetică a nucleului fiică  $^{117}_{50}\text{Sn}$  ca și energia de repaus a antineutrinoilor. Se dă  $m(^{117}_{49}\text{In})c^2 - m(^{117}_{50}\text{Sn})c^2 - m_e c^2 = 1.4543 \text{ MeV}$  în care  $m_e c^2$  este energia de repaus a electronului.

## Cap.2. Reacții Nucleare.

### §2.1 Cinematică nerelativistă.

#### R1

A. Un fascicul monoenergetic format din nuclee identice, bombardează o țintă formată din nuclee identice cu ale fasciculului incident aflate în repaus.

1A. Să se determine energia cinetică minimă ( $T_{\min}$ ) a nucleelor din fasciculul incident astfel încât după ciocnirea nucleu proiectil-nucleu țintă să existe posibilitatea ca fiecare dintre cele două nuclee care interacționează să se afle pe nivelul excitat de energie  $\varepsilon$ .

2A. Să se deducă dependența dintre unghiul de împrăștiere  $\theta$  (în SL) și  $\theta^*$  (în SCM) pentru procesul precizat și pentru o energia cinetică  $T$  ( $T > T_{\min}$ ) a fasciculului.

3A. Folosind rezultatul de la punctul precedent să se definească unghiul maxim de împrăștiere  $\theta_{\max}$  în SL.

4A. Care trebuie să fie dependența de unghiul  $\theta^*$  al distribuției unghilare  $\sigma^*(\theta^*)$ , în SCM, astfel încât pentru energia cinetică  $T$  distribuția unghilară  $\sigma(\theta)$  în SL să fie izotropă.

B. Considerând că nucleele proiectil cât și nucleele țintă au aceeași energie cinetică și se ciocnesc frontal să se răspundă la aceleași întrebări. Desigur în acest caz prin  $T_{\min}$  se înțelege energia minimă a fiecărui nucleu astfel ca după ciocnire fiecare nucleu să se afle pe nivelul excitat de energie  $\varepsilon$ .

*Precizare: rezultatele se vor exprima în funcție de energia  $\varepsilon$  și  $T$  ( $T > T_{\min}$ ) cu condiția  $T/mc^2 \ll 1$  și  $\varepsilon/mc^2 \ll 1$  în care  $mc^2$  este energia de repaus a unui nucleu.*

#### R2

Reacția  ${}^{13}_6\text{C}(d,p){}^{14}_6\text{C}$  are  $Q_{dp} = 5,952$  MeV și o rezonanță de nucleu compus (NC) pentru energia cinetică, în SL, a deuteroniilor incidenți de  $T_d = 2,45$  MeV. Fie

reacția  ${}^{11}_5\text{B}(\alpha, n) {}^{14}_7\text{N}$  cu  $Q_{\alpha n} = 0,158 \text{ MeV}$ . Să se determine energia cinetică  $T_\alpha$  a particulelor  $\alpha$  în SL astfel încât în această reacție să se formeze aceeași rezonanță de NC. Pentru obținerea rezultatului numeric se vor folosi următoarele:

a).  $Q_{\beta^-} = 0,156 \text{ MeV}$  pentru procesul  ${}^{14}_6\text{C} \rightarrow {}^{14}_7\text{N} + \beta^- + \tilde{\nu}_e$

b) Se dau următoarele energii de repaus:

$$m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}; m_p c^2 = 938,3 \text{ MeV}; m_n c^2 = 939,6 \text{ MeV}$$

$$m({}^{13}_6\text{C}) \cdot c^2 = 12109,6 \text{ MeV}; m({}^{11}_5\text{B}) \cdot c^2 = 10252,6 \text{ MeV}; m_\alpha c^2 = 3727,4 \text{ MeV}.$$

Se va neglija masa neutrinilor.

### R3

Se bombardează o țintă de tritium (t) cu deuteroni cu energia cinetică (în SL) de  $T_d = 0,1 \text{ MeV}$ . Are loc reacția  $t+d \rightarrow \alpha+n$  în care se detectează neutronii emiși la diferite unghiuri. Să se determine expresia numerică pentru energia cinetică a neutrinilor emiși  $T_n$  (în SL) funcție de unghiul  $\theta$  de emisie al neutronilor față de direcția inițială a deuteronilor. Să se determine această energie pentru unghiurile de  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  și  $180^\circ$ .

Se cunosc energiile totale de legătură pentru t, d și  $\alpha$ :  $W_t = 8,482 \text{ MeV}$ ,  $W_d = 2,2245 \text{ MeV}$  și  $W_\alpha = 28,2965 \text{ MeV}$ . Se va folosi, ori de câte ori este rezonabil aproximația  $m({}^A\text{X}) \cong A \cdot u$  în care  $u$  este unitatea atomică de masă.

### R4

Se efectuează o experiență de împrăștiere elastică și inelastică a protonilor de masă  $m$  pe o țintă  ${}^A\text{X}$ ; fie  $M$  masa nucleelor țintă. Tinta conține impurități de hidrogen. Spectrul protonilor împrăștiați elastic și inelastic pe nucleele țintă și cei împrăștiați elastic pe nucleele de hidrogen se vizualizează, pentru un unghiul de împrăștiere  $\theta$ , pe ecranul unui analizor multicanal. Se constată că la unghiul de împrăștiere  $\theta_c$ , determinat cu precizia  $\Delta\theta_c$ , picul corespunzător împrăștierii elastice a protonilor incidenți pe nucleele impuritate de hidrogen se suprapune pe picul corespunzător împrăștierii inelastice a protonilor incidenți pe nivelul excitat al țintei de energie de excitare  $\epsilon$ . Folosind aceste date să se determine:

1. Energia fascicului incident ca și precizia acesteia.
2. Energia cinetică a protonilor emiși la unghiul  $\theta = 90^\circ$  rezultați din împrăștierea inelastică a protonilor incedenți pe nivelul excitat al țintei de energie de excitare  $\epsilon$ .
3. Energia maximă posibilă de excitare a nucleelor țintă.

## R5

În procesul de interacție a particulelor  $\alpha$ , de energia cinetică de 10 MeV, cu o țintă de hidrogen (protoni) se observă o rezonanță de nucleu compus. Pentru ce energie cinetică a protonilor apare această rezonanță în procesul de interacție a protonilor cu o țintă de heliu (particule  $\alpha$ ).

## R6

Se studiază reacția :  $p + {}^{19}_9\text{F} \rightarrow \alpha + {}^{16}_8\text{O}$ . La energia cinetică a protonilor incidenti  $T_p = 0,843$  MeV (în SL) se detectează particule  $\alpha$  de energie cinetică  $T^* = 7,14$  MeV (în SCM) iar nucleeele de  ${}^{16}\text{O}$  se află pe nivelul fundamental. Pentru energia incidentă a protonilor  $T_p = 0,874$  MeV se detectează particule  $\alpha$  cu  $T^* = 1,46; 1,62$  și  $2,25$  MeV care corespund cazului în care nucleeele de  ${}^{16}\text{O}$  se află pe primele trei nivele excitate. Nivelele excitate se dezexcită  $\gamma$  pe nivelul fundamental prin tranziții electrice  $E3(E_{\gamma_1})$ ,  $E2(E_{\gamma_2})$  și  $E1(E_{\gamma_3})$  cu  $E_{\gamma_1} < E_{\gamma_2} < E_{\gamma_3}$ .

1. Să se determine energia de reacție  $Q$  pentru cazul în care nucleul  ${}^{16}\text{O}$  se obține pe nivelul fundamental cât și energiile de excitare și spinii și paritățile nivelelor implicate în reacție.

2. Pentru  $T_p = 0,843$  MeV să se determine plaja de variație a energiei cinetice  $T_\alpha$  (în SL) a particulelor  $\alpha$ .

3. Să se determine factorul numeric ce definește legătura între secțiunea diferențială  $\sigma(\theta)$  (în SL) și secțiunea diferențială  $\sigma^*(\theta^*)$  (în SCM) pentru reacția studiată.

4. Pentru detecția particulelor  $\alpha$  se plasează un detector semiconductor adecvat (de exemplu cu strat barieră de suprafață) de suprafață  $S=1\text{cm}^2$  la distanța  $r = 30$  cm de țintă, centrat la un unghi  $\theta$  în SL care corespunde unghiului  $\theta^*=60^\circ$  în SCM. Știind că  $\sigma^*(\theta^*=60^\circ) = 100$  mb/sr să se determine numărul de particule  $\alpha$  ce ajung la detector în unitatea de timp știind că fasciculul inițial de protoni corespunde unui curent de  $I_f=10$  nA.

Se cunosc mărimile: densitatea țintei  $\rho = 1,54$  g/cm<sup>3</sup>; grosimea țintei  $d=10$   $\mu\text{m}$ ; numărul lui Avogadro  $N_A = 6 \cdot 10^{23}$  mol<sup>-1</sup>; sarcina elementară  $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C. Ținta se consideră subțire; de asemenea ori de câte ori este rezonabil se va folosi aproximația  $m(\text{AX}) \cong A \cdot u$ .



## \$2.2. Cinematică relativistă.

### R7

Prin interacția dintre particula proiectil  $a$ , de energie cinetică relativistă, cu nucleul țintă  $A$  se obțin particulele (1), (2), etc, conform procesului:

$$a + A = (1) + (2) + (3) + \dots$$

Să se determine energia de prag pentru acest proces. Se cunosc energiile de repaus al partenerilor de interacție inițiali și finali.

### R8

Are loc interacția  $p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$ . Să se determine *energia cinetică de prag* pentru realizarea acestei interacții în următoarele situații:

1. Fasciculul incident de protoni de energie cinetică  $T$  bombardează o țintă formată din protoni aflați în repaus.
2. Fasciculul de protoni interacționează frontal cu un alt fascicul identic de protoni.

### R9

1. Folosind invariantul relativist  $E^2 - (\vec{p}c)^2$  să se arate că procesul de anihilare al radiației  $\gamma$  în perechea  $(a, \bar{a})$ :

$$\gamma \rightarrow a + \bar{a}$$

nu este posibil *in vid* (în absența unui partener de interacție)

2. Considerând că  $N$  este partenerul de interacție în procesul de anihilare:

$$\gamma + N \rightarrow a + \bar{a} + N$$

să se determine energia  $\gamma$  de prag pentru procesul de anihilare

$$\gamma + N \rightarrow e + \bar{e} + N$$

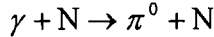
în cazurile:

2a. Partenerul de interacție este un nucleon cu energia de repaus  $m_N c^2 = 938.5$  MeV.

2b. Partenerul de interacție este un electron cu energia de rapaus  $m_e c^2 = 0.511$  MeV.

**R10**

Se bombardează un nucleu cu fotoni  $\gamma$  monoenergetici de energie  $E_\gamma$  foarte mare. Fotonii interacționează cu nucleonii  $N$  ai nucleului. Are loc reacția:



Presupunând că nucleonii nucleului au energia cinetică  $T=20$  MeV se cere:

1. Să se determine energia de prag a fotonilor  $\gamma$  în funcție de energiile de repaus ale partenerilor implicați în reacție, de energia cinetică  $T$  și de unghiul  $\theta$  dintre direcția de mișcare a fotonilor și a nucleonului incident.

2. Să se determine energia de prag minimă necesară producerii reacției. Se cunosc energiile de repaus:  $m_N=938.25$  MeV,  $m_\pi=134.97$  MeV.

**R11**

Are loc reacția :  $\pi^+ + p \rightarrow K^+ + \Sigma^+$  în care mezonii  $\pi^+$  reprezintă particulele proiectil.

1. Să se calculeze energia de prag pentru această reacție. Se cunosc energiile de repaus:  $m_\pi c^2 = 140$  MeV;  $m_p c^2 = 940$  MeV;  $m_K c^2 = 494$  MeV;  $m_\Sigma c^2 = 1190$  MeV

2. Reacția are o rezonanță pentru impulsul mezonilor incidenți  $p_\pi = 1.5$  GeV/c. Care este *masa rezonanței* formate în acest proces.

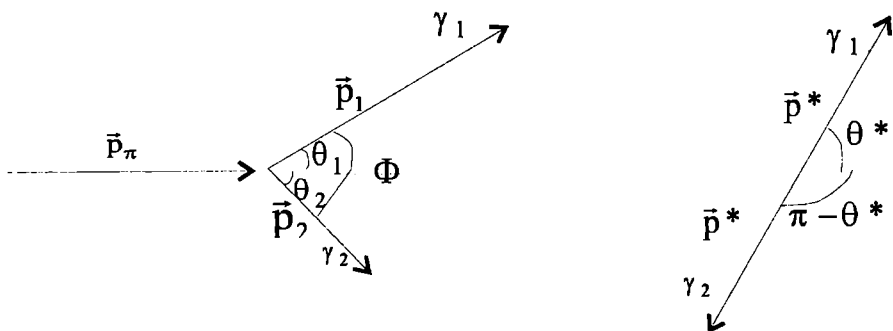
3. Lărgimea rezonanței  $\Gamma$  este de 240 MeV. Care este timpul mediu de viață al rezonanței.

4. Unda parțială care domină această rezonanță este unda cu  $l=3$ . Care sunt valorile posibile  $I^\pi$  (spin și paritate) pentru această rezonanță. Spinul și paritatea mezonilor  $\pi$  este  $I^\pi = 0^-$

5. Să se determine izospinul rezonanței. Izospinul mezonilor incidenți este  $T_\pi = 1$

**R12**

Mezonul  $\pi^0$  de viteză  $\bar{u}$  se poate dezintegra în două cuante  $\gamma$  care fac între ele unghiul  $\Phi$  în procesul  $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ . În sistemul de referință legat de mezonul  $\pi^0$ , cele două cuante  $\gamma$  sunt emise în direcții opuse, la unghiul  $\theta^*$ , respectiv  $\pi - \theta^*$  față de direcția de mișcare a mezonilor inițiali  $\pi^0$ . (a se vedea figura ce urmează).



1. Să se determine relația dintre unghiul  $\theta^*$  și  $\Phi$ .
2. Să se determine unghiul  $\Phi_{\min}$ . Cum sunt emise cuantele gama (în SL) în acest caz?

*Precizare: Problema se va trata relativist. Se reamintește că energia totală  $E$  (în SL) se exprimă în funcție de energia  $E^*$  și impulsul  $p^*$  (în SCM) prin relația:*

$$E = \gamma_r (E^* + \vec{p}^* \cdot \vec{u}); (\gamma_r)^{-1} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

### R13

Mezonul  $\pi^0$  se poate dezintegra, din repaus sau din mișcare, în două cuante  $\gamma$  care fac între ele unghiul  $\Phi$  în procesul  $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ .

1. Să se definească unghiul  $\Phi$  în funcție de energia celor două cuante  $\gamma$  și de energia de repaus  $m_{\pi^0} c^2$  a mezonilor  $\pi^0$ .
2. Să se arate că unghiul  $\Phi$  este minim ( $\Phi_m$ ) când are loc dezintegrarea simetrică, energiile celor două cuante gama fiind egale.
3. Să se calculeze  $\Phi_m$  pentru cazurile:
  - a. Mezonii  $\pi^0$  se dezintegrează din repaus.
  - b. Mezonii  $\pi^0$  se dezintegrează din mișcare având energia cinetică egală cu energia lor de repaus.
  - c. Mezonii  $\pi^0$  se dezintegrează din mișcare fiind ultrarelativiști.

*Observație: Această problemă este o variantă a problemei precedente.*

### R14

Mezonii  $\pi^+$ , cu energia cinetică (în SL)  $T_\pi = 140$  MeV, se dezintegrează din mișcare astfel:

$$\pi^0 \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

1. Să se determine plaja energiilor cinetice posibile (în SL) pentru mezonii  $\mu^+$  rezultați în procesul de dezintegrare.

2. Să se determine unghiurile posibile de emisie a mezonilor  $\mu^+$  în SL

Se dau mărimile:  $m_\pi c^2 = 140$  MeV,  $m_\mu c^2 = 105$  MeV,  $m_\nu c^2 = 0$

### \$2.3.Mecanisme de reacție. Secțiuni eficace.

### R15

1.Să se determine, din punct de vedere cuantic, secțiunea diferențială pentru împrăștierea elastică în câmpul forțelor coulombiene. Pentru interacția proiectilului de sarcină  $Z_p e$  cu nucleul țintă a cărui sarcină  $Z_T e$  este ecranată de electronii atomului energia potențială a câmpului coulombian este definită de relația:

$$V(r) = k \frac{Z_p Z_T e^2}{r} e^{-r/d} \text{ cu } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

în care  $d$  este *distanța de ecranare* care este de dimensiunea atomului nucleului țintă. Secțiunea diferențială se exprimă prin relația :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2$$

în care *amplitudinea de împrăștiere coulombiană* în aproximația Born este definită de astfel:

$$f(\theta) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \int \Psi_f^* V(r) \Psi_i d\vec{r}$$

În această relație  $\mu$  este masa redusă,  $\Psi_i$  și  $\Psi_f$  sunt funcțiile plane inițiale, respectiv, finale iar  $d\vec{r}$  este elementul de volum.

2. Să se stabilească condițiile în care secțiunea diferențială dedusă la punctul precedent este egală cu binecunoscuta secțiune diferențială Rutherford.

3. Folosind relația clasică:  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2\pi b|db|}{d\Omega}$  și rezultatul de la punctul precedent să se deducă expresia Rutherford pentru *parametrul de ciocnire*  $b$

4. Folosind conservarea energiei totale și a momentului cinetic pentru cazul câmpului coulombian pur (fără ecranare) să se deducă expresia Rutherford pentru distanța minimă de apropiere dintre proiectil-nucleu țintă  $r_{\min}(\theta)$ , pentru unghiul de împrăștiere  $\theta$ .

*Comentariu: Procesele de interacție (reacțiile nucleare) se realizează prin folosirea unui fascicul de ioni accelerați care bombardează o țintă (de regulă subțire pentru a se evita ciocnirile multiple) formată din atomi. Dacă ionul proiectil și atomul țintă se găsesc la o distanță mai mare decât suma razelor celor doi atomi (atomul ionului proiectil-atomul țintă) atunci între proiectil și țintă nu are loc practic nici-o interacție căci electronii atomului țintă ecranează sarcina nucleului țintă. Pe măsură ce ionul proiectil se apropie mai mult de nucleul țintă efectul de ecranare scade. Dacă distanța dintre ei este mai mică decât suma razelor celor doi atomi dar mai mare decât suma razelor celor două nuclee (nucleul ionului proiectil-nucleul atomului țintă) efectul de ecranare devine neglijabil și interacția devine "pur" coulombiană. Când distanța proiectil - nucleu țintă este mai mică decât suma razelor celor două nuclee intervin eficient și forțele nucleare și, ca urmare, are loc o reacție nucleară. Firește pentru a se produce o reacție nucleară trebuie ca energia cinetică a proiectilului să fie suficient de mare pentru ca proiectilul să "penetreză" bariera coulombiană"*

*Dacă am admite că am avea atomi foarte mari, adică distanța de ecranare  $d \rightarrow \infty$ , atunci practic în orice situație se poate considera că distanța dintre proiectil - atom țintă este mai mică decât suma razelor celor doi atomi; dacă în plus distanța este mai mare decât suma razelor celor două nuclee în acest caz interacția este "pur" coulombiană și energia potențială a câmpului coulombian este definită de relația:*

$$V(r) = k \frac{Z_p Z_T e^2}{r}$$

*În cazul în care admitem că atomii ar avea dimensiuni foarte mici  $d \rightarrow 0$  practic în orice moment distanța dintre proiectil - atom țintă este mai mare decât suma razelor celor doi atomi; în acest caz nu are loc nici-o interacție și  $V(r)=0$ .*

## R16

Un fascicul de  $^{16}_8\text{O}$  de energie cinetică (în SL)  $T_L=60$  MeV bombardează o țintă izotopică formată din nuclee de  $^{64}_{28}\text{Ni}$ . Are loc procesul de interacție  $^{16}_8\text{O}+^{64}_{28}\text{Ni}$  în câmp coulombian pentru unghiuri, în SCM,  $\theta$  mai mici decât unghiul critic  $\theta_c$ .

1. Care este energia cinetică  $T$  a sistemului în SCM ?

2. Care este distanța minimă de apropiere dintre partenerii de interacție pentru  $\theta < \theta_c$ ?

3. Să se deducă parametrul de ciocnire pentru unghiul de împrăștiere  $\theta=1^\circ$ .

4. Să se deducă unghiul critic  $\theta_c$  astfel încât pentru  $\theta > \theta_c$  interacția să nu mai fie coulombiană. Care este valoarea acestui unghi în SL.

5. Să se calculeze probabilitatea ca un ion de  $^{16}_8\text{O}$  să aibă în ținta de nichel două împrăștieri succesive de tip Rutherford pentru unghiuri  $\theta > 1^\circ$ . Să se deducă grosimea maximă  $L$  a țintei de nichel astfel încât să poată fi neglijată împrăștierea multiplă pentru unghiuri  $\theta > 1^\circ$ . Se va considera că împrăștierea multiplă poate fi neglijată dacă probabilitatea a două ciocniri succesive este mai mică sau egală cu  $10^{-2}$ . Se dă densitatea țintei  $\rho=8.85$  g/cm<sup>3</sup> și numărul lui Avogadro  $N_A=6.02\cdot 10^{23}$  mol<sup>-1</sup>.

6. Să se deducă secțiunea diferențială pentru unghiul în SCM  $\theta=60^\circ$ .

7. Să se determine numărul de ioni de  $^{16}_8\text{O}$  înregistrați în unitatea de timp de un detector semiconductor de suprafață de  $1$  cm<sup>2</sup> plasat la o distanță de  $30$  cm de țintă, centrat pe unghiul  $\theta_L$  (în SL) care corespunde unghiului (în SCM)  $\theta=60^\circ$ , când experiența se realizează cu o țintă subțire cu grosimea  $L$  determinată la punctul 5. și pentru un fascicul incident de  $10$  nA, fiecare atom de  $^{16}_8\text{O}$  fiind odată ionizat.

Pentru raza redusă a partenerilor de interacție se va considera valoarea:  $r_0=1.3$  F și pentru valoarea absolută a sarcinii elementare  $|e|=1.6\cdot 10^{-19}$  C

## R17

Are loc interacția  $^{12}_6\text{C}+^{13}_6\text{C}$  la energia cinetică (în SCM)  $T=2$  MeV.

1. Să se arate că această interacție are loc, practic, în câmpul coulombian și ca atare poate fi tratată *semiclassic*.

2. Să se determine și să reprezinte grafic distribuția unghiulară (secțiunea diferențială în b/sr) *semiclassică* pentru unghiuri  $\theta$  (în SCM) cuprinse în intervalul  $30^\circ \leq \theta \leq 150^\circ$ .

3. Să se determine și să reprezinte grafic distribuția unghiulară *semiclassică* pentru procesele  $^{12}_6\text{C}+^{12}_6\text{C}$  și  $^{13}_6\text{C}+^{13}_6\text{C}$  pentru aceleași valori ale unghiului  $\theta$ .

4. Să se determine secțiunile diferențiale pentru procesele  ${}^{12}_6\text{C} + {}^{12}_6\text{C}$  și  ${}^{13}_6\text{C} + {}^{13}_6\text{C}$  din punct de vedere cuantic. Se va ține cont de faptul că nucleele  ${}^{12}_6\text{C}$  sunt bozoni de spin zero iar nucleele  ${}^{13}_6\text{C}$  sunt fermioni de spin 1/2.

Se fac următoarele precizări:

a. În dezvoltarea după undele parțiale amplitudinea pentru împrăștiere coulombiană  $f_c(\theta)$  este dată de relația:

$$f_c(\theta) = -\frac{\eta}{2k \sin^2(\theta/2)} \cdot \exp\{-i[\eta \ln(\sin^2 \frac{\theta}{2}) + 2\sigma_0]\}$$

în care  $\eta$  este parametrul Sommerfeld definit astfel:  $\eta = a_c \cdot k = \frac{a_c}{\lambda}$ ;  $a_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z_p Z_T e^2}{2T}$  în

care  $a_c$  este lungimea caracteristică a împrăștierii coulombiene,  $Z_p e$ ,  $Z_T e$  reprezintă sarcina proiectilului și a nucleului țintă iar  $\sigma_0$  este faza coulombiană pentru unda parțială  $l=0$ ;  $\sigma_l$  pentru unda parțială  $l$  este dată de relația:  $\sigma_l = \arg \Gamma(1+l+i\eta)$  în care  $\Gamma$  este funcția gamma.

b. Pentru raza redusă se va folosi valoarea:  $r_0 = 1.25 \text{ F}$

c. Se vor folosi valorile:  $\hbar \cdot c = 197 \text{ MeV} \cdot \text{F}$  și  $1 \text{ uc} = 931,5 \text{ MeV}$ . Ori de câte ori este rezonabil se va folosi aproximația  $m(^A\text{X}) \approx A \text{ u}$ .

## R18

Se consideră că în interacția neutronilor cu nuclee țintă orice proces *nonelastic* se realizează prin absorția neutronilor de nucleele țintă. În astfel de situații se spune că nucleul țintă este un *nucleu negru*.

1. Să se demonstreze că în aproximația semiclassicală, în care se neglijează spinii neutronilor și nucleelor țintă, secțiunea eficace a proceselor nonelastice (numită și *secțiune de reacție*) este dată de relația:

$$\sigma_r = \pi \tilde{\lambda}^2 (R + \tilde{\lambda})^2$$

în care  $R$  este raza de interacție neutron-nucleu țintă.

2. Să se demonstreze că secțiunea proceselor elastice  $\sigma_e$  este egală cu secțiunea proceselor de reacție  $\sigma_r$ .

3. Să se demonstreze relațiile de mai sus, din punct de vedere cuantic, folosind formalismul matricei de împrăștiere.

4. Să se deducă, din punct de vedere cuantic, secțiunea diferențială

În acest scop se vor folosi următoarele:

- Amplitudinea pentru împrăștierea elastică, prin neglijearea spinilor, este dată de relația:

$$f(\theta) = i \frac{\lambda}{2} \sum_1 (2l+1)(1-S_{l,l}) P_l(\cos\theta)$$

- Numărul undelor parțiale este considerat suficient de mare încât suma din relația precedentă poate fi înlocuită cu o integrală iar polinomul  $P_l(\cos\theta)$  poate fi înlocuit cu funcția Bessel de ordinul zero  $J_0\{2l\sin(\theta/2)\}$ . Reamintim că între funcția Bessel de ordinul zero și funcția Bessel de ordinul unu există relația:

$$\frac{d}{dz}[zJ_1(z)] = zJ_0(z)$$

Funcția Bessel de ordinul unu pentru valori relativ mari ale argumentului poate fi aproximată prin relația :

$$|J_1(z)| \approx \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \sin\left(z - \frac{\pi}{4}\right)$$

*Aplicație:* Să se calculeze distribuția unghiulară (în mb/sr) pentru procesul de interacție a neutronilor de energia incidentă (în SL)  $T_L = 14$  MeV cu nuclee țintă de  $^{120}_{50}\text{Sn}$ ,

pentru unghiuri de împrăștiere (în SCM) ce îndeplinesc condiția:  $\frac{2R}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2} \geq 2$

Se vor folosi valorile:  $R = 6$  F,  $\hbar \cdot c = 197$  MeV · F și  $1 \text{ uc} = 931,5$  MeV. Ori de câte ori este rezonabil se va folosi aproximația  $m(^A X) \approx A$  u.

## R19

Se studiază interacția neutronilor de undă parțială  $s$  ( $l=0$ ) cu nuclee țintă de spin și paritate  $I_T^{\Pi_T}$ . Să se definească expresia analitică pentru secțiunea de împrăștiere elastică, folosind pentru matricea de împrăștiere aproximația *uninivel*, în următoarele situații:

1. Pentru nuclee țintă cu numărul de masă  $A < 5$  pentru cazurile:

- fazele  $\delta_c^{J\Pi}$  depind de momentul cinetic total  $J$  și de paritatea  $\Pi$

- fazele  $\delta_c^{J\Pi}$  nu depind de momentul cinetic total  $J$  și de paritatea  $\Pi$

2. Pentru nuclee țintă cu  $100 < A < 190$ . Se consideră că fazele  $\delta_c^{J\Pi}$  depind de momentul cinetic total  $J$  și de paritatea  $\Pi$

*Precizări:*

a. Se va considera că spinul rezonanței de nucleu compus este  $J_0 = I_T + 1/2$  și paritate  $\Pi_0 = \Pi_T$ .

b. Elementele matricei de împrăștiere pentru energia cinetică  $T$ , în aproximația uninivel și în cuplajul spinului de canal ( $\vec{s} = \vec{I}_T + \vec{s}_n$ ) se definesc astfel:



$$S_{c',c}^{J^{\pi}} = e^{i(\delta_c^{J^{\pi}} + \delta_{c'}^{J^{\pi}})} \left\{ \delta_{c',c} - i \frac{(\Gamma_{\mu c}^{J^{\pi}} \cdot \Gamma_{\mu c'}^{J^{\pi}})^{1/2}}{T - T_{\mu}^{J^{\pi}} + i(\Gamma_{\mu}^{J^{\pi}} / 2)} \right\}; \quad c = \{\alpha ls\}$$

în care mărimile ce intervin au semnificația uzuală.

### Aplicație:

3. În procesul  $n + {}^{135}\text{Xe}$  se formează prima rezonanță izolată de nucleu compus de spin și paritate  $J^{\pi} = 2^{-}$  pentru energia cinetică de rezonanță  $T_1 = 0.084$  eV. Procesele posibile sunt împrăștierea elastică și captura radiativă.

- Să se calculeze secțiunea de captură radiativă pentru energia de rezonanță

- Să se reprezinte grafic secțiunea de captură funcție de energia cinetică a neutronilor  $T$  pentru intervalul energetic  $0.025 < T < 0.4$  eV

Se cunosc mărimile: Spinul și paritatea nucleului țintă este  $I_T^{\pi_T} = (3/2)^{-}$ , lărgimea parțială pentru procesul elastic pentru energia de rezonanță  $T_1$  este  $\Gamma_{1n}(T_1) = 0.0257$  eV iar pentru procesul de captură este  $\Gamma_{1\gamma}(T_1) = 0.0907$  eV. Se va lua în considerare faptul că lărgimea neutronică depinde de energie după legea  $E^{1/2}$  ( $\Gamma_{1n} \sim E^{1/2}$ ) iar lărgimea  $\Gamma_{1\gamma}$  este constantă pentru domeniul energetic precizat.

Se vor folosi valorile:  $\hbar c = 197$  MeV · F;  $1 \text{ uc}^2 = 931.5$  MeV. Ori de câte ori este rezonabil se va folosi aproximația  $m({}^A\text{X}) \approx A \cdot u$ .

## R20

Se studiază interacția neutronilor cu nuclee țintă par-pare la o energie pentru care :

$$\lambda^2 = 24 F^2$$

Se admite că elementele diagonale ale matricei de împrăștiere pentru undele parțiale  $l=0,1$ , în cuplajul  $j-j$ , au valorile:

$$S_{jj,jj} = (0.2 + i0.6) \cdot \frac{1+l}{2}$$

1. Să se calculeze distribuția unghiulară  $\sigma_{n,n}(\theta)$ , în milibarni/sr (mb/sr), pentru împrăștierea elastică considerând că în procesul de interacție participă numai undele parțiale cu  $l=0,1$ .

2. Să se calculeze secțiunea eficace de împrăștiere elastică integrată pe unghiul solid:

$$\sigma_{n,n} = \int \sigma_{n,n}(\theta) \cdot d\Omega$$

Să se verifice acest rezultat calculând secțiunea  $\sigma_{n,n}$  folosind relațiile generale din teoria reacțiilor nucleare.

3. Să se calculeze secțiunea eficace de reacție și secțiunea eficace totală

În rezolvarea problemei se vor considera următoarele:

a. Pentru secțiunea diferențială se va folosi relațiile:

$$\sigma_{n,n}(\theta) = |A(\theta)|^2 + |B(\theta)|^2$$

cu:

$$A(\theta) = i \frac{\lambda}{2} \sum_1 \{(1+1)T_1^{j=1+1/2} + 1T_1^{j=1-1/2}\} P_1(\cos \theta)$$

$$B(\theta) = i \frac{\lambda}{2} \sum_1 \{T_1^{j=1+1/2} - T_1^{j=1-1/2}\} P_1^1(\cos \theta)$$

$$T_1^j = 1 - S_{lj,lj}$$

b. Relația generală ce definește secțiunea eficace integrată pe unghiul solid este :

$$\sigma_{\alpha',\alpha} = \pi \lambda^2 \sum_{\text{JII}^j} g_{\alpha}^j |T_{\alpha'l^j,adj}^{\text{JII}}|^2; T_{\alpha'l^j,adj}^{\text{JII}} = \delta_{\alpha'l^j,adj} - S_{\alpha'l^j,adj}^{\text{JII}}; g_{\alpha}^j = \frac{2J+1}{(2I_T+1)(2I_p+1)}$$

în care  $I_T$ ,  $I_p$  sunt spinul nucleului țintă, respectiv, al proiectilului.

*Comentariu: În cazul în care proiectilul de spin 1/2 are sarcina electrică  $Z_p e$  secțiunea diferențială se definește astfel:*

$$\sigma_{n,n}(\theta) = |A(\theta)|^2 + |B(\theta)|^2$$

$$A(\theta) = f_c(\theta) + i \frac{\lambda}{2} \sum_1 e^{2i\sigma_1} \{(1+1)T_1^{j=1+1/2} + 1T_1^{j=1-1/2}\} P_1(\cos \theta)$$

$$B(\theta) = i \frac{\lambda}{2} \sum_1 e^{2i\sigma_1} \{T_1^{j=1+1/2} - T_1^{j=1-1/2}\} P_1^1(\cos \theta)$$

$$T_1^j = 1 - S_{lj,lj}$$

în care amplitudinea pentru împrăștiere coulombiană  $f_c(\theta)$  (a se vedea problema R17) este dată de relația:

$$f_c(\theta) = -\frac{\eta}{2k \sin^2(\theta/2)} \cdot \exp\{-i[\eta \ln(\sin^2 \frac{\theta}{2}) + 2\sigma_0]\}$$

în care  $\eta$  este parametrul Somerfeld definit astfel:  $\eta = a_c \cdot k = \frac{a_c}{\lambda}$ ;  $a_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z_p Z_T e^2}{2T}$  în

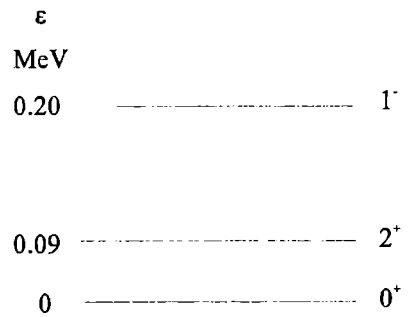
care  $a_c$  este lungimea caracteristică a împrăștierei coulombiene,  $Z_p e$  reprezintă sarcina nucleului țintă iar  $\sigma_1$  este faza coulombiana pentru unda parțială  $l$  și este dată de relația:

$$\sigma_1 = \arg \Gamma(1+l+i\eta)$$

în care  $\Gamma$  este funcția gamma. Având în veder că  $\Gamma(1+l) = l!$  rezultă că pentru  $\eta = 0$ , adică situația unui proiectil fără sarcină-deci neutronul,  $\exp(2i\sigma) = 1$  și ca urmare se obțin relațiile din enunțul problemei.

## R21.

Se analizează în cadrul modelelor dinamice procesele de împrăștiere elastică și inelastică generate de interacția neutronilor cu nuclee țintă par-pare. Nivelele excitate în aceste precese, energiile lor de excitare și spinii și paritățile, sunt reproduse în figura alăturată. Se admite că elementele diagonale mediate ale matricei de împrăștiere  $S$ , în cuplajul  $j-j$ , rezultate din calculele de modele dinamice directe pentru energia la care are loc interacția pot fi redade prin expresia analitică:



$$\langle S_{l,j}(T_i) \rangle = (0.16 + \epsilon_i)(j - 1/2) + i(l-1)\sqrt{(0.16 + \epsilon_i)}$$

în care  $T_i$  este energia neutronilor emergenți corespunzătoare cazului în care nucleul țintă final se află pe nivelul excitat de energie de excitare  $\epsilon_i$  (a se vedea figura).

Să se calculeze secțiunile eficace (în mb) pentru împrăștierea elastică și inelastică pentru nivele precizate în figură.

*Precizări:*

a. Se va considera că numai împrăștierea elastică și inelastică pe nivele precizate în figură sunt posibile în interacția studiată.

b. Se va considera că secțiunile eficace inelastice directe pentru cele două nivele excitate sunt egale.

c. În calcule de model statistic se va folosi varianta Hauser-Feshbach

d. Se va considera că în procesele studiate participă numai undele parțiale cu  $l=0,1$ ; se va folosi valoarea  $\pi\lambda^2 = 100 \text{ F}^2$

## Cap.3. Fisiunea Nucleară.

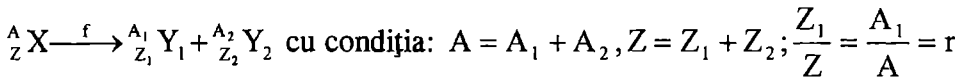
### \$3.1 Energia eliberată în procesul de fisiune.

#### F1

Energia de legătură  $W(A,Z)$  a nucleului  ${}^A_Z X$  în cadrul modelului picătură de lichid, în care se neglijează energia de simetrie și de împerechere, este dată de relația:

$$W(A, Z) = \alpha \cdot A - \beta \cdot A^{2/3} - \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

Are loc procesul de fisiune al nucleului  ${}^A_Z X$  în doua fragmente conform procesului:



1. Folosind expresia energiei  $W(A,Z)$  să se determine valoarea  $Z^2/A$  în funcție de parametrii modelului picătură de lichid și de valoarea raportului  $r$  astfel încât procesul de fisiune să fie posibil din punct de vedere energetic.

2. Să se determine valoarea raportului  $r$  astfel încât valoarea  $Z^2/A$  să fie minimă.

3. Să se reprezinte grafic energia  $Q$  eliberată în procesul  ${}^{240}_{94} \text{Pu} \xrightarrow{f} {}^{A_1}_{Z_1} Y_1 + {}^{A_2}_{Z_2} Y_2$  în funcție de valoarea raportului  $r$ . Care este valoarea energiei  $Q$  pentru valoarea raportului  $r$  determinată la punctul precedent Se dau valorile:  $\beta = 18 \text{ MeV}$ ;  $\gamma = 0.7 \text{ MeV}$

4. Să se determine valoarea  $Z^2/A$  în funcție de parametrii modelului picătură de lichid pentru fisiunea simetrică a nucleului  ${}^A_Z X$  în trei fragmente simetrice. Să se determine energia acestui proces pentru nucleul  ${}^{246}_{96} \text{Cm}$ . Să se compare această valoare cu fisiunea nucleului  ${}^{246}_{96} \text{Cm}$  în două fragmente identice.

#### F2.

Energia de legătură  $W(A,Z)$  a nucleului  ${}^A_Z X$  în cadrul modelului picătură de lichid, în care se neglijează energia de simetrie și de împerechere, este dată de relația:

$$W(A, Z) = \alpha \cdot A - \beta \cdot A^{2/3} - \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

în care  $E_v = \alpha \cdot A$  este energia de volum,  $E_s^0 = \beta \cdot A^{2/3}$  este energia de suprafață iar  $E_c^0 = \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}}$  este energia coulombiană pentru nucleul  ${}^A_Z X$  considerat sferic.

Pentru procesul  ${}^A_Z X \xrightarrow{f} {}^{A_1}_{Z_1} Y_1 + {}^{A_2}_{Z_2} Y_2$  să se determine valoarea parametrului

$x = \frac{E_c^0}{2E_s^0}$ , numit și *parametrul de fisilitate* astfel încât energia eliberată  $Q$  pentru fisiunea

simetrică să fie cel puțin egală cu bariera coulombiană  $B_c$  dintre cele două fragmente la sciziune.

Se dau valorile :  $\beta = 18 \text{ MeV}$ ;  $\gamma = 0.7 \text{ MeV}$  iar pentru raza celor două fragmente la sciziune se va considera relația:  $R(A_1 = A/2) = r_0 A_1^{1/3}$  cu  $r_0 = 1.35 \text{ F}$

*Precizare: Energia coulombiană a unui nucleu greu  ${}^A_Z X$  asimilat cu o sferă de rază  $R = r_0 A^{1/3}$  este dată de relația  $E_c^0 = k \frac{3Z^2 e^2}{5R}$ ;  $ke^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \approx 1.44 \text{ MeV} \cdot \text{F}$*

### F3

În teoria fisiunii pentru a se stabili cât mai exact bariera de fisiune se definește variația energiei potențiale în funcție de succesiunea formelor ce le poate avea nucleul ce fisionează până la sciziune. Aceste forme se definesc pe baza unor parametrizări intuitive din punc de vedere fizic și care să conțină cât mai puțini parametrii posibili. În funcție de acești parametrii (forme) se construiește "harta" variației energiei potențiale. Se stabilesc apoi "formele optime" pe care le poate avea nucleul până la sciziune. Fie "q" parametrii ce definesc aceste forme optime. În acest caz variația energiei potențiale se definește astfel:

$$V(q) = E_s(q) + E_c(q) - E_s^0 - E_c^0$$

în care  $E_s(q), E_c(q)$  reprezintă energia de suprafață, respectiv, coulombiană, funcție de formele definite de "q" iar  $E_s^0, E_c^0$  reprezintă energia inițială de suprafață, respectiv, coulombiană pentru nucleul ce fisionează considerat sferic. Din studiul energiei  $V(q)$  se determină "bariera de fisiune" pentru nucleul ce fisionează. Evident dacă  $V(q) < 0$ , pentru orice formă definită de parametrii q, nu există barieră pentru procesul de fisiune.

O parametrizare des folosită este următoarea:

$$R(\theta, \varphi) = R_0 [1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} \cdot Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi)]; \lambda \geq 2; -\lambda < \mu < \lambda$$

în care  $Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi)$  sunt funcțiile sferice iar parametrii  $\alpha_{\lambda\mu}$  sunt parametrii "de deformare" ce definesc forme posibile, diferite de cele sferice. Pentru deformări mici energiile  $E_s$  și  $E_c$  depind de parametrii de deformare astfel:

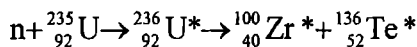
$$E_s = E_s^0 \left\{ 1 + \sum_{\lambda} \frac{(\lambda-1)(\lambda+2)}{8\pi} \sum_{\mu} |\alpha_{\lambda\mu}|^2 \right\}$$

$$E_c = E_c^0 \left\{ 1 - \frac{5}{4\pi} \sum_{\lambda} \frac{\lambda-1}{2\lambda+1} \sum_{\mu} |\alpha_{\lambda\mu}|^2 \right\}$$

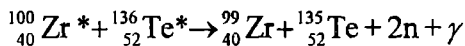
Firește în procesul de fisiune intervin forme care corespund unor deformări mici dar și forme care corespund unor deformări foarte mari atunci când nucleul ce fisionează este aproape de sciziune. Deși relațiile de mai sus sunt adevărate pentru deformări mici să se arate că ele permit determinarea *parametrului de fisilitate*  $x = E_c^0 / 2E_s^0$  și ca atare condiția ca nucleul ce fisionează să aibă, sau nu, o barieră de fisiune.

#### F4

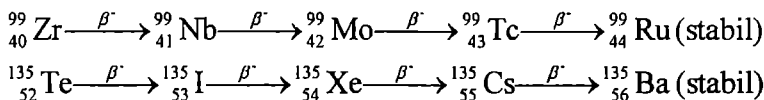
Fie procesul de fisiune:



în care fragmentele prompte obținute la sciziune  ${}_{40}^{100}\text{Zr}^*$ ,  ${}_{52}^{136}\text{Te}^*$  fiind excitate emit fiecare câte un neutron prompt și radiații  $\gamma$  prompt conform procesului:



Producții inițiale de fisiune  ${}_{40}^{99}\text{Zr}$ ,  ${}_{52}^{135}\text{Te}$  sunt nuclee neutrono excedentare și ca atare se vor dezexcita  $\beta^-$  până ce se obțin produși finali de fisiune  $\beta$  stabili. În acest proces se emit electroni, antineutrini, radiații  $\gamma_d$  și un număr nesemnificativ, în acest caz, de neutroni  $n_d$  întârziați. Aceste procese pentru produși de mai sus sunt simbolizate astfel:



1. Să se determine energia totală  $Q_f$  eliberată în procesul de fisiune, energia  $Q_\beta$  eliberată în dezintegrările  $\beta^-$  ca și energia efectivă  $Q_{\text{eff}}$  folosită de mediul în care are loc fisiunea (de exemplu, într-un reactor nuclear). Se va considera că antineutrini au o energie egală cu  $0.4 \cdot Q_\beta$ . Se va neglija emisia de neutroni întârziați ca și energia de repaus a electronilor și antineutrinilor.

Se cunosc masele de repaus în unități "u":  $m_n = 1.008665u$ ,  $m(^{235}\text{U}) = 235.043925u$ ,  $m(^{99}\text{Zr}) = 98.91639u$ ,  $m(^{135}\text{Te}) = 134.9167u$ ,  $m(^{99}\text{Ru}) = 98.905287u$ ,  $m(^{135}\text{Ba}) = 134.90567u$  și  $1uc^2 = 931.5 \text{ MeV}$ .

2. Pentru un număr mare, statistic, de acte de fisiune să se definească relația analitică ce definește energia medie  $\bar{Q}_f$ .

### §3.2 Neutronii emiși în procesul de fisiune.

#### F5

În procesul de fisiune indusă cu neutroni fragmentele de fisiune și produși de fisiune emit neutroni prompti sau întârziati. Neutronii rezultați sunt caracterizați de o distribuție energetică largă, de la energii de ordinul meV până la 10÷15 MeV. În procesul de interacție al acestor neutroni cu nucleele unui mediu oarecare (de exemplu nucleele elementelor ce formează zona activă a unui reactor nuclear) pot avea loc diferite procese. În particular prin interacția acestora cu nuclee țintă grele  ${}^A_Z\text{X}$  cu  $A \geq 230$  (de exemplu, nuclee actinide), pe măsură ce energia cinetică incidentă  $E_n$  (în SL)\*<sup>1</sup> crește pe lângă procesul elastic (n,n), procesul de captură (n, $\gamma$ ) și de fisiune (n,f), dacă nucleul  ${}^A_Z\text{X}$  este un nucleu fisil, devin posibile și procesul de împrăștiere inelastică (n,n'), procesele (n,2n), (n,3n) ca și procesele (n,n'f), (n,2n'f), etc.

Numărul mediu de neutroni promți  $\bar{\nu}_p$  emiși la un act de fisiune în procesul  ${}^A_Z\text{X}(n,f)$  în funcție de A, Z și energia cinetică  $E_n$  se poate determina cu ajutorul formulei propuse de Howerton (Nucl.Sci.Eng., 62 (1977) 438):

$$\bar{\nu}_p(A, Z, E_n) = 2.33 + 0.06[2 - (-1)^{A+1-Z} - (-1)^Z] + 0.015(Z - 92) + 0.02(A - 235) + [0.13 + 0.006(A - 235)](E_n - E_f)$$

în care *energia de prag*  $E_f$  pentru fisiune se deduce conform relației:

$$E_f(A, Z) = 18.6 - 0.36 \frac{Z^2}{A+1} + 0.2[2 - (-1)^{A+1-Z} - (-1)^Z] - S_n(A+1, Z)$$

în care  $S_n$  este energia de legătură a neutronului în nucleul compus  ${}^{A+1}_Z\text{X}$ .

\* În acest capitol pentru energia cinetică se va folosi notația E, și nu T ca în capitolele precedente, pentru a se evita confuziile cu temperatura nucleară, coeficienți de transmisie, etc.

În cazul în care energia incidentă a neutronilor  $E_n$  este suficient de mare devin posibile și procesele  ${}^A_Z X(n, n'f)$ ,  ${}^A_Z X(n, 2n'f)$ , etc. În acest caz numărul mediu de neutroni prompti se deduce astfel:

$$\bar{\nu}_p(A, Z, E_n) = \sum_{i=0}^I R_i(A, Z, E_n) \cdot$$

$$\{i + \bar{\nu}_{th}(A - i, Z) + \bar{\nu}_1(A - i, Z)[E_n - W(A, Z) + W(A - i, Z) - i \cdot E_t(i) - E_r(A - i, Z)]\}$$

în care  $I$  definește numărul maxim al proceselor de tip  ${}^A_Z X(n, In'f)$  [ $I=2$  dacă sunt posibile procesele  ${}^A_Z X(n, n'f)$  și  ${}^A_Z X(n, 2n'f)$ ],  $W(A-i, Z)$  și  $E_r(A-i, Z)$  reprezintă, respectiv, energia de legătură și energia de prag pentru nucleului cu  $(A-i)$  nucleoni dintre care  $Z$  sunt protoni,  $E_t(i)$  este energia medie a neutronilor secundari  $n'$ ,  $2n'$ , etc. ce produc procesele  ${}^A_Z X(n, n'f)$ ,  ${}^A_Z X(n, 2n'f)$ , etc și :

$$\bar{\nu}_1(A, Z) = 0.13 + 0.006(A - 235)$$

$$\bar{\nu}_{th}(A, Z) = 2.33 + 0.06[2 - (-1)^{A+1-Z} - (-1)^Z] + 0.015(Z - 92) + 0.02(A - 235)$$

$$R_0(A, Z, E_n) = \sigma_{n,f}(A, Z, E_n) / \sigma_{n,Ft}(A, Z, E_n)$$

$$R_i(A, Z, E_n) = \sigma_{n,in'f}(A, Z, E_n) / \sigma_{n,Ft}(A, Z, E_n); i = 1, 2, \dots, I$$

$$\sigma_{n,Ft}(A, Z, E_n) = \sigma_{n,f}(A, Z, E_n) + \sum_{i=1}^I \sigma_{n,in'f}(A, Z, E_n)$$

Firește :

$$\sum_{i=0}^I R_i(A, Z, E_n) = 1$$

în care  $\sigma_{n,Ft}(A, Z, E_n)$  este secțiunea totală de fisiune rezultată din procesele  $(n, f)$ ,  $(n, n'f)$ ,  $(n, 2n'f)$ , etc.

Firește, pentru  $i=I=0$  se obține relația de mai sus adevărată pentru cazul în care numai procesul  $(n, f)$  este energetic posibil.

Numărul total de neutroni este dat de neutronii prompti și de cei întârziați:

$$\bar{\nu}_t(A, Z, E_n) = \bar{\nu}_p(A, Z, E_n) + \bar{\nu}_d(A, Z, E_n)$$

Distribuția energetică a neutronilor rezultați în procesul de fisiune poate fi aproximată cu o distribuție de tip maxwellian:



$$n_M(E, A, Z, E_n) = n_0 \cdot N(E, A, Z, E_n);$$

$$N(E, A, Z, E_n) = \frac{2}{\sqrt{\pi} T(A, Z, E_n)^{3/2}} \cdot E^{1/2} \cdot \exp[-E / T(A, Z, E_n)]$$

în care  $n_0$  este densitatea totală a neutronilor de fisiune iar  $T(A, Z, E_n)$  este *temperatura nucleară*, care exprimată în MeV, se deduce din formula:

$$T(A, Z, E_n) = 0.353 + 0.510\sqrt{1 + \bar{v}(A, Z, E_n)}$$

cu:

$$\bar{v}(A, Z, E_n) = [\bar{v}_1(A, Z, E_n) \cdot \sigma_{n,f}(E_n) - \sum_{i=1}^I i \cdot \sigma_{n,i n'f}(E_n)] / \sigma_{n,f,t}(E_n)$$

Funcția de distribuție  $N(E, A, Z, E_n)$  este normată la unitate:

$$\int_0^{\infty} N(E, A, Z, E_n) dE = 1$$

Energia medie a neutronilor de fisiune se deduce din relația:

$$\bar{E} = \int_0^{\infty} E \cdot N(E, A, Z, E_n) dE$$

## A

Fie procesul de fisiune indusă  ${}^{235}_{92}\text{U}(n, f)$  care are loc pentru energii cinetice ale neutronilor incidenți (în SL)  $E_n \leq 5$  MeV pentru care procesele  $(n, n'f)$ ,  $(n, 2n'f)$  etc nu sunt posibile.

A1. Să se determine și să se reprezine grafic  $\bar{v}(A, Z, E_n)$  funcție de  $E_n$  pentru domeniul energetic  $E_n = 0 \div 5$  MeV.

A2. Să se determine temperatura nucleară  $T(A, Z, E_n)$  și energia medie  $\bar{E}$  pentru  $E_n = 0, 3$  și  $5$  MeV

A3. Să se determine și să se reprezinte grafic  $N(E, A, Z, E_n)$  funcție de  $E$  ( $E = 0 \div 15$  MeV) pentru valorile  $E_n$  precizate la punctul precedent.

Se va neglija numărul de neutroni întârziați. Se dă  $S_n({}^{236}_{92}\text{U}) = 6.546$  MeV

## B

Fie procesul de fisiune indusă  ${}^{242}_{94}\text{Pu}(n, f)$  care are loc pentru energii cinetice ale neutronilor incidenți (în SL)  $E_n \leq 14$  MeV pentru care procesul  $(n, n'f)$  devine posibil pentru  $E_n \geq 5.5$  MeV iar procesul  $(n, 2n'f)$  este de asemenea posibil pentru  $E_n \geq 12$  MeV.

B1. Să se determine și să se reprezine grafic  $\bar{v}(A, Z, E_n)$  funcție de  $E_n$  pentru domeniul energetic  $E_n = 0 \div 14$  MeV.

B2. Să se determine temperatura nucleară  $T(A, Z, E_n)$  și energia medie  $\bar{E}$  pentru  $E_n = 1, 7$  și  $15$  MeV

B3. Să se determine și să se reprezinte grafic  $N(E, A, Z, E_n)$  funcție de  $E$  ( $E=0 \div 15$  MeV) pentru valorile  $E_n$  precizate la punctul precedent.

Se va considera că numărul neutronilor întârziați este  $\bar{\nu}_d = 0.016$  pentru  $E_n < 6$  MeV și are valoarea de  $0.006$  pentru  $E_n \geq 6$  MeV

Se dau mărimile:

- energiile de legătură :

$$S_n(^{243}_{94}\text{Pu}) = 5.034 \text{ MeV}; S_n(^{242}_{94}\text{Pu}) = 6.301 \text{ MeV}; S_n(^{241}_{94}\text{Pu}) = 5.241 \text{ MeV};$$

- masele :

$$m(^{242}_{94}\text{Pu}) = 242.05874u; m(^{241}_{94}\text{Pu}) = 241.05685u; m(^{240}_{94}\text{Pu}) = 240.05381u;$$

$$m_n = 1.008666u; 1uc^2 = 931.4943 \text{ MeV}$$

- valorile  $R_1(242, 94, E_n)$ ,  $R_2(242, 94, E_n)$  și  $E_t(1)$ ,  $E_t(2)$  funcție de energia  $E_n$  sunt date în tabelul următor:

$E_n$ (MeV)	$R_1$	$R_2$	$E_t(1)$	$E_t(2)$
5.5	0.041		0.02	
6.0	0.177		0.16	
6.5	0.323		0.28	
7.0	0.387		0.40	
7.5	0.421		0.52	
8.0	0.441		0.61	
8.5	0.448		0.70	
9.0	0.454		0.77	
9.5	0.456		0.82	
10.0	0.457		0.85	
10.5	0.457		0.89	
11.0	0.456		0.90	
11.5	0.453		0.93	
12.0	0.451	0.010	1.01	0.04
13.0	0.439	0.043	1.46	0.42
14.0	0.418	0.100	2.13	0.64
15.0	0.403	0.130	2.82	0.76

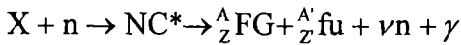
*Observație: În stabilirea distribuției energetice  $N(E, A, Z, E_n)$  trebuie să se țină cont de multiple procese ca de exemplu: mișcarea fragmentelor ce emit neutroni, de distribuția energiei de excitare a fragmentelor și de distribuția inițială a momentelor lor unghiulare, de competiția proceselor de emisie de neutroni și de dezexcitare  $\gamma$  a fragmentelor inițiale și a celor ce rezultă după emisia de neutroni, etc. Nici modelele cele mai recente ( de exemplu "Modelul Los Alamos" sau "modelul Dresden") nu țin cont de toate efectele*

posibile și în plus sunt foarte complicate. Distribuția de tip maxwellian nu ține cont de efectele precizate mai sus. În schimb este o distribuție simplă care depinde de un singur parametru - temperatura nucleară. Determinând această temperatură conform relațiilor precizate în text, în care valorile numerice sunt determinate astfel încât să reproducă distribuțiile experimentale cunoscute experimental, se obțin rezultate în bun acord cu datele experimentale cunoscute și, este de sperat, că reproduce bine și distribuția pentru neutronii de fisiune pentru care nu sunt date experimentale. O astfel de situație este adevărată pentru neutronii rezultați în procesul  ${}^{242}_{94}\text{Pu}(n, f)$ . Din motivele precizate mai sus distribuția de tip maxwellian cu temperatura determinată conform relațiilor din text este folosită frecvent chiar în evaluările de ultimă oră.

### \$3.3. Produși de fisiune. Randamentul acestora.

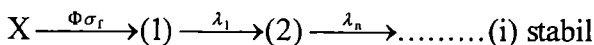
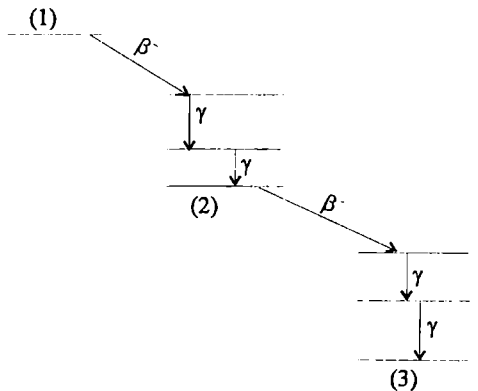
#### F6

În procesul de fisiune, spontană sau indusă, apar fragmentele finale grele de fisiune (FG), fragmente finale ușoare (fu), un număr  $\nu$  (2 sau 3 neutroni pe act de fisiune) de neutroni promți și radiații  $\gamma$  promte. Pentru fisiunea indusă cu neutroni acest proces se poate simboliza astfel:



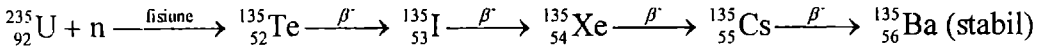
în care  $X$  este nucleul țintă iar  $(\text{NC})$  este nucleul compus excitat ce fisionează.

Fragmentele finale de fisiune (sau produși inițiali de fisiune) sunt  $\beta^-$  radioactive; deci fragmentele finale de fisiune (grele sau ușoare), fie acestea nuclee de specia (1), se dezintegrează  $\beta^-$  în produșii de fisiune de specia (2), apoi de specia (3), etc. până ce se obțin produșii finali stabili de specia (i). De regulă produșii de fisiune de specia (2), (3), etc., se află după dezintegrarea  $\beta^-$  pe nivele excitate dezexcitându-se prin emisie  $\gamma$  (a se vedea figura alăturată) sau cu probabilitate mult mai mică prin emisie de neutroni întârziată. Succint acest proces este reprezentat astfel:

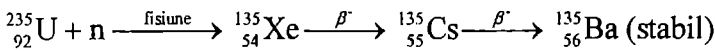


Prođuși de fisiune pot fi produși direct (randament direct sau independent de fisiune  $y_i$ ) sau apar în urma dezintegrării unor nuclee precursorare (primul dintre aceștia fiind produs direct în procesul de fisiune), sau în procese de captură ( $n, \gamma$ ), sau prin emisie de neutroni întârziați (proces simbolizat cu  $n_d$ ), etc.

De exemplu produsul greu de fisiune  $^{135}_{54}\text{Xe}$ , rezultat în procesul  $n + ^{235}\text{U} \rightarrow ^{236}\text{U}^* \xrightarrow{F}$  poate fi produs în filiația :

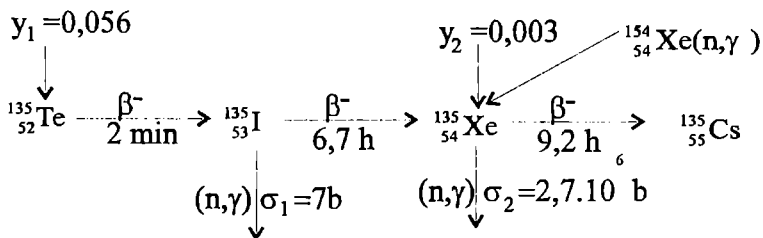


în care produsul de fisiune  $^{135}_{52}\text{Te}$  apare cu randamentul direct  $y=0,056$ . Produsul greu  $^{135}_{54}\text{Xe}$  apare direct, cu randamentul  $y=0,003$ , în procesul de fisiune:



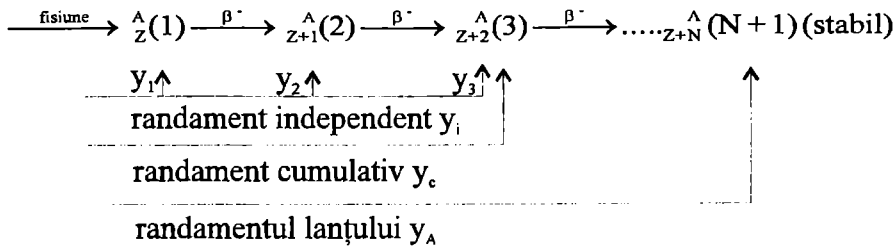
De asemenea  $^{135}_{54}\text{Xe}$  se poate obține în procesul de captură  $^{134}_{54}\text{Xe}(n, \gamma) ^{135}_{54}\text{Xe}$ . Produsul greu  $^{135}_{54}\text{Xe}$  dispare prin dezintegrare  $\beta^-$  ca și în procesul de captură  $^{135}_{54}\text{Xe}(n, \gamma) ^{136}_{54}\text{Xe}$  având o secțiune de captură imensă de  $2,7 \cdot 10^6 \text{b}$ .

Având în vedere procesele precizate schema de producere și dispariție a  $^{135}_{54}\text{Xe}$  este următoarea



Din cele de mai sus rezultă ca produsul greu de fisiune, izotopul  $^{135}_{54}\text{Xe}$  în exemplul de mai sus, poate fi caracterizat atât de randamentul direct, notat generic cu  $y_i$  cât și prin randamentul cumulativ  $y_c$  care se calculează ținând cont de probabilitățile relative a diferitelor procese prin care se produce produsul de fisiune în discuție (folosind o schemă ca cea de mai sus pentru  $^{135}_{54}\text{Xe}$ ) sau se determină experimental. Pentru *un lanț de dezintegrare  $\beta^-$*  oarecare se definește și *randamentul lanțului* sau *randamentul de masă*, notat cu  $y_A$ , care este de fapt randamentul cumulativ pentru produsul final stabil al lanțului de dezintegrare  $\beta^-$ . În exemplul de mai sus acest randament se referă la produsul final de fisiune  $^{135}_{56}\text{Ba}$

Schematic diferitele randamente pot fi reprezentate după cum urmează:



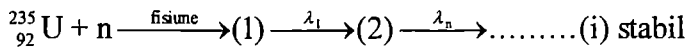
Randamentul de fisiune (independent, cumulativ sau al lanțului) se determină prin relația :

$$y_i = \frac{N_i \text{ (numar de nuclee de tip } i)}{N_f \text{ (numar de nuclee care au fisionat)}}$$

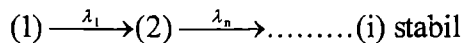
În această relație, de exemplu, dacă "i" are valoarea "1" se definește randamentul direct iar dacă "i" corespunde produsului final stabil  $Z+N(N+1)$  relația definește randamentul lanțului  $y_A$ .

## A

Se iradiază o probă (un eșantion) de uraniu natural un timp oarecare cu un flux de neutroni termici. Ca urmare a procesului de fisiune se obțin produși inițiali de fisiune de specia (1) care se dezintegrează  $\beta^-$  în nuclee de specia (2) etc., conform procesului:



După terminarea timpului de iradiere dezintegrarea  $\beta^-$  continuă conform schemei:

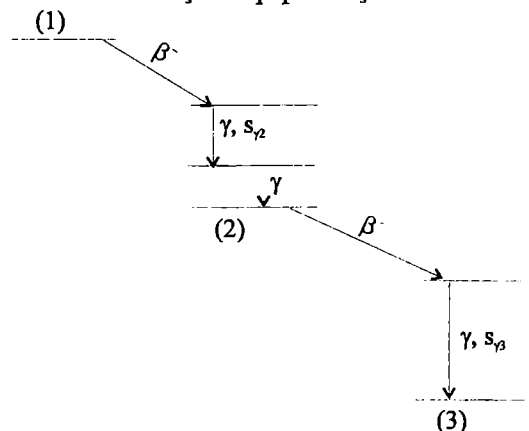


Proba este răcită timpul  $t_r$  și apoi măsurată cu un lanț spectrometric  $\gamma$ , calibrat energetic, în timpul  $t_m$ .

1. Cu ajutorul tabelelor pentru tranzițiile  $\gamma$  se identifică diferiți radionuclizi. Ce condiții trebuie să îndeplinească radionuclizii ce sunt în același timp produși de fisiune.

2. Se identifică o tranziție  $\gamma$  (1) corespunzătoare nucleelor de specia (2) (a se vedea figura alăturată). Se determină aria  $S_{\gamma 2}$  corespunzătoare foticului acestei tranziții. Cunoscând factorul geometric  $g$  de detecție, randamentul independent  $y_1$  pentru nucleele de specia (1) ca și eficacitatea  $\epsilon_{\gamma 2}$  și factorul de schemă  $s_{\gamma 2}$  pentru radiația  $\gamma$  identificată să se determine numărul de fisiuni ce au avut loc în unitatea de timp.

3. Se identifică o tranziție  $\gamma$  cores-



punzătoare nucleelor de specia (3). Se determină aria  $S_{\beta}$  foticului corespunzător acestei tranziții. Cunoscând eficacitatea  $\epsilon_{\gamma 3}$  și factorul de schemă  $s_{\gamma 3}$  pentru radiația  $\gamma$  identificată să se determine randamentul cumulativ  $y_{c2}$  pentru nucleele de specia (2).

## B

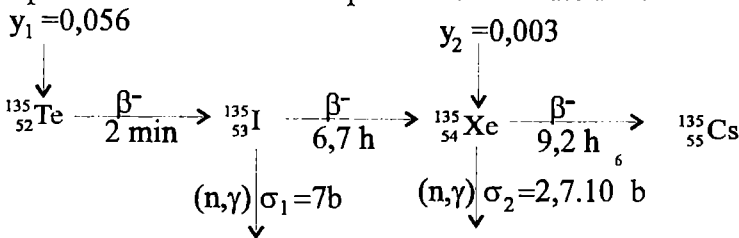
Intr-un reactor cu fluxul termic  $\Phi = 10^{14}$  neutroni  $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  combustibilul de uraniu folosit conține  $^{238}\text{U}$  cu ponderea izotopică  $p_8=97\%$  și  $^{235}\text{U}$  cu ponderea  $p_5=3\%$  și are densitate de  $\rho = 18,7 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ . Reactorul funcționează timp de 20 de zile după care este oprit pentru diferite operații. În timpul funcționării reactorului să se determine:

1. Evoluția în timp a numărului de nuclee de  $^{235}\text{U}$  din unitatea de volum. În continuare se va considera că în timpul funcționării reactorului numărul de nuclee din unitatea de volum de  $^{235}\text{U}$  rămâne practic constant. Este rezonabilă această ipoteză?
2. Evoluția în timp a numărului de nuclee de  $^{135}\text{I}$  din unitatea de volum.
3. Evoluția în timp a numărului de nuclee de  $^{135}\text{Xe}$  din unitatea de timp.
4. Gradul de otrăvire  $q$
5. După oprirea reactorului să se determine dependența de timp a nucleelor de  $^{135}\text{I}$ ,  $^{135}\text{Xe}$  și valoarea maximă a gradului de otrăvire.

Se cunosc mărimile:

- Secțiunea de fisiune pentru  $^{235}\text{U}$  este  $\sigma_f = 570\text{b}$  (secțiunea de fisiune a  $^{238}\text{U}$  se neglijează), secțiunea de activare  $\sigma_a = 680\text{b}$  și numărul lui Avogadro  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Nucleele de  $^{135}\text{Xe}$  au o secțiune de absorbție pentru neutroni termici foarte mare afectând în mod semnificativ bilanțul neutronilor în reactor. Se poate vorbi de o *contaminare sau otrăvire* a coeficientului de criticitate prin reactivitatea negativă indusă de aceste nuclee.
- Gradul de otrăvire  $q$  se definește ca raportul dintre secțiunea macroscopică de absorbție a nucleului în cauză și secțiunea de absorbție a combustibilului.

-Schema de producere a nucleelor implicate este următoarea:



în care  $y_1, y_2$  sunt randamentele directe (sau independente) de producere prin fisiune iar  $\sigma_1, \sigma_2$  sunt secțiunile de captură pentru nucleele respective.

De asemenea se va considera că la începutul funcționării reactorului nu existau produși de fisiune și că fluxul  $\Phi$  se stabilește instantaneu când reactorul este pus în funcțiune.

### §3.4. Secțiuni eficace de fisiune.

#### §3. 4.1. Rezonanțe izolate.

##### F7

În interacția neutronilor termici cu o țintă de  $^{235}\text{U}$  au loc procesele de împrăștiere elastică, de captură și de fisiune. Pentru energia cinetică de 0,29 eV în procesul  $n + ^{235}\text{U}$  se formează o rezonanță izolată de nucleu compus de spin și paritate  $J^\pi = 3^-$ . La această energie secțiunea de împrăștiere elastică prin mecanismul de nucleu compus este  $\sigma_{n,n} = 2 \cdot 10^{-2}$  b iar raportul dintre secțiunea de fisiune și cea de captură este :  $\sigma_{nf} / \sigma_{ny} = 2,86$ .

1. Să se determine valorile pentru următoarele secțiuni: secțiunea totală  $\sigma_t$ , secțiunea de fisiune  $\sigma_{nf}$  și secțiunea de captură  $\sigma_{ny}$ . Se va neglija procesul de împrăștiere directă.

2. Să se determine lărgimile parțiale pentru procesul de fisiune ( $\Gamma_f$ ) și pentru procesul elastic ( $\Gamma_n$ ) pentru energia de rezonanță știind că lărgimea parțială pentru procesul de captură este  $\Gamma_\gamma = 0.035$  eV.

3. Următoarele rezonanțe izolate ce apar în procesul  $n + ^{235}\text{U}$  au energiile  $E_2 = 1.135$  eV,  $E_3 = 2.04$  eV,  $E_4 = 2.84$  eV,  $E_5 = 3.15$  eV, etc. Lărgimile parțiale pentru procesul de fisiune pentru aceste rezonanțe au valorile:  $\Gamma_{f2} = 0.115$  eV,  $\Gamma_{f3} = 0.010$  eV,  $\Gamma_{f4} = 0.16$  eV,  $\Gamma_{f5} = 0.090$  eV, etc. Știind că lărgimea neutronică depinde de energie după legea  $E^{1/2}$  ( $\Gamma_n \sim E^{1/2}$ ) iar lărgimea  $\Gamma_\gamma$  este constantă pentru toate rezonanțele să se determine (și să se reprezinte grafic) secțiunea  $\sigma_{nf}$  funcție de energia E pentru domeniul energetic al rezonanțelor precizate  $E = 0.17 \div 3.35$  eV. Se va considera că toate rezonanțele au  $J^\pi = 3^-$ .

Spinul și paritatea nucleului țintă sunt:  $I_T^\pi = (7/2)^-$ .

Se vor folosi mărimile:  $\hbar \cdot c = 197 \text{ MeV} \cdot \text{F}$ ;  $1 \text{ uc}^2 = 931,5 \text{ MeV}$ . Ori de câte ori este rezonabil se va folosi aproximația  $m(\text{AX}) \cong \text{A} \cdot \text{u}$ .

#### §3. 4.2. Rezonanțe nerezolvate.

##### F8

În zona rezonanțelor nerezolvate în interacția neutronilor, cu energii cinetice de la cca. 0.08 keV până la cca 20 keV, cu nuclee țintă fisile pot avea loc următoarele procese: împrăștierea elastică (n,n), împrăștierea inelastică (n,n'), captura radiativă (n, $\gamma$ ) și procesul de fisiune (n,f). Vom nota aceste procese astfel (n, $\alpha'$ ) cu  $\alpha' = n, n', \gamma, f$ . Dacă

nucleul țintă este fertil atunci au loc procesele de mai sus cu excepția procesului de fisiune. În acest caz zona rezonanțelor nerezolvate corespunde energiei cinetice a neutronilor incidenți cuprinse aproximativ între 4 keV și 50 keV.

Secțiunea eficace mediată a proceselor precizate mai sus, pentru energia cinetică a neutronilor incidenți  $E$ , se calculează astfel:

$$\langle \sigma_{n,\alpha'}(E) \rangle = \pi \lambda^2 \sum_{J\Pi} \langle \sigma_{n,\alpha'}(E, J\Pi) \rangle$$

cu:

$$\langle \sigma_{n,\alpha'}(E, J\Pi) \rangle = \frac{2\pi}{\langle D^{J\Pi} \rangle} \cdot g^J \cdot \left\langle \frac{\Gamma_{\mu n}^{J\Pi}(I) \cdot \Gamma_{\mu \alpha'}^{J\Pi}}{\Gamma_{\mu}^{J\Pi}} \right\rangle = \frac{2\pi}{\langle D^{J\Pi} \rangle} \cdot g^J \frac{\langle \Gamma_{\mu n}^{J\Pi}(I) \rangle \cdot \langle \Gamma_{\mu \alpha'}^{J\Pi} \rangle}{\langle \Gamma_{\mu}^{J\Pi} \rangle} \cdot W_{n,\alpha'}$$

$$g^J = \frac{2J+1}{2(2I_T+1)}; \quad \langle \Gamma_{\mu}^{J\Pi} \rangle = \sum_{\alpha'} \langle \Gamma_{\mu,\alpha'}^{J\Pi} \rangle$$

în care  $W_{n,\alpha'}$  este corecția fluctuațiilor lărgimilor de nivele iar  $I_T$  este spinul nucleului țintă.

Parametrii mediați ce intervin în relațiile de mai sus (lărgimile parțiale  $\langle \Gamma_{\mu,\alpha'}^{J\Pi} \rangle$ , distanța medie dintre nivele  $\langle D^{J\Pi} \rangle$ ) se determină fie experimental, din analiza rezonanțelor izolate, fie teoretic. Din punct de vedere teoretic  $\langle D^{J\Pi} \rangle$  se determină cu ajutorul densității de nivele iar lărgimile parțiale se determină după cum urmează.

*Lărgimea radiativă*  $\langle \Gamma_{\mu,\gamma}^{J\Pi} \rangle$  se poate calcula folosind fie factorul de formă Weisskopf fie cel al lui Brink-Axel. În zona rezonanțelor nerezolvate lărgimea radiativă pentru un nucleu țintă dat este practic constantă și nu depinde de  $(J\Pi)$ . Mai mult această lărgime este practic aceeași pentru toate nucleele actinide (fisile sau fertile). Din acest motiv, în locul unor calcule destul de laborioase, este preferabil să se folosească valoarea medie fie dedusă experimental pentru nucleul țintă utilizat fie valoarea medie dedusă din sistematica valorilor deduse pentru nuclee vecine nucleului țintă analizat. Pentru actinide această valoare are valori cuprinse între cca. 30 ÷ 50 meV.

Lărgimile pentru celelalte procese se calculează astfel.

*Lărgimile pentru procesele  $(n,n)$  și  $(n,n')$ .*

*Lărgimea pentru procesul  $(n,n)$  se calculează conform formulei:*

$$\langle \Gamma_{\mu n}^{J\Pi}(I) \rangle = S_1 \cdot \langle D^{J\Pi} \rangle \cdot (E/E_r)^{1/2} \cdot P_1 \cdot \nu_1^{J\Pi}; \quad E_r = 1 \text{ eV}$$

cu:

-  $S_1$  este funcția de forță corespunzătoare momentului orbital  $l$  care duce la formarea nucleului compus pe nivelul excitat cu  $(J\Pi)$  conform legilor de conservare:

$$\bar{l} + \bar{l}_T + \bar{s}_n = \bar{J}; \quad \Pi_T \Pi_n (-1)^l = \Pi; \quad \bar{s}_n = \frac{\bar{l}}{2}, \Pi_n = "+"$$



-  $\nu_1^{J\Pi}$  reprezintă numărul canalelor neutronice emergente.

-  $P_1$  este factorul de penetrabilitate pentru momentul orbital 1 și se calculează cu relațiile:

$$P_0 = 1$$

$$P_1 = (Rk)^2 / [1 + (Rk)^2]$$

$$P_2 = (Rk)^4 / [9 + 3(Rk)^2 + (Rk)^4]$$

$$k = 1 / \lambda$$

în care  $R$  este raza de interacție pentru nucleul țintă și neutron. Se va considera relația:

$$R = r_0 \cdot (A_T^{1/3} + 1)$$

Deoarece pentru energiile cinetice pentru care se obțin rezonanțe nerezolvate  $(Rk)^2 \ll 1$  din relațiile de mai sus rezultă  $P_0 \ll P_1 \ll P_2$  și deci în procesele studiate participă practic numai undele parțiale cu  $l=0,1$ .

Lărgimea pentru procesul inelastic se calculează astfel:

$$\langle \Gamma_{\mu\nu}^{J\Pi} \rangle = \langle D^{J\Pi} \rangle \cdot \sum_{\Gamma} S_{\Gamma}(E_i) \cdot (E_i / E_r)^{1/2} \cdot P_{\Gamma}(E_i) \cdot \nu_{\Gamma}^{J\Pi}; E_r = 1 \text{ eV}; E_i = E - \varepsilon_i \frac{m_T + m_n}{m_T}$$

în care mărimile ce intervin au aceeași semnificație ca mai sus cu precizare că  $l'$  sunt momentele orbitale pentru canalele neutronice emergente care populează nivelul excitat "i" al nucleului țintă ce are energia de excitare  $\varepsilon_i$ . Desigur procesul inelastic  $(n,n')$  depinde de schema de nivele a nucleului țintă. Dacă primul nivel al nucleului țintă fisil este mai mare decât 20 keV, sau mai mare decât 50 keV, dacă nucleul țintă este fertil, atunci este evident că procesul inelastic nu poate avea loc fiind energetic interzis. În cele mai multe cazuri procesul  $(n,n')$  are o secțiune neglijabilă.

Lărgimea pentru procesul de fisiune se calculează cu formula:

$$\langle \Gamma_f^{J\Pi}(E^*) \rangle = \frac{\langle D^{J\Pi} \rangle}{2\pi} T_f(E^*, J\Pi)$$

în care coeficienții de transmisie pentru fisiune  $T_f(E^*, J\Pi)$  pentru o barieră dublă de potențial (A-barierea interioară, B-barierea exterioară), în ipoteza decuplării celor două bariere se calculează astfel:

$$T_f(E^*, J, \Pi) = \frac{T_{fA}(E^*, J, \Pi) \cdot T_{fB}(E^*, J, \Pi)}{T_{fA}(E^*, J, \Pi) + T_{fB}(E^*, J, \Pi)}$$

în care coeficienții  $T_{fA,B}(E^*, J, \Pi)$  pentru energia de excitare:  $E^* = B_n + E \frac{m_T}{m_n + m_T}$  ( $B_n$  este energia de legătură a neutronului în nucleul compus) rezultă din contribuția nivelelor

discrete pentru nivelele de tranziție discrete  $T_{fA,B}^d(E^*, J, \Pi)$  și a celor ce formează un continuum:

$$T_{fA,B}(E^*, J, \Pi) = T_{fA,B}^d(E^*, J, \Pi) + T_{fA,B}^c(E^*, J, \Pi)$$

În cazul rezonanțelor nerezolvate considerarea numai a nivelor discrete este suficientă. Coeficienții  $T_{fA,B}^d(E^*, J, \Pi)$ , și deci, coeficienții  $T_{fA,B}(E^*, J, \Pi)$ , pentru nivele discrete în punctele de șa A și B, caracterizate de numerele cuantice  $(J, \Pi, K)$  se definesc astfel:

$$T_{fA,B}(E^*, J, \Pi) = \sum_{K \leq J} T_{fA,B}(E^*, J, \Pi, K);$$

$$T_{fA,B}(E^*, J, \Pi, K) = \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{2\pi}{\hbar\omega_{A,B}} [V_{fA,B}(J, \Pi, K) - E^*] \right] \right\}^{-1}$$

în care  $V_{fA,B}(J, \Pi, K)$  este bariera de fisiune pentru nivelul de tranziție  $(J, \Pi, K)$ .

Bariera de fisiune  $V_{fA,B}(J, \Pi, K)$  pentru nivelul de tranziție  $(J, \Pi, K)$  se va determina conform relației:

$$V_{fA,B}(J, \Pi, K) = V_{A,B} + \varepsilon_{A,B}(K^\Pi) + \left( \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \right)_{A,B} \{J(J+1) - K(K+1)\}$$

în care  $\varepsilon_{A,B}(K^\Pi)$  reprezintă energia nivelelor de vibrație față de valorile barierelor fundamentale  $V_{A,B}$ , pe care se construiesc benzile de rotație cu  $J \geq K$ .

Reamintim că pentru un nivel de vibrație  $K^\Pi$  valorile posibile  $J^\Pi$  pentru o bandă de rotație sunt:

$$K^\Pi \rightarrow J^\Pi = K^\Pi, (K+1)^\Pi, (K+2)^\Pi, \text{ etc. dacă } K \neq 0$$

$$K^\Pi = 0^+ \rightarrow J^\Pi = 0^+, 2^+, 4^+, \text{ etc}$$

$$K^\Pi = 0^- \rightarrow J^\Pi = 1^-, 3^-, 5^-, \text{ etc}$$

Teoria succint prezentată mai sus se va folosi pentru determinare secțiunilor  $\langle \sigma_{n,f} \rangle, \langle \sigma_{n,\gamma} \rangle$  pentru procesul  $n + {}^{235}\text{U}$  pentru energia cinetică a neutronilor incidenți  $E = 0.15 \text{ keV}$ . În acest scop se vor folosi următoarele valori.

$$\text{a. } I_T^\Pi = (7/2)^-; B_n({}^{236}\text{U}) = 6.54 \text{ MeV}; \langle D \rangle = 0.63 \text{ eV}; \langle \Gamma_\gamma \rangle = 45 \text{ meV}$$

$$\text{b. Se va neglija fluctuația lărgimilor de nivele deci } W_{n,\alpha} = 1$$

c. Pentru calcularea lărgimilor  $\langle \Gamma_{\mu}^{J\pi} \rangle$  se vor considera numai undele parțiale cu  $l=0,1$ . Funcțiile de forță pentru aceste unde parțiale sunt:  $S_0=0.99 \cdot 10^{-4}$ ,  $S_1=1.95 \cdot 10^{-4}$ . Se va neglija procesul inelastic iar pentru raza redusă se va considera valoarea  $r_0=1.25 F$ .

d. Pentru calcularea lărgimilor  $\langle \Gamma_{\mu}^{J\pi} \rangle$  se vor considera nivele de vibrație  $K^\pi=0^+, 0^-, 1^-, 2^-, 2^+, 1^+$ . Pozițiile lor energetice  $\varepsilon_{A,B}(K^\pi)$ , față de bariera fundamentală, sunt date în tabelul ce urmează:

Tabel cu valorile  $\varepsilon_{A,B}(K^\pi)$

$K^\pi$	$\varepsilon_A$ (MeV)	$\varepsilon_B$ (MeV)
$0^+$	0	0
$0^-$	0.3	0
$1^-$	0.4	0.05
$2^-$	0.6	0.15
$2^+$	0.1	0.4
$1^+$	0.5	0.1

*Observație: Nivelele vibraționale  $0^+, 2^+$  corespund vibrațiilor cuadrupolare  $\beta$  și  $\gamma$ . Nivelele  $0^-, 1^-, 2^-$  corespund vibrațiilor octupolare pentru funcțiile sferice  $Y_{30}, Y_{31}, Y_{32}$  iar nivelul  $1^+$  corespunde combinațiilor a două vibrații octupolare  $Y_{30}+Y_{31}$ . Poziționarea energetică a acestor nivele de vibrație reflectă faptul că nucleul compus ce fisionează are simetrie la reflexie dar asimetrie axială în punctul de șa A pe când în punctul de șa B nucleul are asimetrie la reflexie dar simetrie axială*

e. Se dau valorile:

$$V_A = 6 \text{ MeV}; \hbar\omega_A = 1.0 \text{ MeV}; \quad V_B = 5.5 \text{ MeV}; \hbar\omega_B = 0.6 \text{ MeV};$$

$$\left( \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \right)_A = 0.005 \text{ MeV}; \quad \left( \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \right)_B = 0.002 \text{ MeV};$$

f. Se dau mărimile:  $\hbar \cdot c = 197 \text{ MeV} \cdot F$ ;  $1 \text{ uc}^2 = 931,5 \text{ MeV}$ . Ori de câte ori este rezonabil se va folosi aproximația  $m(^AX) \cong A \cdot u$ .

### §3.4.3. Modelul statistic pentru fisiune.

#### F9

Secțiunea eficace pentru procesul  $(n,f)$ , pentru energia cinetică  $E$ , în cadrul modelului statistic Hauser-Feshbach se exprimă astfel:

$$\sigma_{nf}(E) = \sum_{J^{\Pi}} \sigma_n^{NC}(E, J, \Pi) P_f(E, J, \Pi)$$

Secțiunea eficace pentru procesul de împrăștiere elastică și inelastică  $(n,n_i)$  pentru nivelul discret "i" al nucleului țintă ( $i=0,1,2,\text{etc}$ ), pentru energia cinetică  $E$ , în cadrul modelului statistic Hauser-Feshbach se exprimă astfel:

$$\sigma_{nn_i}(E) = \sum_{J^{\Pi}} \sigma_n^{NC}(E, J, \Pi) P_{n_i}(E, J, \Pi)$$

În această relație  $\sigma_n^{NC}(E, J, \Pi)$  este secțiunea de formare a nucleului compus pentru spinul  $J$  și paritatea  $\Pi$  iar  $P_f(E, J, \Pi)$  și  $P_{n_i}(E, J, \Pi)$  reprezintă probabilitatea de fisiune și, respectiv, pentru procesele  $(n,n_i)$ . Aceste mărimi se definesc astfel:

$$\sigma_n^{NC}(E, J, \Pi) = \pi \lambda^2 g_n^J \sum_{lj} T_{nlj}(E, J, \Pi);$$

$$P_{n_i}(E, J, \Pi) = \frac{\sum_{l'j'} T_{n,l'j'}(E_i, J, \Pi)}{T_n(E, J, \Pi) + T_{com}(E^*, J, \Pi) + T_f(E^*, J, \Pi)}$$

În aceste relații mărimile ce intervin au următoarele semnificații.

-  $g_n^J = \frac{2J+1}{2(2I_T+1)}$  este factorul statistic de spin în care  $I_T$  este spinul nucleului

țintă.

-  $T_{nlj}$  sunt coeficienții de transmisie neutronici generați de calcule de *model optic*, dacă nucleul țintă este un nucleu sferic, sau de *modele de canale cuplate* dacă nucleul țintă este permanent deformat.

-  $T_n(E, J, \Pi)$  reprezintă coeficientul total de transmisie pentru toate canalele neutronice competitive ce definesc procesul elastic și procesele inelastice. Dacă emisiile de neutroni are loc pentru nivelele discrete "i" ale nucleului țintă acest coeficient este definit astfel:

$$T_n(E, J, \Pi) = \sum_i \sum_{lj} T_{n,ij}(E_i, J, \Pi) \cdot \delta(\Pi \Pi_i, (-1)^l)$$

cu  $E_i = E - \varepsilon_i \frac{m_T + m_n}{m_T}$  în care  $m_T$ ,  $m_n$  reprezintă masa nucleului țintă, respectiv, masa neutronului iar  $\varepsilon_i$  este energia de excitare a nivelului "i". Factorul  $\delta(\Pi\Pi_i, (-1)^i)$  ține cont de conservarea parității.

-  $T_{com}(E^*, J, \Pi)$  este coeficientul total de transmisie pentru celelalte procese competitive. În funcție de energia cinetică aceste procese pot fi : captura radiativă ( $n, \gamma$ ), procesele ( $n, 2n$ ), ( $n, 3n$ ), emisie de particule încărcate, etc.

-  $T_f(E^*, J, \Pi)$  este coeficientul de transmisie pentru procesul de fisiune. Pentru o barieră dublă de fisiune ( A bariera interioară, B bariera exterioară), în ipoteza decuplării celor două bariere acest coeficient este:

$$T_f(E^*, J, \Pi) = \frac{T_{fA}(E^*, J, \Pi) \cdot T_{fB}(E^*, J, \Pi)}{T_{fA}(E^*, J, \Pi) + T_{fB}(E^*, J, \Pi)}$$

în care coeficienții  $T_{fA,B}(E^*, J, \Pi)$  pentru energia de excitare:  $E^* = B_n + E \frac{m_T}{m_T + m_n}$  ( $B_n$  este energia de legătură a neutronului în nucleul compus) rezultă din contribuția nivelelor discrete pentru nivelele de tranziție discrete  $T_{fA,B}^d(E^*, J, \Pi)$  și a celor ce formează un continuum:

$$T_{fA,B}(E^*, J, \Pi) = T_{fA,B}^d(E^*, J, \Pi) + T_{fA,B}^c(E^*, J, \Pi)$$

Coeficienții  $T_{fA,B}^d(E^*, J, \Pi)$  pentru nivele discrete în punctele de șa A și B, caracterizate de numerele cuantice ( $J, \Pi K$ ) se definesc astfel:

$$T_{fA,B}^d(E^*, J, \Pi) = \sum_{K \leq J} T_{fA,B}(E^*, J, \Pi, K);$$

$$T_{fA,B}(E^*, J, \Pi, K) = \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{2\pi}{\hbar\omega_{A,B}} [V_{fA,B}(J, \Pi, K) - E^*] \right] \right\}^{-1}$$

în care  $V_{fA,B}(J, \Pi, K)$  este bariera de fisiune pentru nivelul de tranziție ( $J, \Pi, K$ ).

Coeficienții  $T_{fA,B}^c(E^*, J, \Pi)$  se definesc în funcție de densitatea nivelelor de tranziție  $\rho_{A,B}(e, J, \Pi)$  în cele două puncte de șa astfel:

$$T_{fA,B}^c(E^*, J, \Pi) = \int_{E_{d(A,B)}}^{\infty} \frac{\rho_{A,B}(e, J, \Pi) de}{1 + \exp \{ 2\pi [V_{A,B} + e - E^*] / \hbar\omega_{A,B} \}}$$

în care  $e$  este energia de excitare față de bariera fundamentală  $V_{A,B}$  iar  $E_{c(A,B)}$  reprezintă energiile de unde începe spectrul continuu pentru nivele de tranziție în cele două puncte de șa.

## A

A1. Având în vedere teoria succint rezumată mai sus să se determine secțiunea de fisiune pentru procesul  $^{239}\text{Pu}(n, f)$  pentru energia cinetică incidentă  $E=0.1$  MeV.

A2. Să se determine secțiunea procesului elastic și secțiunile proceselor inelastice de nucleu compus posibile pentru energia  $E=0.1$  MeV.

A3. Să se determine secțiunea de nucleu compus.

Se dau următoarele mărimi:

a. Valorile  $\varepsilon_i$  pentru nivele nucleului  $^{239}\text{Pu}$  sunt  $\varepsilon_0=0$  MeV,  $\varepsilon_1=0.0078$  MeV,  $\varepsilon_2=0.0573$  MeV,  $\varepsilon_3=0.0757$  MeV,  $\varepsilon_4=0.1638$  MeV, etc. Având în vedere relația  $E_i = E - \varepsilon_i(m_T + m_n) / m_T$  este evident că pentru  $E=0.1$  MeV se vor excita numai primele trei nivele. Valorile spinilor și parităților ( $I^\pi$ ) pentru aceste nivele ca și coeficienți neutronici de transmisie  $T_{i,j}(E_i)$ , obținuți cu un program de canale cuplate, sunt date în tabelul ce urmează:

$\varepsilon_i$ (MeV)	$I^\pi$	$T_{0,1/2}$	$T_{1,1/2}$	$T_{1,3/2}$	$T_{2,3/2}$	$T_{2,5/2}$
0	$(1/2)^+$	0.1796	0.0811	0.1190	0.0004	0.0003
0.0078	$(3/2)^+$	0.1730	0.0728	0.1069	0.0003	0.0002
0.0573	$(5/2)^+$	0.1191	0.0251	0.0368	0	0
0.0757	$(7/2)^+$	0.0909	0.0110	0.0167	0	0

b. Pentru barierele A și B se vor considera numai nivelele de tranziție discrete ce rezultă prin construirea benzilor de rotație pe nivelele vibraționale cu  $K^\pi = 0^+, 0^-$  și  $2^+$ . Bariera de fisiune  $V_{fA,B}(J, \Pi, K)$  pentru nivelul de tranziție  $(J, \Pi, K)$  se va determina conform relației:

$$V_{fA,B}(J, \Pi, K) = V_{A,B} + \varepsilon_{A,B}(K^\pi) + \left( \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \right)_{A,B} \{J(J+1) - K(K+1)\}$$

în care  $\varepsilon_{A,B}(K^\pi)$  reprezintă energia nivelelor de vibrație față de valorile barierelor fundamentale  $V_{A,B}$ . Valorile ce vor fi folosite în calcul (în MeV) sunt următoarele:

$$\begin{array}{llll} \varepsilon_A(0^+) = 0; & \varepsilon_A(0^-) = 0.65; & \varepsilon_A(2^+) = 0.35; & V_A = 5.9 \quad \hbar\omega_A = 0.9 \\ \varepsilon_B(0^+) = 0; & \varepsilon_B(0^-) = 0; & \varepsilon_B(2^+) = 0.75; & V_B = 5.2 \quad \hbar\omega_B = 0.6 \end{array}$$

și :

$$\left(\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}}\right)_A = 0.005 \text{ MeV}; \quad \left(\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}}\right)_B = 0.002 \text{ MeV};$$

- c. Energia de separare a neutronului în nucleul compus  $^{240}\text{Pu}$  este  $B_n = 6.534 \text{ MeV}$   
 d. Se vor neglija toate procesele competitive, adică  $T_{\text{com}}(E^*, J, \Pi) = 0$ .

## B.

B1. Să se determine secțiunea de fisiune pentru procesul  $^{242}\text{Pu}(n, f)$  pentru energia cinetică incidentă  $E = 0.1 \text{ MeV}$ .

B2. Să se determine secțiunea procesului elastic și secțiunile proceselor inelastice posibile pentru energia  $E = 0.1 \text{ MeV}$ .

B3. Să se determine secțiunea de nucleu compus.

Se dau următoarele mărimi:

a. Valorile  $\varepsilon_i$  pentru nivele nucleului  $^{242}\text{Pu}$  sunt  $\varepsilon_0 = 0 \text{ MeV}$ ,  $\varepsilon_1 = 0.0445 \text{ MeV}$ ,  $\varepsilon_2 = 0.1472 \text{ MeV}$ , etc. Având în vedere relația  $E_i = E - \varepsilon_i(m_T + m_n) / m_T$  este evident că pentru  $E = 0.1 \text{ MeV}$  se va excita numai primul nivel. Valorile spinilor și parităților ( $\Gamma^\Pi$ ) pentru nivelul fundamental și primul nivel excitat ca și coeficienți neutronici de transmisie  $T_{i,j}(E_i)$ , obținuți cu un program de canale cuplate, sunt date în tabelul ce urmează:

$\varepsilon_i \text{ (MeV)}$	$\Gamma^\Pi$	$T_{0,1/2}$	$T_{1,1/2}$	$T_{1,3/2}$	$T_{2,3/2}$	$T_{2,5/2}$
0	$0^+$	0.1699	0.0665	0.1172	0.0003	0.0003
0.0445	$2^+$	0.1293	0.0311	0.0544	-	-

b. Pentru barierele A și B se vor considera numai nivelele de tranziție ce formează continuum.

Coeficienții  $T_{fA,B}^c(E^*, J, \Pi)$  se vor calcula conform relației:

$$T_{fA,B}^c(E^*, J, \Pi) = \int_0^\infty \frac{\rho_{A,B}(e, J, \Pi) de}{1 + \exp\{2\pi[V_{A,B} + e - E^*] / \hbar\omega_{A,B}\}}$$

Pentru funcție densității nivelelor de tranziție  $\rho_{A,B}(e, J, \Pi)$  în cele două puncte de șa se va considera funcția densității de nivele cu temperatură constantă definită de relația:

$$\rho_{A,B}(e, J, \Pi) = C_{A,B} (2J + 1) \cdot \exp\left[-\frac{(2J + 1)^2}{8\sigma_{sA,B}^2}\right] \cdot \exp\left(\frac{e - E_{0A,B}}{T_{A,B}}\right)$$

în care  $e$  este energia de excitare față de bariera fundamentală  $V_{A,B}$ ,  $\sigma_{sA,B}$  este *parametrul de tăiere de spin* iar  $E_{0A,B}$  reprezintă energia de corelare dintre nucleoni.

Se vor considera valorile:

$$\begin{aligned} C_A &= 0.137 \text{ MeV}^{-1}; & T_A &= 0.412 \text{ MeV}; & V_A &= 6.0 \text{ MeV}; & \hbar\omega_A &= 0.8 \text{ MeV} \\ C_B &= 0.036 \text{ MeV}^{-1}; & T_B &= 0.417 \text{ MeV}; & V_B &= 5.5 \text{ MeV}; & \hbar\omega_B &= 0.5 \text{ MeV} \\ E_{0A} &= E_{0B} = -0.664 \text{ MeV} & \sigma_{sA} &= \sigma_{sB} = 5 \end{aligned}$$

c. Energia de separare a neutronului în nucleul compus  $^{243}\text{Pu}$  este  $B_n = 5.034 \text{ MeV}$

d. Se vor neglija toate procesele competitive, adică  $T_{\text{com}}(E^*, J, \Pi) = 0$ .

Pentru cele două probleme A și B se vor folosi mărimile:  $\hbar c = 197 \text{ MeV} \cdot \text{F}$ ;  $1 \text{ uc}^2 = 931,5 \text{ MeV}$ . Ori de câte ori este rezonabil se va folosi aproximația  $m(^A\text{X}) \cong A \cdot u$ .



## Cap.4. Examene

### \$4.1 Anul III

#### E1 (1993)

1). a). Ce reprezintă expresia  $\lambda \cdot \frac{\rho}{A} \cdot N_A$  în care  $\lambda$  este constanta de dezintegrare,  $N_A$  este numărul lui Avogadro iar  $A$  este numărul de masă.

b). În seriile naturale radioactive au loc dezintegrări  $\beta^-$  dar nu și  $\beta^+$ . De ce ?

2). a). Are loc procesul de împrăștiere a particulelor  $\alpha$  pe nuclee de  $^{197}_{79}\text{Au}$ . Considerând corecte ipotezele în care Rutherford a dedus formula ce-i poartă numele să se determine energia cinetică a particulelor  $\alpha$  (în MeV) astfel ca pentru  $\theta > \theta_{cr} = 120^\circ$  secțiunea diferențială experimentală să difere de cea teoretică dedusă de Rutherford. Se va considera că razele de interacție a partenerilor de interacție se exprimă prin relația  $r_0 \cdot A^{1/3}$  cu  $r_0 = 1.25F$

3). Precizați condițiile necesare *sondării* distribuției de sarcină sau a distribuției materiei nucleare într-un proces de împrăștiere. Sunt realizate practic aceste condiții?

4). Se măsoară activitatea unei surse radioactive în prezența fondului. Fie  $F$  viteza de numărare în absența sursei,  $t$  timpul de măsură și  $\sigma_R$  este dată de :

a)  $\sqrt{\frac{R + F}{t}}$

b)  $\sqrt{\frac{R + 2F}{t}}$

Ce semnificație are mărimea  $R$  din relațiile de mai sus?

5). În tabelul de mai jos sunt date energiile de legătură  $W(A,Z)$  (în MeV) pentru câteva perechi de nuclee oglindă. Folosind pentru energia de legătură formula Bethe-Weizsäcker și datele din tabel să se determine valoarea numerică a razei reduse  $r_0$  (din formula  $r_0 \cdot A^{1/3}$ ).

*Precizare: Perechea de nuclee pentru care ( $Z_1=n, N_1=n'$ ) și ( $Z_2=n', N_2=n$ ) în care  $n$  și  $n'$  sunt numere întregi formează o pereche de nuclee oglindă.*

Tabel.

Nuclee	${}^3_1\text{H}$	${}^3_2\text{He}$	${}^5_2\text{He}$	${}^5_3\text{Li}$	${}^7_3\text{Li}$	${}^7_4\text{Be}$	${}^{11}_5\text{B}$	${}^{11}_6\text{C}$	${}^{13}_6\text{C}$	${}^{13}_7\text{N}$
W(A,Z)	8.48	7.72	27.41	26.33	39.25	37.60	76.21	73.44	97.11	94.11

## E2 (1993, R)

1). a). Să se exprime constanta Planck  $\hbar = 1.054 \cdot 10^{-34}$  J.s în MeV·F/c în care  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s este viteza luminii.

b). Să se determine raportul  $\beta = v/c$  pentru o particulă care are masa de repaus  $m_0$  și energia cinetică  $T = 4m_0c^2$ .

c). Să se determine valoarea numerică a constantei B din relația  $\Gamma = B / \tau$  astfel încât lărgimea  $\Gamma$  să se exprime în eV când timpul mediu de viață  $\tau$  se exprimă în ns.

2). In care din situațiile de mai jos în experiențele de tip Hofstadter factorul de formă electric poate fi egal cu unitatea?

a). lungimea de undă redusă  $\lambda$  a electronilor incidenți este mult mai mare ca raza R a nucleului.

b).  $\lambda < R$  și distribuția de sarcină are simetrie sferică.

c). distribuția de sarcină este punctuală.

3). Ce semnificație are timpul  $t = \ln(n)/\lambda$  în care  $n$  este număr natural iar  $\lambda$  este constanta de dezintegrare?

4). Precizați două semnificații distincte pentru expresia  $e^{-2\lambda t}$  în care  $\lambda$  este constanta de dezintegrare iar  $t$  este timpul.

5). Precizați două situații distincte pentru care activitatea  $\Lambda_2(t)$  a nucleelor de specia (2) rezultate din secvența  $(1) \xrightarrow{\lambda_1} (2) \xrightarrow{\lambda_2} \dots$  se exprimă în funcție de activitatea  $\Lambda_1(t)$  a nucleelor de specia (1) prin relația :  $\Lambda_2(t) \approx \Lambda_1(t) \cdot \lambda_2 \cdot t$ . Se va considera că inițial existau  $N_0$  nuclee de specia (1).

6). Să se determine dependența de timp a numărului de nuclee  $N(t)$  din ecuația:

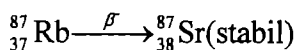
$$\frac{dN(t)}{dt} = a - \lambda \cdot N(t)$$

în care  $a$  este o constantă cunoscută.

7). Studiinduse 5 meteoriți s-au determinat rapoartele numărului de nuclee pentru izotopi prezentați în tabelul următor:

Nr.meteorit	$(N({}_{37}^{87}\text{Rb}) / N({}_{38}^{86}\text{Sr}))$	$N({}_{38}^{87}\text{Sr}) / N({}_{38}^{86}\text{Sr})$
1	0.86	0.757
2	0.80	0.751
3	0.72	0.747
4	0.60	0.739
5	0.09	0.706

Stiind că izotopul  ${}_{37}^{87}\text{Rb}$  se dezintegrează  $\beta^-$  trecând în  ${}_{38}^{87}\text{Sr}$  stabil



cu timpul de înjumătățire  $T_{1/2} = 4.7 \cdot 10^{10}$  ani și faptul că izotopul  ${}_{38}^{86}\text{Sr}$  este de asemenea stabil și nu provine din nici-un fel de dezintegrare se cere:

a) Să se arate că datele din tabel sunt consistente cu ideea că toți meteoriții au aceeași *vârstă* și același raport inițial  $R = N_0({}_{38}^{87}\text{Sr}) / N_0({}_{38}^{86}\text{Sr})$ .

b). Să se determine *vârsta* meteoriților și raportul inițial  $R$

### E3 (1994)

1). Să se precizeze în ce condiții sunt adevărate relațiile: a)  $E = pc$ ; b)  $E \approx pc$ .

În relațiile de mai sus  $E$  este energia totală,  $p$  este impulsul iar  $c$  este viteza luminii.

2). Fie expresia:  $A = \frac{ke^2 r^2 T^3}{c^3 \hbar^4}$  cu  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  în care  $r$  este o *distanță*,  $T$  este

*energie cinetică* iar celelalte mărimi au semnificația uzuală. Să se determine valoarea numerică a constantei  $B$  din relația  $A = B \cdot r^2 T^3$  astfel încât atunci când  $r$  este exprimat în fermi și  $T$  în MeV valoarea  $A$  se obține în SI (Sistemul Internațional).

3). Folosind pentru energia de legătură expresia:

$$W(A, Z) = \alpha \cdot A - \beta \cdot A^{2/3} - \gamma \cdot \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

să se stabilească relația dintre  $Z$  și  $A$ , în funcție de constantele  $\alpha$ ,  $\beta$  și  $\gamma$  astfel încât să fie posibilă ruperea (fisiunea) nucleului  ${}^A_Z X$  în două nuclee (fragmente prompte) identice.

4). Fie secvența:

$$(1) \xrightarrow{\lambda_1} (2) \xrightarrow{\lambda_2} \dots \xrightarrow{\lambda_{i-1}} (i) \left( \begin{array}{l} \xrightarrow{\lambda'_i} (i+1) \xrightarrow{\lambda_{i+1}} \dots \xrightarrow{\lambda_{n-1}} (n) \\ \xrightarrow{\lambda''_i} \end{array} \right)$$

în care nucleele de specia  $(n)$  sunt stabile. Să se determine dependența de timp a nucleelor  $N'_{i+1}(t)$  știind că inițial existau  $N_0$  nuclee de specia  $(1)$ .

5). Prin activarea unei ținte se generează nuclee radioactive cu viteza  $pN_T$  în care  $p$  este probabilitatea de activare în unitatea de timp pentru un nucleu țintă iar  $N_T$  este numărul de nuclee țintă în momentul activării. Inițial ținta nu conține nuclee radioactive. Nucleele obținute se dezintegrează cu constanta de radioactivă  $\lambda$ . Considerând că probabilitatea  $p$  este constantă să se determine dependența de timp a nucleelor radioactive obținute prin activare în următoarele situații:

- Numărul nucleelor țintă  $N_T$  este constant în timpul activării și este egal cu numărul inițial  $N_0$ .
- Numărul de nuclee țintă se modifică (se consumă parțial) în timpul activării.
- În condițiile de la punctul b) se va considera în plus că nucleele țintă sunt la rândul lor radioactive și au constanta radioactivă egală cu  $\lambda_T$ .

### E4 (1995)

1). Pentru unghiul de împrăștiere  $\theta \rightarrow 0$  secțiunea diferențială Rutherford tinde la infinit. În realitate secțiunea diferențială experimentală este finită pentru orice unghi. Precizați și argumentați calitativ care din ipotezele folosite de Rutherford pentru obținerea formulei ce-i poartă numele este cauza acestei valori infinite pentru  $\theta \rightarrow 0$ .

2). Precizați condițiile în care energia totală de legătură  $W(A,Z)$  ar fi egală cu o constantă înmulțită cu numărul de masă  $A$ .

3). Fie secvența:  $(1) \xrightarrow{\lambda_1} (2) \xrightarrow{\lambda_2} \dots$  în care nucleele de specia (2) provin numai din dezintegrarea nucleelor de specia (1). Să se demonstreze că pentru timpul  $t_0$  pentru care activitatea nucleelor de specia (2) este maximă este adevărată relația:

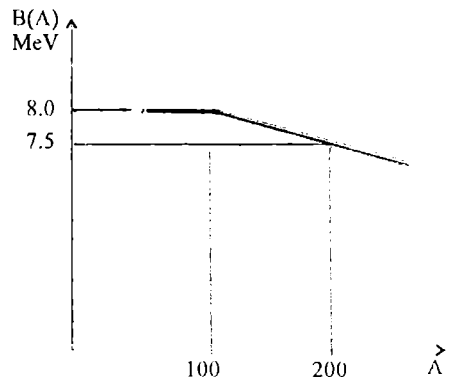
$$\Lambda(t_0) = \Lambda_{01} \cdot \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}}$$

4). Se va considera că energia medie de legătură pe nucleon pentru nucleele  $\beta$  stabile  $B(A)$  depinde de numărul de masă  $A$  ca în figură.

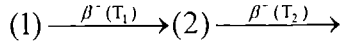
a). Să se determine energia de separare a particulei  $\alpha$  din nucleul cu  $A=102$ . Se știe că energia de legătură a particulei  $\alpha$  este  $W_\alpha = 28$  MeV.

b). Să se determine numărul de masă al nucleelor ce pot emite spontan particule  $\alpha$ .

c). Să se determine numărul de masă al nucleelor ce ar emite spontan neutroni.



5). O țintă izotopică ce conține  $N_0$  nuclee este iradiată cu un flux constant de neutroni  $\Phi$ . Prin activarea nucleelor țintă, cu secțiunea de activare  $\sigma$  se obțin nuclee de specia (1) care prin dezintegrări  $\beta^-$  se transformă în nuclee de specia (2), etc. conform secvenței:



în care  $T$  este perioada de înjumătățire. După un timp de iradiere  $> 10 \cdot \max(T_1, T_2)$  iradierea încetează. Să se determine numărul de nuclee din specia (2) ce se dezintegrează în intervalul de timp  $t_0, t_0 + t_m$  timpul fiind socotit de la încetarea iradierii.

### E5 (1996)

1). Secțiunea diferențială pentru împrăștierea elastică Rutherford se exprimă prin relația:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{a_c^2}{4 \cdot \sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad \text{în care} \quad a_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z_p Z_T e^2}{2T}$$

este lungimea caracteristică împrăștierei Rutherford. În relațiile de mai sus semnificația mărimilor este cea uzuală. Să se determine valoarea numerică a constantei  $B$  din relația:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = B \cdot \frac{(Z_p Z_T)^2}{T^2 \cdot \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

astfel încât  $d\sigma / d\Omega$  să se exprime în (mb/sr) când energia cinetică  $T$  se exprimă în MeV.

2). Dacă pentru un nucleu densitatea materiei nucleare este constantă rezultă că nucleul respectiv este:

- sferic?
- deformat?
- fie sferic fie deformat?

3). Să presupunem că energia de legătură a unui nucleu cu  $Z$  protoni și  $N$  neutroni se exprimă prin relația:

$$W(Z, N) = aZ(Z-1) + bN(N-1) + cZN$$

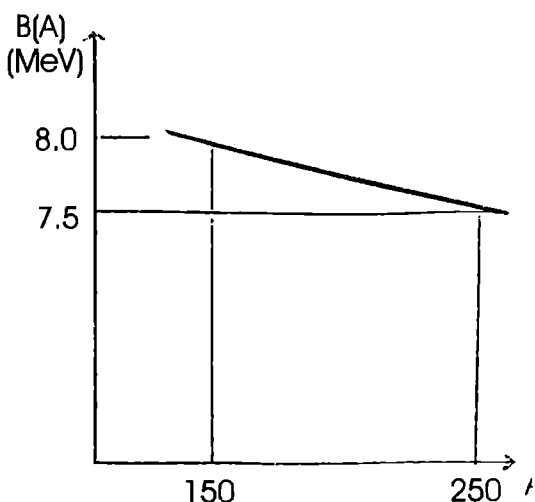
în care  $a, b$  și  $c$  sunt constante.

- Precizați ipoteza ce stă la baza relației de mai sus
- Este corectă această ipoteza? Justificați succint răspunsul.

4). Se va considera că pentru nucleele  $\beta$  stabile cu  $A \geq 150$  energia medie de legătură pe nucleon  $B(A)$  depinde liniar de  $A$  ca în figură.

a) Să se determine numărul de masă  $A$  al nucleelor ce pot emite spontan particule  $\alpha$ . Energia de legătură a particulelor este  $W_\alpha = 28$  MeV

b) Prin dezintegrarea  $\alpha$  a nucleelor cu  $A=230$  se obțin trei grupe monoenergetice  $\alpha$ . Energia cinetică  $T_\alpha$  a particulelor  $\alpha$  ce populează primul și al doilea nivel excitat al nucleului fiică este, respectiv, 2.036 MeV și 1.965 MeV. Să se determine energia cinetică a particulelor  $\alpha$  ce populează nivelul fundamental al nucleului fiică cât și energia de excitare a celor două nivele excitate.



*Precizare: Ori de câte ori este rezonabil folosiți aproximația  $m(^A X) \approx A \cdot u$ .*

5). Izotopul  ${}^{234}_{92}\text{U}$  ( $T_{1/2} = 2.45 \cdot 10^5$  ani) face parte din familia natural radioactivă a izotopului  ${}^{238}_{92}\text{U}$  ( $T_{1/2} = 4.5 \cdot 10^9$  ani).

a). Prin câte dezintegrări  $\alpha$  și  $\beta^-$  se ajunge de la  ${}^{238}_{92}\text{U}$  la  ${}^{234}_{92}\text{U}$

b). Stiind că abundența izotopică a izotopului  ${}^{238}_{92}\text{U}$  este 99.27% să se determine abundența izotopică a izotopilor  ${}^{234}_{92}\text{U}$ ,  ${}^{235}_{92}\text{U}$ . Se precizează faptul că izotopii naturali ai uraniului sunt:  ${}^{234,235,238}_{92}\text{U}$

6). Pentru a se obține o sursă radioactivă de  ${}^{60}\text{Co}$  se iradiază timp de  $t_0 = 30$  de minute o masă  $m = 0.59$ g de cobalt natural ( ${}^{59}\text{Co}$ ) cu un flux de neutroni termici  $\Phi = 10^{12}$  neutroni  $\cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ . Prin reacția  $(n, \gamma)$  se formează, cu o secțiune eficace  $\sigma = 2$ b, izotopul  ${}^{60}\text{Co}$  pe nivelul fundamental. De pe nivelul fundamental  ${}^{60}\text{Co}$  se dezintegrează  $\beta^-$  cu  $T_{1/2} = 5.27$  ani. Să se determine:

a) Activitatea  $\beta^-$  la sfârșitul iradierii.

b) Activitatea  $\beta^-$  după 3 ani de la sfârșitul iradierii.

Se dă numărul lui Avogadro:  $N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

*Precizare: Formarea izotopului  ${}^{60}\text{Co}$  într-o stare metastabilă în reacția  $(n, \gamma)$  se neglijează.*

7) Particula  $a$  de impuls  $\vec{p}_a$  se obține prin dezintegrarea nucleului  $X$  de moment cinetic  $\vec{I}_X$ . Se studiază, din punct de vedere teoretic, distribuția unghiulară

$W(\theta)$  a particulelor  $a$  obținute prin dezintegrare care au impulsul  $\vec{p}_a$  situat la unghiul  $\theta$  față de momentul cinetic  $\vec{I}_X$  a cărui direcție este fixată (nucleele  $X$  sunt polarizate).

A) În ipoteza că paritatea se conservă în procesul de dezintegrare studiat care din următoarele afirmații sunt adevărate:

a) Hamiltonianul  $H$  ce descrie procesul nu conține pseudoscalarul  $\vec{p}_a \cdot \vec{I}_X$ ; distribuția  $W(\theta)$  este izotropă.

b)  $H$  nu conține pseudoscalarul  $\vec{p}_a \cdot \vec{I}_X$ ; distribuția  $W(\theta)$  este anizotropă.

c)  $H$  conține pseudoscalarul  $\vec{p}_a \cdot \vec{I}_X$ ; distribuția  $W(\theta)$  este izotropă.

d)  $H$  conține pseudoscalarul  $\vec{p}_a \cdot \vec{I}_X$ ; distribuția  $W(\theta)$  este anizotropă.

B) În ipoteza că paritatea nu se conservă în procesul de dezintegrare studiat să se precizeze care din afirmațiile de mai sus sunt adevărate:

### E6 (1996, R)

1. În experiențe de tip Hofstadter o țintă izotopică este bombardată cu un fascicul monoenergetic de electroni de energie cinetică  $T$ . Raza nucleelor țintă este  $R=5F$ . Ce valori trebuie să aibă energia cinetică  $T$  astfel încât în aceste experiențe să fie posibilă determinarea distribuției de sarcină a nucleelor țintă.

Se va considera că  $T$  este mult mai mare decât energia de repaus a electronilor  $m_e c^2$  iar pentru  $\hbar c$  se va considera valoarea aproximativă de 200 MeV·F.

2. În modelul picăturii de lichid energia de legătură  $W(A, Z)$  a nucleului  ${}^A_Z X$ , în care se neglijează energia de împerechere, este dată de relația:

$$W(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sim}} \frac{(N - Z)^2}{A}$$

cu:

$$a_v = 15.6 \text{ MeV}, a_s = 17.23 \text{ MeV}, a_c = 0.7 \text{ MeV}, a_{\text{sim}} = 23.6 \text{ MeV}$$

O stea neutronică poate fi considerată, într-o primă aproximație, cu un nucleu gigant format numai din neutroni.

a. Să se arate că o astfel de stea neutronică nu poate exista dacă se folosește pentru energia de legătură relația de mai sus.

b. Să se determine numărul minim de neutroni pe care trebuie să-l conțină o stea neutronică astfel încât, prin considerarea energiei interne a forțelor gravitaționale în relația de mai sus, steaua neutronică să poată exista. Pentru acest număr minim de neutroni să se determine raza  $R$  și masa  $M$  pentru steaua neutronică.

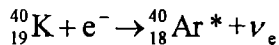
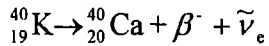
Pentru energia internă a forțelor gravitaționale, în SI, se va folosi relația:

$$W_{\text{gr}}(A) = \frac{3}{10} G \frac{M^2}{R} \text{ (J); } G \approx 6.7 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$$

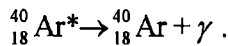
în care  $G$  este constanta atracției universale.

În calcule se va considera că masa steii  $M$  este egală cu suma maselor neutronilor constituenți ( $m_n = 1.67 \cdot 10^{-27}$  Kg) iar pentru raza steii (nucleu gigant) se va considera relația  $R = r_0 \cdot A^{1/3}$  cu  $r_0 = 1.25$  F.

3. Potasiu natural conține izotopi  $^{39}\text{K}$ ,  $^{40}\text{K}$  și  $^{41}\text{K}$ ; abundențele lor izotopice sunt, respectiv: 93.26%, 0.0118% și 6.7282%. Izotopii  $^{39}\text{K}$  și  $^{41}\text{K}$  sunt stabili pe când izotopul  $^{40}\text{K}$  prezintă următoarele procese de dezintegrare:



Izotopul  $^{40}\text{Ar}^*$  aflat pe un nivel excitat se dezexcită pe nivelul fundamental prin emisia unei singure cuante  $\gamma$  conform procesului:



În procesele de mai sus, în medie, sunt emise 12 cuante  $\gamma$  la fiecare 100 de particule  $\beta^-$  emise.

Să se determine:

a. Timpul mediu de viață al izotopului  $^{40}\text{K}$  știind că  $m = 1$  Kg de potasiu natural prezintă  $2.7 \cdot 10^4$  dezintegrări  $\beta^-$  pe secundă.

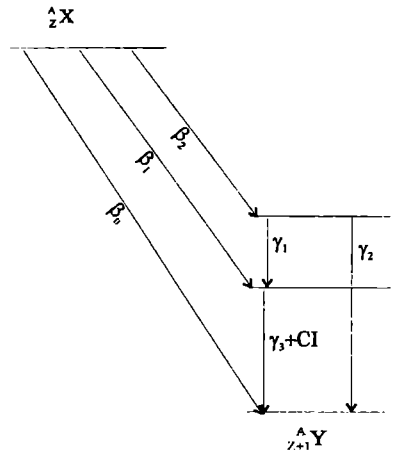
b. Activitatea totală ( $\beta^-$  și  $\gamma$ ) a unei persoane de  $M = 70$  Kg.

Conținutul în potasiu natural al corpului uman este  $c = 0.3\%$  iar numărul lui Avogadro este  $N_A = 6.025 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

4. Fie schema de dezintegrare din figură. Factorii de ramificare pentru dezintegrările  $\beta^-$  au valorile:  $f_0(\beta^-) = 50\%$ ,  $f_1(\beta^-) = 30\%$ ,  $f_2(\beta^-) = 20\%$ . Factorii de ramificare pentru tranzițiile  $\gamma_1$  și  $\gamma_2$  sunt:  $f_1(\gamma) = 40\%$ ,  $f_2(\gamma) = 60\%$ . Tranziția  $\gamma_3$  este însoțită de procesul de conversie internă (CI) pentru care factorul de ramificare este de 10%. Constanta radioactivă pentru tranziția  $\gamma_3$  este  $\lambda(\gamma_3) = 10^8 \text{ s}^{-1}$ . Cu aceste date să se determine:

a. Factorul de schemă  $s_3(\gamma)$  pentru tranziția  $\gamma_3$ .

b. Timpul mediu de viață pentru primul nivel excitat al nucleului  $^{A}_{Z+1}\text{Y}$ .



5. Fie o particulă caracterizată de vectorul de poziție  $\vec{r}$ , impulsul  $\vec{p}$ , momentul orbital  $\vec{L}$  și spinul  $\vec{s}$ . Se definesc produsele scalare:  $\vec{r} \cdot \vec{s}$ ;  $\vec{p} \cdot \vec{L}$ ;  $\vec{s} \cdot \vec{L}$  și produsele vectoriale:  $\vec{r} \times \vec{s}$ ;  $\vec{p} \times \vec{L}$ ;  $\vec{s} \times \vec{L}$ .

Să se precizeze care din mărimile de mai sus sunt:

a. invariante la rotație.

b. invariante la inversia spațială.

c. invariante și la rotație și la inversia spațială.



## \$4.2 Licență.

### L1(1994)

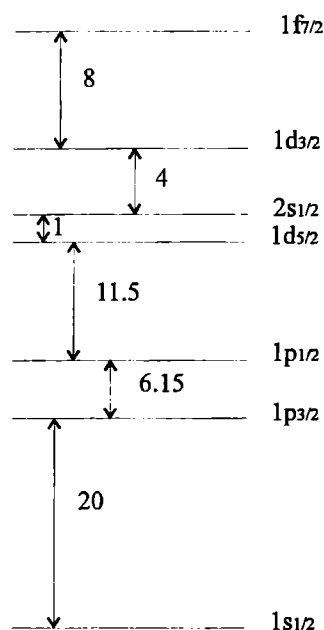
I). Se presupune că nucleul  $^{17}\text{O}$  este corect descris de modelulul păturilor nucleare în varianta uniparticulă. O secvență din succesiunea de nivele uniparticulă, cu precizarea energiei dintre acestea (în MeV), este dată în figura alăturată.

a) Să se determine schema de nivele pentru nucleul  $^{17}\text{O}$  formată din nivelul fundamental și primele două nivele excitate.

b) Să se determine momentul magnetic al nucleului  $^{17}\text{O}$  pentru nivelul fundamental și primele două nivele excitate în magnetoni nucleari (factorul giromagnetic pentru neutroni este  $g_n = -3,82$ )

c) Presupunând că nucleul  $^{17}\text{O}$  se află pe al doilea nivel excitat să se precizeze toate tranzițiile  $\gamma$  posibile. Considerând că pentru toate tranzițiile  $\gamma$  sunt adevărate relațiile:

$$\lambda_\gamma(\text{EL}) = C_\gamma \cdot (E_\gamma / 197)^{2L+1}; \lambda_\gamma(\text{ML}) = \lambda_\gamma \{E(L+1)\}$$



să se determine (numeric) probabilitățile relative (factorii de ramificare) pentru dezexcitățile  $\gamma$  de pe cele două nivele excitate. În relațiile de mai sus  $L$  este polaritatea tranziției  $\gamma$ .

d) Nucleul  $^{17}_9\text{F}$ , (de asemenea considerat corect descris de varianta uniparticulă a modelului păturilor nucleare) se dezintegrează  $\beta^+$  în  $^{17}_8\text{O}$ . Energia maximă a spectrului  $\beta^+$  este de 1,75 MeV. Să se stabilească schema de dezintegrare pentru procesul  $^{17}\text{F} \xrightarrow{\beta^+} ^{17}\text{O}$  și să se clasifice tranzițiile  $\beta^+$  posibile.

II). Un mezon  $\pi^0$  aflat în mișcare cu impulsul  $p = 100 \text{ MeV}/c$  se dezintegrează în două cuante  $\gamma$  ( $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ ) care sunt emise simetric față de direcția de mișcare.

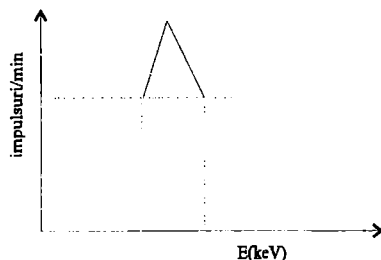
a) Ce energie au cuantele  $\gamma$  emise.

b) Sub ce unghi  $\theta$  sunt emise cuantele  $\gamma$  față de direcția de mișcare.

Se dă energia de repaus:  $m_\pi c^2 = 135 \text{ MeV}$ .

(Prof. dr. R. Ion-Mihai)

III) Deasupra unui fond constant de 10 imp./keV/minut apare un fotic izolat (care este aproximat cu un triunghi isoscel) la energia de 500 keV. Pentru detecție se folosesc doi detectori. Se măsoară cu fiecare activitatea unei surse  $\Lambda = 2 \cdot 10^2$  Bq. Inregistrarea se face timp de 1 minut. Se obțin rezultatele:



- Pentru detectorul 1: - rezoluție energetică: 10%  
 - eficacitatea de detecție: 30%  
 - factorul de geometrie: 1/2
- Pentru detectorul 2: - rezoluție energetică: 1%  
 - eficacitatea de detecție: 1%  
 - factorul de geometrie: 1/2

Care din cei doi detectori este de preferat și din ce considerente.

(Prof. dr. T Angelescu)

## L2 (1995)

I Rubidiul natural conține doi izotopi naturali  $^{85}\text{Rb}$  și  $^{87}\text{Rb}$  cu ponderile izotopice, respectiv,  $p_5 = 72,15\%$  și  $p_7 = 27,85\%$ . Izotopul  $^{87}\text{Rb}$  este radioactiv. Activitatea unui gram de rubidiu natural este de 675 Bq. Să se determine ponderea izotopică a  $^{87}\text{Rb}$  în urmă cu  $10^9$  ani. Numărul lui Avogadro este  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

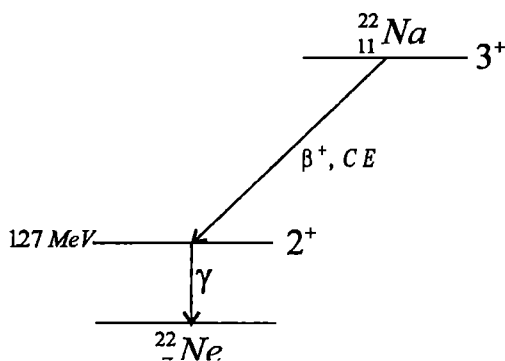
II. Izotopul  $^{22}_{11}\text{Na}$  este adesea folosit ca sursă de pozitroni deoarece timpul său de înjumătățire  $T_{1/2} = 2,6$  ani este relativ mare. Acest izotop se dezintegrează practic, 100%, pe primul nivel excitat al izotopului  $^{22}\text{Ne}$  care are energia de excitație de 1.27 MeV fie prin dezintegrare  $\beta^+$  (90%) fie prin CE. (10%).

1. Pentru izotopul  $^{22}\text{Ne}$  să se determine:

- numărul atomic  $Z$
- lărgimea naturală pentru nivelul  $2^+$  știind că timpul mediu de viață al acestui nivel este  $\tau = 3 \cdot 10^{-12} \text{ s}$ .
- energia de recul după emisia radiației  $\gamma$
- spinul și paritatea nivelului fundamental
- momentul magnetic al nivelului fundamental
- multipolul și tipul traziției  $\gamma$  de  $\cong 1.27 \text{ MeV}$

2. Explicati transformările corespunzătoare proceselor  $\beta^+$  și CE.

3. Clasificați tranzițiile  $\beta^+$  ale  $^{22}\text{Na}$  pe primul nivel excitat și pe nivelul fundamental al  $^{22}\text{Ne}$ ; explicați de ce dezintegrarea  $\beta^+$  se face practic pe nivelul excitat al  $^{22}\text{Ne}$ .



4. Pentru procesul CE să se determine:

- timpul de înjumătățire,
- energia de dezintegrare  $Q_{CE}$ ,
- lungimea de undă redusă a neutrinelor rezultați în procesul CE.

5. Fie o sursă de  $^{22}\text{Na}$  care emite  $\Lambda_{\gamma a}$  fotoni  $\gamma$  de anihilare în unitatea de timp (s). Determinați numărul de fotoni  $\gamma$  de  $\cong 1.27 \text{ MeV}$  emiși de sursă în unitatea de timp (s), în funcție de  $\Lambda_{\gamma a}$ .

6. Se înregistrează spectrul  $\gamma$  al sursei de  $^{22}\text{Na}$  cu un detector de  $\text{NaI(Tl)}$ . Considerând că toate radiațiile  $\gamma$  sunt înregistrate cu aceeași probabilitate să se deseneze calitativ spectrul  $\gamma$  obținut. Se va ține cont de rezultatul obținut la punctul precedent.

Se cunosc energiile de repaus a nucleelor  $^{22}\text{Na}$  și  $^{22}\text{Ne}$  ca și energia de repaus a electronilor:

$m(^{22}\text{Na}) \cdot c^2 = 20487.817 \text{ MeV}$ ;  $m(^{22}\text{Ne}) \cdot c^2 = 20485.486 \text{ MeV}$ ;  $m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$ . Masa de repaus a neutrinelor va fi considerată zero. De asemenea se cunosc: constanta Planck  $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$  și viteza luminii  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

III Viața medie a mezonilor  $\pi^-$  aflați în repaus este  $2,6 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ . Să se determine de câte ori scade intensitatea unui fascicul monoenergetic de  $\pi^-$  cu energia cinetică de  $100 \text{ MeV}$  după ce acesta străbate distanța, în vid, de  $L = 30 \text{ m}$ . Energia de repaus a mezonilor  $\pi^-$  este de  $140 \text{ MeV}$  iar viteza luminii este  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

### L3 (1996)

I. Se dau energiile atomice  $m_a(A, Z) \cdot c^2$ , în MeV, ale izobarilor  $^A_Z X$  cu  $A = 104$  în forma:

$$m_a(A, Z) \cdot c^2 = A \cdot 931.5 + \Delta(A, Z)$$

cu *excesele de masă*  $\Delta(A, Z)$ , exprimate în MeV, din tabelul ce urmează:

$^A_Z X$	$^{104}_{41}\text{Nb}$	$^{104}_{42}\text{Mo}$	$^{104}_{43}\text{Tc}$	$^{104}_{44}\text{Ru}$	$^{104}_{45}\text{Rh}$	$^{104}_{46}\text{Pd}$	$^{104}_{47}\text{Ag}$	$^{104}_{48}\text{Cd}$	$^{104}_{49}\text{In}$
$\Delta$	-72.65	-81.65	-83.85	-88.10	-86.95	-89.40	-85.15	-83.57	-75.57

Se cere:

1. Să se calculeze energiile de dezintegrare pentru procesele  $\beta^\pm$  și CE.
2. Să se reprezinte grafic parabola *maselor* pentru acești izobari [indicație  $\Delta(A, Z) = f(Z)$ ].
3. Să se traseze pe grafic tranzițiile  $\beta^\pm$  și CE posibile.
4. Să se stabilească nucleele stabile.
5. Să se calculeze energia de împerechere pentru doi protoni și energia de împerechere pentru doi neutroni în nucleul  $^{104}_{46}\text{Pd}$ . Se dau excesele de masă:

$$\Delta(^{103}_{45}\text{Rh}) = -88.02 \text{ MeV}, \Delta(^{102}_{44}\text{Ru}) = -89.10 \text{ MeV}$$

$$\Delta(^{103}_{46}\text{Pd}) = -87.48 \text{ MeV}, \Delta(^{102}_{46}\text{Rh}) = -87.93 \text{ MeV}$$

(Prof. dr. R. Ion-Mihai)

II. Pentru nucleul  $^{17}_8\text{O}$  se dă un fragment din schema de nivele care cuprinde nivelul fundamental și primele două nivele excitate. Se cere:

1. Să se stabilească spinul și paritatea nivelului fundamental  $I^\pi$  în cadrul modelului în pături, varianta uniparticulă. Să se scrie configurația corespunzătoare acestui nivel.

$$3055 \text{ ----- } (1/2^-)$$

2. Pentru cele două nivele excitate se dau valorile  $I^\pi$  din figura alăturată. Care sunt configurațiile corespunzătoare acestor nivele conform modelului uniparticulă.

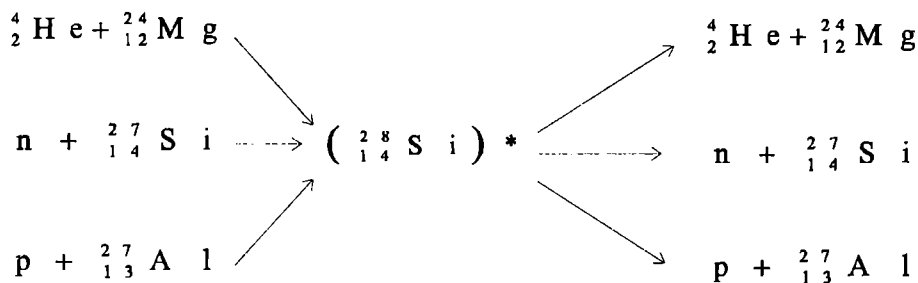
$$870 \text{ ----- } (1/2)^+$$

3. Să se calculeze momentul magnetic al nivelului fundamental conform modelului uniparticulă.

$$0 \text{ ----- } I^\pi$$

(Prof. dr. R. Ion-Mihai)

III. Se consideră nucleul compus  $^{28}_{14}\text{Si}$  și următoarele moduri de formare și dezintegrare:

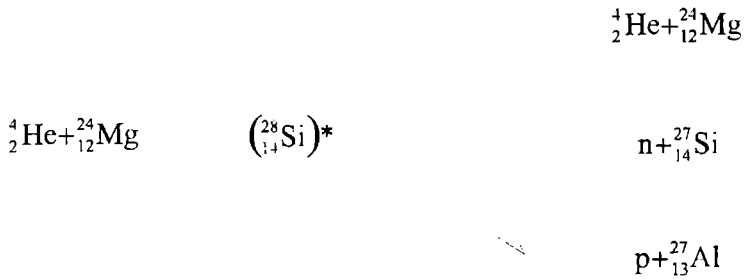


1. Precizați valorile pe care le poate lua spinul și paritatea nucleului compus format în cele trei procese de interacție, dacă formarea nucleului compus are loc pentru momentul orbital incident  $l=1$  (unda  $p$ ). Valorile spinilor și parităților nivelurilor fundamentale pentru partenerii de interacție sunt date în tabelul ce urmează:

n	p	${}^4_2\text{He}$	${}^{24}_{12}\text{Mg}$	${}^{27}_{13}\text{Al}$	${}^{27}_{14}\text{Si}$
$(1/2)^+$	$(1/2)^+$	$0^+$	$0^+$	$(5/2)^+$	$(5/2)^+$

2. Fie reacția  $n + {}^{27}_{14}\text{Si} \rightarrow ({}^{28}_{14}\text{Si})^* \rightarrow {}^{24}_{12}\text{Mg} + {}^4_2\text{He}$ . Precizați valorile posibile ale momentului cinetic orbital în canalele de ieșire știind că momentul orbital al neutronului incident, care duce la formarea nucleului compus  $({}^{28}_{14}\text{Si})^*$ , este  $l=0$  (unda  $s$ ) iar nucleul  ${}^{24}_{12}\text{Mg}$  se află pe nivelul fundamental.

3. Care trebuie să fie energia cinetică minimă a particulei  $\alpha$  (în SL) astfel încât să fie posibile procese:



4. Secțiunea eficace a reacției  ${}^{27}_{13}\text{Al}(p,n){}^{27}_{14}\text{Si}$  prezintă o rezonanță pentru energia cinetică a protonilor (în SL)  $T_p = 6.17$  MeV. Care este energia cinetică a neutronilor pentru ca în reacția inversă să se formeze aceeași rezonanță de nucleu compus? Care este energia nivelului excitat al nucleului compus corespunzător acestei rezonanțe?

Se cunosc masele atomice:

$$\begin{aligned}
 m(n) &= 1.008665 \text{ u}, m({}^1_1\text{H}) = 1.007825 \text{ u}, m({}^4_2\text{He}) = 4.002603 \text{ u}, \\
 m({}^{24}_{12}\text{Mg}) &= 23.985042 \text{ u}, m({}^{27}_{13}\text{Al}) = 26.981539 \text{ u}, m({}^{27}_{14}\text{Si}) = 26.986703 \text{ u}, \\
 m({}^{28}_{14}\text{Si}) &= 27.976930 \text{ u} \text{ și } 1 \text{ uc}^2 = 931.5 \text{ MeV}.
 \end{aligned}$$

(Prof. dr. V. Grecu)

### \$4.3 MASTERAT

#### Mast.1 (1994, Ex.I)

I. Prin dezintegrarea  $\beta^+$  a nucleului  ${}^A_Z\text{X}$  se obține nucleul izobar  ${}^A_Z\text{Y}$  aflat pe nivelul fundamental ( ${}^A_Z\text{X} \xrightarrow{\beta^+} {}^A_Z\text{Y}$ ); Fie  $T_{\beta\text{M}}$  energia cinetică maximă a spectrului  $\beta^+$  emis. Pentru nucleul  ${}^A_Z\text{X}$  asimilat cu o sferă de rază  $R = r_0 \cdot A^{1/3}$ , în care sarcina  $Ze$  este uniform distribuită se va considera că energia de repulsie coulombiană este dată de relația:

$$\begin{aligned}
 E_c(A, Z) &= k \cdot \frac{6Z^2e^2}{5R} \text{ cu } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2; \\
 |e| &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}
 \end{aligned}$$

1. Să se exprime diferența energiilor de legătură pentru cele două nuclee  $\{W(A, Z) - W(A, Z')\}$  în funcție de  $T_{\beta\text{M}}$  și de energiile de repaus ale electronului,

protonului și neutronului. Se va considera că nucleul  ${}^A_Z X$  se dezintegrează din repaus și se va neglija masa de repaus a neutrinelui și energia cinetică de recul a nucleului  ${}^A_Z Y$ .

2. . Având în vedere independența de sarcină a forțelor nucleare și folosind rezultatul anterior să se determine relația numerică care permite determinarea razei reduse  $r_0$  (din relația  $R=r_0 \cdot A^{1/3}$ ) în F (Fermi) în funcție de energia  $T_{\beta M}$  exprimată în MeV. Să se precizeze valoarea numerică a coeficienților. Se dau valorile numerice:

$$m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}, m_n c^2 - m_p c^2 = 1,289 \text{ MeV}.$$

3. In tabelul alăturat sunt date, pentru câteva nuclee  ${}^A_Z X$ , energiile  $T_{\beta M}$  exprimate în MeV. Folosind aceste valori și relația obținută la punctul precedent să se determine valoarea  $r_0$ .

Tabel.

${}^A_Z X$	${}^{25}_{13} Al$	${}^{27}_{14} Si$	${}^{29}_{15} P$	${}^{31}_{16} S$	${}^{33}_{17} Cl$
$T_{\beta M}(\text{MeV})$	3,24	3,80	3,95	4,40	4,50

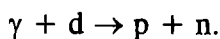
4. Considerând că modelul păturilor nucleare, în varianta uniparticulă, este corect pentru nucleele  ${}^A_Z X$  din tabel să se determine spinul și paritatea acestora pentru nivelul fundamental.

5. In lumina aceluasi model să se precizeze nucleele  ${}^A_Z X$  din tabel al căror moment magnetic pe nivelul fundamental este egal cu momentul magnetic al protonului, respectiv al neutronului.

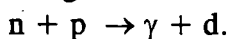
II. 1. Aplicați principiul de nedeterminare pentru un nucleon legat într-o regiune spațială cu dimensiunile  $10^{-13}$  cm. Ce viteză și energie cinetică trebuie să aibă un astfel de nucleon. Se dă  $\hbar = 10^{-34}$  J·s

2. Mezonul  $\eta$  are masa de 547,45 MeV și lărgimea totală  $\Gamma = 1,19$  KeV și se dezintegrează pe mai multe căi între care și în două  $\gamma$  în proporție de 38,9%. Care este timpul de viață total? Care este timpul de viață în raport cu dezintegrarea  $2\gamma$ ? Ce legătură este între  $\tau$  și  $T_{1/2}$

3. Se produce fotodezintegrarea deuteriului cu fotoni  $\gamma$  de 1 GeV prin reacția



Care trebuie să fie energia totală a neutronilor care ciocnesc o țintă de protoni în repaus pentru a avea aceeași energie în SCM în reacția inversă



Se dau valorile :  $m_d c^2 = 1870$  MeV:  $m_p c^2 = m_n c^2 = mc^2 = 938$  MeV.

(Prof.dr. T Angelescu).

## Mast.2 (1994, Ex.II)

I. Un fascicul de neutroni termici, de intensitate constantă  $10^{10} \text{ s}^{-1}$  bombardează normal o țintă izotopică de  $^{235}\text{U}$  de grosime masică  $10^{-1} \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$ . În condițiile fascicului incident fiecare ciocnire neutron-nucleu țintă poate conduce la unul din următoarele procese:

- împrăștiere elastică cu  $\sigma_e = 2 \cdot 10^{-30} \text{ m}^2$
- captură cu  $\sigma_{nr} = 7 \cdot 10^{-27} \text{ m}^2$
- fisiune cu  $\sigma_f = 2 \cdot 10^{-26} \text{ m}^2$

Să se calculeze:

1. Coeficientul de transmisie al fascicului prin țintă.
2. Numărul actelor de fisiune pe secundă.
3. Numărul de neutroni împrăștiați în unitatea de timp și pe unitatea de suprafață aflată la 10 m de țintă, știind că distribuția unghiulară a neutronilor împrăștiați elastic este izotropă în SL.

4. Se va considera că fiecare nucleu de  $^{236}\text{U}^*$ , format prin captura neutronilor, se găsește într-o stare excitată care se dezexcită pe starea fundamentală prin emisia unei singure cuante  $\gamma$  de energie precizată. Se obține spectrul  $\gamma$  al radiațiilor emise de țintă (sursă) cu un lanț spectrometric cu detector cu scintilație cu un cristal de  $\text{NaI(Tl)}$  de formă cilindrică având diametrul  $d=2 \text{ cm}$  și înălțimea  $H=2 \text{ cm}$ . Sursa, considerată punctiformă, este așezată pe axa cristalului la distanța  $D=10 \text{ cm}$  de suprafața acestuia. Considerând că în fotic distribuția vitezei de numărare funcție de canal este o gaussiană și că lărgimea foticului la semiînălțime este de  $\Delta n=10$  canale să se găsească viteza de numărare  $R_{\text{max}}$  din canalul care corespunde maximului foticului.

Se va neglija fondul ca și orice interacțiune a fotonilor între sursă și detector.

Se dau: eficacitatea totală intrinsecă  $\epsilon_t = 0.3$ , raportul de fotic  $R_f = 0.1$  și numărul lui Avogadro  $N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

II. Care sunt cele mai importante reacții prin care neutronii termici depun energia în țesut?

(Prof.dr. T Angelescu).

III. Un detector cu semiconductori înregistrează o particulă care depune în detector energia  $E=100 \text{ KeV}$  (la minimumul de ionizare). Curentul de scurgere care reprezintă un fond pentru detecția particulelor este de  $1\mu\text{A}$  iar timpul de colecție a sarcinilor este de  $10 \text{ ns}$ . Care este împrăștiere în energie a semnalului datorită acestui fond. Se dă energia necesară formării unei perechi este  $\epsilon = 3\text{eV}$ .

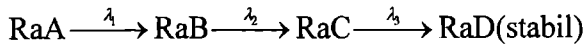
(Prof.dr. T Angelescu).

IV. Energia de dislocare a unui atom de siliciu (cu numărul de masă  $A=28$ ) dintr-o rețea este  $\epsilon = 25 \text{ eV}$ . Care este energia minimă a unui neutron care poate produce această dislocare în împrăștierea elastică.

(Prof.dr. T Angelescu).

### Mast.3 (1995, Ex.I)

I). Concentrațiile nucleelor RaA, RaB și RaC în aer sunt  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  nuclee/m<sup>3</sup>. Se aspiră aerul cu o pompă cu debitul D, printr-un filtru, inițial curat, care reține toate nucleele radioactive din aer. Durata aspirării este  $t_A$ . Să se calculeze numărul de nuclee de RaA, RaB și RaC existente pe filtru la momentul de timp  $t_p$  socotit de la terminarea aspirării. Nucleele de RaA, RaB și RaC sunt legate genetic conform schemei:



(Conf.dr. O. Sima)

II). Pentru nucleele ce urmează energiile de excitare (în keV), spinii și paritățile pentru nivelul fundamental și primele trei nivele excitate sunt:

$$\begin{aligned} {}^{133}_{51}\text{Sb} &: 0 - 7/2^+ ; 962 - 5/2^+ ; 2708 - 3/2^+ ; 2793 - 11/2^- \\ {}^{134}_{52}\text{Te} &: 0 - 0^+ ; 1280 - 2^+ ; 1577 - 4^+ ; 1692 - 6^+ \\ {}^{154}_{62}\text{Sm} &: 0 - 0^+ ; 82 - 2^+ ; 270 - 4^+ ; 544 - 6^+ \end{aligned}$$

Stabiliți modelul nuclear de structură ce explică datele precizate pentru fiecare nucleu. Justificați succint, cu argumente cantitative, opțiunea aleasă.

III). Se studiază procesul de împrăștiere prin mecanismul de nucleu compus:  $\alpha + \alpha \rightarrow {}^8\text{Be}^* \rightarrow \alpha + \alpha$  în care nucleul nucleu compus  ${}^8\text{Be}$  se poate forma pe nivelul fundamental sau pe nivele excitate.

1. Determinați energia cinetică  $T_\alpha$ , în SL, care corespunde formării nucleului compus  ${}^8\text{Be}$  (rezonanță izolată) pe nivelul fundamental. Calculați secțiunea eficace (în barni) corespunzătoare acestei rezonanțe.

2. Pentru o energie a particulei  $\alpha$  mai mare cu 6.06 MeV decât  $T_\alpha$  (în SL) se observă o altă rezonanță de NC (corespunzătoare unui nivel excitat al nucleului  ${}^8\text{Be}^*$ ) căreia îi corespunde (la rezonanță) o secțiune eficace de  $\sigma = 2.16$  b. Determinați energia de excitare a nivelului  ${}^8\text{Be}^*$  ca și spinul și paritatea acestuia.

3. Pentru cazul de la punctul precedent să se determine valoarea secțiunii diferențiale (în SCM) pentru unghiurile de  $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  și  $90^\circ$ .

*Precizări : Se va considera că procesul de împrăștiere elastică este singurul proces posibil și că acesta se desfășoară în exclusivitate prin mecanismul de nucleu compus, cu alte cuvinte procesul elastic direct se va neglija.*

*In calcule se vor folosi valorile:  $\hbar c = 200 \text{ MeV}\cdot\text{F}$ ;  $1 \text{ uc}^2 = 931.5 \text{ MeV}$ ; ori de câte ori este rezonabil folosiți aproximația  $m({}^A\text{X}) \cong A \cdot u$ .*

*Se știe că nucleul  ${}^8_4\text{Be}$  aflat pe nivelul fundamental și în repaus se dezintegrează cu  $\tau \cong 10^{-15} \text{ s}$  în două particule  $\alpha$  eliberându-se energia  $Q = 92 \text{ keV}$ .*

*Se reamintesc valorile primelor polinoame Legendre:*

$$P_0(\cos\theta) = 1; \quad P_1(\cos\theta) = \cos\theta; \quad P_2(\cos\theta) = (3 \cdot \cos^2\theta - 1) / 2$$



### Mast.4 (1995, Ex.II)

I). Pentru a se obține o sursă radioactivă de  $^{60}\text{Co}$  se iradiază timp de 30 de minute o masă  $m$  de 59 mg de cobalt natural ( $^{59}\text{Co}$ ) cu un flux de neutroni termici  $\Phi = 10^{12}$  neutroni  $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ . Prin reacția  $(n, \gamma)$  se formează  $^{60}\text{Co}$  fie pe nivelul fundamental ( $^{60f}\text{Co}$ ) cu o secțiune eficace  $\sigma_f = 2$  b, fie pe un nivel metastabil ( $^{60m}\text{Co}$ ) cu o secțiune  $\sigma_m = 58$  b. Nivelul fundamental se dezexcită  $\beta^-$  cu timpul de înjumătățire  $T_f = 5,27$  ani iar nivelul metastabil se dezexcită  $\gamma$  pe nivelul fundamental cu  $T_m = 10$  minute.

I.1). Care este activitatea  $\beta^-$  la sfârșitul iradierii.

I.2). Determinați timpul, considerat din momentul terminării iradierii, pentru care activitatea  $\beta^-$  este maximă.; determinați activitatea corespunzătoare.

I.3). Care este activitatea  $\beta^-$  după un an de la terminarea iradierii.

II). Un neutron de masă  $m$ , cu energia inițială  $E_0$  suferă împrăștiere elastice succesive pe nucleele de masă  $M$  ale unei probe de dimensiuni mari. Nucleele probei se presupun în repaus. Știind că la energii ale neutronilor  $E \leq E_0$  secțiunea eficace de împrăștiere este izotropă în SCM să se afle:

a) Probabilitatea ca după o împrăștiere elastică neutronul să aibă energia în intervalul  $E, E + dE$ .

b) Energia maximă și energia minimă posibilă a unui neutron care a suferit  $n$  împrăștiere elastice.

c) Să se deducă expresia pentru energia medie a unui neutron care a suferit  $n$  împrăștiere elastice.

(Conf.dr. O. Sima)

MeV

III). Se efectuează, cu doi detectori de NaI(Tl), o experiență standard de coincidență  $\gamma - \gamma$  cu o sursă care prezintă tranzițiile  $\gamma$  din figura alăturată. Nivelele excitate ale sursei au un timp de viață mult mai mic decât timpul de rezoluție al schemei de coincidență. Să se stabilească intervalul energetic pe care trebuie fixată *fereastra de energie* astfel încât în spectrul coincident, vizualizat pe ecranul unui analizor multicanal, să se vadă

a. numai tranzițiile 3 și 4

b. toate tranzițiile.

Argumentați succint opțiunile alese.

### Mast.5 (1996, Ex.I)

I.A. Schema de nivele a unui nucleu este prezentată în figură.

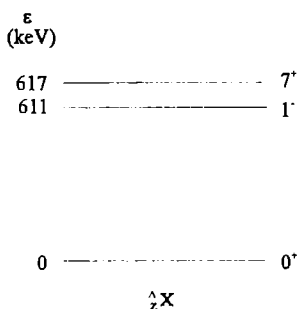
1. Să se indice ordinul multipolar al momentelor statice de multipol electric și de multipol magnetic nenule ale fiecărui nivel prezentat în figură.

2. Să se indice tipurile tranzițiilor multipolare posibile la dezexcitarea nivelului  $5/2^-$ .

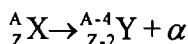
3. Presupunând că tranziția între nivelul  $5/2^-$  și  $3/2^-$  se realizează prin emisia unei cuante  $\gamma$  de ordin multipolar minim posibil, să se indice perechile  $(m_1, m_2)$  pentru care tranziția  $(5/2, m_1) \rightarrow (3/2, m_2)$  este posibilă.

(Conf.dr. O. Sima)

I.B. Pentru nucleul  ${}^A_Z X$  cu  $A$  par ( $A < 50$ ) și  $Z$  impar schema de nivele formată din nivelul fundamental și primele două nivele excitate este cea din figură. Care sunt cele mai probabile procese de dezintegrare ale nucleului  ${}^A_Z X$  aflat pe al doilea nivel excitat?



II.A. Nucleul greu par-par  ${}^A_Z X$ , aflat pe nivelul fundamental, se dezintegrează conform procesului:



1. Precizați spinii și paritățile nivelelor nucleului  ${}^{A-4}_{Z-2} Y$  ce pot fi populate (indiferent de probabilitate) în procesul de dezintegrare  $\alpha$ .

2. Precizați nivelele nucleului  ${}^{A-4}_{Z-2} Y$  ce vor fi populate cu cea mai mare probabilitate în procesul de dezintegrare  $\alpha$ .

II.B. Un nucleu cu spinul  $s=1/2$  se împrăștie elastic pe un nucleu cu spinul 0. Se consideră un sistem de referință cu axa OZ pe direcția fascicului incident și axa OX în planul de reacție. Se notează cu  $d\sigma_{\uparrow\downarrow}(\theta, \varphi)/d\Omega$  secțiunea corespunzând împrăștierii elastice la  $(\theta, \varphi)$  în sistemul centrului de masă în cazul în care nucleul incident are proiecția spinului pe axa OY egală cu  $s_y = +1/2$  ( $\uparrow$ ) înainte de interacțiune și proiecția spinului  $s_y = -1/2$  ( $\downarrow$ ) după interacțiune. Celelalte secțiuni, care diferă prin proiecția spinului, se notează analog. Utilizând proprietățile de simetrie la rotații și inversie temporală să se demonstreze că:

$$d\sigma_{\uparrow\downarrow}(\theta, 0)/d\Omega = d\sigma_{\uparrow\downarrow}(\theta, \pi)/d\Omega = d\sigma_{\downarrow\uparrow}(\theta, 0)/d\Omega = d\sigma_{\downarrow\uparrow}(\theta, \pi)/d\Omega$$

(Punctul II.B - Conf.dr. O. Sima)

III. Are loc procesul de împrăștiere elastică și inelastică a neutronilor pe nuclele țintă deformate  ${}^A\text{X}$  cu numărul de masă  $A$  impar. Nucleonul impar al nucleului  ${}^A\text{X}$  se află pe nivelul uniparticulă de tip Nilsson cu  $K^\pi = \frac{3^-}{2}$ .

1. Să se determine spinii, paritățile și energiile de excitare pentru nivelele nucleului  ${}^A\text{X}$  cu spinul  $I \leq 9/2$  ce fac parte din banda de rotație construită pe nivelul

$$K^\pi = \frac{3^-}{2}. \text{ Se dă: } \hbar^2 / 2\mathcal{I} = 5 \text{ keV}.$$

2. Să se determine energia cinetică a neutronilor incidenți (în SL) știind că aceasta este egală cu energia de prag necesară excitării nucleului  ${}^A\text{X}$  pe nivelul cu spinul  $I=9/2$ . Se va considera că  $m({}^A\text{X}) \gg m_n$ .

3. Să se determine, din considerente semiclassical, numărul maxim de unde parțiale ce participă în procesul de împrăștiere elastică și inelastică. Se dă raza de interacție neutron-nucleu țintă  $R=9 \text{ F}$ ,  $m_n c^2 = 1000 \text{ MeV}$  și  $\hbar c = 200 \text{ MeV} \cdot \text{F}$ .

4. Se va considera că pentru energia incidentă determinată la punctul 2. elementele diagonale ale matricei  $S$  pot fi exprimate, în cuplajul  $j-j$  prin relația analitică:

$$S_{j,j}^J = (0.2 + i0.6) \cdot \frac{1+J}{2}$$

4a. Să se calculeze toate secțiunile integrate (în mb) ce depind de elementele diagonale  $S_{j,j}^J$ .

4b. Să se stabilească secțiunile integrate pentru procesul elastic și pentru procesele inelastice posibile în procesul analizat.

5. Să se stabilească și să se clasifice tranzițiile  $\gamma$  posibile în procesul analizat.

*Precizare: Se va considera că procesele elastice și inelastice sunt singurele procese posibile. Se reamintește că secțiunea integrată  $\sigma_{\alpha',\alpha}$ , în cuplajul  $j-j$ , este dată de relația:*

$$\sigma_{\alpha',\alpha} = \pi \lambda_\alpha^2 \sum_{J \Pi \Gamma' j'} g_\alpha^J \left| \delta_{\alpha' \Gamma' j', \alpha j} - S_{\alpha' \Gamma' j', \alpha j}^{J \Pi} \right|^2$$

### Mast.6 (1996, Ex.II)

I. Sursa de Sb-Be (utilizată în neutronografie) este alcătuită dintr-un cilindru de Sb de rază mică, (activat în reactor) înconjurat de o cămașă cilindrică de beriliu. Stibiul se activează în reactor timp de  $t_a = 10$  zile, la un flux  $\phi = 10^{14}$  neutroni/cm<sup>2</sup> sec, urmând o pauză de  $t_p = 10$  ore.

1. Cunoscându-se secțiunea de activare  $\sigma_a = 2.5 \text{ b}$  a  ${}^{123}\text{Sb}$ , timpul de înjumătățire  $T_{1/2} = 60$  zile și abundența izotopică  $p = 42.75\%$  a  ${}^{123}\text{Sb}$  precum și  $\bar{A} = 121.9$  al stibiului natural, să se determine activitatea specifică a  ${}^{124}\text{Sb}$  la finele perioadei ( $t_a + t_p$ ).

2. Reacția  ${}^9\text{Be}(\gamma, n){}^8\text{Be}$ , e produsă numai de cuantele  $\gamma$  ale  ${}^{124}\text{Sb}$  de energie  $E_{\gamma_1}$  cu factorul de schemă 70% și de energia  $E_{\gamma_2}$  cu factorul de schemă de 6%. Secțiunea reacției  $(\gamma, n)$  pe  ${}^9\text{Be}$  este  $\sigma_{\gamma n} = 1.262 \text{ mb}$  și se consideră constantă cu energia  $E_{\gamma}$ . Beriliul natural este format numai din  ${}^9\text{Be}$ .

Cunoscându-se grosimea medie  $x = 12 \text{ mm}$  a cămășii de Be și densitatea  $\rho_{\text{Be}} = 1.847 \text{ g/cm}^3$  a Be, să se determine contribuția fiecărui gram de Sb la intensitatea sursei de neutroni. Ce masă de Sb este necesară pentru ca intensitatea sursei să fie  $S = 10^8$  neutroni/sec.?

(Lect.dr. A. Tudora)

II. Un detector format dintr-un cristal de NaI(Tl) cu grosimea de 2.54 cm și un fotomultiplicator, este folosit pentru detectarea cuantelor  $\gamma$  cu energia  $E = 480 \text{ keV}$ . Pentru producerea unui foton de lumină în cristal sunt necesari 300 eV.

1. Să se calculeze sarcina colectată pe anodul fotomultiplicatorului la absorbția unui foton în cristal, dacă se dau: fracțiunea de energie a particulei care se transformă în energie luminoasă  $C = 0.04$ , factorul de transmisie al ferestrei fotomultiplicatorului  $f_c = 95\%$ , eficacitatea de conversie a fotocatodei  $C_p = 45 \text{ mA/W}$ , randamentul de colectare al fotoelectronilor pe prima dinodă  $f_d = 0.9$ , factorul de multiplicare al dinodelor  $M = 10^6$ .

2. Pentru cazul alegerii unei capacități și rezistențe de ieșire de 10pF și respectiv 0.1 GΩ, pentru un timp de dezexcitare de 230 nsec, să se afle valoarea maximă a semnalului în volți.

3. Să se estimeze rezoluția energetică minimă a detectorului pentru cuantele de 480 keV, pentru picul de absorbție totală, considerând funcția de răspuns a detectorului o gaussiană.

4. De cristal se lipește o placă de 1cm grosime dintr-un material ce conține carbură de bor cu concentrația  $n = 1.5 \cdot 10^{22}$  nuclee/cm<sup>3</sup> de nuclee de  ${}^{10}\text{B}$ . Un fascicul paralel de neutroni, cu energia de 10keV bombardează placa și are loc reacția  ${}^{10}\text{B}(n, \alpha){}^7\text{Li}$ , cu secțiunea de 3 b. Probabilitatea de formare a  ${}^7\text{Li}$  pe nivelul de 480 keV este  $s = 96\%$ . Să se afle eficacitatea de detecție a neutronilor presupunând că probabilitatea de intrare a cuantelor de 480 keV în cristal este  $k = 40\%$ . și că acestea intră paralel cu axul cristalului. Coeficientul de absorbție liniară a cuantelor  $\gamma$  de 480 keV în NaI(Tl) este de  $0.065 \text{ cm}^{-1}$ .

5. Care este rezoluția energetică a unei instalații timp de zbor pentru neutroni, cu distanța dintre sursa pulsată de neutroni și detector de 1 m, dacă durata pulsului de neutroni și lărgimea canalului temporal la analizor sunt egale cu nedeterminarea temporală la detecția neutronilor. Se consideră că nedeterminarea temporală a detectorului este egală cu timpul cât neutronii parcurg placa cu bor. Se dă masa neutronului de  $1.674 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

(Conf. dr. N. Ghiordănescu)

III. Un fascicul paralel de fotoni de energie mică este dirijat în sensul pozitiv al axei OZ. Fotonii suferă împrăștiere Compton multiple.

1. Presupunând că împrăștierea Compton este izotropă, să se calculeze fracțiunea din numărul inițial de fotoni reprezentată de fotonii care după două

împrăstieri Compton succesive au direcțiile de mișcare făcând unghiul  $\alpha \leq 90^\circ$  cu axa OZ.

2. Aceeași întrebare știind că de fapt la energii mici probabilitatea de deviere cu unghiul  $\theta$  la o împrăstiere Compton este:  $dP(\theta)/d\Omega = k(1 + \cos^2\theta)$

(Conf.dr. O. Sima)

## §4.4. TEMPUS

### T.1 (1994)

I). Fie un nucleu par-par cu  $A=240$ . Să se stabilească valorile  $K^\pi$  pentru nivelele de vibrație ce se pot obține prin excitarea nivelului fundamental cu un foton  $\beta$  și doi fotoni  $\gamma$  ( $n_\beta = 1$  și  $n_\gamma = 2$ ). Să se determine spinii, paritățile și energiile de excitare pentru primele trei nivele rotaționale construite pe nivelele de vibrație determinate anterior.

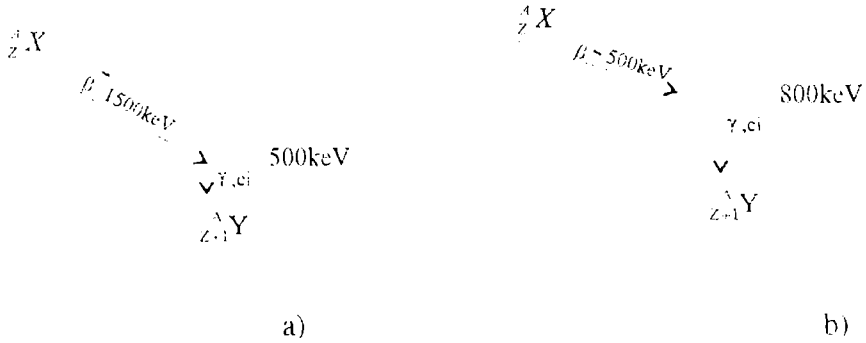
Pentru momentul de inerție al nucleului se va folosi relația  $\mathfrak{I} = \frac{2}{5} AmR^2$  în care  $R$  este raza  $R = 1,25 \cdot A^{1/3}$  (F),  $m$  este masa unui nucleon. Se vor considera valorile:  $mc^2 = 1000$  MeV și  $\hbar c = 200$  MeV · F .

II). a. Secțiunea diferențială în SCM pentru procesul  $a + A \rightarrow C^* \rightarrow b + B$ , cu formarea nucleului compus  $C^*$  într-o rezonanță izolată, este simetrică față de  $90^\circ$ . Explicați calitativ acest fapt.

b. În ce situație secțiunea diferențială a unei reacții nucleare izotropă, în SCM rămâne practic izotropă și în sistemul laborator (SL).

III). O sursă groasă și omogenă de particule  $\alpha$  este în contact cu un detector solid de urme. Toate particulele  $\alpha$  care intră în detector sub un unghi de incidență  $\theta \leq \theta_0$  produc urme observabile în detector. Să se obțină relația dintre numărul de urme observabile pe unitatea de suprafață a detectorului și activitatea specifică  $\Lambda_0$  (pe unitatea de volum) a sursei știind că detectorul a fost în contact cu sursa un timp  $t_0$  iar parcursul particulelor  $\alpha$  în sursă este  $R$ . Să se trateze de asemenea cazul  $\theta_0 = 90^\circ$ .

IV). Să se deseneze calitativ spectrul electronilor care se obține de la nucleele ale căror scheme de dezintegrare posibile sunt date în figură.



## T2 (1995)

1. Se consideră împrăștierea elastică și inelastică pe primul nivel excitat al nucleului par-par  ${}^{240}\text{Pu}$  ( $I^{\pi}=2^{-}$ ; energia de excitare  $\epsilon$ ) a neutronilor de energie cinetică  $E$  (în SL); se consideră că în proces participă numai undele s și p iar mecanismul este de nucleu compus.

a. Să se determine relațiile pentru calculul energiilor  $E_1$  și  $E_2$  la care trebuie cunoscute valorile coeficienților de transmisie neutronici.

b. Să se exprime în funcție de  $T_{0j}(E_1)$  și  $T_{0j}(E_2)$  secțiunile integrate Hauser-Feshbach de împrăștiere elastică și inelastică pe nivelul  $2^{-}$ .

(Lect.dr. A. Tudora)

2. Pentru nucleul par-par  ${}^{242}\text{Pu}$  se cunoaște energia de excitare a primului nivel  $E_1=0.0445$  MeV. Să se determine spinul, paritatea și energia de excitare a următoarelor patru nivele.

(Lect.dr. A. Tudora)

3. Să se precizeze caracterul exoenergetic sau endoenergetic al următoarelor reacții:

- ${}^{239}\text{Pu}(d,p){}^{240}\text{Pu}$ .
- ${}^{60}\text{Ni}(\alpha,n){}^{63}\text{Zn}$ .
- ${}^{241}\text{Am}(n,n){}^{241}\text{Am}$ .

(Lect.dr. A. Tudora)

4. Are loc procesul de interacție al neutronilor termici cu un nucleu greu:

- par-par
- par-impair.

Să se specifice în care din aceste două cazuri secțiunea  $(n,\gamma)$  variază, la energii foarte mici, după legea  $1/v$ .

(Lect.dr. A. Tudora)

5. O sursă groasă, omogenă, conține nuclee care emit radiații  $\alpha$  de energie  $E_0$ . Activitatea specifică a sursei este  $\Lambda_0$  ( $Bq/m^3$ ). Sursa se măsoară cu un detector  $\alpha$ -spectroscopic de Si, de suprafață S, mai mică decât suprafața sursei.

A. Presupunând că sursa este în contact cu detectorul să se determine:

1A. viteza de numărare totală (integrată pe tot spectrul)

2A. viteza de numărare a semnalelor corespunzând în spectru unor energii mai mari ca  $E_1$  ( $E_1 < E_0$ )

B. Presupunând că între sursă și detector există un strat de aer subțire de grosime d, să se afle viteza de numărare totală în acest caz.

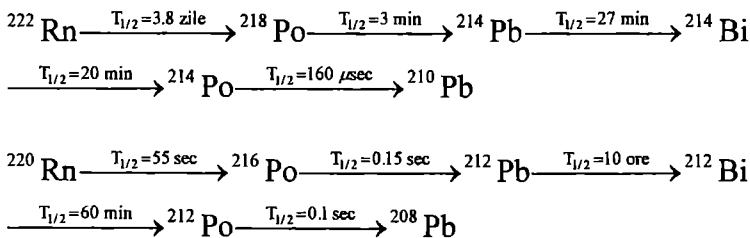
Se cunosc: parcursul particulelor  $\alpha$  în materialul sursei  $R_s(E_0) = R_0$ ,  $R_s(E_1) = R_1$ ; parcursul particulelor  $\alpha$  la orice energie satisface relația  $R_a(E) = KR_s(E)$ , unde K este o constantă cunoscută. Se presupune că raza detectorului este mult mai mare decât parcursul particulelor  $\alpha$ .

(Conf.dr. O. Sima)

6. O sursă radioactivă este plasată într-o matrice în care sunt prezente interacțiuni dipolar magnetice și cuadropolar electrice. Datorită acestora, degenerarea nivelelor după proiecția momentului cinetic se va ridica. Stiind că între nivelul excitat  $5/2^+$  și nivelul fundamental  $1/2^+$  are loc emisia  $\gamma$  de multipol E2, să se afle numărul de tranziții  $\gamma$ :  $5/2m_1 \rightarrow 1/2m_2$

(Conf.dr. O. Sima)

7. Radonul ( $^{222}\text{Rn}$ ) și toronul ( $^{220}\text{Rn}$ ) se dezintegrează conform schemelor:



Care afirmații sunt adevărate și care false:

- inhalarea  $^{222}\text{Rn}$  contribuie la doza de iradiere doar a plămânului.
- inhalarea  $^{220}\text{Rn}$  contribuie la doza de iradiere doar a plămânului.
- inhalarea aerosolilor radioactivi conținând descendenți ai  $^{222}\text{Rn}$  contribuie la doza de iradiere doar a plămânului.
- inhalarea aerosolilor radioactivi conținând descendenți ai  $^{220}\text{Rn}$  contribuie la doza de iradiere doar a plămânului.
- inhalarea  $^{222}\text{Rn}$  contribuie aproximativ uniform la doza de iradiere a tuturor țesuturilor moi.
- inhalarea  $^{220}\text{Rn}$  contribuie aproximativ uniform la doza de iradiere a tuturor țesuturilor moi.
- inhalarea aerosolilor radioactivi conținând descendenți ai  $^{222}\text{Rn}$  contribuie aproximativ uniform la doza de iradiere a tuturor țesuturilor moi.
- inhalarea aerosolilor radioactivi conținând descendenți ai  $^{220}\text{Rn}$  contribuie aproximativ uniform la doza de iradiere a tuturor țesuturilor moi.

i inhalarea aerosolilor radioactivi conținând descendenți ai  $^{222}\text{Rn}$  contribuie semnificativ, dar selectiv, la doza de iradiere a mai multor organe.

j inhalarea aerosolilor radioactivi conținând descendenți ai  $^{220}\text{Rn}$  contribuie semnificativ, dar selectiv, la doza de iradiere a mai multor organe.

(Conf.dr. O. Sima)

### T3 (1996)

I. Să presupunem că 0.5 grame de antiapă cade într-un vas mare ce conține apă ( $\text{H}_2\text{O}$ ). Au loc reacții de anihilare de tipul electron-pozitron ( $e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma$ ;  $E_\gamma = 0.511 \text{ MeV}$ ) și nucleon-antinucleon în care se produc în medie 6 mezoni  $\pi$  (4 încărcăți și 2 neutri) fiecare cu energia totală medie de 300 MeV. Mezonii neutrii ( $\pi^0$ ) se dezintegrează practic instantaneu ( $\tau \cong 10^{-16}\text{s}$ ) în două cuante  $\gamma$ . Mezonii încărcăți  $\pi^\pm$  au un timp mediu de viață relativ mare ( $\tau \cong 2.5 \cdot 10^{-8}\text{s}$ ) motiv pentru care aceștia după ce parcurg o distanță de aproximativ 1m în apă pierd energia lor cinetică prin ionizări și apoi, practic din repaus, se dezintegrează în  $\mu^\pm$  și neutrini (antineutrini) miuonici care părăsesc vasul respectiv fără a produce ionizări suplimentare.

1. Presupunând că toți antinucleonii și antielectronii (pozitronii) din cele 0.5 grame de antiapă interacționează, conform proceselor precizate mai sus, cu numărul corespunzător de nucleonii și electronii conținuți în apa din vas să se determine (în joule):

- energia emisă prin radiație în procesul de anihilare  $e^- + e^+$
- energia emisă prin radiație în procesul  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$
- energia emisă prin ionizare de mezoni (pionii)  $\pi^\pm$ .

2. Calculați raportul dintre energia totală obținută la punctul precedent și energia eliberată prin fisiunea unui gram de  $^{235}\text{U}$ .

Se va considera că energia de repaus a mezonilor (neutrii sau încărcăți) este de 140 MeV, energia eliberată la un act de fisiune este de 200 MeV și numărul lui Avogadro:  $N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ . Pentru determinarea energiei emise în procesul de anihilare  $e^- + e^+$  (punctul 1.a) se vor considera numai antielectronii (pozitronii) din cele 0.5 grame de antiapă și numărul corespunzător de electronii conținuți în apa din vas. Cu alte cuvinte nu se vor considera și electronii și pozitronii generați de cuantele  $\gamma$ , de mare energie, rezultate prin dezintegrarea mezonilor  $\pi^0$ ; energia globală a acestor cuante  $\gamma$  este cerută la punctul 1.b.

II. În procesul de interacție  $n + ^{135}\text{Xe}$ , la energia cinetică a neutronilor  $E_0$  (în SL) se formează o rezonanță de nucleu compus (NC). Procesele posibile sunt împrăștierea elastică și captura radiativă. Secțiunea elastică de NC pentru această energie este  $\sigma_{n,n}(E_0) = 9.25 \cdot 10^5 \text{ b}$  iar raportul lărgimilor parțiale pentru cele două procese este :

$$r = \Gamma_\gamma / \Gamma_n = 3.529. \text{ Stiind că factorul statistic de spin este } g_n = 0.6 \text{ să se determine:}$$

- Energia  $E_0$ .
- Secțiunea de captură  $\sigma_{n,\gamma}(E_0)$ .



Precizare: Ori de câte ori este rezonabil se va folosi aproximația  $m(^A\text{X}) \approx A \cdot u$ .  
Se cunosc valorile:  $\hbar c = 197 \text{ MeV} \cdot \text{F}$ ;  $1 \text{ uc}^2 = 931.5 \text{ MeV}$

III. Nucleul deformat ${}^A_Z\text{X}$ , cu A impar, are	MeV		
schema de nivele din figură.	0.470	-----	$7/2^+$
1. Să se determine capetele benzilor de rotație $K^\pi$ și energiile acestora ( $E_K$ ).	0.450	-----	$1/2^-$
2. Să se determine energia nivelelor excitate de spin și paritate $(15/2)^-$ și $(5/2)^-$	0.400	-----	$7/2^+$ $5/2^+$
	0.360	-----	$3/2^+$
	0.350	-----	$3/2^+$
	0.330	-----	$13/2^-$

Precizare:

a. Energia nivelelor cu  $I \geq K$  dar  $K \neq 1/2$  se determină conform relației;

$$E_I = E_K + \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} [I(I+1) - K(K+1)]. \quad 0.200 \quad \text{-----} \quad 11/2^-$$

Pentru banda de rotație  $K^\pi = (1/2)^\pm$  energia nivelelor cu  $I \geq (1/2)$  se determină astfel:

$$E_I = E_K + \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \left[ I(I+1) + a \cdot (-1)^{I+1/2} \cdot \left( I + \frac{1}{2} \right) \right] \quad 0.090 \quad \text{-----} \quad 9/2^-$$

în care "a" este coeficientul de cuplaj dintre mișcarea colectivă și cea individuală

b. Se va considera constant momentul de inerție  $\mathfrak{I}$  pentru toate benzile de rotație.

c. Nivele  $5/2^+$  și  $7/2^-$  au aceeași energie de 0.400 MeV

# Cap.1. Modele Nucleare de Structură - Soluții.

## §1.1 Moleculă Păturilor Nucleare

### SM1

1. Funcțiile antisimetrice pentru configurația pură  $(j)^k$  se definesc prin determinantul Slater:

$$A[\varphi_{m_1}(1)\varphi_{m_2}(2)\cdots\varphi_{m_k}(k)] = \frac{1}{\sqrt{k!}} \begin{bmatrix} \varphi_{m_1}(1) & \varphi_{m_2}(1) \cdots & \varphi_{m_k}(1) \\ \varphi_{m_1}(2) & \varphi_{m_2}(2) \cdots & \varphi_{m_k}(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \varphi_{m_1}(k) & \varphi_{m_2}(k) & \varphi_{m_k}(k) \end{bmatrix}$$

în care proiecțiile  $m_1, m_2, m_3$  etc sunt diferite între ele; altfel determinantul este zero. Acest fapt exprimă principiul lui Pauli care afirmă că într-un sistem de fermioni identici în aceeași stare  $(j, m_i)$  nu se pot afla simultan doi sau mai mulți nucleoni identici. Să remarcăm faptul că permutarea a doi nucleoni corespunde permutării a două linii ale determinantului ceea ce face ca determinantul să-și schimbe semnul; de aici caracterul antisimetric al funcției.

Din cele de mai sus rezultă că pentru configurația  $(j)^k$  se pot construi  $C_{2j+1}^k$  funcții antisimetrice, liniar independente, care diferă între ele prin cel puțin o proiecție. De exemplu pentru configurația  $(3/2)^2$  se pot construi funcțiile:

$$A[\varphi_{3/2}(1)[\varphi_{1/2}(2)] \text{ cu } M = 3/2 + 1/2 = 2; \quad A[\varphi_{3/2}(1)[\varphi_{-1/2}(2)] \text{ cu } M = 3/2 - 1/2 = 1;$$
$$A[\varphi_{3/2}(1)[\varphi_{-3/2}(2)] \text{ cu } M = 3/2 - 3/2 = 0; \quad A[\varphi_{1/2}(1)[\varphi_{-1/2}(2)] \text{ cu } M = 1/2 - 1/2 = 0;$$

și desigur funcțiile similare dar de proiecție  $-M$ . Deoarece  $I \geq |M|$  rezultă că valoarea maximă a spinului  $I$  este 2. Deoarece există o singură funcție cu  $M=1$  și două funcții cu  $M=0$  rezultă că și  $I=0$  corespunde de asemenea unei funcții antisimetrice. Deci pentru configurația  $(3/2)^2$  se obțin valorile  $I=0$  și  $I=2$ . Așadar, practic, se construiește funcția corespunzătoare proiecției maxime  $M$  iar apoi funcțiile cu  $M-1, M-2$ , etc. Dacă se pot construi două funcții cu  $M-1$  atunci valorile  $I=M$  și  $I=M-1$  corespund unor funcții antisimetrice. În cazul în care se poate construi câte o singură funcție cu proiecțiile  $M-1, M-2$  dar două funcții de proiecție  $M-2$  atunci  $I=M, M-2, \dots$ . În cazul  $k=1$  se obțin  $(2j+1)$  funcții antisimetrice care corespund valorii  $I=j$ .

Un caz particular corespunde situației  $k=2j+1$ . În acest caz  $C_{2j+1}^{2j+1} = 1$  și deci există o singură funcție antisimetrică care corespunde momentului cinetic (spinul)  $I=0$ .

2. Antisimetrizarea ansamblului de nucleoni identici ce formează o configurație mixtă se face separat pe fiecare configurație pură. Deoarece momentul cinetic al unei configurații complete este zero rezultă că momentul cinetic pentru configurația  $(j_1)^{2j_1+1} (j_2)^{2j_2+1} \dots (j_k)^{2j_k+1}$  va fi zero. Rezultă că momentele cinetice pentru configurația  $(j_1)^{2j_1+1} (j_2)^{2j_2+1} \dots (j_k)^{2j_k+1} (j)^k$  vor fi cele ale configurației  $(j)^k$ .

3. Din relațiile din enunț rezultă că pentru configurația  $(j)^k$  cu  $k$ -par spinul fundamental va fi  $I=0$  iar pentru  $k$ -impar spinul va fi  $I=j$ .

4. Deoarece  $C_{2j+1}^k = C_{2j+1}^{2j+1-k}$  rezultă că o configurație de  $k$  găuri  $\{ (j)^k \equiv (j)^{2j+1-k} \}$  conține același număr de funcții (stări) antisimetrice și aceleași momente cinetice  $I$  ca și configurația de nucleoni  $(j)^k$ . Configurația de  $k$  găuri  $(j)^k \equiv (j)^{2j+1-k}$  se numește *configurație conjugată* configurației  $(j)^k$ .

5. Conform celor precizate la punctul precedent rezultă că, de exemplu, configurația  $(5/2)^4$  este o configurație de două găuri pe nivelul uniparticulă de moment cinetic  $j=5/2$  și ca atare va avea momentele cinetice corespunzătoare configurației  $(5/2)^2$ . În consecință se pune problema determinării momentelor cinetice pentru următoarele configurații  $(j)^k$  distincte:  $(3/2)^1$ ,  $(3/2)^2$ ,  $(5/2)^1$ ,  $(5/2)^2$ ,  $(5/2)^3$ ,  $(7/2)^1$ ,  $(7/2)^2$ ,  $(7/2)^3$ ,  $(7/2)^4$ .

Folosind procedură de mai sus momentele cinetice  $I$  pentru aceste configurații sunt date în tabelul ce urmează.

K	$j=3/2$	$j=5/2$	$j=7/2$
1	3/2	5/2	7/2
2	0,2	0,2,4	0,2,4,6
3		3/2,5/2,9/2	3/2,5/2,7/2,9/2,11/2,15/2
4			0,2,2,4,4,5,6,8

## SM2

1. Pentru nucleul  $^{17}_8\text{O}$  protonii formează o configurație mixtă formată din trei configurații pure:  $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2$  care are spinul  $I=0$ . Neutronii formează configurația  $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^1$ . În consecință spinul nucleului  $^{17}_8\text{O}$  va fi  $I = 5/2$  iar paritatea va fi a neutronului aflat pe nivelul uniparticulă  $1d_{5/2}$  adică "+".

Nucleul  $^{19}_8\text{O}$  are aceeași configurație de protoni iar pentru neutroni  $(1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^3$ . Succesiunea spinilor acestui nucleu va fi dată de configurația  $(1d_{5/2})^3$ . Conform problemei M1 pentru această configurație se obțin valorile  $I = 3/2, 5/2$  și  $9/2$ . Din textul problemei M1, punctul 3. rezultă că spinul nivelului fundamental pentru nucleul  $^{19}_8\text{O}$  este  $I = 5/2$  și are paritatea "+" ( $I^\pi = 5/2^+$ ). Următoarele două nivele excitate vor avea spinii și paritățile  $3/2^+$  și  $9/2^+$ ; ordinea lor depinde însă de energia de împerechere  $P_{5/2}(I = 3/2)$  și  $P_{5/2}(I = 9/2)$ .

2. Nucleul  $^{15}_7\text{N}$  este descris de o gaură protonică aflată pe nivelul uniparticulă protonic  $1p_{1/2}$  și ca urmare va avea  $I^\pi = (1/2)^-$ . Nucleul  $^{27}_{12}\text{Mg}_{15}$  este descris de neutronul impar aflat pe  $2s_{1/2}$  și va avea  $I^\pi = (1/2)^+$ . Nucleul  $^{87}_{38}\text{Sr}_{49}$  este descris de o gaură neutronică aflată pe nivelul uniparticulă neutronic  $(1g_{9/2})^{-1}$  și va avea  $I^\pi = (9/2)^+$ .

### SM3

1. Proprietățile de spin și paritate pentru izotopii calciului sunt date de următoarele configurații de neutroni:  $A = 39 \rightarrow (1d_{3/2})^{-1}$ ,  $A = 41 \rightarrow (1f_{7/2})^{+1}$ ,  $A = 43 \rightarrow (1f_{7/2})^{+3}$ ,  $A = 45 \rightarrow (1f_{7/2})^{+5}$ ,  $A = 47 \rightarrow (1f_{7/2})^{+7}$  și  $A = 49 \rightarrow (2p_{3/2})^{+1}$ . Rezultă de aici următoarele valorile  $I^\pi$ :  $A = 39 \rightarrow 3/2^+$ ,  $A = 41 \rightarrow 7/2^-$ ,  $A = 43 \rightarrow 7/2^-$ ,  $A = 45 \rightarrow 7/2^-$ ,  $A = 47 \rightarrow 7/2^-$ ,  $A = 49 \rightarrow 3/2^-$ .

2. Proprietățile de spin și paritate pentru izotopii impari  $^{19}_9\text{K}$  vor fi date de configurația  $(1d_{3/2})^{-1}$ , adică o gaură protonică pe nivelul  $1d_{3/2}$ . În consecință, toți izotopii impari ai potasiului trebuie să aibă pe nivelul fundamental  $I^\pi = 3/2^+$  în cadrul modelului păturilor nucleare pentru nuclee sferice. În mod similar toți izotopii  $^{21}_{21}\text{Sc}$ ,  $^{23}_{23}\text{V}$ ,  $^{25}_{25}\text{Mn}$ . trebuie să aibă pe nivelul fundamental  $I^\pi = 7/2^-$ .

3. Rezultatul precedent este în dezacord cu  $I^\pi = 5/2^-$  pentru izotopul  $^{55}_{25}\text{Mn}$ . Conform modelului păturilor nucleare pentru nuclee sferice și succesiunii de nivele prezentată în enunț ar trebui ca protonul impar să se afle pe nivelul  $1f_{5/2}$ . Admițând o astfel de configurație primele nivele excitate ar avea  $I^\pi = 1/2^-, 9/2^+$ , etc, ceea ce deasemenea este în dezacord cu datele experimentale. Succesiunea  $5/2^-, 7/2^-, 9/2^-, 11/2^-$ , etc este tipică unei benzi de rotație construită pe capul de bandă  $5/2^-$ . Cum astfel de benzi sunt posibile numai pentru nuclee permanent deformate succesiunea spinilor și parităților din enunț sugerează ideea că izotopul  $^{55}_{25}\text{Mn}$  este un izotop deformat.

## SM4

Nucleul  ${}^{40}_{19}\text{K}$  este descris de o gaură protonică aflată pe  $1d_{3/2}$  cu  $j_p=3/2$  și de o particulă (un neutron) pe  $1f_{7/2}$  cu  $j_n=7/2$ . Este deci un nucleu de tip *gaură-particulă* și va avea spinul  $I=j_p+j_n-1=4$  și  $\pi=(+1)\cdot(-1)=-1$ ; Deci  $I^\pi=4^-$ .

Nucleul  ${}^{42}_{19}\text{K}$  are  $j_p=3/2=2-1/2$  și  $j_n=7/2=3+1/2$ . Rezultă  $I=|j_p-j_n|=2$ ;  $I^\pi=2^-$ .

Nucleul  ${}^{70}_{31}\text{Ga}$  are  $j_p=3/2=1+1/2$  și  $j_n=1/2=1-1/2$ . Rezultă:  $I=|j_p-j_n|=1$ ;  $I^\pi=1^+$ .

## SM5

Pentru nucleele impare spinul nucleului  $I$  pentru nivelul fundamental este dat de momentul cinetic  $j$  al nucleonului impar format din momentul orbital ( $l$ ) și momentul de spin ( $s$ ):  $\vec{I}=\vec{j}=\vec{l}+\vec{s}$ . Conform acestei relații rezultă pentru momentul magnetic relația:  $\vec{\mu}_l=\vec{\mu}_j=\vec{\mu}_l+\vec{\mu}_s$  (1) cu  $\vec{\mu}_l=\vec{\mu}_j=g_j\cdot\mu_N\cdot\vec{I}/\hbar$  (2) și relații similare pentru  $\vec{\mu}_l$  și  $\vec{\mu}_s$ . În relația de mai sus  $g_j$  este factorul giromagnetic corespunzător momentului  $j$  iar  $\mu_N$  este *magnetonul nuclear*. Momentul magnetic măsurabil (experimental) se definește prin relația:  $\mu_l=\mu_j=g_j\cdot\mu_N\cdot j$  (3) în care  $j$  este numărul cuantic. Substituind în relația (1) momentele magnetice conform definiției din (2) rezultă  $g_j\cdot\vec{j}=g_l\cdot\vec{l}+g_s\cdot\vec{s}$ . (4). Multiplicând această relație cu  $\vec{j}$ , după câteva operații simple, se obține:

$$\mu_j = g_j \cdot \mu_N \cdot j = \begin{cases} \left\{ \left( j - \frac{1}{2} \right) \cdot g_l + \frac{g_s}{2} \right\} \cdot \mu_N & ; \quad j = 1 + \frac{1}{2} \\ \left\{ \left( j + \frac{3}{2} \right) \cdot g_l - \frac{g_s}{2} \right\} \cdot \frac{j}{j+1} \mu_N & ; \quad j = 1 - \frac{1}{2} \end{cases}$$

Nucleul  ${}^{11}_5\text{B}$  este descris de protonul impar (sau gaură protonică) aflat pe nivelul uniparticulă  $1p_{3/2}$  și are  $j_p=3/2=1+1/2$ . Se realizează varianta  $j=1+1/2$  și cu valorile  $g_s^{(p)} \approx 5.58$ ,  $g_l^{(p)} = 1$  rezultă momentul magnetic  $\mu({}^{11}\text{B}) \approx 3.79 \mu_N$ .

Nucleul  ${}^{15}_7\text{N}$  este descris de protonul aflat pe  $1p_{1/2}$  cu  $j_p=1/2=1-1/2$ . Se realizează varianta cu  $j=1-1/2$ ; se obține valoarea:  $\mu({}^{15}\text{N}) \approx -0.263 \mu_N$ .

Nucleul  ${}^{25}_{12}\text{Mg}_{13}$  este descris de o gaură neutronică aflată pe nivelul uniparticulă neutronic  $1d_{5/2}$  și deci  $j=5/2=2+1/2$ . Folosind valorile  $g_s^{(n)} \approx -3.82$ ,  $g_l^{(n)} = 0$  și varianta  $j=1+1/2$  se obține  $\mu({}^{25}\text{Mg}) \approx -1.91 \mu_N$ .

Nucleul  ${}^{41}_{20}\text{Ca}_{21}$  este descris de neutronul aflat pe  $1f_{7/2}$  cu  $j_n=7/2=3+1/2$ . Se realizează aceeași variantă ca în cazul nucleului precedent  ${}^{25}_{12}\text{Mg}_{13}$  și se obține aceeași

valoare:  $\mu(^{41}\text{Ca}) \approx -1.91 \mu_N$ . Valorile teoretice sunt în acord acceptabil cu valorile experimentale:  $\mu_{\text{exp}}(^{11}\text{B}) = 2.69 \mu_N$ ,  $\mu_{\text{exp}}(^{15}\text{N}) = -0.28 \mu_N$ ,  $\mu_{\text{exp}}(^{25}\text{Mg}) = -0.86 \mu_N$ ,  $\mu_{\text{exp}}(^{41}\text{Ca}) = -1.6 \mu_N$ .

## SM6

Având în vedere relația :

$$\mu_j = g_j \cdot \mu_N \cdot j = \begin{cases} \left\{ \left( j - \frac{1}{2} \right) \cdot g_1 + \frac{g_s}{2} \right\} \cdot \mu_N & ; \quad j = 1 + \frac{1}{2} \\ \left\{ \left( j + \frac{3}{2} \right) \cdot g_1 - \frac{g_s}{2} \right\} \cdot \frac{j}{j+1} \mu_N & ; \quad j = 1 - \frac{1}{2} \end{cases}$$

rezultă că toate nuclele cu A-impair, par-impair, care au neutronul impar aflat pe un nivel uniparticulă neutronic cu  $j_n = 1_n + 1/2$  vor avea momentul magnetic egal cu al neutronului dat fiind faptul că factorul giromagnetic  $g_1^{(n)}$  este zero.

## SM7

1. Nucleul  $^{17}_8\text{O}$  este descris de neutronul aflat extra miezului dublu magic  $^{16}_8\text{O}$ . Nivelele nucleului  $^{17}_8\text{O}$  din figură arată că succesiunea nivelelor uniparticulă neutronică este următoarea:  $1d_{5/2}$ ,  $2s_{1/2}$  și  $2d_{3/2}$ . Energia nivelului uniparticulă neutronic  $1d_{5/2}$  se determină din relația:

$$m(^{17}\text{O})c^2 = m(^{16}\text{O})c^2 + \varepsilon(1d_{5/2}) + m_n c^2.$$

Rezultă:

$$\varepsilon(1d_{5/2}) = - [W(^{17}_8\text{O}) - W(^{16}_8\text{O})] = -4.14 \text{ MeV}.$$

MeV

+0.97 -----  $2d_{3/2}$

-3.27 -----  $2s_{1/2}$

-4.14 -----  $1d_{5/2}$

Din schema de nivele rezultă pentru celelalte nivele uniparticulă neutronică valorile :  $\varepsilon(2s_{1/2}) = -3.27 \text{ MeV}$  și  $\varepsilon(1d_{3/2}) = 0.94 \text{ MeV}$ . Energiile nivelelor uniparticulă neutronică sunt prezentate în figura alăturată.

2. Nucleul  $^{17}_9\text{F}$  este descris de un proton aflat extra miezului dublu magic  $^{16}_8\text{O}$ . Nivelul său fundamental va fi descris de protonul aflat pe nivelul uniparticulă protonic  $1d_{5/2}$ . Procedând ca mai sus rezultă pentru energia acestui nivel  $\varepsilon(1d_{5/2}) = - [W(^{17}_9\text{F}) - W(^{16}_8\text{O})] = -0.6 \text{ MeV}$

3. Nuclelele  $^{17}_8\text{O}$  și  $^{17}_9\text{F}$  sunt nuclee oglindă și, ca o consecință a independenței de sarcină a forțelor nucleare, diferența energiilor lor pe nivelele fundamentale este

dată de diferența energiilor lor electrostatice. Reamintim că energia electrostatică pentru o sferă de rază  $R$  uniform încărcată cu sarcina  $Ze$  este

$$E_c = k \frac{3 \cdot Z(Z-1)e^2}{5 \cdot R}; k = \frac{1}{4\pi\epsilon}$$

Cu raza  $R$  exprimată în  $F$  (fermi) pentru energia  $E_c$  exprimată în  $MeV$  se obține relația

numerică:  $E_c (MeV) \cong 0.864 \frac{Z(Z-1)}{R(F)}$  Folosind această relație rezultă:

$$E_c(^{17}_9F) - E_c(^{17}_8O) = 13.824/R.$$

Pe de altă parte din rezultatele de mai sus rezultă:  $E_c(^{17}_9F) - E_c(^{17}_8O) = 3.54 MeV$

Egalând cele două relații rezultă pentru rază valoarea  $R = 3.905 F$ . Este o valoare rezonabilă căci de aici rezultă pentru raza redusă  $r_0$ , care definește raza  $R = r_0 A^{1/3}$ , valoarea aproximativă de  $1.518 F$  care este acceptabilă pentru nuclee ușoare.

## SM8

1. Nucleul  $^{207}_{82}Pb_{125}$  are o gaură neutronică față de nucleul dublu magic  $^{208}_{82}Pb_{126}$ . În consecință nucleul  $^{207}_{82}Pb_{125}$  va fi descris de excitările acestei găuri pe nivelele uniparticulă neutronice ce definesc pătura majoră cu  $N=82 - 126$ . Succesiunea nivelelor excitate ale nucleului  $^{207}_{82}Pb_{125}$  arată că succesiunea nivelelor uniparticulă neutronice este următoarea:  $1h_{9/2}$ ,  $2f_{7/2}$ ,  $1i_{13/2}$ ,  $2p_{3/2}$ ,  $2f_{5/2}$  și  $3p_{1/2}$ . Energia nivelului de start  $3p_{1/2}$  se determină din relația:

$$m(^{208}Pb)c^2 = m(^{207}Pb)c^2 + \epsilon_{3p_{1/2}} + m_n c^2.$$

Rezultă:

$$\epsilon_{3p_{1/2}} = \Delta(^{208}Pb) - \Delta(^{207}Pb) - \Delta(n) = -7.367 MeV.$$

Energia celorlalte nivele uniparticulă se obține prin scăderea energiilor de excitare a nivelelor nucleului  $^{207}_{82}Pb_{125}$ . Astfel energia nivelului uniparticulă  $2f_{5/2}$  va fi  $-7.367 - 0.57 = -7.937 MeV$ . Pentru nivele  $3p_{3/2}$ ,  $1i_{13/2}$ ,  $2f_{7/2}$ ,  $1h_{9/2}$  se obțin valorile  $-8.257$ ,  $-8.997$ ,  $-9.707$  și, respectiv,  $-10.797 MeV$

Nucleul  $^{209}_{82}Pb_{127}$  are un neutron față de nucleul dublu magic  $^{208}_{82}Pb_{126}$ . În consecință nucleul  $^{209}_{82}Pb_{127}$  va fi descris de excitările acestui neutron pe nivelele uniparticulă neutronice ce definesc schema de nivele a nucleului  $^{209}_{82}Pb_{127}$ . Succesiunea nivelelor uniparticulă neutronice va fi  $:2g_{9/2}$ ,  $1i_{11/2}$ ,  $1j_{15/2}$ ,  $3d_{5/2}$ ,  $4s_{1/2}$ ,  $2g_{7/2}$  și  $3d_{3/2}$ . Energia nivelului de start  $2g_{9/2}$  se deduce din relația:

$$m(^{209}Pb)c^2 = m(^{208}Pb)c^2 + \epsilon_{2g_{9/2}} + m_n c^2.$$

Rezultă:

$$\epsilon_{2g_{9/2}} = \Delta(^{209}Pb) - \Delta(^{208}Pb) - \Delta(n) = -3.936 MeV.$$

Energiile celorlalte nivele uniparticulă se obțin prin adăugarea energiilor de excitare a nivelelor nucleului  ${}^{209}_{82}\text{Pb}_{127}$  la energia nivelului  $\varepsilon_{2g_{9/2}}$ . Pentru nivelele uniparticulă  $1i_{11/2}$ ,  $1j_{15/2}$ ,  $3d_{5/2}$ ,  $4s_{1/2}$ ,  $2g_{7/2}$  și  $3d_{3/2}$  se obțin valorile: -3.166, -2.526, -2.376, -1.906, -1.466, -1.416.

În mod similar nucleul  ${}^{207}_{81}\text{Tl}_{126}$  are o gaură protonică față de nucleul dublu magic  ${}^{208}_{82}\text{Pb}_{126}$ . În consecință nucleul  ${}^{207}_{81}\text{Tl}_{126}$  va fi descris de excitările acestei găuri pe nivelele uniparticulă protonice ce definesc pătura majoră cu  $Z=50 \div 82$ . Rezultă succesiunea nivelelor uniparticulă protonice:  $1g_{7/2}$ ,  $2d_{5/2}$ ,  $1h_{11/2}$ ,  $2d_{3/2}$  și  $3s_{1/2}$ . Din relația:

$$m({}^{208}\text{Pb})c^2 = m({}^{207}\text{Tl})c^2 + \varepsilon_{3s_{1/2}} + m_p c^2$$

rezultă:

$$\varepsilon_{3s_{1/2}} = \Delta({}^{208}\text{Pb}) - \Delta({}^{207}\text{Tl}) - \Delta(\text{H}) = -8.007 \text{ MeV}$$

Pentru nivelele uniparticulă  $2d_{3/2}$ ,  $1h_{11/2}$ ,  $2d_{5/2}$ ,  $1g_{7/2}$  se obțin valorile: -8.357, -9.142, -9.677, -11.487 MeV.

Nucleul  ${}^{209}_{83}\text{Bi}_{126}$  are un proton față de nucleul dublu magic  ${}^{208}_{82}\text{Pb}_{126}$ . În consecință nucleul  ${}^{209}_{83}\text{Bi}_{126}$  va fi descris de excitările acestui proton pe nivelele uniparticulă protonice ce definesc schema de nivele a nucleului  ${}^{209}_{83}\text{Bi}_{126}$ . Aceste nivele vor fi:  $1h_{9/2}$ ,  $2f_{7/2}$ ,  $1i_{13/2}$ ,  $2f_{5/2}$ ,  $3p_{3/2}$ . Procedând ca mai sus pentru energia de start a nivelului  $1h_{9/2}$  se obține:

$$\varepsilon_{1h_{9/2}} = \Delta({}^{209}\text{Bi}) - \Delta({}^{208}\text{Pb}) - \Delta(\text{H}) = -3.798 \text{ MeV}$$

Pentru nivelele  $2f_{7/2}$ ,  $1i_{13/2}$ ,  $2f_{5/2}$ ,  $3p_{3/2}$  se obțin valorile: -2.898, -2.188, -0.958, -0.658 MeV.

2. Pentru a completa pătura majoră cu  $Z=82 \div 126$  este nevoie și de nivelul uniparticulă protonic  $3p_{1/2}$  pentru determinarea energiei acestui nivel este necesară cunoașterea constantei  $C$ . Aceasta se poate obține din despicierea nivelelor  $2f_{7/2}$  -  $2f_{5/2}$ , cu  $l=3$ , care au o diferență energetică de 1.94 MeV. Egalând această energie cu  $C(2l+1)A^{-2/3}/2$  se obține  $C \cong 19.52 \text{ MeV}$ . Cu această valoare pentru diferența energetică dintre nivelele uniparticulă  $2p_{1/2}$  -  $2p_{3/2}$  se obține  $\cong 0.83 \text{ MeV}$ . Rezultă că energia nivelului uniparticulă  $\varepsilon_{3p_{1/2}} = 0.173 \text{ MeV}$  iar energia nivelului excitat de spin și paritate  $1/2^-$  al nucleului  ${}^{209}_{83}\text{Bi}_{126}$  va fi de 3.971 MeV.

Schema nivelelor uniparticulă neutronice și protonice, ca și energiile lor sunt prezentate în figura ce urmează.



		0.173		$3p_{1/2}$
		-0.658		$3p_{3/2}$
		-0.958		
-1.416	$3d_{3/2}$			$2f_{7/2}$
-1.466	$2g_{7/2}$			
-1.906	$4s_{1/2}$	-2.188		$1i_{13/2}$
-2.376	$3d_{5/2}$			
-2.526	$1j_{15/2}$	-2.898		$2f_{7/2}$
-3.166	$1i_{11/2}$			
		-3.798		$1h_{9/2}$
-3.936	$2g_{9/2}$			

N=126

Z=82

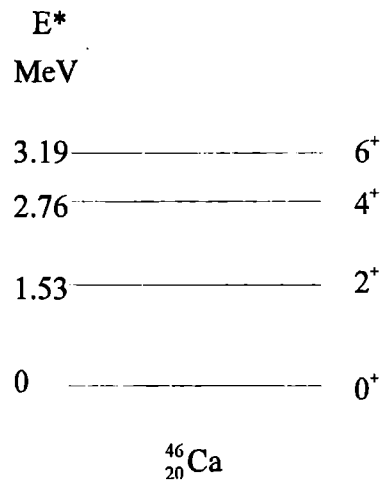
-7.367	$3p_{1/2}$			
-7.937	$2f_{5/2}$	-8.007		$3s_{1/2}$
-8.257	$3p_{3/2}$	-8.357		$2d_{3/2}$
-8.997	$1i_{13/2}$	-9.342		$1h_{11/2}$
-9.707	$2f_{7/2}$	-9.677		$2d_{5/2}$
-10.797	$1h_{9/2}$			
		-11.487		$1g_{7/2}$

N=82

Z=50

## SM9

1. Nucleul  ${}^{42}_{20}\text{Ca}$  este format din miezul (nucleul) dublu magic  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$  și doi neutroni ce se găsesc pe nivelul uniparticulă  $1f_{7/2}$  (configurația  $(1f_{7/2})^2$ ). Stabilirea acestui nivel uniparticulă este imediată căci acest nivel realizează pătura majoră  $N, Z=20 \div 28$ . Conform modelului păturilor nucleare rezultă că succesiunea energetică, spinii și paritățile nucleului  ${}^{42}_{20}\text{Ca}$  vor fi determinate de configurația  $(1f_{7/2})^2$ . Momentul cinetic al celor doi neutroni va fi:  $\vec{I} = \vec{7}/2 + \vec{7}/2$ ; rezultă valorile  $I = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ . Deoarece avem doi neutroni identici funcția lor de undă trebuie să fie antisimetrică; numai valorile 0, 2, 4 și 6 corespund funcțiilor antisimetrice. Deoarece paritatea este un număr multiplicativ rezultă pentru spinii și paritățile nucleului  ${}^{42}_{20}\text{Ca}$  valorile  $0^+, 2^+, 4^+$  și  $6^+$  (a se vedea figura alăturată).



2. Energia de împerechere  $P(I)$  se determină din relația:

$$E^* + m({}^{42}\text{Ca})c^2 = m({}^{40}\text{Ca})c^2 + 2(\varepsilon_{1f_{7/2}} + m_n c^2) - P(I)$$

în care  $E^*$  este energia de excitare a nivelelor nucleului  ${}^{42}_{20}\text{Ca}$ .  $E^*$  este zero pentru  $I=0$ . Energia nivelului uniparticulă  $\varepsilon_{1f_{7/2}}$  se determină din relația:

$$m({}^{41}\text{Ca})c^2 = m({}^{40}\text{Ca})c^2 + \varepsilon_{1f_{7/2}} + m_n c^2$$

Rezultă:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1f_{7/2}} &= -[W({}^{41}\text{Ca}) - W({}^{40}\text{Ca})] = -8.36 \text{ MeV} \\ P(I) &= [W({}^{42}\text{Ca}) - W({}^{40}\text{Ca})] + 2\varepsilon_{1f_{7/2}} - E^* = 3.12 - E^* \text{ MeV} \end{aligned}$$

Din ultima relație se deduc valorile cerute:

$$\begin{aligned} P(I=0) &= 3.12 \text{ MeV}, \quad P(I=2) = 1.59 \text{ MeV}, \\ P(I=4) &= 0.36 \text{ MeV}, \quad P(I=6) = -0.07 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

## SM10

Nucleul  ${}^{18}_8\text{O}$  are configurație de protoni  $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2$  și configurația de neutroni  $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^2$ . Conform problemei M1 succesiunea spinilor acestui nucleu va fi dată de configurația  $(1d_{5/2})^2$ ; pentru această configurație se

obțin valorile  $I = 0, 2, 4$ . Din textul problemei M1 rezultă că energia nivelului cu  $I$  va fi:

$$E({}^{18}_8\text{O}, I) = E_{\text{op}} + E_{\text{on}} + E\{(1d_{5/2})^2\} = E({}^{16}\text{O}) + E\{(1d_{5/2})^2\} - P_{5/2}(I) \quad (1)$$

sau relația echivalentă:

$$m({}^{18}\text{O}, I)c^2 = m({}^{16}\text{O})c^2 + 2(\varepsilon_{1d_{5/2}} + m_n c^2) - P_{5/2}(I) \quad (2)$$

în care  $m({}^{16}\text{O})c^2 + 2(\varepsilon_{1d_{5/2}} + m_n c^2)$  este energia nivelului degenerat iar  $P_{5/2}(I)$  este corecția energiei de împerechere pentru nivelul cu spinul  $I$ .

De asemenea energia nucleului  ${}^{17}_8\text{O}$  va fi :

$$E({}^{17}_8\text{O}) = E_{\text{op}} + E_{\text{on}} + E\{(1d_{5/2})^1\} = E({}^{16}\text{O}) + E\{(1d_{5/2})^1\} \quad (3)$$

sau, având în vedere că  $E({}^{16}\text{O})$  pentru nivelul fundamental este  $m({}^{16}\text{O})c^2$ , se obține relația echivalentă:

$$m({}^{17}\text{O})c^2 = m({}^{16}\text{O})c^2 + (\varepsilon_{1d_{5/2}} + m_n c^2) \quad (4)$$

Din această relație rezultă că energia nivelului uniparticulă neutronic este:

$$\varepsilon_{1d_{5/2}} = -S_n({}^{17}\text{O}) \quad (5)$$

Din relații(2), folosind (5) rezultă pentru  $P_{5/2}(I=0)$ :

$$P_{5/2}(I=0) = m({}^{16}\text{O})c^2 + 2m_n c^2 - m({}^{18}\text{O}, I=0)c^2 + 2\varepsilon_{1d_{5/2}} = m({}^{17}\text{O})c^2 + m_n c^2 - m({}^{18}\text{O}, I=0)c^2 - S_n({}^{17}\text{O}) = S_n({}^{18}\text{O}) - S_n({}^{17}\text{O}) = 3.908 \text{ MeV}. \quad (6)$$

Din datele problemei rezultă pentru  $P_{5/2}(I)$  valorile:

$$P_{5/2}(I=2) = 0.977 \text{ MeV}, P_{5/2}(I=4) = 0.193 \text{ MeV}.$$

Folosind aceste valori pentru primul nivel excitat de spin și paritate  $2^+$  rezultă energia de 2.931 MeV iar pentru al doilea nivel, cu  $I^\pi = 4^+$  energia de excitare este de 3.715 MeV (a se vedea figura ce urmează).

$E(^{16}\text{O}) + 2(\epsilon_{1d5/2} + m_n c^2)$	MeV	
$\quad \quad \quad P_{5/2}(I=4)$	3.715	4 <sup>+</sup>
$\quad \quad \quad \checkmark \quad P_{5/2}(I=2)$	2.931	2 <sup>+</sup>
$\quad \quad \quad \checkmark \quad P_{5/2}(I=0)$	0	0 <sup>+</sup>
	$^{18}\text{O}$	

## SM11

1. Condiția  $E\{j_1(j_2)^2\} < E\{(j_1)^2 j_2\}$ . implică relația:

$$\epsilon_{j_1} + mc^2 + 2(\epsilon_{j_2} + mc^2) - P_{j_2} < 2(\epsilon_{j_1} + mc^2) + \epsilon_{j_2} + mc^2 - P_{j_1}$$

din care rezultă  $\epsilon_{j_2} - \epsilon_{j_1} < P_{j_2} - P_{j_1}$ .

Nucleul  $^{123}_{52}\text{Te}_{71}$  poate fi privit ca nucleul  $^{120}_{52}\text{Te}_{68}$ , care are configurații complete atât pe neutroni cât și pe protoni, și trei neutroni ce se pot găsi pe nivele uniparticulă  $3s_{1/2}$  și  $1h_{11/2}$ . Având în vedere condiția de la punctul precedent rezultă că configurația  $\{3s_{1/2} (1h_{11/2})^2\}$  este energetic favorizată. Rezultă că pe nivelul fundamental  $^{123}_{52}\text{Te}_{71}$  este descris de neutronul aflat pe nivelul  $3s_{1/2}$ . În consecință spinul și paritatea acestui nucleu va fi  $I^\pi = 1/2^+$ .

Repetând raționamentul se ajunge la concluzia că pentru nucleul  $^{125}_{52}\text{Te}_{73}$ , cu respectarea condiției de la punctul precedent, configurația  $\{3s_{1/2} (1h_{11/2})^4\}$  are o energie mai mică decât configurația  $\{(3s_{1/2})^2 (1h_{11/2})^3\}$ . Ca urmare pentru nivelul fundamental al acestui nucleu se obține, de asemenea  $I^\pi = 1/2^+$ .

2. Procedând similar se constată că  $E\{(j_1)^3(j_2)^2\} < E\{(j_1)^4 j_2\}$ . pentru  $\epsilon_{j_2} - \epsilon_{j_1} < P_{j_2} - P_{j_1}$ . Așa dar pe nivelul fundamental nucleul  $^{75}_{33}\text{As}$  este descris de configurația

de protoni  $\{(2p_{3/2})^3(1f_{5/2})^2\}$  și ca atare va avea  $I^\pi = 3/2^-$ . În mod similar se constată că pentru nucleul  $^{79}_{35}\text{Br}$  configurația  $\{(2p_{3/2})^3(1f_{5/2})^4\}$  are energie mai mică decât configurația  $\{(2p_{3/2})^4(1f_{5/2})^3\}$  și ca atare și acest nucleu va avea  $I^\pi = 3/2^-$ .

## \$1.2. Modele Colective

### SM12

În cazul bozonilor nu sunt restricții ca în cazul fermionilor. În consecință în cazul bozonilor se construiește funcția corespunzătoare proiecției maxime  $M$ , apoi funcțiile corespunzătoare proiecției  $(M-1)$ ,  $(M-2)$ , etc și se identifică valorile  $I$  posibile. Astfel în cazul a doi fononi cuadrupolari funcția de proiecție maximă va fi:

$$\varphi_{22}(1) \varphi_{22}(2)$$

care corespunde proiecției  $M=4$ ; ca urmare spinul  $I=4$  corespunde unei funcții simetrice.

Pentru proiecția  $(M-1)=3$  se poate construi doar o singură funcție simetrică:

$$\varphi_{21}(1) \varphi_{22}(2) + \varphi_{22}(1) \varphi_{21}(2)$$

care corespunde spinului  $I=4$ .

Pentru proiecția  $(M-2)=2$  se pot construi două funcții simetrice:

$$\begin{aligned} &\varphi_{21}(1) \varphi_{21}(2) \\ &\varphi_{20}(1) \varphi_{22}(2) + \varphi_{22}(1) \varphi_{20}(2) \end{aligned}$$

rezultă că și spinul  $I=2$  corespunde unei funcții simetrice.

Pentru proiecția  $(M-3)=1$  se pot construi doar două funcții simetrice:

$$\begin{aligned} &\varphi_{21}(1) \varphi_{20}(2) + \varphi_{20}(1) \varphi_{21}(2) \\ &\varphi_{22}(1) \varphi_{2-1}(2) + \varphi_{2-1}(1) \varphi_{22}(2) \end{aligned}$$

care corespund valorilor  $I=4,2$ .

Pentru proiecția  $(M-4)=0$  se pot construi trei funcții simetrice și anume:

$$\begin{aligned} &\varphi_{20}(1) \varphi_{20}(2) \\ &\varphi_{21}(1) \varphi_{2-1}(2) + \varphi_{2-1}(1) \varphi_{21}(2) \\ &\varphi_{22}(1) \varphi_{2-2}(2) + \varphi_{2-2}(1) \varphi_{22}(2) \end{aligned}$$

care corespund valorilor  $I=4,2,0$ . Desigur, dacă există proiecția  $M$  există și proiecția  $-M$ . În consecință pentru doi fononi cuadrupolari se obțin valorile

$$I^\pi = 0^+, 2^+, 4^+.$$

Procedând în mod analog pentru trei fononi cuadrupolari se obțin valorile:

$$I^\pi = 0^+, 2^+, 3^+, 4^+, 6^+.$$

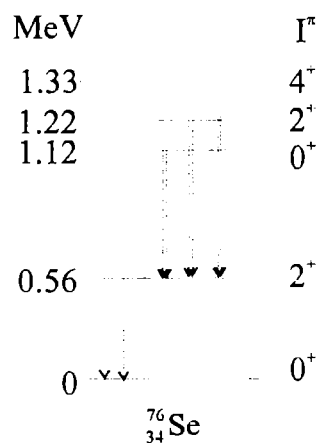
Pentru doi fononi octupolari se obțin valorile:

$$I^\pi = 0^+, 2^+, 4^+, 6^+.$$

Pentru un fonon octupolar se obține  $I^\pi = 3^-$ .

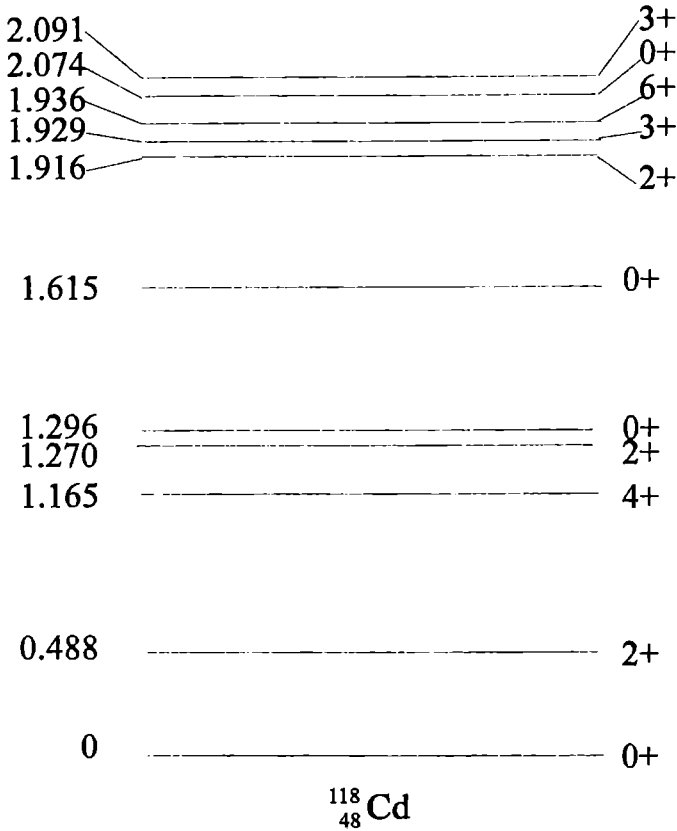
### SM13

În acord cu enunțul rezultă că tranzițiile  $\gamma$  cele mai probabile sunt cele ce se realizează între nivelele vibraționale ce diferă cu un fonon deci tranziții  $n \rightarrow (n-1)$  deci de pe nivelul  $2^+$  (0.56) pe nivelul fundamental și de pe nivelele tripletului  $0^+, 2^+, 4^+$  pe nivelul  $2^+$ . Toate aceste tranziții sunt de tip E2 și vor fi *intensificate* față de tranzițiile similare între nivelele intrinsecii datorită caracterului colectiv al nivelelor vibraționale. În plus tranzițiile E2 de pe tripletul  $0^+, 2^+, 4^+$  pe nivelul  $2^+$  vor fi de aproape de două ori mai probabile ca tranziția  $2^+ \rightarrow 0^+$ . (a se vedea figura). Tranzițiile între nivelele tripletului  $0^+, 2^+, 4^+$  sunt foarte puțin probabile căci energiile de tranziție sunt foarte mici.



### SM14

Nucleul  $^{118}\text{Cd}$  este un nucleu sferic. Existența tripletului  $0^+, 2^+, 4^+$  la o energie aproape dubla în comparație cu energia nivelului  $2^+$  (energia de 0.488 MeV) sugerează ideea că nivelul  $2^+$  (0.488 MeV) este un nivel vibrațional datorat unui fonon cuadrupolar iar nivelele tripletului  $0^+, 2^+, 4^+$  corespund nivelelor vibraționale datorate excitării a doi fononi cuadrupolari. Dacă aceste afirmații sunt corecte atunci grupului de 5 nivele, situate la o energie ceva mai mare de trei ori energia nivelului  $2^+$ , ar putea corespunde unor nivele vibraționale obținute prin excitarea a trei fononi cuadrupolari. Aceste nivele ar trebui să aibă valorile  $0^+, 2^+, 3^+, 4^+, 6^+$ , valori ce se regăsesc în schema experimentală. Admițând corectitudinea acestor afirmații se selectează valorile de spin și paritate din figură de mai jos. De remarcat faptul că nivelul  $0^+$  cu energia 1.615 MeV nu este un nivel vibrațional ci probabil intrinsec. De asemenea se remarcă faptul că nu apare în schema de nivele experimentală nivelul (sau nivele) corespunzător excitării unui (sau doi) fononi octupolari.

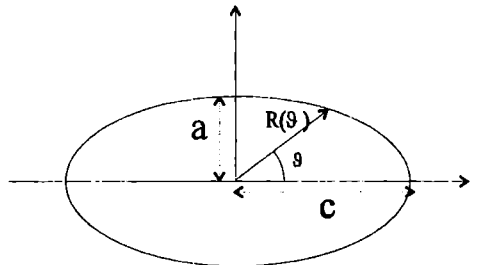


### SM15

Conform enunțului nucleul este de forma unui elipsoid de rotație cu semiaxele  $a$  și  $c$  (a se vedea figura). Deoarece:

$$R(\vartheta) = R_0 [1 + \beta \cdot Y_{20}(\vartheta)] =$$

$$= R_0 \left[ 1 + \beta \cdot \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \frac{3\cos^2 \vartheta - 1}{2} \right]$$



rezultă pentru semiaxe valorile:

$$c = R(0) = R_0 \left[ 1 + \beta \cdot \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \right]; \quad a = R(90^\circ) = R_0 \left[ 1 - \frac{\beta}{2} \cdot \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \right];$$

Momentul cvadripolar intrinsec va fi:

$$Q_0 = \frac{2Z}{5}(a^2 - b^2) \approx \frac{3\beta Z R_0^2}{\sqrt{5\pi}} \left( 1 + \frac{\beta}{4} \cdot \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \right) \approx 0.757 \cdot \beta Z R_0^2 (1 + 0.16 \cdot \beta)$$

Folosind relația din enunț se obține:

$$Q_{\text{exp}}(I) = \frac{I(2I-1)}{(I+1)(2I+3)} Q_0 = \frac{14}{30} Q_{0\approx} \approx 0.353 \cdot \beta \cdot Z \cdot R_0^2 (1 + 0.16 \cdot \beta)$$

Cu datele din enunț și ținând cont că  $1F^2 = 10^2 b$  se obține  $\beta \approx 0.29$

### SM16

1a. Nucleul  $^{170}\text{Eu}$  este un nucleu deformat căci  $150 < A < 190$ .

1b. Secvența  $0^+, 2^+, 4^+, 6^+$ , etc este tipică nucleelor deformate par-pare.

1c. Având în vedere că energia nivelelor excitate pentru un nucleu deformat par-par cu  $K^\pi = 0^+$  se determină cu relația  $E_I = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_{\text{exp}}} \cdot I(I+1)$  rezultă, din punct de vedere teoretic, rapoartele:  $E_2:E_4:E_6 \dots = 6:20:42 \dots = 1:3.33:7 \dots$ . Din schema de nivele a nucleului  $^{170}\text{Eu}$ , pentru aceste rapoarte rezultă:

$$E_2:E_4:E_6 \dots = 1:3.29:6.835$$

similare cu cele teoretice.

2. Relația  $R(\vartheta) = R_0 [1 + \beta \cdot Y_{20}(\vartheta)]$  exprimată în funcție de polinomul Legendre  $P_2(\theta)$  devine:

$$R(\vartheta) = R_0 \left[ 1 + \beta \cdot \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \cdot \frac{3\cos^2\vartheta - 1}{2} \right].$$

Rezultă pentru semiaxele elipsoidului relațiile:

$$a = R(0) = R_0 \left[ 1 + \beta \cdot \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \right]; \quad b = R(90) = R_0 \left[ 1 - \frac{\beta}{2} \cdot \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \right]$$



Cu aceste valori momentul de inerție devine:  $\mathfrak{I}_r = \frac{2MR_0^2}{5} (1 + 0.315 \cdot \beta + 0.149 \cdot \beta^2)$ .

În continuare, conform enunțului se va considera valoarea  $\mathfrak{I}_r = \frac{2MR_0^2}{5}$ .

Folosind valorile din enunț se obține valoarea numerică:

$$\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_r} = \frac{5 \cdot (\hbar c)^2}{4(\text{uc}^2)r_0^2 \cdot A^{5/3}} \approx \frac{52.0786}{r_0^2 \cdot A^{5/3}} \approx 0.00639 \text{ MeV}$$

Momentul de inerție experimental  $\mathfrak{I}_{\text{exp}}$  se determină, de regulă din energia de excitare a nivelului  $2^+$ . Din relația

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_{\text{exp}}} \cdot I(I+1)$$

pentru  $I=2$  rezultă  $\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_{\text{exp}}} = \frac{0.079}{6} \approx 0.01317 \text{ MeV}$  Folosind aceste valori pentru raportul cerut se obține valoarea:

$$\mathfrak{I}_{\text{exp}} / \mathfrak{I}_r \approx 0.485.$$

3. Au loc tranziții  $\gamma$  de tip E2 între nivelele  $I \rightarrow I-2$  puternic intensificate deoarece *acoperirea* funcțiilor de undă a nivelelor între care se face tranziția este mare. Energia tranziției  $\gamma$  între nivelele  $I \rightarrow I-2$  se determină cu relația:

$$(E_\gamma)_I = E_I - E_{I-2} = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_{\text{exp}}} \cdot I(I+1) - \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_{\text{exp}}} \cdot (I-2)(I-1) = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_{\text{exp}}} \cdot (4I-2)$$

Folosind această relație se obține:

$$(E_\gamma)_I - (E_\gamma)_{I-2} = 8 \cdot \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_{\text{exp}}}$$

Din  $(E_\gamma)_4 - (E_\gamma)_2$  rezultă  $\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_{\text{exp}}} \approx 0.0128 \text{ MeV}$  iar din  $(E_\gamma)_6 - (E_\gamma)_4$  rezultă

$$\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_{\text{exp}}} \approx 0.0124 \text{ MeV}$$

Aceste valori diferă puțin de valoarea  $\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_{\text{exp}}} \approx 0.01317 \text{ MeV}$

determinată din valoarea energiei nivelului  $2^+$ ; această diferență arată că momentul de inerție crește lent odată cu creșterea momentului  $I$ , și deci și a energiei de excitare, creștere cauzată de deformarea suplimentară, dar slabă, a nucleului pe măsură ce crește viteza unghiulară de rotație.

4. Fie  $I_c$  valoarea momentului critic pentru care are loc relația

$$\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_r} \cdot I_c(I_c + 1) + E_r = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_{\text{exp}}} \cdot I_c(I_c + 1)$$

Rezultă:

$$I_c(I_c + 1) = E_r / \left\{ \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_{\text{exp}}} - \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_r} \right\}$$

Cu  $E_r = 24/A^{1/2} = 1.84$  MeV, conform formulei din enunț, și cu momentele de inerție calculate la punctul 2 se obține pentru momentul critic  $I_c = 16$ . Firește, pentru  $I > I_c$  are loc relația:

$$\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_r} \cdot I(I + 1) + E_r < \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_{\text{exp}}} \cdot I(I + 1); \quad I > I_c$$

## SM17

1. Din relația:

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \left\{ I(I + 1) + a \cdot (-1)^{I+1/2} \left( I + \frac{1}{2} \right) \right\} + E_K$$

pentru  $K^\pi = 1/2^+$  rezultă:

$$E_{1/2} = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \left\{ \frac{3}{4} - a \right\} + E_K = 0;$$

$$E_{3/2} = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \left\{ \frac{15}{4} + 2a \right\} + E_K = 1.554; \quad E_{5/2} = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \left\{ \frac{35}{4} - 3a \right\} + E_K = 0.1970, \text{ etc.}$$

Din aceste relații rezultă valorile cerute:

$$a = 3.022, \quad \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} = 0.1233 \text{ MeV}; \quad E_K = 0.3022 \text{ MeV.}$$

Cu aceste valori pentru nivelul cu  $I^\pi = 11/2^+$  se obține energia de cca. 6.615 MeV.

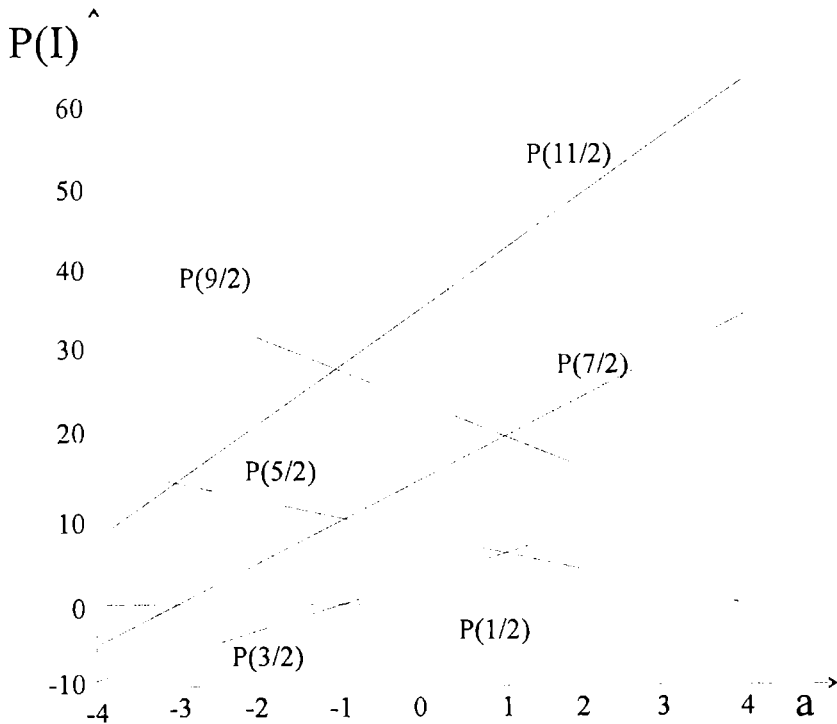
Procedând identic pentru banda  $K^\pi = 1/2^-$  se obțin valorile:

$$a \approx 0.9, \quad \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \approx 0.237 \text{ MeV}; \quad E_K \approx 0.036 \text{ MeV.}$$

2. Având în vedere relația din enunț se obține:

$$P(I) = \frac{2\mathfrak{I}}{\hbar^2} (E_I - E_{I/2}) = E_I = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \left\{ I(I + 1) + a \cdot (-1)^{I+1/2} \left( I + \frac{1}{2} \right) - \left( \frac{3}{4} - a \right) \right\}$$

Reprezentarea grafică a expresiei  $p(I)$  este dată în figură:



Din acest grafic rezultă că pentru valorile  $a \in (-4, -1)$  banda de rotație  $K^\pi = 1/2^\pm$  începe cu nivelul de spin  $3/2$ .

### §1.3. Nivele Yrast. Backbending.

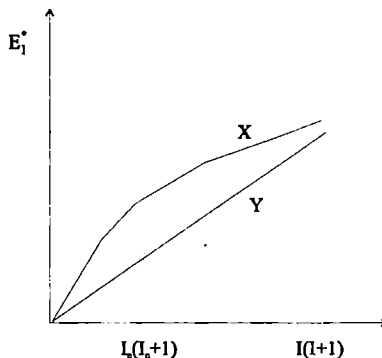
#### SM18

Energia nivelelor Yrast este, în esență, de natură rotațională și ca atare nucleul aflat pe un nivel Yrast este *rece* din punct de vedere al excitațiilor intrinseci. Așadar nivelele yrast *au aceeași*  $E_i$  *stare intrinsecă* ele diferând între ele prin energia de rotație.

Având în vedere cele precizate rezultă că tranzițiile  $\gamma$  între nivelele yrast au o mare probabilitate. Intr-adevăr reamintim faptul că tranzițiile  $\gamma$  sunt cu atât mai probabile cu cât multipolul tranziției este mai mic,

energia de tranziție mai mare și probabilitatea redusă (care depinde de *acoperirea* funcțiilor de undă a nivelelor între care se realizează tranziția) mai mare. Ca urmare dezexcitarea  $\gamma$  de pe un nivel de spin înalt (mare) are tendința de a popula cu preferință nivele similare ca structură și cu spinul cel mai apropiat și dintre acestea pe cele cu energia de excitație minimă (energia de tranziție maximă) adică nivelele Yrast.

Din motivele expuse mai sus nivelele de spin înalt, obținute în reacțiile cu ioni grei, se dezexcită  $\gamma$  pe nivele yrast. Se obține astfel, experimental, o cascadă  $\gamma$  cu o secvență mare de nivele yrast rotaționale care furnizează informații utile despre nivele de spin înalt. O constatare interesantă pentru *cascada yrast* constă în aceea că pentru unele nuclee deformate are loc o schimbare bruscă a momentului de inerție începând cu o anumită valoare critică  $I_c$  a momentului de spin. Astfel, în mod normal dependența energiei de excitație  $E^*$  funcție de  $I(I+1)$  este practic o dreaptă (în ipoteza că momentul de inerție este constant pentru o bandă de rotație); cazul nucleului Y din figura alăturată. În cazul nucleului X se observă o ușoară schimbare a pantei pentru  $I \geq I_c$ . Această *anomalie* este mult mai bine pusă în evidență dacă momentul de inerție *efectiv* sau *local* este reprezentat grafic în funcție de pătratul vitezei unghiulare locale de rotație. Viteza unghiulară locală de rotație nu este o mărime măsurabilă; se poate defini prin analogie cu conceptul clasic corespunzător. Astfel un rigid cu momentul de inerție  $\mathfrak{I}$  ce se rotește cu viteza unghiulară  $\omega$  are momentul unghiular  $I = \mathfrak{I} \cdot \omega$  și energia de rotație  $E_r = E_I = \frac{\mathfrak{I} \cdot \omega^2}{2} = \frac{I^2}{2 \cdot \mathfrak{I}}$ . Din această relație rezultă, clasic, că  $\omega = \frac{dE_I}{dI} = \frac{I}{\mathfrak{I}}$ . Prin analogie rezultă relația cuantică pentru viteza unghiulară locală:



$$\omega = \frac{dE_I}{d(\hbar\sqrt{I(I+1)})}$$

Pentru o bandă de rotație  $K^\pi = 0^+$ , cazul tipic al cascadei yrast în nucleele permanent deformate par-pare această relație devine:

$$\hbar\omega \approx \frac{\Delta E_I}{\Delta(\sqrt{I(I+1)})} \Big|_{I-2}^I \xrightarrow{I \rightarrow \infty} \frac{E_I - E_{I-2}}{2} \quad (1)$$

Momentul efectiv (sau local) de inerție se definește din relația:

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \cdot I(I+1).$$

Rezultă:

$$\left(\frac{2\mathfrak{I}}{\hbar^2}\right) = \left(\frac{2\mathfrak{I}}{\hbar^2}\right)_{I-1} = \left(\frac{4I-2}{E_I - E_{I-2}}\right) \quad (2)$$

Graficul momentului efectiv de inerție din relația (2) funcție de  $(\hbar\omega)^2$  cu  $\hbar\omega$  din relația (1) conduce pentru nucleul X la o dependență de forma unui Z (*Z-shaped curve*) ca cea din figura alăturată. De aici și denumirea de *backbending*. Pentru nucleul Y așa ceva nu se obține.

Un astfel de fenomen poate fi explicat prin intersecția, pentru nucleul respectiv, a două benzi de rotație A și B cu momente de inerție diferite ( $\mathfrak{I}_A < \mathfrak{I}_B$ ) și capete de benzi diferite (ca în figura alăturată). În absența oricărei interacții cele două benzi se intersectează la  $I_c$ . Conform definiției pentru  $I \leq I_c$  nivele din banda A formează nivelele yrast iar pentru  $I \geq I_c$  nivele din banda B formează nivelele yrast. Deoarece structura celor două benzi este diferită interacția dintre ele este foarte slabă și ca atare ele sunt decuplate pentru toate valorile I cu excepția celor din regiunea de tranziție ce corespunde valorii  $I_c$  unde chiar și o mică interacție poate cauza modificarea (creșterea) momentului de inerție.

Care pot fi cauzele creșterii momentului de inerție pentru banda B? Ar putea fi o consecință a faptului că nucleul devine mai deformat; acest efect, datorat rotației nucleului există dar e mult prea mic pentru a explica fenomenul. Multiplele analize au condus la ideea că acest efect este o consecință a faptului că datorită interacției locale dintre benzi are loc ruperea unei perechi de nucleoni; prin aceasta momentul cinetic care era zero pentru perechea de nucleoni devine acum j și are loc *alinieră* acestuia față de momentul de rotație.

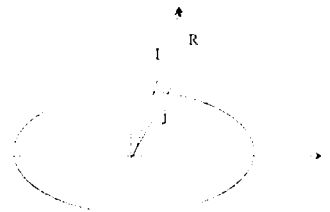
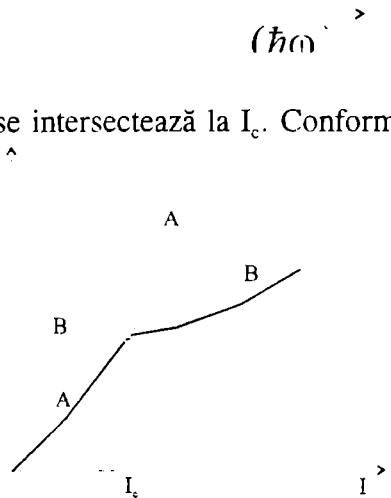
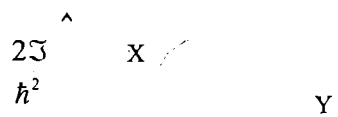
Să ilustrăm acest lucru pentru cazul unui nucleu par-par. Pentru banda de rotație fundamentală A, în care toți nucleonii sunt împerecheați momentul de rotație R este momentul cinetic al nucleului ( $R=I$ ) și deci energiile de excitație corespunzătoare unei valori I vor fi:

$$E_A(I) = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \cdot R(R+1) = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \cdot I(I+1) \approx \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \cdot I^2$$

Pentru banda de rotație cu j aliniat aceste energii vor fi:

$$E_{al}(I) = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \cdot R(R+1) + E_j = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} (\bar{I} - \bar{j})^2 + E_j = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} (I - j)^2 + E_j$$

În această relație s-a presupus că unghiul dintre momentele I și j este foarte mic (alinieră) conform figurii alăturate. Energia  $E_j$  este energia necesară ruperii unei perechi de nucleoni. Rezultă că în banda aliniată momentul de rotație este cu atât mai



mic cu cât  $j$  este mai mare. Acest fapt face ca momentul de inerție efectiv (local) să crească în comparație cu cel al benzii fundamentale.

### SM19

1. Conform definiției momentul efectiv de inerție se determină conform relației:

$$\left(\frac{2\mathfrak{I}}{\hbar^2}\right)_{I-1} = \left(\frac{4I-2}{E_I - E_{I-2}}\right) \text{ cu } E_I = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}}(I-j)^2 + E_j.$$

Valoarea maximă a momentului  $j$  rezultat din cuplajul celor două momente ale neutronilor cu  $j_n = 13/2$ , ținând cont de antisimetrizarea funcțiilor de unda este  $j = 12$ . Pentru  $I = 18$  rezultă

$$E_{18} - E_{16} = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}}(18-12)^2 - \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}}(16-12)^2 = 20 \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}}.$$

și deci:

$$\left(\frac{2\mathfrak{I}}{\hbar^2}\right)_{I=18} = \left(\frac{4I-2}{E_I - E_{I-2}}\right)_{I=18} = 3.5 \cdot \frac{2\mathfrak{I}}{\hbar^2}$$

Rezultă deci că momentul local de inerție pentru  $(I-1) = 17$  va fi  $\mathfrak{I}_{17} = 3.5 \cdot \mathfrak{I}$ . Procedând în mod similar se obține  $\mathfrak{I}_{19} = 2.8 \cdot \mathfrak{I}$ . Se constată deci o descreștere a momentului de inerție local pentru  $I > I_c$ . Se remarcă deasemenea faptul că odată cu creșterea momentului  $I$  momentul efectiv de inerție scade.

2. Conform enunțului rezultă că pentru momentul  $I_c = 14$  are loc relația:

$$\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_r}(I_c - j)^2 + E_j = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_f}I_c(I_c + 1) = \frac{\hbar^2}{\mathfrak{I}_c}I_c(I_c + 1)$$

și deci:

$$E_j = \frac{\hbar^2}{\mathfrak{I}_f}I_c(I_c + 1) - \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_r}(I_c - j)^2 = 208 \cdot \frac{\hbar^2}{\mathfrak{I}_r}$$

Având în vedere definiția rezultă:

$$\frac{\hbar^2}{\mathfrak{I}_r} = \frac{5 \cdot (\hbar c)^2}{2(\text{uc}^2)r_0^2 \cdot A^{5/3}} \approx \frac{104.157}{r_0^2 \cdot A^{5/3}} \approx 0.0144 \text{ MeV}$$

Rezultă pentru energia de rupere valoarea :

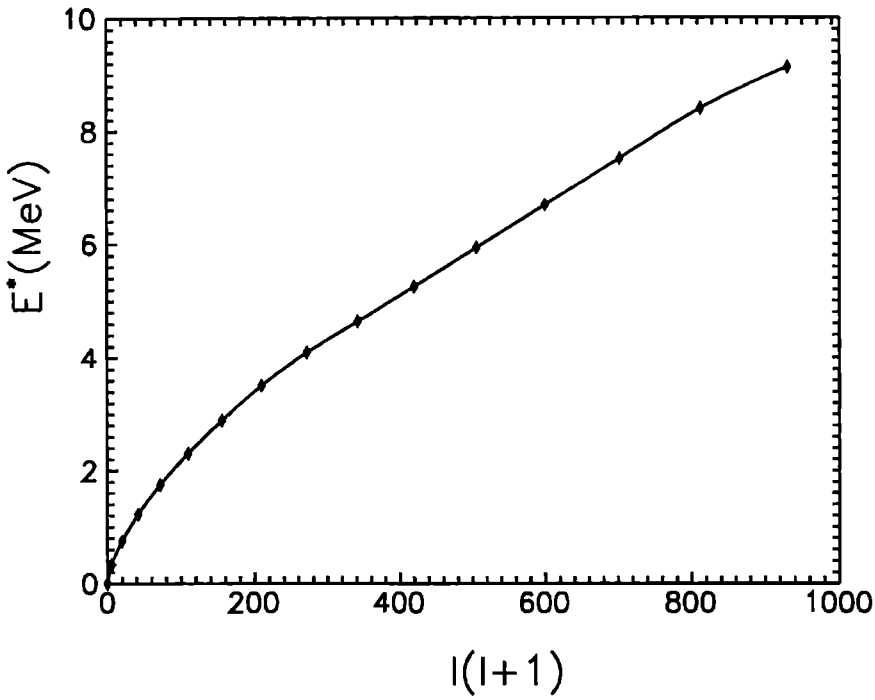
$$E_j = 208 \cdot \frac{\hbar^2}{\mathfrak{I}_r} \approx 3.00 \text{ MeV}.$$

**SM20**

1. Schema de nivele este prezentată în continuare.

9132.0	30+
8401.3	28+
7514.0	26+
6691.0	24+
5935.1	22+
5249.9	20+
4637.6	18+
4091.0	16+
3509.2	14+
2893.0	12+
2304.3	10+
1747.3	8+
1223.7	6+
746.7	4+
334.5	2+
0	0+

Graficul energiei de excitare în funcție de  $I(I+1)$  este prezentat în figura ce urmează:



2. Conform definiției, momentul efectiv (local) de inerție și energia  $\hbar\omega$  se definesc prin relațiile :

$$\left(\frac{2\mathfrak{J}}{\hbar^2}\right) = \left(\frac{4I-2}{E_1 - E_{I-2}}\right); \quad \hbar\omega \approx \frac{E_1 - E_{I-2}}{2}$$

Cu aceste relații se obțin valorile din tabelul 1.

Tabelul 1

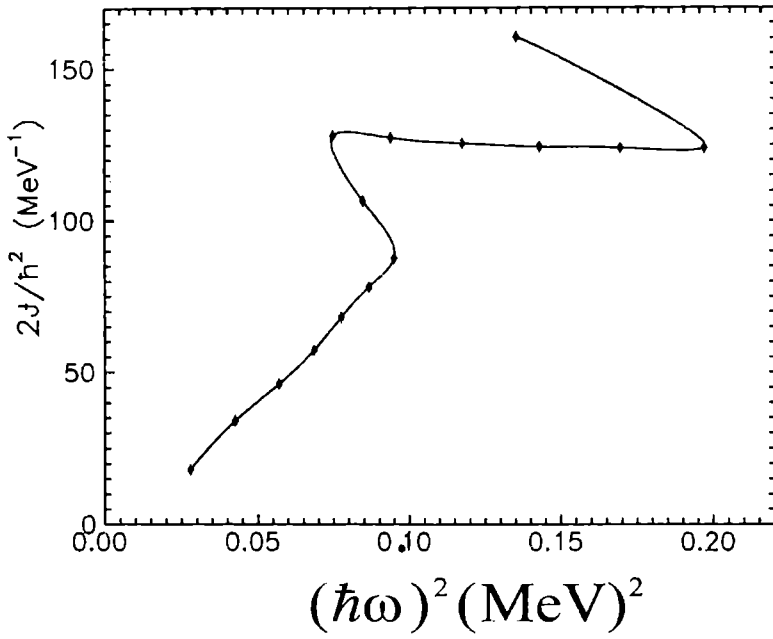
I	2	4	6	8	10	12	14
$2\mathfrak{J}/\hbar^2$	17.960	33.964	46.122	57.296	68.223	78.138	87.634
$(\hbar\omega)^2$	0.0279	0.0425	0.0569	0.0685	0.0775	0.0866	0.0949

Tabelul 1 - continuare.

16	18	20	22	24	26	28	30
106.566	128.064	127.389	125.510	124.355	123.937	123.972	160.390
0.0846	0.0747	0.0937	0.1173	0.1428	0.1693	0.1968	0.1350

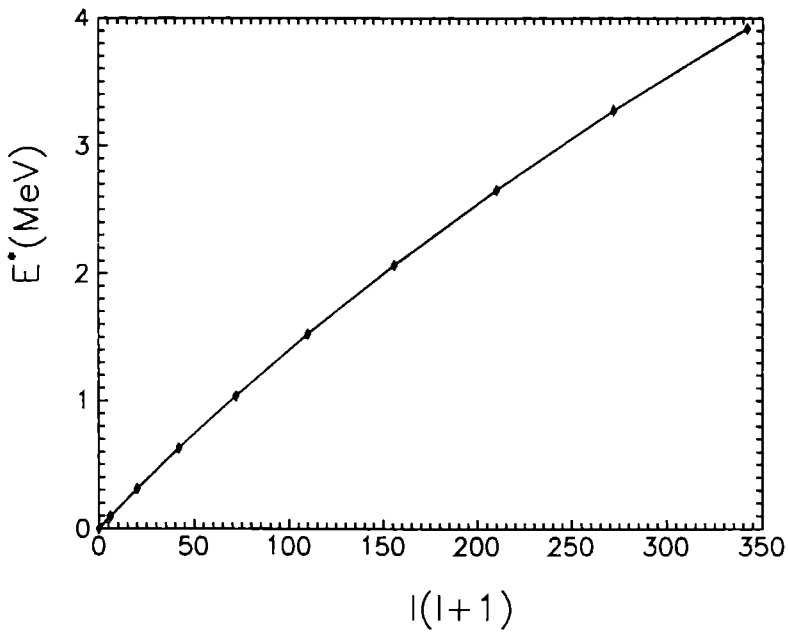
Cu valorile din tabel se obține graficul din figură care prezintă o curbă de tip Z (backbending). Valoarea momentului critic este  $I_c \approx 14$ .





### SM21

1. Graficul cerut este prezentat în figură.



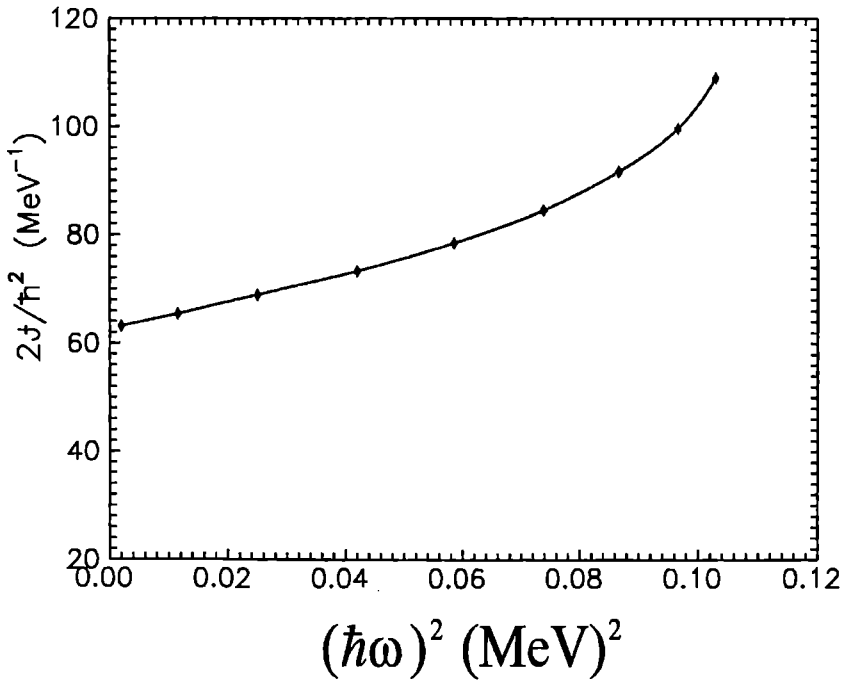
2. Folosind relațiile :

$$\left(\frac{2\mathfrak{J}}{\hbar^2}\right) = \left(\frac{4I-2}{E_1 - E_{I-2}}\right); \quad \hbar\omega \approx \frac{E_1 - E_{I-2}}{2}$$

se obțin valorile din tabelul 2 și graficul din figura de mai jos.

I	2	4	6	8	10	12	14	16	18
$2\mathfrak{J}/\hbar^2$	63.157	65.420	68.966	73.349	78.512	84.559	91.680	99.678	109.03
$(\hbar\omega)^2$	0.002	0.0115	0.0250	0.0420	0.0586	0.0739	0.0867	0.0967	0.1030

Pentru acest nucleu nu se obține o curbă de formă Z.



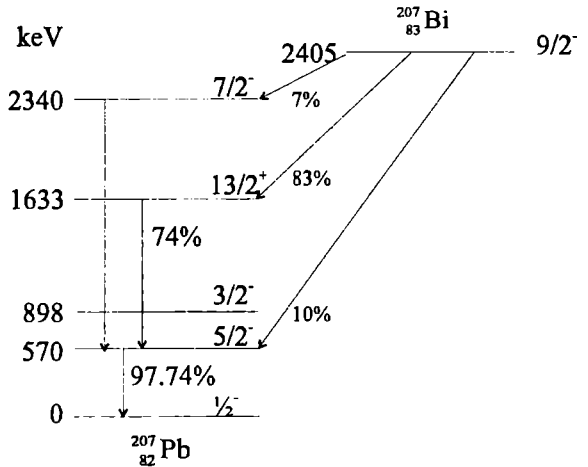
## \$1.4.Spectroscopie $\beta$ - $\gamma$

### SM22

1. Nucleul  $^{207}_{83}\text{Bi}$  are un proton extra pătură majoră cu  $Z=82$  și ca atare are pentru nivelul fundamental  $I^\pi = 9/2^-$ . Nucleul  $^{207}_{82}\text{Pb}$  are o gaură neutronică pe nivelul uniparticulă neutronic  $3p_{1/2} \{(3p_{1/2})^{-1}\}$ . Spinii și paritățile nivelelor excitate pentru nucleul  $^{207}_{82}\text{Pb}$  se obțin prin excitarea în jos a acestei gări. Se obțin valorile din figură.

Procesul de captură electronică (CE)  $9/2^- \rightarrow 7/2^-$  este o tranziție permisă de tip Gamov-Teller dar cu o energie

disponibilă de numai  $2405-2340=65$  keV, deci foarte mică și ca atare probabilitatea de tranziție proporțională cu  $(0.065)^5$  este foarte mică. Tranziția  $9/2^- \rightarrow 13/2^+$  deși odată interzisă are o energie de tranziție mult mai mare de 772 keV de unde și factorul de ramificare destul de mare de 83%. Tranziția  $9/2^- \rightarrow 5/2^-$  deși are energia disponibilă de 1835 keV este interzisă de ordinul doi și de aici și factorul de ramificare destul de mic de numai 10%.



Un calcul estimativ confirmă aceste valori. Astfel pentru tranziția  $9/2^- \rightarrow 13/2^+$  probabilitatea de tranziție este  $\lambda_{\text{CE}}(1) \approx (0.772)^5 \cdot |M(1)|^2$  în care  $M(1)$  este elementul de matrice pentru CE odată interzisă. În mod similar pentru  $9/2^- \rightarrow 5/2^-$  avem  $\lambda_{\text{CE}}(2) \approx (1.835)^5 \cdot |M(2)|^2$  în care  $M(2)$  este elementul de matrice pentru CE interzisă în ordinul doi. Deoarece, în medie,  $M(2) \approx M(1)/25$  rezultă pentru factorul de ramificare pentru tranziția  $9/2^- \rightarrow 13/2^+$  valoarea de cca 81% și, respectiv, 12%.

2. Cu valorile spinilor și parităților stabilite se obțin tranzițiile:

-pentru  $\gamma_1$ :  $M1 + E2 + M3 + E4 + M5 + E6$ ; se observă  $M1 + E2$

-pentru  $\gamma_2$ :  $M4 + E5 + \dots + E9$ ; se observă  $M4 + E5$

-pentru  $\gamma_3$ :  $E2 + M3$ ; se observă  $E2$ .

3. Pentru tranziția  $13/2^+ \rightarrow 5/2^-$  factorul spectroscopic de 74% este dat de :

$$0.74 = 0.83 \cdot \frac{\lambda_{\gamma 2}}{\lambda_{\gamma 2} + \lambda_{\text{CE}2}} = 0.83 \cdot \frac{1}{1 + \alpha_2}; \quad \alpha_2 = 12\%$$

În mod similar pentru tranziția  $5/2^- \rightarrow 1/2^-$  se obține:

$$0.9774 = \frac{\lambda_{\gamma_3}}{\lambda_{\gamma_3} + \lambda_{CE3}} = \frac{1}{1 + \alpha_3}; \quad \alpha_3 = 23\%$$

În obținerea acestei relații s-a ținut cont că nivelul  $5/2^-$  de energie 570 keV este populat 100%. Coeficienții de convesie  $\alpha$  sunt relativ mari pentru că avem de a face cu un nucleu cu  $Z$  destul de mare ( $Z=82$ ) și în plus în cazul tranziției  $13/2^+ \rightarrow 5/2^-$  are loc o tranziție  $\gamma$  de tip M4 iar în cazul tranziției  $5/2^- \rightarrow 1/2^-$ , deși de tip E2, are o energie de tranziție de 0.570 MeV relativ mică.

### SM23

$$1. \lambda_{\gamma_1} = f_{\gamma_1} \cdot \lambda = f_{\gamma_1} \cdot (\ln 2 / T_{1/2}) \approx 4.7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}.$$

2. Nucleul  $^{117}_{49}\text{In}$  este descris de o gaură aflată pe nivelul unuparticulă protonic  $1g_{9/2}$ .  $\{(1g_{9/2})^{-1}\}$  și ca atare spinul și paritatea nivelului fundamental va fi  $9/2^+$  iar al primului nivel excitat  $1/2^-$ . Tranziția  $\gamma_1$  va fi de tip M4 (a se vedea figura alăturată)

Tranziția  $\beta^-$  de pe nivelul fundamental  $9/2^+$  al nucleului  $^{117}_{49}\text{In}$  pe cel de al treilea nivel excitat al nucleului

$^{117}_{50}\text{Sn}$  de spin  $I_3$  și energie de 712 keV fiind tranziție permisă (de tip Fermi sau Gamov-Teller), fără schimbare de paritate, implică pentru conservarea momentului cinetic relația:

$$\frac{\bar{0}}{2} = \bar{I}_3 + \begin{pmatrix} \bar{0} \\ \bar{1} \end{pmatrix}$$

din care rezultă  $I_3 = 7/2, 9/2, 11/2$ . În mod similar tranzițiile  $\beta^-$  interzise de ordinul 1 de pe nivelul  $1/2^-$  pe nivelul fundamental (de spin  $I_0$ ) și pe primul nivel excitat (de spin  $I_1$ ) implică schimbarea parității iar din conservarea momentului cinetic:

$$\frac{\bar{1}}{2} = \bar{I}_{0,1} + \bar{1} + \begin{pmatrix} \bar{0} \\ \bar{1} \end{pmatrix}$$

rezultă:  $I_{0,1} = 1/2, 3/2, 5/2$ . Din cele de mai sus rezultă valorile din figura.

Tinând cont de tranzițiile E2 și M1 din figură cât și de faptul că nu au loc tranziții de tip E2 de pe cel de al treilea nivel excitat pe nivelul fundamental se selectează următoarele două variante:

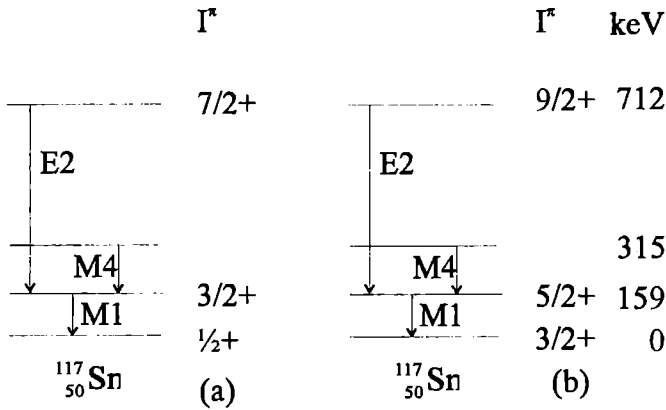
$I^\pi$	keV	
$1/2^-$	315	M4
		47%
$9/2^+$	0	

$^{117}_{49}\text{In}$

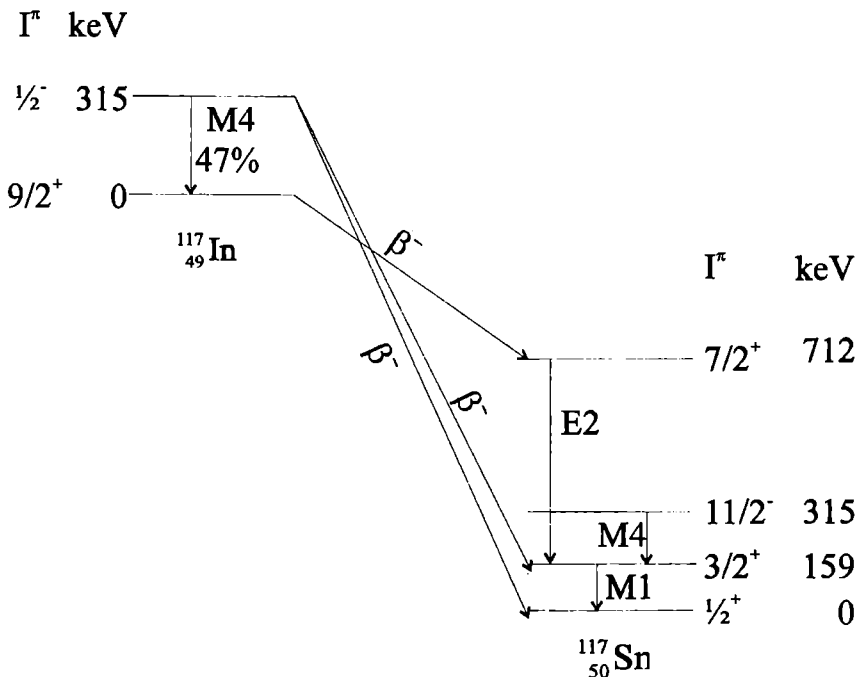
$I^\pi$	keV
$7/2^+, 9/2^+, 11/2^-$	712
E2	

M4	315
M1	$1/2^-, 3/2^-, 5/2^-$
	159
	0

$^{117}_{50}\text{Sn}$



Tinând cont atât de tranziția M4 cât și de faptul că nu se realizează tranziții între nivelele excitate 3 și 2 rezultă că în varianta (a) spinul și paritatea celui de al doilea nivel excitat este  $11/2^-$  iar în varianta (b,) este  $13/2^-$ . Alegerea între cele două variante se poate face ținând cont de precizarea din enunțul problemei conform căreia ordinea nivelelor uniparticulă neutronice pentru pătura majoră cu  $N=50 \div 82$  este alterată dar valorile spinilor și parităților corespund nivelelor uniparticulă ( $1g_{7/2}, 2d_{5/2}, 2d_{3/2}, 1h_{11/2}, 3s_{1/2}$ ) ce alcătuiesc această pătura majoră. Rezultă că varianta (a) este cea corectă. Având în vedere cele de mai sus rezultă valorile din figura ce urmează.



3. Conservarea energiei totale pentru tranziția  $\beta^-$  de pe nivelul fundamental al nucleului  $^{117}_{49}\text{In}$  pe al treilea nivel excitat al nucleului  $^{117}_{50}\text{Sn}$  implică relația:

$$m(^{117}_{49}\text{In})c^2 = m(^{117}_{50}\text{Sn})c^2 + m_e c^2 + T_{\beta\text{M}}(0 \rightarrow 3) + \varepsilon^*$$

Din această relație, cu  $\varepsilon^* = 0.712 \text{ MeV}$  rezultă:

$$T_{\beta\text{M}}(0 \rightarrow 3) = m(^{117}_{49}\text{In})c^2 - m(^{117}_{50}\text{Sn})c^2 - m_e c^2 - \varepsilon^* = 0.7424 \text{ MeV}$$

În mod similar:

$$\begin{aligned} T_{\beta\text{M}}(1 \rightarrow 0) &= T_{\beta\text{M}}(0 \rightarrow 3) + 0.315 + 0.712 = 1.7694 \text{ MeV} \\ T_{\beta\text{M}}(1 \rightarrow 1) &= T_{\beta\text{M}}(1 \rightarrow 0) - 0.159 = 1.6104 \text{ MeV} \end{aligned}$$

4) Având în vedere relația  $\lambda_{\beta} = c \cdot T_{\beta\text{M}}^5 \cdot |M_{\text{if}}|^2$  rezultă:

$$\begin{aligned} \lambda_{\beta}(1 \rightarrow 0) &= C \cdot T_{\beta\text{M}}^5(1 \rightarrow 0) \cdot |M_{\text{if}}|^2 = C \cdot (1.7694)^5 \cdot |M_{\text{if}}|^2 \\ \lambda_{\beta}(1 \rightarrow 1) &= C \cdot T_{\beta\text{M}}^5(1 \rightarrow 1) \cdot |M_{\text{if}}|^2 = C \cdot (1.6104)^5 \cdot |M_{\text{if}}|^2 \end{aligned}$$

Din relațiile:

$$\begin{aligned} \lambda_{\beta}(1 \rightarrow 0) / \lambda_{\beta}(1 \rightarrow 1) &= f_{\beta}(1 \rightarrow 0) / f_{\beta}(1 \rightarrow 1) \approx 1.6; \\ f_{\beta}(1 \rightarrow 0) + f_{\beta}(1 \rightarrow 1) &= 0.53 \end{aligned}$$

rezultă pentru factorii spectroscopici ceruți valorile:

$$f_{\beta}(1 \rightarrow 0) \approx 33\%; f_{\beta}(1 \rightarrow 1) \approx 20\%$$

Aceste valori sunt în acord bun cu valorile reale  $f_{\beta}(1 \rightarrow 0) \approx 37\%; f_{\beta}(1 \rightarrow 1) \approx 16\%$

## Cap.2. Reacții Nucleare - Soluții

### §2.1. Cinematică nerelativistă.

#### SR1

1A). In SCM din legea conservării energiei totale :

$$T_{\min} / 2 + 2mc^2 = 2mc^2 + 2\varepsilon$$

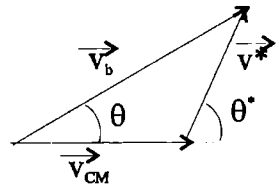
rezultă:

$$T_{\min} = 4\varepsilon \quad (1).$$

2A). In figură este prezentată compunerea vitezelor:

$\vec{v}_b$  - viteza nucleului (particulei) emergent în SL,  $\vec{v}^*$  viteza aceluiși nucleu în SCM iar  $\vec{v}_{CM}$  viteza centrului de masă.

Rezultă relația :



$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sin \theta^*}{\cos \theta^* + \chi}; \chi = \frac{v_{CM}}{v^*} \quad (2)$$

care stabilește legătura dintre unghiul de împrăștiere  $\theta$  din SL cu unghiul  $\theta^*$  din SCM. Pentru  $T > T_{\min}$  conservarea energiei totale implică relația:  $T/2 + 2mc^2 = 2mc^2 + 2\varepsilon + 2T^*$  cu  $2T^* = mv^{*2}$ . Rezultă  $v^{*2} = (T - 4\varepsilon)/2m$ . Deoarece  $v_{CM} = v/2$  rezultă:

$$\chi = \sqrt{\frac{T}{T - 4\varepsilon}} \quad (3)$$

**Observații:**

a). In relațiile de mai sus s-a considerat că masa nucleului  $m$  aflat pe nivelul fundamental este egală cu masa  $m^*$  a nucleului aflat pe nivel excitat  $\varepsilon$ . Este o aproximație evidentă căci  $m^*c^2 = mc^2 + \varepsilon \approx mc^2$  deoarece  $\varepsilon \ll mc^2$  în toate situațiile practice.

b) Valoarea pentru coeficientul  $\chi$  se putea obține din relația generală pentru o reacție  $A(a,b)B$  :

$$\chi = \sqrt{\frac{m_a m_b}{m_A m_B} \cdot \frac{m_B + m_b}{m_A + m_a} \cdot \frac{(T^*)_{aA}}{(T^*)_{aA} + Q}}$$

în care  $(T^*)_{aA}$  este energia, în SCM, pentru sistemul (aA) (egală cu  $T/2$  în cazul nostru) iar  $Q$  este energia de reacție ( $Q = -2\varepsilon$  pentru reacția studiată)

3A). Deoarece  $T > T_{\min} = 4\varepsilon$  din relația (3) rezultă  $\chi > 1$ . iar din relația (2) rezultă ca va exista un unghi maxim  $\theta_{\max}$  în SL. Din condiția:  $\left. \frac{d(\operatorname{tg}\theta)}{d\theta^*} \right|_{\theta^*_{\max}} = 0$  rezultă  $\cos \theta^*_{\max} = -1/\chi$  care introdus în relația (2) conduce la relația cerută:

$$\operatorname{tg} \theta_{\max} = \sqrt{\frac{T - 4\varepsilon}{4\varepsilon}} \quad (4)$$

4A). Din relația:  $\sigma(\theta) \cdot \sin\theta d\theta d\varphi = \sigma^*(\theta^*) \sin\theta^* d\theta^* d\varphi^*$  rezultă legătura dintre secțiunile diferențiale în cele două sisteme:

$$\sigma(\theta) = \sigma^*(\theta^*) \frac{\sin\theta^* d\theta^*}{\sin\theta d\theta} \quad (5)$$

Din (2) se obține:

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\theta}} = \frac{\cos\theta^* + \chi}{\sqrt{1 + 2\chi \cos\theta^* + \chi^2}} \quad (6)$$

Derivând în raport cu  $\theta$ , respectiv  $\theta^*$  se obține imediat raportul  $\sin\theta^* d\theta^*/\sin\theta d\theta$  și în final relația:

$$\sigma(\theta) = \sigma^*(\theta^*) \cdot \frac{(1 + 2\chi \cos\theta^* + \chi^2)^{3/2}}{1 + \chi \cos\theta^*} \quad (7)$$

Dacă  $\sigma^*(\theta^*)$  are următoarea dependență de  $\theta^*$ :

$$\sigma^*(\theta^*) = \operatorname{const.} \cdot \frac{1 + \chi \cos\theta^*}{(1 + 2\chi \cos\theta^* + \chi^2)^{3/2}} \quad (8)$$

în care  $\operatorname{const}$  este o constantă oarecare, atunci  $\sigma(\theta)$  în SL va fi izotropă.

1B). În acest caz  $SL \equiv SCM$ . Din legea conservării energiei totale:  $2T_{\min} + 2mc^2 = 2mc^2 + 2\varepsilon$  rezultă:  $T_{\min} = \varepsilon$

2B). Deoarece  $v_{CM} = 0$  rezultă  $\operatorname{tg}\theta = \operatorname{tg}\theta^* \rightarrow \theta = \theta^*$

3B). În SCM nucleeele emergente pot fi emise la orice unghi și deci  $\theta_{\max} = 180^\circ$ .

4B). Dacă  $\sigma^*(\theta^*) = \operatorname{const.}$ , deci izotropă în SCM.



## SR2

Pentru o reacție  $a+A \rightarrow C^* \rightarrow b+B$  energia de excitare  $\varepsilon$  a nucleului compus  $C^*$  se determină cu formula:

$$\varepsilon = S_a + T_a \frac{m_A}{m_A + m_a} \quad (1)$$

în care  $S_a$  energia de separare a particulei proiectil "a" din nucleul compus iar  $T_a$  este energia cinetică a proiectilului în SL. Folosind această relație, cu condiția ca energia de excitare în reacțiile (d,p) și ( $\alpha$ ,n) să fie aceeași, rezultă:

$$S_d + T_d \frac{m(^{13}\text{C})}{m(^{13}\text{C}) + m_d} = S_\alpha + T_\alpha \frac{m(^{11}\text{B})}{m(^{11}\text{B}) + m_\alpha} \quad (2)$$

De asemenea energiile de reacție pentru cele două reacții sunt:

$$Q_{dp} = m(^{13}\text{C})c^2 + m_d c^2 - m(^{14}\text{C})c^2 - m_p c^2; \quad Q_{\alpha n} = m(^{11}\text{B})c^2 + m_\alpha c^2 - m_n c^2 - m(^{14}\text{N})c^2 \quad (3)$$

Folosind aceste două relații se obține:

$$S_d - S_\alpha = m(^{14}\text{C})c^2 - m(^{14}\text{N})c^2 - (m_n c^2 - m_p c^2) + Q_{dp} - Q_{\alpha n} \quad (4)$$

Din procesul de dezintegrare  $\beta^-$  rezultă:

$$Q_\beta = m(^{14}\text{C})c^2 - m(^{14}\text{N})c^2 - m_e c^2 \quad (5)$$

Substituind această relație în precedenta se obține:

$$S_d - S_\alpha = Q_\beta + m_e c^2 - (m_n c^2 - m_p c^2) + Q_{dp} - Q_{\alpha n} = 5,161 \text{ MeV} \quad (6)$$

Din relația (2) rezultă:

$$T_\alpha = (S_d - S_\alpha + T_d \frac{m(^{13}\text{C})}{m(^{13}\text{C}) + m_d}) \cdot \frac{m(^{11}\text{B}) + m_\alpha}{m(^{11}\text{B})} = 9,93 \text{ MeV} \quad (7)$$

## SR3

Pentru o reacție A(a,b)B energia cinetică (în SL) a particulei emergente b se determină astfel:

$$\sqrt{T_b} = \frac{\sqrt{m_a m_b}}{M_B + m_b} \sqrt{T_a} \left[ \cos\theta + \sqrt{\cos^2\theta + \frac{(M_B + m_b) \cdot (M_B - m_a)}{m_a m_b} + \frac{M_B (M_B + m_b) Q}{m_a m_b T_a}} \right]$$

în care m, M reprezintă masele nucleelor respective,  $\theta$  este unghiul de emisie al nucleului (particulei) b, Q este energia de reacție iar T reprezintă energiile cinetice pentru nucleele respective. Pentru reacția studiată această relație devine:

$$\sqrt{T_n} = \frac{\sqrt{m_d m_{bn}}}{M_\alpha + m_n} \sqrt{T_d} \left[ \cos\theta + \sqrt{\cos^2\theta + \frac{(M_\alpha + m_n) \cdot (M_\alpha - m_d)}{m_d m_n} + \frac{M_\alpha (M_\alpha + m_n) Q}{m_d m_n T_d}} \right]$$

Energia de reacție Q se determină din relația:

$$Q = W_\alpha - W_t - W_d = 17,59 \text{ MeV}$$

Folosind aproximația din enunț pentru masele nucleelor implicate în reacție (dar numai pentru rapoarte) ca și valoarea pentru Q se obține pentru energia cinetică a neutronilor, funcție de unghiul de emisie  $\theta$  expresia:

$$\sqrt{T_n} = \frac{\sqrt{2}}{5} \sqrt{T_d} \left[ \cos\theta + \sqrt{\cos^2\theta + 1764} \right] = 0,089 \left[ \cos\theta + \sqrt{\cos^2\theta + 1764} \right]$$

Pentru unghiurile de  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  și  $180^\circ$  pentru  $T_n$  se obțin valorile :14,654 MeV, 13,973 MeV și, respectiv, 13,315 MeV. Se constată o dependență slabă a energiei  $T_n$  funcție de unghiul  $\theta$ . Deoarece, de regulă, în diferite aplicații cu neutroni se folosesc neutronii emiși la  $\theta = 90^\circ$  cu  $T_n = 13,973$  MeV, această reacție este cunoscută în literatura de specialitate ca o sursă monoenergetică de neutroni de  $\cong 14$  MeV

## Comentariu:

*Această reacție are o energie de reacție  $Q = 17,59$  MeV destul de mare și ca atare intensitatea fascicului de neutroni emergenți este mare. În plus, necesită o energie cinetică a deuteriilor de numai 0,1 MeV (pentru care reacția are o rezonanță.) ceea ce se poate realiza ușor practic. Deuteriu gazos este ionizat și sub formă de ioni este dirijat spre instalația de accelerare care poate fi un ciclotron, un accelerator liniar sau, ceea ce este foarte important, o instalație standard de raze X, ceea ce face ca astfel de surse să fie des folosite în laboratoarele de cercetare.*

Deuteriu astfel accelerat bombardează o țintă de tritiiu. Precizăm că ținta este un izotop  $\beta^-$  radioactiv cu  $T_{1/2} \cong 12$  ani și se obține, de regulă, din reacția:  ${}^6\text{Li}(n, \alpha)t$ . Tritiul obținut în această reacție este folosit ca țintă fie sub formă gazoasă fie sub forma unui strat depus prin adsorbție pe foițe metalice de tantal, titan sau zirconiu care absorb puternic ionii de deuteriu. Tintele gazoase permit o mai mare concentrație de tritiiu și cu astfel de ținte se pot obține fascicule de neutroni de mare intensitate de cca.  $10^8 - 10^{10}$  neutroni/ $1\mu\text{C}$  ( $1\mu\text{C}$  este sarcina fascicului incident). Tintele gazoase sunt însă mai pretențioase și în plus au nevoie de o fereastră de intrare pentru deuteriu care degradează rezoluția energetică a fascicului inițial și deci și a fascicului emergent de neutroni.

## SR4

1. Din relația generală:

$$\sqrt{T_b} = \frac{\sqrt{m_a m_b}}{M_B + m_b} \sqrt{T_a} \left[ \cos\theta + \sqrt{\cos^2\theta + \frac{(M_B + m_b) \cdot (M_B - m_a)}{m_a m_b} + \frac{M_B(M_B + m_b)Q}{m_a m_b T_a}} \right]$$

pentru împrăștierea elastică și inelastică a protonilor incidenti pe nucleele țintă ( $m_a = m_b = m$ ;  $M_B = M$ ,  $Q = -\varepsilon$ ,  $T_b = T'$ ,  $T_a = T$ ) rezultă:

$$\sqrt{T'} = \frac{m}{M + m} \sqrt{T} \left[ \cos\theta + \sqrt{\cos^2\theta + \frac{(M^2 - m^2)}{m^2} - \frac{M(M + m)\varepsilon}{m^2 T}} \right] \quad (1)$$

Pentru împrăștierea elastică a protonilor incidenti pe nucleele impuritate de hidrogen (protoni) din aceeași relație rezultă:  $\sqrt{T'} = \sqrt{T} \cos\theta$  în care  $T'$  este energia protonilor împrăștiți. Pentru unghiul  $\theta_c$  energiile  $T' = T$ ; din această condiție pentru energia cinetică a protonilor incidenti rezultă:

$$T = \frac{M \cdot \varepsilon}{(M - m) \cdot \sin^2 \theta_c} \quad (2)$$

Folosind teorema de propagare a erorilor se obține :

$$\Delta T = T \cdot 2 \text{ctg} \theta_c \cdot \Delta \theta_c \quad (3)$$

în care  $\Delta \theta$  se exprimă în radiani.

2. Pentru  $\theta = 90^\circ$  din relația (1), cu energia  $T$  din (2), rezultă:

$$T(90^\circ) = \frac{M \cdot \varepsilon}{M + m} \cdot \operatorname{ctg} \theta_c \quad (4)$$

3. Pentru o reacție în care nucleul rezidual se obține pe nivelul excitat "i", caracterizată de energia de reacție  $Q_i$  energia de prag este dată de relația:

$$T_{\text{prag}} = -Q_i \frac{M_A + m_a}{M_A} \quad (5)$$

Din această relație cu  $-Q_i = \varepsilon_{\text{max}}$  și  $T_{\text{prag}} = T$  din relația (2) pentru energia maximă de excitare se obține:

$$\varepsilon_{\text{max}} = \frac{M^2 \cdot \varepsilon}{(M^2 - m^2) \cdot \sin^2 \theta_c} \quad (7)$$

### SR5

Pentru o reacție  $a + A \rightarrow C^* \rightarrow b + B$  energia de excitare  $\varepsilon$  a nucleului compus  $C^*$  se determină cu formula:  $\varepsilon = S_a + T_a \frac{m_A}{m_A + m_a}$  în care  $S_a$  este energia de separare a particulei proiectil "a" din nucleul compus iar  $T_a$  este energia cinetică a proiectilului în SL. Folosind această relație pentru reacțiile  $\alpha + p$ , respectiv  $p + \alpha$  se obține:

$$\varepsilon = S_\alpha + T_\alpha \frac{1}{5} = S_p + T_p \frac{4}{5}$$

Deoarece:  $S_\alpha = m_\alpha c^2 + m_p c^2 - m({}_3^5\text{Li})c^2 = S_p$  rezultă:  $T_p = T_\alpha / 4 = 2,5 \text{ MeV}$

### SR6

Pentru o reacție  $A(a,b)B$  conservarea energiei totale în SCM pentru cazul în care nucleul rezidual B se află pe nivelul excitat  $i$  de energie de excitare  $\varepsilon_i$  implică relația:

$$Q - \varepsilon_i + T_a \frac{m_A}{m_A + m_a} = T_b^* + T_B^* = T_b^* \frac{m_B + m_b}{m_B}$$

în care  $Q$  este energia de reacție pentru cazul în care nucleul rezidual  $B$  se obține pe nivelul fundamental.

1. Pentru reacția studiată și  $T_p = 0,843$  MeV (în SL) și  $T^* = 7,14$  MeV din relația de mai sus rezultă  $Q \cong 8,124$  MeV. Folosind aceeași relație dar pentru  $T_p = 0,874$  MeV și  $T^* = 1,46; 1,62$  și  $2,25$  MeV rezultă energiile de excitare:  $\varepsilon_3 \cong 7,130$  MeV,  $\varepsilon_2 \cong 6,930$  MeV și  $\varepsilon_1 \cong 6,142$  MeV. Având în vedere tranzițiile  $\gamma$  precizate în enunț rezultă spinii și paritățile precizate în figura alăturată.

	$\varepsilon$	
	MeV	
	7,130	1-
	6,930	2+
	6,143	3-
	$E_{\gamma_1} \cdot E_{\gamma_2} \cdot E_{\gamma_3}$	
$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$
		0+

2. În figură este prezentată compunerea vitezelor:

$\vec{v}_b$  - viteza particulei emergent în SL,  $\vec{v}^*$  viteza acesteia în SCM iar  $\vec{v}_{CM}$  viteza centrului de masă. Rezultă:

$$v_b^2 = v^{*2} + v_{CM}^2 + 2v^* \cdot v_{CM} \cdot \cos \theta^*$$

Cu:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_a \vec{v}_a}{m_A + m_a} = \frac{m_a}{m_A + m_a} \sqrt{\frac{2T_a}{m_a}}; \quad v^* = \sqrt{\frac{2T^*}{m_b}}; \quad v_b = \sqrt{\frac{2T_b}{m_b}}$$

Substituind aceste valori în relația vitezelor se obține pentru  $T_b$  expresia:

$$T_b = T^* + \frac{m_a m_b}{(m_a + m_A)^2} T_a + 2 \frac{m_a m_b}{m_a + m_A} \sqrt{\frac{T_a T^*}{m_a m_b}} \cdot \cos \theta^*$$

Particularizând această relație pentru reacția studiată ( $T_a \cong T_b$ ) se obține :

$$T_\alpha \cong 7,148 + 0,491 \cdot \cos \theta^*.$$

Deoarece unghiul  $\theta^*$  poate lua orice valoare de la  $0^0$  la  $180^0$  rezultă plaja valorilor posibile:  $T_\alpha \in (6,657-7,639)$  MeV

3. Pentru reacția  $A(a,b)B$  legătura între secțiunea diferențială  $\sigma(\theta)$  (în SL) și secțiunea diferențială  $\sigma^*(\theta^*)$  (în SCM) se exprimă prin relația (a se vedea problema **R1**)

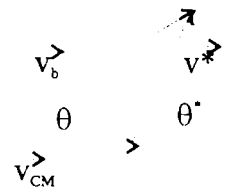
$$\sigma(\theta) = \sigma^*(\theta^*) \frac{(1 + 2\chi \cos \theta^* + \chi^2)^{3/2}}{1 + \chi \cos \theta^*}$$

cu coeficientul:

$$\chi = \frac{v_{CM}}{v^*} = \frac{m_a}{m_a + m_A} \sqrt{\frac{2T_a}{m_a} \frac{m_b}{T^*}} = \frac{1}{20} \sqrt{\frac{4T_p}{T^*}} \cong 0,03436$$

se obține:

$$\sigma(\theta) \cong 1,036 \cdot \sigma^*(\theta^*)$$



4. Numărul particulelor  $\alpha$  emise în unitatea de timp în unghiul solid  $\Delta\Omega$  este:

$$\frac{\Delta N_\alpha}{\Delta\Omega} = \sigma(\theta) \cdot N_T \cdot \Phi = \sigma(\theta) \cdot N_T \cdot \frac{N_f}{S \cdot t} = \sigma(\theta) \cdot \frac{N_T}{S} \cdot \frac{N_f}{t} = \sigma(\theta) \cdot \frac{\rho d N_A}{A} \cdot \frac{I_f}{|e|}$$

Folosind valorile din enunț și relația (6) se obține:

$$\frac{\Delta N_\alpha}{\Delta\Omega} \cong 3,04 \cdot 10^{34} \cdot \sigma(\theta) \cong 3,149 \cdot 10^{34} \cdot \sigma^*(\theta^*) \cong 3,149 \cdot 10^5 \text{ particule / (sr} \cdot \text{s)}.$$

Cu:

$$\Delta\Omega = \frac{S}{r^2} \cong 1,11 \cdot 10^{-3} \text{ sr rezultă } \Delta N_\alpha \cong 350 \text{ particule / s}$$

## \$2.2. Cinematică relativistă.

### SR7

Folosind invariantul relativist  $E^2 - (\vec{p}c)^2$ , în care  $E$  este energia totală iar  $\vec{p}$  este impulsul total, în sistemul laborator (SL) și în sistemul centrului de masă (SCM) se obține::

$$(E_a + m_A c^2)^2 - (p_a c)^2 = \left[ \sum_i (T_i' + m_i c^2) \right]^2$$

cu  $E_a = T_a + m_a c^2$ . Deoarece pentru *energia de prag*  $(T_a)_{\text{prag}}$  produșii rezultați, în SCM, au energiile cinetice zero ( $T_i' = 0$ ) și  $E_a^2 - (p_a c)^2 = (m_a c^2)^2$  din relația precedentă rezultă:

$$(m_a c^2 + m_A c^2)^2 + 2m_A c^2 \cdot (T_a)_{\text{prag}} = \left( \sum_i m_i c^2 \right)^2$$

Rezultă:

$$(T_a)_{\text{prag}} = |Q| \cdot \frac{|Q| + 2m_a c^2 + 2m_A c^2}{2m_A c^2}; \quad Q = 2m_a c^2 + 2m_A c^2 - \sum_i m_i c^2$$

*Observație.* : pentru cazul nerelativist  $|Q| \ll 2m_a c^2 + 2m_A c^2$  relația de mai sus devine:

$$(T_a)_{\text{prag}} = |Q| \cdot \frac{m_a + m_A}{m_A}$$

## SR8

1. Folosind invariantul relativist  $E^2 - (\vec{p}c)^2$ , în care  $E$  este energia totală iar  $\vec{p}$  este impulsul total, în sistemul laborator (SL) și în sistemul centrului de masă (SCM) se obține::

$$[(m_p c^2 + T) + m_p c^2]^2 - (pc)^2 = \left( \sum_{i=1}^4 E_i' \right)^2$$

în care  $E_i'$  sunt energiile totale pentru protonii-antiprotonul rezultați după interacție. Deoarece pentru *energia de prag*  $T_{\text{prag}}$  produșii rezultați, în SCM, au energiile cinetice zero ( $E_i' = m_p c^2$ ) din relația precedentă rezultă:

$$T_{\text{prag}} = 6 \cdot m_p c^2$$

Firește rezultatul se putea obține imediat folosind relația pentru energia cinetică de prag obținută în problema precedentă.

2. În acest caz SL coincide cu SCM ( $\vec{p}_{\text{SL}} = \vec{p}_{\text{SCM}} = 0$ ) și ca atare invariantul relativist devine:  $2(T_{\text{prag}} + m_p c^2) = 4 \cdot m_p c^2$ . Se obține:

$$T_{\text{prag}} = m_p c^2$$

*Observație: Se constată avantajul evident pentru varianta ciocnirilor frontale dintre fascicule identice. Acest procedeu se realizează în acceleratoarele cu "inele de acumulare".*

## SR9

1. Din relația :

$$(E_\gamma^2 - p_\gamma^2 c^2)_{\text{SL}} = [E_f^2 - (\vec{p}_f)^2 c^2]_{\text{SCM}}$$

în care  $E_\gamma = p_\gamma c$ ,  $E_f = 2m_a c^2 + T_a + T_{\bar{a}}$  este energia totală finală și  $\vec{p}_f = 0$  rezultă relația absurdă:  $0 = E_f$  căci  $E_f \neq 0$ .

2. Pentru procesul  $a + A = (1) + (2) + (3) + \dots$  s-a demonstrat relația (a se vedea problema **R7**):

$$(T_a)_{\text{prag}} = |Q| \cdot \frac{|Q| + 2m_a c^2 + 2m_A c^2}{2m_A c^2}; \quad Q = m_a c^2 + m_A c^2 - \sum_i m_i c^2$$

Pentru cazul studiat  $\gamma + N \rightarrow e + \tilde{e} + N$ ,  $m_a c^2 = 0$ ,  $m_A c^2 = m_N c^2$ ,  $\sum_i m_i c^2 = 2m_e c^2$ ,

$Q = -2m_e c^2$  rezultă:

$$(E_\gamma)_{\text{prag}} = 2m_e c^2 \left(1 + \frac{m_e}{m_N}\right)$$

2a. In cazul în care partenerul de interacție este un nucleon  $m_N c^2 \gg m_e c^2$  și deci :

$$(E_\gamma)_{\text{prag}} \approx 2m_e c^2 \approx 1.022 \text{ MeV}$$

2b. In cazul în care partenerul de interacție este un electron pentru energia de prag se obține:

$$(E_\gamma)_{\text{prag}} \approx 4m_e c^2 \approx 2.044 \text{ MeV}$$

*Observație: Procese de anihilare în câmpul unor parteneri de interacție ce pot fi electroni, mezozi, nucleoni, etc. au loc frecvent în jerbele cosmice.*

## SR10

1. Folosind invariantul relativist  $E^2 - (\vec{p}c)^2$ , în care E este energia totală iar  $\vec{p}$  este impulsul total, în sistemul laborator (SL) și în sistemul centrului de masă (SCM) se obține::

$$[(E_\gamma)_{\text{prag}} + E_N]^2 - [(\vec{p}_\gamma)_{\text{prag}} + \vec{p}_N]^2 c^2 = (m_{\pi^0} c^2 + m_N c^2)^2$$

Cu:

$$[(E_\gamma)_{\text{prag}}]^2 - [(\vec{p}_\gamma)_{\text{prag}}]^2 c^2 = 0; \quad E_N^2 - (p_N c)^2 = (m_N c^2)^2$$

din relația de mai sus se obține:

$$(E_\gamma)_{\text{prag}} = |Q| \frac{|Q| + 2m_N c^2}{2(E_N - p_N c \cdot \cos\theta)} \text{ cu } |Q| = m_{\pi^0} c^2$$

2. Cu:

$E_N = T + m_N c^2 = 958 \text{ MeV}$ ,  $p_N c = \sqrt{T(T + 2m_N c^2)} \approx 194.73 \text{ MeV}$ ,  $|Q| = 134.97 \text{ MeV}$  energia de prag minimă, pentru  $\theta = \pi$ , va fi:



$$[(E_{\pi})_{\text{prag}}]_{\text{min}} = |Q| \frac{|Q| + 2m_{\pi}c^2}{2(E_N + p_N c)} \approx 117.76 \text{ MeV}$$

## SR11

1. Energia de prag ( a se vedea problema **R7** ) se calculează conform relației

$$(T_{\pi})_{\text{prag}} = |Q| \cdot \frac{|Q| + 2m_{\pi}c^2 + 2m_p c^2}{2m_p c^2}; \quad Q = m_{\pi}c^2 + m_p c^2 - (m_K c^2 + m_{\Sigma} c^2)$$

Se obține  $Q = -604 \text{ MeV}$  și  $(T_{\pi})_{\text{prag}} = 888 \text{ MeV}$

2. Masa efectivă  $mc^2$  pentru un grup de particule, prin definiție, este energia totală, calculată în SCM, a grupului respectiv. Folosind invariantul relativist  $E^2 - (\vec{p}c)^2$ , în care  $E$  este energia totală iar  $\vec{p}$  este impulsul total, în sistemul laborator (SL) și în sistemul centrului de masă (SCM) se obține:

$$\begin{aligned} (mc^2)^2 &= (E_{\pi} + E_p)^2 - (\vec{p}_{\pi}c)^2 = (E_{\pi} + m_p c^2)^2 - (\vec{p}_{\pi}c)^2 = \\ &= (m_{\pi}c^2)^2 + (m_p c^2)^2 + 2E_p(m_p c^2) = \\ &= (m_{\pi}c^2)^2 + (m_p c^2)^2 + 2(m_p c^2) \cdot \sqrt{(m_{\pi}c^2)^2 + (p_{\pi}c)^2} \approx 1933 \text{ GeV} \end{aligned}$$

3. Folosind relația  $\Gamma = h/\tau$  rezultă pentru timpul mediu de viață, exprimat în secunde, când lărgimea  $\Gamma$  se exprimă în "eV" valoarea:

$$\tau \approx \frac{0.66 \cdot 10^{-15}}{240 \cdot 10^6} \approx 2.74 \cdot 10^{-21} \text{ s}$$

4. Din legea conservării momentului cinetic total:  $\vec{I} + \vec{I} = \vec{J}$  rezultă valorile:

$J = 5/2, 7/2$ . Din conservarea parității :  $\Pi_J = \Pi_{\pi} \cdot \Pi_p \cdot (-1)^l = \Pi_{\pi} \cdot \Pi_p \cdot (-1)^3 = 1$  rezultă pentru spin și paritate valorile:

$$J^{\Pi} = \frac{5^+}{2}, \frac{7^+}{2}$$

5. Din conservarea momentului de izospin  $\vec{T} = \vec{I} + \frac{\vec{I}}{2}$  rezultă  $T = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ . Pe de altă parte, proiecția izospinului total pe axa z este  $T_z = T_z(\pi^+) + T_z(p) = 3/2$ . Deoarece  $T \geq |T_z|$  rezultă pentru izospin valoarea  $T = \frac{3}{2}$

## SR12

1. Invariantul relativist în SL și SCM pentru procesul studiat se scrie astfel:

$$(E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 c^2 = (E_1^* + E_2^*)^2$$

sau:

$$(p_1 c + p_2 c)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 c^2 = 2p_1 p_2 c^2 (1 - \cos \Phi) = (E_1^* + E_2^*)^2$$

Folosind relația de legătură dintre energia totală E (în SL) și energia E\* și impulsul p\* (în SCM) obținem:

$$E_{\gamma 1} = \gamma_r [E_1^* + p_1^* u \cdot \cos \theta^*] = \gamma_r \cdot (p^* c) [1 + \beta \cos \theta^*]$$

$$E_{\gamma 2} = \gamma_r [E_2^* + p_2^* u \cdot \cos(\pi - \theta^*)] = \gamma_r \cdot (p^* c) [1 - \beta \cos \theta^*]$$

În relația de mai sus s-a folosit notația  $\beta = u/c$  și egalitatea  $p_1^* = p_2^* = p^*$ . Din relațiile de mai sus rezultă:

$$E_{\gamma 1} E_{\gamma 2} = p_1 p_2 c^2 = (\gamma_r)^2 \cdot (p^*)^2 c^2 [1 - \beta^2 \cos^2 \theta^*]$$

Substituind această expresie în expresia invariantului relativist se obține:

$$2(\gamma_r)^2 \cdot (p^*)^2 c^2 [1 - \beta^2 \cos^2 \theta^*] \cdot (1 - \cos \Phi) = (E_1^* + E_2^*)^2 = (2p^* c)^2$$

De aici rezultă:

$$(\gamma_r)^2 [1 - \beta^2 \cos^2 \theta^*] \cdot (1 - \cos \Phi) = 2(\gamma_r)^2 [1 - \beta^2 \cos^2 \theta^*] \cdot \sin^2(\Phi/2) = 2$$

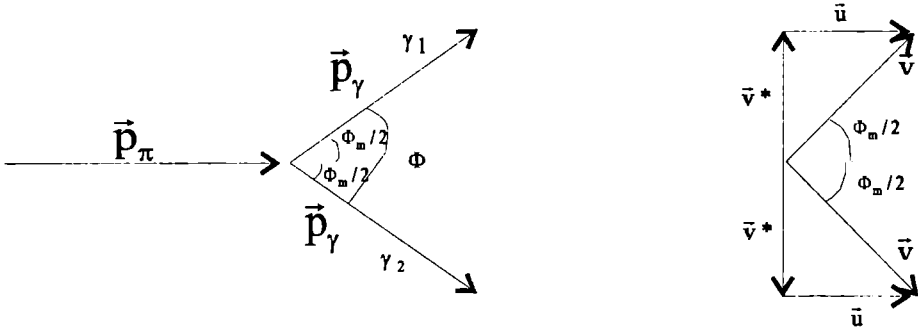
Introducând în această relație mărimile:  $\sin^2(\Phi/2) + \cos^2(\Phi/2) = 1$ ,  $1 - \beta^2 = 1/(\gamma_r)^2$  se obține relația cerută:

$$\cos \theta^* = \pm \frac{\sqrt{\beta^2 - \cos^2(\Phi/2)}}{\beta \cdot \sin(\Phi/2)}$$

2. Din relația precedentă rezultă condiția :  $\cos^2(\Phi/2) \leq \beta^2$  și deci unghiul  $\Phi_m = \Phi_{\min}$  va fi :

$$\cos(\Phi_m/2) = \beta$$

Acestă valoare corespunde emisiei simetrice așa după cum se vede din figura ce urmează.



Intr-adevăr, în cazul emisiei simetrice, se obțin relațiile:

$$p_x = 2p_\gamma \cos(\Phi/2); E_x = 2E_\gamma = 2p_\gamma c$$

de unde rezultă valoarea :

$$\cos \frac{\Phi}{2} = \frac{p_x c}{E_x} = \beta$$

obținută mai sus.

### SR13

1. Din invariantul relativist :

$$(m_\pi c^2)^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 c^2 = 2E_1 E_2 - 2\vec{p}_1 \vec{p}_2 c^2 = 4E_1 E_2 \sin^2(\Phi/2)$$

rezultă:

$$\sin\left(\frac{\Phi}{2}\right) = \frac{m_\pi c^2}{2\sqrt{E_1 E_2}}$$

2. Energia totală  $E = E_1 + E_2$  se conservă și ca atare energia  $E$  este o constantă pentru o interacție precizată. Ca urmare produsul  $E_1 E_2$  este maxim când  $E_1 = E_2 = E/2$  valori pentru care unghiul  $\Phi$  din relația precedentă devine minim și va avea valoarea:

$$\sin\left(\frac{\Phi_m}{2}\right) = \frac{m_\pi c^2}{E} = \frac{m_\pi c^2}{m_\pi c^2 \cdot \gamma_r}; \cos\left(\frac{\Phi_m}{2}\right) = \sqrt{1 - \frac{1}{(\gamma_r)^2}} = \beta \text{ cu } (\gamma_r)^{-1} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

relație identică cu cea obținută pentru  $\Phi_m$  în problema precedentă.

3a. Pentru  $E = m_{\pi_0} c^2$  din relația precedentă rezultă

$$\sin\left(\frac{\Phi_m}{2}\right) = 1 \rightarrow \Phi_m = \pi$$

*Comentariu: Acest rezultat se putea intui imediat căci în acest caz cele două sisteme de referință (SL și SCM) sunt identice și, ca urmare, când o cuantă  $\gamma$  este emisă la un unghi oarecare  $\theta$  cealaltă este emisă la unghiul  $\pi - \theta$ ; ca urmare unghiul dintre cele două cuante  $\gamma$  va fi  $\pi$ .*

3b. In acest caz:

$$\sin\left(\frac{\Phi_m}{2}\right) = 1 \rightarrow \Phi_m = \pi / 3$$

3c. In cazul ultrarelativist  $E \rightarrow \infty$  și deci:

$$\sin\left(\frac{\Phi_m}{2}\right) = 0 \rightarrow \Phi_m = 0$$

## SR14

1. Din invariantul relativist în SCM:

$$(m_\pi c^2)^2 = (E_\mu^* + E_\nu^*)^2$$

rezultă:

$$m_\pi c^2 = E_\mu^* + E_\nu^*$$

Deoarece în SCM  $\vec{p}_\mu^* = -\vec{p}_\nu^* = \vec{p}^*$  și  $E_\nu^* = p^* c$  din relația de mai sus rezultă:

$$(m_\pi c^2 - E_\mu^*)^2 = (E_\nu^*)^2 = (p^* c)^2 = (E_\mu^*)^2 - (m_\mu c^2)^2$$

Se obține:

$$E_\mu^* = \frac{(m_\pi c^2)^2 + (m_\mu c^2)^2}{2 \cdot (m_\pi c^2)} \approx 109.375 \text{ MeV}$$

Folosind relația de legătură a energiilor în cele două sisteme de referință ( a se vedea problema **R12**), pentru energia mezonilor  $\mu$  în SL se obține:

$$E_{\mu} = \gamma_r \cdot [E_{\mu}^* + \mathbf{p}_{\mu}^* \cdot (\beta \mathbf{c}) \cdot \cos \theta^*]$$

Cu:

$$\gamma_r = \frac{E_{\pi}}{m_{\pi} c^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{m_{\pi} c^2 + T_{\pi}}{m_{\pi} c^2} = 2 \rightarrow \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

și ținând cont că unghiul  $\theta^*$  poate lua orice valoare între 0 și  $\pi$  rezultă pentru energia mezonilor  $\mu$  relația:

$$E_{\mu} = 2 \cdot [E_{\mu}^* \pm \mathbf{p}_{\mu}^* \cdot (\beta \mathbf{c})] = T_{\mu} + m_{\mu} c^2$$

Pentru plaja valorilor cinetice rezultă:

$$58.21 \leq T_{\mu} \leq 166.79 \text{ MeV}$$

2. Relația relativisă de legătură între unghiurile din cele două sisteme conduce la:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sin \theta^*}{\gamma_r \cdot [\cos \theta^* + (v_{\text{CM}} / v_{\mu}^*)]} = \frac{\sin \theta^*}{\gamma_r \cdot [\cos \theta^* + (\beta E_{\mu}^* / cp^*)]} = \frac{\sin \theta^*}{2 \cdot \cos \theta^* + 5.811}$$

Din condiția de extremum (maxim în cazul studiat) :

$$\left. \frac{d(\operatorname{tg} \theta)}{d\theta^*} \right|_{\theta_0} = 0$$

rezultă succesiunea valorilor::

$$\cos \theta_0^* \approx -0.344; \sin \theta_0^* \approx 0.939; \operatorname{tg} \theta_M(\theta_0^*) \approx 0.183 \rightarrow \theta_M \approx 10.4^\circ$$

### \$2.3. Mecanisme de reacție. Secțiuni eficiente.

#### SR15

1. Conform enunțului  $f(\theta) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \int \Psi_f^* V(\mathbf{r}) \Psi_i d\vec{r} = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} M_{if}$  în care elementul de matrice este definit astfel:

$$M_{if} = \int \exp(-i\vec{k}_f \cdot \vec{r}) \cdot V(\mathbf{r}) \cdot \exp(i\vec{k}_i \cdot \vec{r}) \cdot d\vec{r} = \int \exp(i\vec{q} \cdot \vec{r}) \cdot V(\mathbf{r}) \cdot d\vec{r}$$

în care transferul de impuls este definit astfel:  $\hbar\bar{q} = \bar{p}_i - \bar{p}_f$

În sistemul de coordonate în care axa oZ este pe direcția vectorului  $\bar{q}$  față de care vectorul  $\bar{r}$  are coordonatele sferice  $\{r, \theta, \varphi\}$  elementul de matrice devine:

$$M_{if} = \int e^{iqr\cos\theta} V(r)r^2 dr \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi = kZ_p Z_T e^2 \int e^{-r/d} r \cdot dr \int e^{iqr\cos\theta} \sin\theta \cdot d\theta \int d\varphi$$

Cu substituția  $x = qr\cos\theta$  integralele pe unghiurile  $\theta$  și  $\varphi$  devin:

$$\int e^{iqr\cos\theta} \sin\theta \cdot d\theta \int d\varphi = -\frac{2\pi}{qr} \int e^{ix} dx = -\frac{2\pi}{iqr} e^{iqr\cos\theta} \Big|_0^\pi = \frac{1}{iqr} (e^{iqr} - e^{-iqr})$$

Pentru elementul de matrice se obține:

$$M_{if} = \frac{2\pi k Z_p Z_T e^2}{iq} \int_0^\infty \{e^{(iq-1/d)r} - e^{(iq+1/d)r}\} dr = -\frac{4\pi k Z_p Z_T e^2}{q^2} \cdot \frac{q^2 d^2}{1+q^2 d^2}$$

Cu această valoare secțiunea diferențială devine:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 = \frac{4(\pi k Z_p Z_T e^2) \mu^2}{(\hbar q)^4} \cdot \left( \frac{q^2 d^2}{1+q^2 d^2} \right)^2$$

2a. Din relația precedentă se constată că pentru  $qd \gg 1$ , transfer mare de impuls și deci energii incidente relativ mari, se obține secțiunea diferențială Rutherford:

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_R = \frac{4(\pi k Z_p Z_T e^2) \mu^2}{(\hbar q)^4}$$

Din relația  $\hbar\bar{q} = \bar{p}_i - \bar{p}_f$  rezultă  $\hbar q = 2p \sin \frac{\theta}{2}$ . Ca urmare condiția  $qd \gg 1$  nu poate fi îndeplinită pentru unghiuri mici de împrăștiere. Așa dar pentru  $qd \gg 1$  se obține relația Rutherford pentru secțiunea diferențială dar nu și pentru unghiuri de împrăștiere foarte mici.

2b. Secțiunea diferențială Rutherford se obține de asemenea în cazul câmpului coulombian necrănat adică pentru condiția

$$d \rightarrow \infty$$

indiferent de unghiul de împrăștiere.

Să observăm că secțiunea Rutherford se poate scrie și sub forma:

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_R = \frac{4(\pi k Z_p Z_T e^2) \mu^2}{(\hbar q)^4} = \frac{a_c^2}{4 \cdot \sin^4(\theta/2)}; \text{ cu } a_c = \frac{kZ_p Z_T e^2}{2T}$$

în care  $T$  este energia sistemului proiectil-nucleu țintă în SCM. Mărimea  $a_c$  este cunoscută sub denumirea de *lungimea caracteristică a împrăștierei coulombiene*.

3. Din relația  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2\pi b|db|}{d\Omega}$  rezultă

$$b|db| = \frac{a_c^2}{2} \cdot \frac{\cos(\theta/2)}{\sin^3(\theta/2)} d\theta = \frac{a_c \cdot \cos(\theta/2)}{\sin(\theta/2)} \cdot \left| d\left( \frac{a_c \cdot \cos(\theta/2)}{\sin(\theta/2)} \right) \right|$$

Pentru parametrul de ciocnire rezultă relația clasică:

$$b(\theta) = a_c \cdot \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}$$

*Comentariu: Se constată că pentru unghiuri mici  $\theta \rightarrow 0$  parametrul de ciocnire tinde spre infinit situație pentru care ecranarea sarcinii nucleului țintă de electronii atomului nu poate fi neglijată. În tratarea clasică de tip Rutherford nu se ține cont de această ecranare motiv pentru care secțiunea diferențială  $\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_R \rightarrow \infty$  pentru  $\theta \rightarrow 0$*

4. Având în vedere că la distanțe foarte mari proiectil-nucleu țintă  $V(r)=0$  legea conservării energiei totale este:

$$E = T = T(r) + V(r)$$

în care  $E$  este energia totală egală cu energia cinetică  $T$  pentru  $r \rightarrow \infty$ . Folosind legea conservării energiei totale pentru conservarea momentului cinetic rezultă:

$$b \cdot \sqrt{2\mu T} = r \cdot \sqrt{2\mu T(r)} = r \cdot \sqrt{2\mu [T - V(r)]}$$

sau:  $b = r \cdot \sqrt{\left( 1 - \frac{V(r)}{T} \right)}$ . Pentru  $r = r_{\min}$  și  $V(r_{\min}) = k \frac{Z_p Z_T e^2}{r}$ , rezolvând o ecuație de gradul doi se obține:  $r_{\min}(\theta) = a_c \{ 1 \pm 1/\sin(\theta/2) \}$ . Deoarece  $\sin(\theta/2) \leq 1$  rezultă singura soluție posibilă:

$$r_{\min}(\theta) = a_c \cdot \left( 1 + \frac{1}{\sin(\theta/2)} \right)$$

relație bine cunoscută în teoria lui Rutherford pentru împrăștierea elastică în câmp coulombian fără ecranare.

## SR16

$$1. T = T_L \frac{m(^{64}\text{Ni})}{m(^{16}\text{O}) + m(^{64}\text{Ni})} = 48 \text{ MeV}$$

2. Conform relației dedusă în problema precedentă distanța minimă corespunde unghiului  $\theta = 180^\circ$ ; se obține:

$$d = r_{\min}(180^\circ) = a_c \cdot \left(1 + \frac{1}{\sin(180^\circ/2)}\right) = 2a_c; a_c = \frac{kZ_p Z_T e^2}{2T} \approx 3.36 \text{ F}; d \approx 6.72 \text{ F}$$

În obținerea acestei valori s-a folosit aproximația:  $ke^2 \approx 1.44 \text{ MeV} \cdot \text{F}$

$$3. \text{ Folosind relația } b(\theta) = a_c \cdot \text{ctg} \frac{\theta}{2} \text{ se obține } b(1^\circ) \approx 385 \text{ F}$$

$$4. \text{ Raza de interacție este } R = r_0 \cdot \{A^{1/3} (^{16}\text{O}) + A^{1/3} (^{64}\text{Ni})\} = 8.475 \text{ F}. \text{ Din condiția}$$

$$R = r_{\min}(\theta_c) = a_c \cdot \left(1 + \frac{1}{\sin(\theta_c/2)}\right) \text{ rezultă } \theta_c \approx 82^\circ$$

În consecință pentru unghiuri de împrăștiere, în SCM,  $\theta < 82^\circ$  procesul de interacție este strict coulombian.

Folosind relația de legătură între unghiul  $\theta_L$  și  $\theta$

$$\text{tg} \theta_L = \frac{\sin \theta}{\cos \theta + m(^{16}\text{O})/m(^{64}\text{Ni})}$$

echivalentul unghiului  $\theta = 82^\circ$  în sistemul laborator este  $\theta_L \approx 68.5^\circ$ .

5. În cazul împrăștierii Rutherford pentru  $\theta \geq 1^\circ$  secțiunea diferențială  $\sigma(\theta \geq 1^\circ) \leq \sigma(\theta = 1^\circ)$  și ca atare procesul de împrăștiere înainte (la unghiuri mici) va fi favorizat.

Pentru o țintă subțire numărul de interacții  $N_{\text{int}}$  în unitatea de timp și în unitatea de unghi solid este dat de relația:

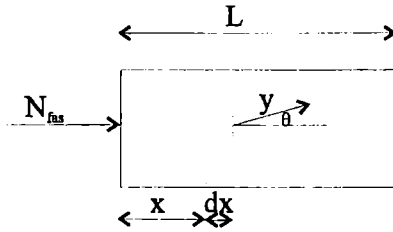
$$N_{\text{int}} = \frac{N_{\text{fas}} \cdot N_T \cdot \sigma(\theta)}{S} = N_{\text{fas}} \cdot [nL \cdot \sigma(\theta)]$$

Rezultă că probabilitatea de a avea o singură ciocnire va fi :

$$P_1 = \frac{N_{\text{int}}}{N_{\text{fas}}} = nL \cdot \sigma(\theta)$$



Calculăm probabilitatea  $P_2$  ca în țintă să aibă loc două ciocniri succesive. În acord cu figura de mai jos rezultă că probabilitatea ca în stratul  $x$  să nu aibă loc nici-o ciocnire este  $1-nx\sigma(\theta)$  iar  $nx\sigma(\theta)$  este probabilitatea ca ciocnirea să aibă loc în stratul  $x, x+dx$ . Următoarea ciocnire trebuie să aibă loc pe distanța  $y=(L-x)/\cos(\theta)\approx(L-x)$  și va avea probabilitatea  $n(L-x)\sigma(\theta)$ . În obținerea acestei relații s-a ținut cont de faptul că secțiunea



diferențială Rutherford este foarte mare la unghiuri mici și deci  $\cos(\theta)\approx 1$ . Considerând procesele de mai sus independente rezultă că probabilitatea de a avea două ciocniri în intervalul  $(x, x+dx)$  și  $(L-x)$  este produsul probabilităților de mai sus :

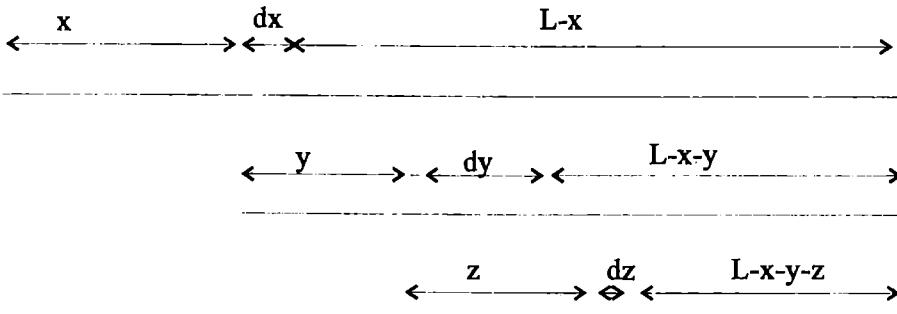
$$P_2(x)dx = [1 - nx\sigma(\theta)] \cdot [ndx\sigma(\theta)] \cdot [n(L-x)\sigma(\theta)] \approx n^2(L-x)\sigma^2(\theta) dx$$

În obținerea acestei relații s-a ținut cont de faptul că ținta este subțire adică  $nx\sigma(\theta) < 1$ . Probabilitatea totală, pentru orice  $x$ , va fi:

$$P_2 = \int_0^L n^2(L-x)\sigma^2(\theta) dx = \frac{n^2 L^2 \sigma^2(\theta)}{2} = \frac{P_1^2}{2}$$

*Comentariu: Desigur relațiile de mai sus se pot generaliza pentru cazul a  $n$  ciocniri.*

*Astfel, de exemplu, pentru 4 ciocniri succesive, conform figurii ce urmează,*



*definim probabilitățile:*

*- probabilitatea de a străbate distanța  $x$  fără interacție și de a interacționa în intervalul  $x, x+dx$  este  $(1-nx\sigma) n\sigma dx$*

- probabilitatea de a străbate distanța  $y$  fără interacție și de a interacționa în intervalul  $y, y+dy$  este  $(1-ny\sigma) n\sigma dy$

- probabilitatea de a interacționa în intervalul  $z, z+dz$  ca și în intervalul următor  $(L-x-y-z)$  este  $(1-nz\sigma) n\sigma dz [n(L-x-y-z)\sigma]$

Având în vedere că ținta este subțire ( $nx\sigma \ll 1$ ,  $ny\sigma \ll 1$ , etc) rezultă pentru probabilitatea  $P_4$  relația:

$$P_4 = \int_0^L dx \int_0^{L-x} dy \int_0^{L-x-y-z} [(n\sigma)^4 (L-x-y-z)] dz = (n\sigma)^4 \int_0^L dx \int_0^{L-x} \left[ \frac{(L-x-y)^2}{2} \right] dy =$$

$$= \frac{(n\sigma)^4}{6} \int_0^L (L-x)^3 dx = \frac{(nL\sigma)^4}{4!}$$

Din relațiile de mai sus rezultă că probabilitatea pentru  $k$  ciocniri va fi:

$$P_k = \frac{(nL\sigma)^k}{k!}$$

În cazul unei ținte groase probabilitatea unei ciocniri este  $P_1 = 1 - e^{-nL\sigma}$ . Pentru  $(nL\sigma) \ll 1$  se obține probabilitatea pentru o țintă subțire. Pentru o țintă groasă un mod rapid de a obține probabilitatea pentru  $k$  ciocniri constă în a împărți grosimea ținte  $L$  în  $N$  intervale de grosime  $L/N$  în care  $N$  este foarte mare în comparație cu numărul de ciocniri  $k$ . În acest caz probabilitatea să aibă loc  $k$  ciocniri, în oricare  $k$  intervale posibile este:

$$P_k = C_N^k e^{-n[L \cdot k(L/N)]\sigma} \{1 - e^{-n(L/N)\sigma}\}^k$$

Pentru  $k \ll N$  se obține:

$$P_k = \frac{(nL\sigma)^k}{k!} e^{-nL\sigma}$$

Această relație (Legea Poisson) generalizează relația de mai sus.

Din condiția  $P_2 = \frac{n^2 L^2 \sigma^2 (\theta)}{2} \leq \frac{n^2 L^2 \sigma^2 (\theta = 1^0)}{2} \leq 1$  în care :

-  $\sigma(\theta = 1^0) = \pi b^2(1^0) \approx 4.6 \cdot 10^3 b$

-  $n = \frac{\rho}{A} N_A \approx 8.32 \cdot 10^{28}$  atomi /  $m^3$

rezultă

$$L \leq 3.7 \mu\text{m}$$

6. Deoarece pentru unghiul  $\theta = 60^\circ < \theta_c \approx 82^\circ$  rezultă că secțiunea diferențială este strict de tip Rutherford și deci:

$$\sigma(\theta = 60^\circ) = \left( \frac{a_c^2}{4 \cdot \sin^4(\theta/2)} \right)_{\theta=60^\circ} \approx 450 \text{ mb / sr}$$

7. Relația de legătură între secțiunile diferențiale în SL și SCM este (a se vedea paragraful *Cinematica nerelativistă*).

$$\sigma_L(\theta_L) = \sigma(\theta) \cdot \frac{(1 + \chi^2 + 2\chi \cos \theta)^{3/2}}{1 + \chi \cos \theta} \quad \text{cu } \chi = \frac{m(^{16}\text{O})}{m(^{64}\text{Ni})}$$

se obține:  $\sigma_L(\theta_L) = 1.3366 \cdot \sigma(\theta) \approx 601.47 \text{ mb / sr}$ . Din intensitatea curentului fasciculului incident  $I = 10 \text{ nA}$  cu  $I = Q/t = N_{\text{fas}} \cdot |e|/t$  rezultă  $N_{\text{fas}}/t = I/|e|$ . Ca urmare numărul de ioni de  $^{16}_8\text{O}$  înregistrați în unitatea de timp și în unghiul solid  $\Delta\Omega$  va fi:

$$\Delta N_{\text{int}} = \sigma_L(\theta) \cdot \frac{nL \cdot N_{\text{fas}}}{t} \cdot \Delta\Omega = \sigma_L(\theta) \cdot \frac{nL \cdot I}{|e|} \cdot \frac{S_d}{r_d^2} \approx 1286 \text{ ioni / s}$$

În relația de mai sus  $S_d$  este suprafața detectorului aflat la distanța  $r_d$  de ținta de nichel.

## SR17

1. Pentru procesul  $^{12}_6\text{C} + ^{13}_6\text{C}$  se obțin valorile:

$$a_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z_{(12\text{C})} Z_{(13\text{C})} e^2}{2T} \approx 12.96 \text{ F}; \quad \lambda = \frac{\hbar c}{\sqrt{2\mu c^2 T}} \approx \frac{4.564}{\sqrt{\mu T}} \approx 1.29 \text{ F}; \quad \eta \approx 10.05 \gg 1$$

Faptul că parametrul Sommerfeld este mult mai mare ca unitatea atestă faptul că procesul poate fi tratat *semiclassic*.

Înălțimea barierei coulombiene pentru procesul studiat este:

$$B_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z_{(12\text{C})} Z_{(13\text{C})} e^2}{r_0 \cdot (A_{(12\text{C})}^{1/3} + A_{(13\text{C})}^{1/3})} \approx 8.6 \text{ MeV}$$

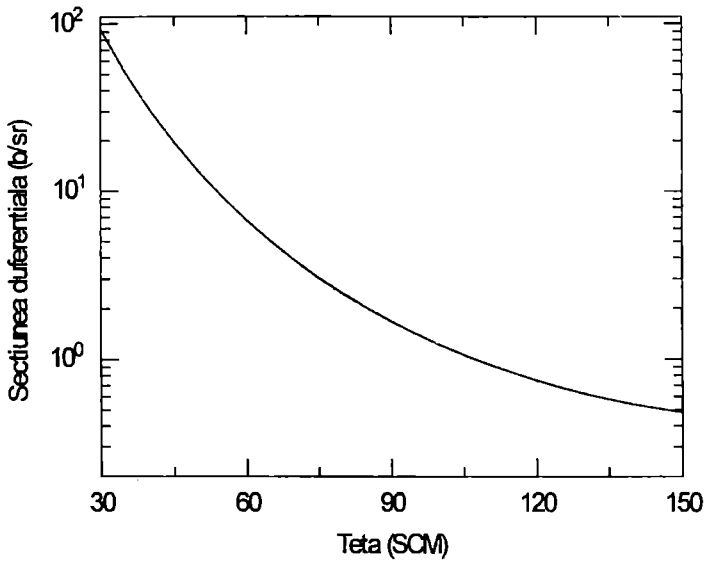
mult mai mare decât energia cinetică  $T$ . Ca urmare procesul are loc, practic, în câmpul forțelor coulombiene și poate fi tratat semiclassical.

Precizare In obținerea valorilor de mai sus s-a folosit faptul că :  $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \approx 1.44 \text{ MeV} \cdot \text{F}$

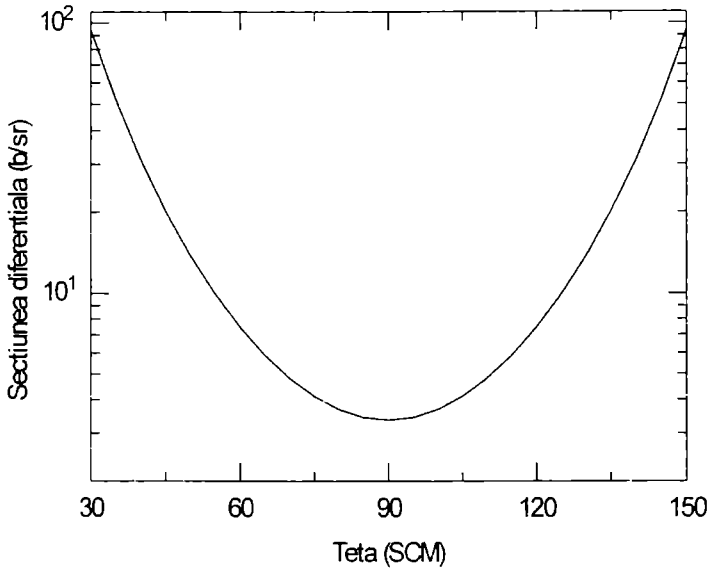
2. Secțiunea diferențială se definește astfel:

$$\sigma(\theta) = \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = |f_c(\theta)|^2 = \frac{a_c^2}{4 \sin^4(\theta/2)} \approx \frac{0.4199}{\sin^4(\theta/2)} \text{ (b / sr)}$$

Această relație este identică cu relația obținută de Rutherford pentru împrăștierea în câmp coulombian. Graficul acestei secțiuni este prezentat în figura ce urmează.



3. Interacțiunile  ${}^{12}_6\text{C} + {}^{12}_6\text{C}$ ,  ${}^{13}_6\text{C} + {}^{13}_6\text{C}$  sunt generate de același potențial coulombian. Având în vedere că are loc interacția dintre doi parteneri identici, din punct de vedere clasic, în SCM când nucleul proiectil se împrăștie la unghiul  $\theta$ , nucleul țintă se împrăștie la unghiul  $(\pi - \theta)$  iar când nucleul țintă se împrăștie la unghiul  $\theta$ , nucleul proiectil împrăștie la unghiul  $(\pi - \theta)$ . Ca urmare, din punct de vedere clasic, secțiunea diferențială va fi suma secțiunilor  $\sigma(\theta) + \sigma(\pi - \theta)$  în care  $\sigma(\theta)$  este secțiunea diferențială calculată în punctul precedent. Grafic cerut este prezentat în figura ce urmează:



4a. Din punct de vedere cuantic trebuie să ținem cont de faptul că pentru sistemul de bozoni  ${}^1_2\text{C} + {}^1_2\text{C}$  funcția de undă totală trebuie să fie simetrică. Deoarece spinul sistemului  $S=0$  și izospinul  $T=0$  rezultă că funcția de undă de împrăștiere (funcția ce depinde de coordonatele spațiale) a bozonilor trebuie să fie simetrică la inversia spațială. Deoarece prin inversia spațială ( $\vec{r} \xrightarrow{\hat{P}} -\vec{r}$ ) unghiul  $\theta$  trece în  $(\pi - \theta)$ . Deoarece funcția de împrăștiere este proporțională cu :

$$\Psi(\vec{r}) \propto f_c(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}$$

rezultă că prin inversia spațială se obține;

$$\Psi(-\vec{r}) \propto f_c(\pi - \theta) \frac{e^{ikr}}{r}; \Psi(\vec{r}) = \Psi(-\vec{r})$$

Rezultă pentru secțiunea cerută:

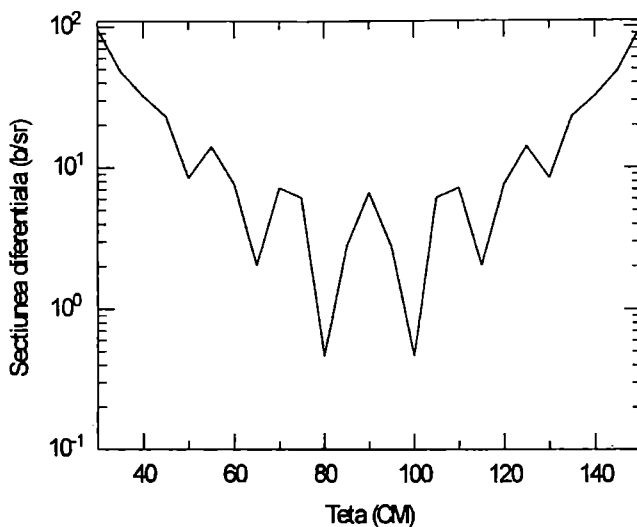
$$\sigma_{12\text{C}+12\text{C}}(\theta) = |f_c(\theta) + f_c(\pi - \theta)|^2 = \sigma(\theta) + \sigma(\pi - \theta) + 2 \operatorname{Re}\{f_c(\theta) \cdot f_c^*(\pi - \theta)\} \text{ (b / sr)}$$

Cu:

$$2 \operatorname{Re}\{f_c(\theta) \cdot f_c^*(\pi - \theta)\} = \frac{a_c^2}{2 \sin^2(\theta/2) \cdot \cos^2(\theta/2)} \cdot \cos\left\{\eta \cdot \ln \frac{\cos^2(\theta/2)}{\sin^2(\theta/2)}\right\} \approx$$

$$\approx \frac{0.8398}{\sin^2(\theta/2) \cdot \cos^2(\theta/2)} \cdot \cos\left\{\eta \cdot \ln \frac{\cos^2(\theta/2)}{\sin^2(\theta/2)}\right\}$$

pentru secțiunea cerută se obține graficul ce urmează:



4b. Din punct de vedere cuantic trebuie să ținem cont de faptul că pentru sistemul de fermioni  ${}^{13}_6\text{C} + {}^{13}_6\text{C}$  funcția de undă totală trebuie să fie antisimetrică. Deoarece izospinul sistemului este  $T=1$  vom distinge cazurile  $S=0$  și  $S=1$ :

- Pentru starea singlet  $S=0$  (funcție antisimetrică pentru coordonatele de spin) funcția de undă pentru coordonatele spațiale ( funcția de împrăștiere) trebuie să fie simetrică la inversia spațială și deci amplitudinea de împrăștiere pentru starea singlet ( $s$ ) și secțiunea diferențială corespunzătoare vor fi:

$$f_s = f_c(\theta) + f_c(\pi - \theta); \quad \sigma_s = \frac{1}{4}|f_s|^2 = \frac{1}{4}|f_c(\theta) + f_c(\pi - \theta)|^2$$

În relația de mai sus s-a ținut cont de faptul că ponderea stărilor singlet ( o singură stare din patru) este de  $1/4$ .

- Pentru starea triplet  $S=1$  ( simetrică pe coordonatele de spin) funcția de împrăștiere trebuie să fie impară la inversia spațială :

$$\Psi(-\vec{r}) \propto f_c(\pi - \theta) \frac{e^{i\mathbf{k}\cdot\vec{r}}}{r}; \quad \Psi(-\vec{r}) = -\Psi(\vec{r})$$

și ca atare amplitudinea de împrăștiere pentru starea triplet ( $t$ ) și secțiunea diferențială corespunzătoare vor fi:

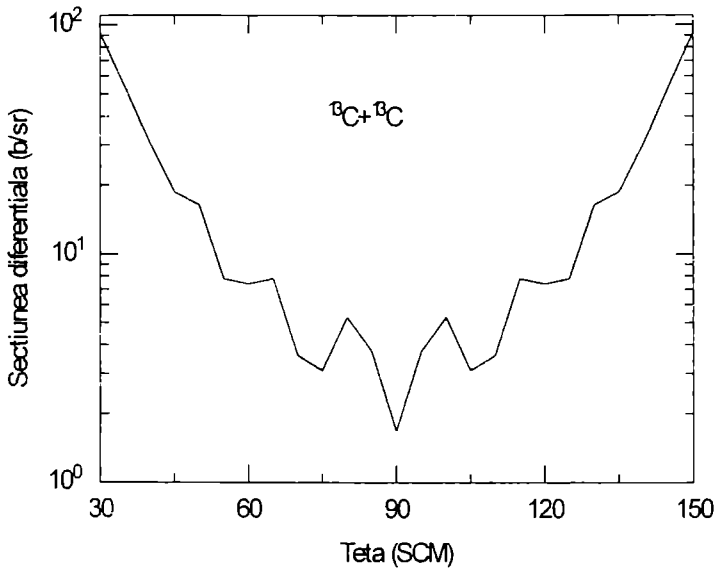
$$f_t = f_c(\theta) - f_c(\pi - \theta); \quad \sigma_t = \frac{3}{4}|f_t|^2 = \frac{3}{4}|f_c(\theta) - f_c(\pi - \theta)|^2$$

Factorul  $3/4$  reprezintă ponderea stărilor triplet.

Secțiunea diferențială va fi:

$$\sigma_{^{13}\text{C}+^{13}\text{C}}(\theta) = \sigma_s + \sigma_t = \sigma(\theta) + \sigma(\pi - \theta) - \text{Re}\{f_c(\theta) \cdot f_c^*(\pi - \theta)\} \text{ (b / sr)}$$

Cu expresia  $\text{Re}\{f_c(\theta) \cdot f_c^*(\pi - \theta)\}$  obținută mai sus se obține graficul ce urmează:



*Precizare: Ponderea stărilor triplet și singlet se poate determina din teoria generală a reacțiilor nucleare. Secțiunea diferențială în cazul general, în funcție de amplitudinea de reacție  $A_{\alpha's'\mu',\alpha s\mu}$  în care  $s$  este spinul de canal iar  $\mu$  sunt proiecțiile posibile ale spinului de canal, se exprimă prin relația*

$$\frac{d\sigma_{\alpha',\alpha}}{d\Omega} = \frac{1}{(2I_p + 1)(2I_T + 1)} \sum_{s,s',\mu',\mu} |A_{\alpha's'\mu',\alpha s\mu}|^2$$

în care  $I_p, I_T$  este spinul proiectilului și, respectiv, spinul nucleului țintă. În cazul ne fiind vorba de o împrăștiere elastică în câmp coulombian avem  $\alpha' = \alpha, s' = s, f_{s,\mu} = A_{\alpha s \mu, \alpha s \mu}$  se obține:

$$\frac{d\sigma_{\alpha,\alpha}}{d\Omega} = \frac{1}{(2I_p + 1)(2I_T + 1)} \sum_{s,\mu} |f_{s,\mu}|^2 = \frac{1}{4} \{ |f_{1,1}|^2 + |f_{1,0}|^2 + |f_{1,-1}|^2 + |f_{0,0}|^2 \}$$

Deorece:  $|f_{1,1}|^2 = |f_{1,0}|^2 = |f_{1,-1}|^2 = |f_l|^2$  și  $|f_{0,0}|^2 = |f_s|^2$  rezultă:

$$\sigma(\theta) = \frac{d\sigma_{\alpha,\alpha}}{d\Omega} = \frac{3}{4} |f_l|^2 + |f_s|^2$$

## SR18

1. Momentul cinetic maxim  $L$  este dat, clasic, de relația  $L = b_1 p = b_1 \cdot \hbar / \lambda$ . Din punct de vedere cuantic  $L = \hbar \sqrt{l(l+1)} \approx \hbar \cdot l$ . Rezultă:  $b_1 = l \cdot \lambda$ . Din relațiile de mai sus în care  $b_1$  este parametrul de ciocnire pentru unda parțială  $l$ , rezultă:  $b_1 = l \cdot \lambda$ . Este ca și cum particulele sunt situate pe suprafețe cilindrice de raze  $\lambda, 2\lambda, 3\lambda$ , etc. În realitate, ca urmare a principiului de incertitudine  $\Delta p \cdot \Delta r \approx \hbar$  rezultă  $\Delta b \approx \lambda$  și deci fiecare parametru de ciocnire  $b_1$  se determină cu aproximația  $\lambda$ . În consecință, zona cu  $b_1 < \lambda$  conține particule cu momentul orbital  $l=1$ , următoarea zonă cu  $\lambda < b_1 < 2\lambda$  conține particule cu  $l=1$ , etc. În consecință particulele cu momentul orbital  $l$  cu  $l \cdot \lambda < b_1 < (l+1) \cdot \lambda$  vor avea o suprafață efectivă geometrică definită de relația:

$$\sigma_l = \pi[(l+1)^2 - l^2] = \pi \lambda^2 (2l+1)$$

Parametrul de ciocnire maxim se determină din condiția ca acesta să fie egal cu raza de interacție și deci:  $b_{lM} = R = \hbar \cdot l_M; l_M = R / \lambda$ . Suprafața efectivă geometrică a undelor parțiale cu  $l \leq l_M$ , deci secțiunea de reacție conform acestei tratări semiclassical, va fi:

$$\sigma_r = \sum_0^{l_M} \sigma_l = \pi \lambda^2 \sum_0^{l_M} (2l+1) = \pi \lambda^2 (l_M + 1)^2 = \pi (R + \lambda)^2$$

S-a obținut relația din enunț.

2. Pentru a afla secțiunea proceselor elastice vom folosi următoarea analogie cu procesele optice. Fie două obiecte complet absorbante (*corpuri negre*), o fantă într-un ecran și un obiect (dop) ce are exact dimensiunile fantei. În acest caz, după cum se demonstrează în optică, imaginea de difracție pe fantă este identică cu imaginea de difracție pe obiect. Asimilând nucleul cu un obiect de forma unui disc de rază  $R$  complet



absorbant și fanta de formă circulară de rază  $R$  rezultă că undele plane, asociate neutronilor incidenti, se vor difracta (difracție Fraunhofer) identic datorită fantei (proces echivalent cu procesul de împrăștiere elastică nucleară  $\sigma_e$ ) și datorită discului absorbant (echivalentul procesului de reacție din punc de vedere nuclear  $\sigma_r$ ). Rezultă de aici că

$$\sigma_e = \sigma_r = \pi(R + \lambda)^2$$

*Observație: Procesul optic succint prezentat mai sus este cunoscut sub denumirea de "teorema lui Babinet"*

3. Secțiunea elastică și de reacție, se definește în funcție de elementele matricei de împrăștiere  $S$ , fără considerarea spinilor, prin relațiile:

$$\sigma_e = \pi\lambda^2 \sum_l (2l+1) |1 - S_{l,l}|^2; \sigma_r = \pi\lambda^2 \sum_l (2l+1) \left[1 - |S_{l,l}|^2\right]$$

Reamintim că elementele matricei de împrăștiere pot fi considerați ca echivalenți unor *coeficienți de reflexie* și ca urmare pentru toate undele parțiale cu  $l \leq l_M$  pentru care are loc absorbție toate elementele matricei de împrăștiere  $S_{l,l}$  sunt zero. Substituind aceste valori în relațiile de mai sus se obține:

$$\sigma_e = \sigma_r = \sum_l^{l_M} (2l+1) = \pi(R + \lambda)^2$$

4. Cu  $S_{l,l} = 0$  pentru toate undele parțiale cu  $l \leq l_M = R / \lambda$  amplitudinea pentru împrăștierea elastică devine:

$$f(\theta) = i \frac{\lambda}{2} \sum_l (2l+1) P_l(\cos \theta)$$

sau, făcând transformarea  $\sum \rightarrow \int$

$$f(\theta) = i \frac{\lambda}{2} \sum_l (2l+1) P_l(\cos \theta) \approx i \frac{\lambda}{2} \int_0^{l_M} 2l \cdot J_0(2l \sin \frac{\theta}{2}) dl$$

În această relație s-a folosit aproximația  $(2l+1) \approx 2l$  dat fiind faptul că în proces participă multe unde parțiale. Cu substituția  $z = 2l \sin(\theta/2)$  se obține:

$$f(\theta) \approx i \frac{\lambda}{4 \sin^2(\theta/2)} \int_0^{l_M} z J_0(z) dz = i \frac{\lambda}{4 \sin^2(\theta/2)} \int_0^{l_M} d[z J_1(z)] = i \frac{R}{2 \sin(\theta/2)} J_1\left(2 \frac{R}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2}\right)$$

Pentru secțiunea diferențială se obține:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 = \frac{R^4}{\lambda^2} \left| \frac{J_1\left(2\frac{R}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2}\right)}{2\frac{R}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2}} \right|^2$$

relație binecunoscută în optică pentru intensitatea luminoasă difractată la unghiul  $\theta$ . Folosind aproximația precizată în textul problemei:

$$|J_1(z)|^2 \approx \frac{2}{\pi z} \sin^2\left(z - \frac{\pi}{4}\right)$$

pentru secțiunea diferențială se obține:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\lambda R}{4\pi} \frac{\sin^2(qR - \pi/4)}{\sin^3(\theta/2)}; q = \frac{2}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2}$$

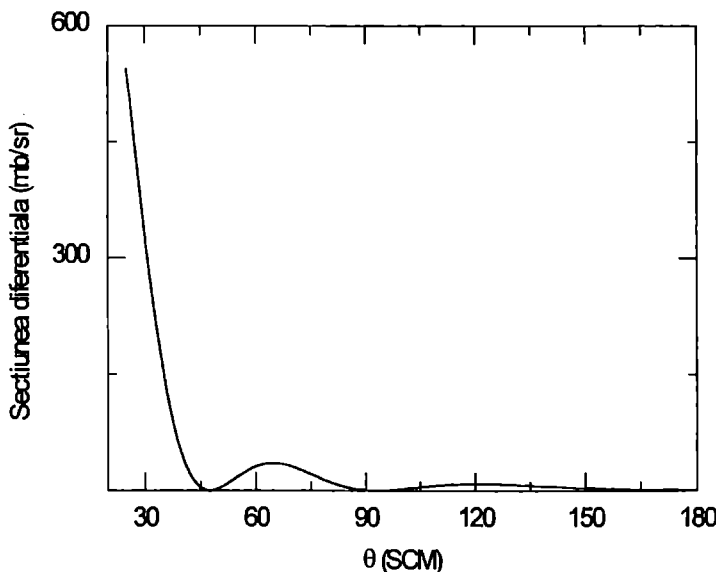
în care  $\hbar q = 2p \sin \frac{\theta}{2}$  este transferul de impuls.

Cu  $\lambda = \frac{\hbar c}{\sqrt{2\mu c^2 T}} \approx \frac{4.564}{\sqrt{\mu T}} \approx 1.23 \text{ F}$  și  $R = 6 \text{ F}$  condiția  $\frac{2R}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2} \geq 2$  se realizează pentru

unghiurile de împrăștiere  $\theta \geq 24^\circ$

Cu valorile de mai sus pentru secțiunea diferențială (în mb/sr) se obține relația de calcul:  $\frac{d\sigma}{d\Omega} (\text{mb/sr}) \approx 5.87 \frac{\sin^2[9.756 \cdot \sin(\theta/2) - \pi/4]}{\sin^3(\theta/2)}$ . Graficul acesteia pentru unghiuri

$\theta \geq 24^\circ$  este redat în figura următoare.



Se remarcă caracterul difracțional al secțiunii diferențiale. Secțiunea devine zero pentru valorile:

$$\sin \frac{\theta_m}{2} = \frac{\lambda}{2R} \left(m + \frac{1}{4}\right)\pi; m = 0,1,2, etc$$

Pentru cazul studiat se obține  $\theta_{m=1} \approx 47.5^\circ$ ;  $\theta_{m=2} \approx 92.85^\circ$ . Este evident că odată cu creșterea energiei incidente caracterul difracțional se accentuează, ceea ce este în acord cu datele experimentale. Să precizăm faptul că valoarea absolută a secțiunii diferențiale este în acord acceptabil cu datele experimentale; minimele sunt însă destul de bine reproduse de relația  $\sin \frac{\theta_m}{2} = \frac{\lambda}{2R} \left(m + \frac{1}{4}\right)\pi; m = 0,1,2, etc$  și ca urmare această relație poate fi folosită pentru determinarea razei de interacție conform relației:

$$R = \frac{\lambda\pi}{2\{\sin(\theta_m / 2) - \sin(\theta_{m-1} / 2)\}}$$

în care s-a folosit faptul că diferența sinusurilor dintre două minime succesive este dată de relația:  $\sin(\theta_m / 2) - \sin(\theta_{m-1} / 2) = \frac{\lambda\pi}{2R}$

*Comentariu: Caracterul difracțional se manifestă și în cazul interacției particulelor proiectil încărcate cu nuclee țintă. În acest caz, cel puțin pentru unghiuri de împrăștiere mici secțiunea diferențială este dominată de împrăștierea coulombiană. Caracterul difracțional se constată numai pentru unghiuri  $\theta > \theta_c$  pentru care forțele nucleare intervin eficient în procesul de împrăștiere (a se vedea problema R16)*

## SR19

1. Pentru nuclee țintă cu  $A < 5$  singurul proces posibil este împrăștierea elastică directă. În acest caz matricea de împrăștiere este  $S_{c,c}^{J\Pi} = e^{2i\delta_c^{J,\Pi}}$ . Deoarece în proces participă numai undele parțiale cu  $l=0$  rezultă că spinul de canal este identic cu momentul cinetic total  $J$ . În consecință vom scrie elementele matricei  $S$  astfel:  $S_{n,n}^{J\Pi} = e^{2i\delta_n^{J,\Pi}}$  în care partiția  $\alpha$  s-a notat cu "n" pentru a simboliza că este vorba de împrăștierea elastică a neutronilor.

În această situație secțiunea eficace pentru împrăștierea elastică va fi:

$$\begin{aligned}\sigma_{n,n} &= \pi \tilde{\lambda}^2 \sum_{J\Pi} g_n^{J\Pi} |1 - S_{n,n}^{J\Pi}|^2 = \frac{\pi \tilde{\lambda}^2}{2(2I_T + 1)} \sum_{J\Pi} (2J + 1) |1 - e^{2i\delta_n^{J\Pi}}|^2 = \\ &= \frac{2\pi \tilde{\lambda}^2}{(2I_T + 1)} \sum_{J\Pi} (2J + 1) \cdot \sin^2 \delta_n^{J\Pi}\end{aligned}$$

- Pentru cazul în care fazele  $\delta_n^{J\Pi}$  depind de momentul cinetic total J și de paritatea  $\Pi$  secțiunea eficace devine:

$$\sigma_{n,n} = 4\pi \tilde{\lambda}^2 \left\{ \frac{I_T + 1}{2I_T + 1} \sin^2 \delta_n^{I_T + 1/2, \Pi} + \frac{I_T}{2I_T + 1} \sin^2 \delta_n^{I_T - 1/2, \Pi} \right\}$$

- Pentru cazul în care fazele  $\delta_n^{J\Pi}$  nu depind de momentul cinetic total J și de paritatea  $\Pi$  ( $\delta_n^{J\Pi} = \delta_n$ ) secțiunea eficace devine:

$$\sigma_{n,n} = 4\pi \tilde{\lambda}^2 \sin^2 \delta_n$$

2. Pentru nuclee țintă cu  $100 < A < 190$  este posibil procesul de împrăștiere elastică (n,n) direct și prin formarea nucleului compus și procesul de captură (n, $\gamma$ ) care se realizează numai prin nucleul compus. Vom deosebi cazurile:

- Cazul  $J_0 = I_T + 1/2$ :

$$\begin{aligned}S_{n,n}^{J_0 \Pi_0} &= e^{2i\delta_n^{J_0 \Pi_0}} \left\{ 1 - i \frac{\Gamma_{\mu n}^{J_0 \Pi_0}}{\Gamma - \Gamma_{\mu}^{J_0 \Pi_0} + i \cdot (\Gamma_{\mu}^{J_0 \Pi_0} / 2)} \right\} \\ S_{n,\gamma}^{J_0 \Pi_0} &= -ie^{i(\delta_n^{J_0 \Pi_0} + \delta_{\gamma}^{J_0 \Pi_0})} \frac{(\Gamma_{\mu n}^{J_0 \Pi_0} \cdot \Gamma_{\mu \gamma}^{J_0 \Pi_0})^{1/2}}{\Gamma - \Gamma_{\mu}^{J_0 \Pi_0} + \frac{i}{2} \Gamma_{\mu}^{J_0 \Pi_0}}\end{aligned}$$

cu:

$$\Gamma_{\mu}^{J_0 \Pi_0} = \Gamma_{\mu n}^{J_0 \Pi_0} + \Gamma_{\mu \gamma}^{J_0 \Pi_0}$$

- Cazul  $J_1 = I_T - 1/2$ :

$$S_{n,n}^{J_1 \Pi_1} = e^{2i\delta_n^{J_1 \Pi_1}}$$

Secțiunea de captură devine:

$$\begin{aligned}\sigma_{n,\gamma} &= \pi \lambda^2 \sum_{J\Pi} g_n^{J\Pi} |S_{n,\gamma}^{J\Pi}|^2 = \frac{\pi \lambda^2}{2(2I_T + 1)} (2J_0 + 1) |S_{n,\gamma}^{J_0\Pi_0}|^2 = \\ &= \pi \lambda^2 \frac{I_T + 1}{2I_T + 1} \cdot \frac{\Gamma_{\mu n}^{J_0\Pi_0} \cdot \Gamma_{\mu\gamma}^{J_0\Pi_0}}{(T - T_{\mu}^{J_0\Pi_0})^2 + \frac{1}{4}(\Gamma_{\mu}^{J_0\Pi_0})^2}\end{aligned}$$

Secțiunea de împrăstire elastică având în vedere relația

$$\sigma_{n,n} = \pi \lambda^2 \sum_{J\Pi} g_n^{J\Pi} |1 - S_{n,n}^{J\Pi}|^2$$

va fi:

$$\begin{aligned}\sigma_{n,n} &= \frac{\pi \lambda^2}{2(2I_T + 1)} \left\{ (2J_1 + 1) |1 - e^{2i\delta_n^{J_1\Pi_1}}|^2 + (2J_0 + 1) |1 - S_{n,n}^{J_0\Pi_0}|^2 \right\} = \\ &= \pi \lambda^2 \left\{ \frac{I_T}{2I_T + 1} |1 - e^{2i\delta_n^{J_1\Pi_1}}|^2 + \frac{I_T + 1}{2I_T + 1} \left| 1 - e^{2i\delta_n^{J_0\Pi_0}} \left\{ 1 - i \frac{\Gamma_{\mu n}^{J_0\Pi_0}}{T - T_{\mu}^{J_0\Pi_0} + i(\Gamma_{\mu}^{J_0\Pi_0} / 2)} \right\} \right|^2 \right\}\end{aligned}$$

3. Secțiunea de captură se determină conform relației determinate anterior:

$$\sigma_{n,\gamma} = \pi \lambda^2 \frac{I_T + 1}{2I_T + 1} \cdot \frac{\Gamma_{ln}^{2^-}(T) \cdot \Gamma_{l\gamma}^{2^-}}{(T - T_1^{2^-})^2 + \frac{1}{4}(\Gamma_1^{2^-})^2}$$

În continuare, pentru simplitate, vom renunța la indicii  $J^\Pi = 2^-$ . Având în vedere relația  $\Gamma_n \sim E^{1/2}$  rezultă că lărgimea neutronică pentru energia cinetică  $T$  se exprimă în funcție de lărgimea rezonanței  $\Gamma_{ln}(T_1)$  de la 0.084 eV prin relația:

$$\Gamma_{ln}(T) = \Gamma_{ln}(T_1 = 0.084) \cdot \sqrt{\frac{T}{T_1}} = \Gamma_{ln}(T_1 = 0.084) \cdot \sqrt{\frac{T}{0.084}} \approx 0.08867 \cdot \sqrt{T}$$

Lărgimea totală a primei rezonanțe va fi:

$$\Gamma_1(T) = \Gamma_{ln}(T) + \Gamma_{l\gamma}$$

De asemenea, folosind valorile din enunț se obține :

$$\lambda^2 = \frac{(\hbar c)^2}{2c^2} \cdot \frac{(m_T + m_n)^2}{m_T \cdot m_n} \cdot \frac{1}{T} \approx \frac{0.2114 \cdot 10^6}{T(\text{eV})} \text{ b}$$

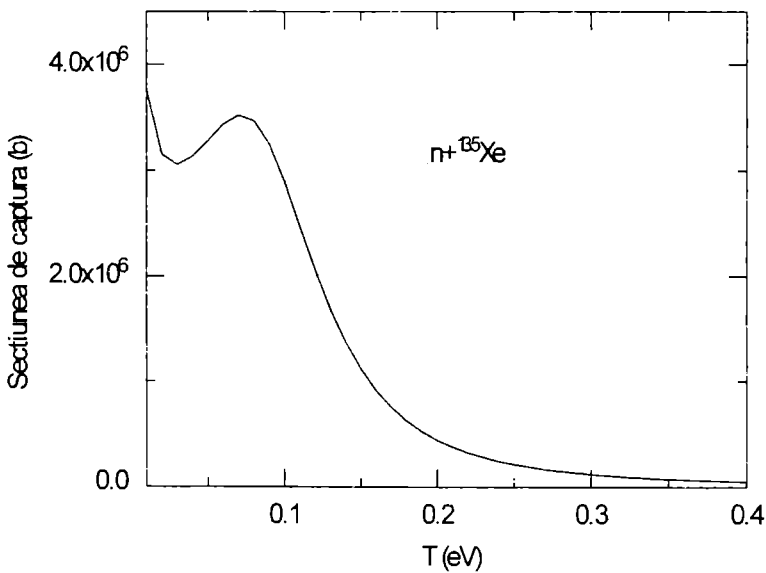
Cu valorile de mai sus și  $I_T = 3/2$  pentru secțiunea de captură se obține, în barni, relația de calcul:

$$\sigma_{n\gamma}(T) \approx \frac{4.151 \cdot 10^5}{T} \cdot \frac{\Gamma_{in}(T) \cdot \Gamma_{1\gamma}}{(\Gamma - T_1)^2 + \frac{\Gamma_1^2}{4}} \approx \frac{3338.25}{\sqrt{T}} \cdot \frac{1}{(\Gamma - T_1)^2 + \frac{\Gamma_1^2}{4}} \quad (b)$$

Pentru energia de rezonanță cu  $\Gamma_1(T_1) = 0.1164$  eV se obține valoarea

$$\sigma_{n\gamma}(T_1) \approx 3.4 \cdot 10^6 \text{ b.}$$

Este o secțiune enormă care are importanță deosebită în funcționarea unui reactor nuclear (A se vedea capitolul de *Fisiune Nucleară*). Dependența de energia cinetică T pentru domeniul energetic 0.025÷0.40 eV este prezentată în figura ce urmează.



## SR20

1. Având în vedere relațiile din enunț pentru mărimile  $A(\theta)$  și  $B(\theta)$  se obțin expresiile:

$$A(\theta) = i \frac{\lambda}{2} \{ T_0^{j-1/2} \cdot P_0(\cos \theta) + [2T_1^{j-3/2} + T_1^{j-1/2}] P_1(\cos \theta) \}$$

$$B(\theta) = i \frac{\lambda}{2} \{ T_1^{j-3/2} - T_1^{j-1/2} \} P_1^1(\cos \theta)$$

Cu  $P_1(\cos\theta) = \cos\theta$ :  $P_1^1(\cos\theta) = \sin\theta$  secțiunea diferențială devine:

$$\sigma_{n,n}(\theta) = |A(\theta)|^2 + |B(\theta)|^2 = A_0 + A_1 \cdot \cos\theta + A_2 \cdot \cos^2\theta$$

cu:

$$A_0 = \frac{\lambda^2}{4} \{ |T_0^{1/2}|^2 + |T_1^{1/2}|^2 + |T_1^{3/2}|^2 - 2\operatorname{Re}[T_1^{1/2} \cdot T_1^{*3/2}] \}$$

$$A_1 = \frac{\lambda^2}{4} \{ 2\operatorname{Re}[T_0^{1/2} \cdot T_1^{*1/2}] + 4\operatorname{Re}[T_0^{1/2} \cdot T_1^{*3/2}] \}$$

$$A_2 = \frac{\lambda^2}{4} \{ 3|T_1^{3/2}|^2 + 6\operatorname{Re}[T_1^{1/2} \cdot T_1^{*3/2}] \}$$

Calculăm elementele  $T_1^j = 1 - S_{lj,lj}$  cu  $S_{lj,lj} = (0.2 + i0.6) \cdot \frac{1+l}{2}$ . Se obțin valorile:

$$T_0^{1/2} = 0.9 - i \cdot 0.3; \quad T_1^{1/2} = T_1^{3/2} = 0.8 - i \cdot 0.6$$

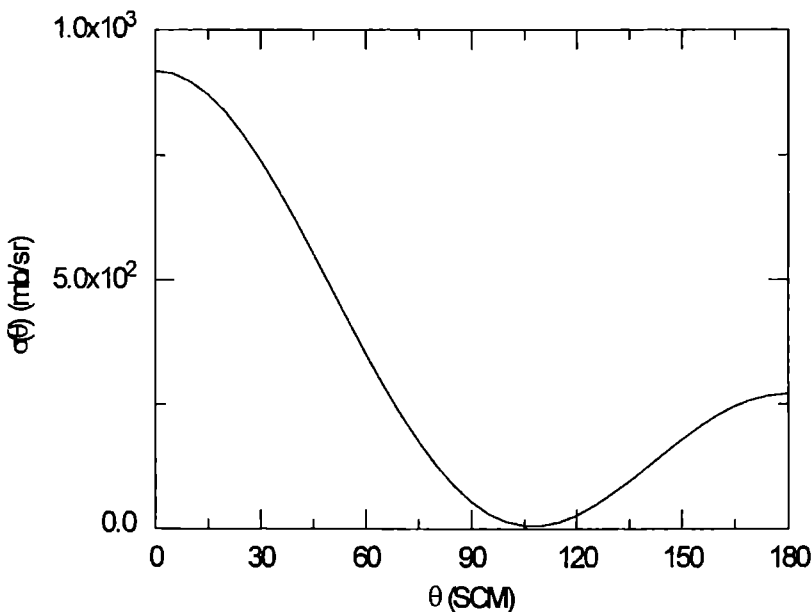
$$|T_0^{1/2}|^2 = 0.9; \quad |T_1^{1/2}|^2 = |T_1^{3/2}|^2 = 1$$

$$\operatorname{Re}(T_1^{1/2} \cdot T_1^{*3/2}) = 1; \quad \operatorname{Re}(T_0^{1/2} \cdot T_1^{*1/2}) = \operatorname{Re}(T_0^{1/2} \cdot T_1^{*3/2}) = 0.9$$

Pentru secțiunea diferențială (în mb) se obține:

$$\sigma_{n,n}(\theta) = 54 + 324 \cdot \cos\theta + 540 \cdot \cos^2\theta$$

Graficul acestei este prezentat în figura ce urmează.



2. Secțiunea eficace va fi :

$$\sigma_{n,n} = \int \sigma_{n,n}(\theta) \cdot d\Omega = 4\pi(A_0 + \frac{A_2}{3}) = 2940.53 \text{ mb}$$

Din teoria generală:  $\sigma_{\alpha',\alpha} = \pi \lambda^2 \sum_{j \neq 1} g_{\alpha}^j |T_{\alpha' \alpha}^{j \pi, \alpha j}|^2$  pentru cazul studiat rezultă:

$$\begin{aligned} \sigma_{n,n} &= \frac{\pi \lambda^2}{2} \sum_{j \neq 1} (2j+1) |T_1^{j \pi}|^2 = \\ &= \frac{\pi \lambda^2}{2} \{2 \cdot |T_0^{1/2}|^2 + 2 \cdot |T_1^{1/2}|^2 + 4 \cdot |T_1^{3/2}|^2\} = 2940.53 \text{ mb} \end{aligned}$$

3. Secțiunea eficace de reacție , pentru cazul studiat este definită de relația:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\pi \lambda^2}{2} \sum_{ij} (2j+1) \{1 - |S_{ij,j}|^2\} = \\ &= \frac{\pi \lambda^2}{2} \{2[1 - |S_{01/2,01/2}|^2] + 2[1 - |S_{11/2,11/2}|^2] + 4[1 - |S_{13/2,13/2}|^2]\} \end{aligned}$$

cu:

$$|S_{01/2,01/2}|^2 = 0.1; |S_{11/2,11/2}|^2 = |S_{13/2,13/2}|^2 = 0.4$$

se obține:

$$\sigma_r \approx 2035.75 \text{ mb}$$

In mod similar pentru secțiunea totală se obține:

$$\begin{aligned} \sigma_t &= \pi \lambda^2 \sum_{ij} (2j+1) \{1 - \text{Re}(S_{ij,j})\} = \\ &= \pi \lambda^2 \{2[1 - \text{Re}(S_{01/2,01/2})] + 2[1 - \text{Re}(S_{11/2,11/2})] + 4[1 - \text{Re}(S_{13/2,13/2})]\} \approx 4976.28 \text{ mb} \end{aligned}$$

Evident:

$$\sigma_t = \sigma_{n,n} + \sigma_r$$

Firește, cunoscând secțiunile  $\sigma_{n,n}$ ,  $\sigma_r$  se putea calcula imediat secțiunea eficace  $\sigma_t$  prin sumarea lor. S-au preferat calcule independente pentru toate secțiunile tocmai pentru a verifica *relația de sumă* a secțiunilor.



## SR21

Elementele diagonale ale matricei S pentru energiile de excitare  $\varepsilon_0=0$ ,  $\varepsilon_1=0.09$  MeV și  $\varepsilon_2=0.20$  MeV vor fi:

$$\langle S_{lj,lj}(T_0) \rangle = 0.16 \cdot (j - 1/2) + i(1 - 1) \cdot 0.4$$

$$\langle S_{lj,lj}(T_1) \rangle = 0.25 \cdot (j - 1/2) + i(1 - 1) \cdot 0.5$$

$$\langle S_{lj,lj}(T_2) \rangle = 0.36 \cdot (j - 1/2) + i(1 - 1) \cdot 0.6$$

Deoarece în proces participă numai undele parțiale cu  $l=0,1$  din conservarea momentului cinetic total și a parității:  $\bar{l} + \frac{\bar{l}}{2} = \bar{j} = \bar{J}; \Pi_T \cdot \Pi_n \cdot (-1)^l = \Pi$ , în care  $\Pi_T$  și  $\Pi_n$  sunt paritatea nucleului țintă și a neutronului, rezultă valorile:

$$J^\Pi = \frac{1^+}{2}, \frac{1^-}{2}, \frac{3^+}{2}$$

Cu elementele diagonale mediate ale matricei S se poate calcula secțiunea elastică directă, pe care o vom nota cu  $\sigma_{0 \rightarrow 0}^{ID}$  și secțiunea totală  $\sigma_t$ .

Reamintim că pentru o tranziție  $\alpha \rightarrow \alpha$  teoria generală a reacțiilor nucleare definește secțiunea elastică directă astfel:

$$\sigma_{\alpha,\alpha}^{ID} = \pi \lambda^2 \sum_{J \Pi l j} g_\alpha^J \left| 1 - \langle S_{\alpha l j, \alpha l j}^{J \Pi} \rangle \right|^2; g_\alpha^J = \frac{2J+1}{(2I_T+1)(2I_p+1)}$$

în care  $I_T$ ,  $I_p$  sunt spinul nucleului țintă, respectiv, al proiectilului. Pentru cazul nostru ( $j=J=l \pm 1/2$ ) această secțiune devine:

$$\sigma_{0 \rightarrow 0}^{ID} = \pi \lambda^2 \sum_l \left\{ (l+1) \cdot \left| 1 - \langle S_{l, l+1/2, l, l+1/2}(T_0) \rangle \right|^2 + 1 \cdot \left| 1 - \langle S_{l, l-1/2, l, l-1/2}(T_0) \rangle \right|^2 \right\} \approx 3571 \text{ mb}$$

Secțiunea totală este:

$$\sigma_t = 2\pi \lambda^2 \sum_l \left\{ (l+1) \cdot [1 - \text{Re} \langle S_{l, l+1/2, l, l+1/2}(T_0) \rangle] + 1 \cdot [1 - \text{Re} \langle S_{l, l-1/2, l, l-1/2}(T_0) \rangle] \right\} \approx 7360 \text{ mb}$$

Firește contribuția proceselor inelastice directe nu pot fi calculate deoarece acestea depind de elementele nediagonale ale matricei S.

Pentru a calcula secțiunile de model statistic trebuie să calculăm coeficienții de transmisie neutronici care se definesc astfel:

$$T_{ij}(T_i) = 1 - \left| \langle S_{ij,ij}(T_i) \rangle \right|^2$$

Coeficienții  $T_{ij}(T_i)$  pentru dezexcităriile nivelelor  $J^{\Pi}$  pe nivelele  $0^+, 2^+$  și  $1^-$ , conform legilor de conservare a momentului cinetic total și a parității, vor fi:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}^+ &\rightarrow 0^+; \quad T_{0,1/2}(T_0) \\ &\rightarrow 2^+; \quad - \\ &\rightarrow 1^-; \quad T_{1,1/2}(T_2) + T_{1,3/2}(T_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}^- &\rightarrow 0^+; \quad T_{1,1/2}(T_0) \\ &\rightarrow 2^+; \quad T_{1,3/2}(T_1) \\ &\rightarrow 1^-; \quad T_{0,1/2}(T_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2}^- &\rightarrow 0^+; \quad T_{1,3/2}(T_0) \\ &\rightarrow 2^+; \quad T_{1,1/2}(T_1) + T_{1,3/2}(T_1) \\ &\rightarrow 1^-; \quad T_{0,1/2}(T_2) \end{aligned}$$

Calculăm acești coeficienți cu relația  $T_{ij}(T_i) = 1 - \left| \langle S_{ij,ij}(T_i) \rangle \right|^2$ . Se obțin valorile:

- pentru enrgia cinetică  $T_0$ :  $T_{0,1/2}(T_0) = 0.84$ ;  $T_{1,1/2}(T_0) = 1.00$ ;  $T_{1,3/2}(T_0) = 0.9744$
- pentru enrgia cinetică  $T_1$ :  $T_{0,1/2}(T_1) = 0.75$ ;  $T_{1,1/2}(T_1) = 1.00$ ;  $T_{1,3/2}(T_1) = 0.9375$
- pentru enrgia cinetică  $T_2$ :  $T_{0,1/2}(T_2) = 0.64$ ;  $T_{1,1/2}(T_2) = 1.00$ ;  $T_{1,3/2}(T_0) = 0.8704$

Secțiunea de model statistic în varianta Hauser-Feshbach se calculează cu relația:

$$\sigma_{n,n'} = \pi \tilde{\lambda}^2 \sum_{J\Pi} g_n^J \cdot \frac{(\sum_{lj} T_{nlj}) \cdot (\sum_{l'j'} T_{n'l'j'})}{\sum_{n''l''j''} T_{n''l''j''}} = \frac{\pi \tilde{\lambda}^2}{2} \sum_{J\Pi} (2J+1) \cdot \tau_{n,n'}^{J\Pi}$$

Pentru tranziția  $0^+ \rightarrow 0^+$  se obține:

$$\tau_{0 \rightarrow 0}^{(1/2)+} = \frac{[T_{0,1/2}(T_0)]^2}{T_{0,1/2}(T_0) + T_{1,1/2}(T_2) + T_{1,3/2}(T_2)} \approx 0.2603$$

$$\tau_{0 \rightarrow 0}^{(1/2)-} = \frac{[T_{1,1/2}(T_0)]^2}{T_{1,1/2}(T_0) + T_{1,3/2}(T_1) + T_{0,1/2}(T_2)} \approx 0.3880$$

$$\tau_{0 \rightarrow 0}^{(3/2)-} = \frac{[T_{1,3/2}(T_0)]^2}{T_{1,3/2}(T_0) + T_{1,1/2}(T_1) + T_{1,3/2}(T_1) + T_{0,1/2}(T_2)} \approx 0.2673$$

Pentru secțiunea elastică de nucleu compus (NC) se obține:

$$\sigma_{0 \rightarrow 0}^{\text{NC}} = \frac{\pi \lambda^2}{2} \{2 \cdot \tau_{0 \rightarrow 0}^{(1/2)+} + 2 \cdot \tau_{0 \rightarrow 0}^{(1/2)-} + 4 \cdot \tau_{0 \rightarrow 0}^{(3/2)-}\} \approx 1182 \text{ mb}$$

Pentru tranziția  $0^+ \rightarrow 2^+$  se obține:

$$\tau_{0 \rightarrow 2}^{(1/2)+} = 0$$

$$\tau_{0 \rightarrow 2}^{(1/2)-} = \frac{T_{1,1/2}(T_0) \cdot T_{1,3/2}(T_1)}{T_{1,1/2}(T_0) + T_{1,3/2}(T_1) + T_{0,1/2}(T_2)} \approx 0.3637$$

$$\tau_{0 \rightarrow 2}^{(3/2)-} = \frac{T_{1,3/2}(T_0) \cdot \{T_{1,1/2}(T_1)T_{1,3/2}(T_1)\}}{T_{1,3/2}(T_0) + T_{1,1/2}(T_1)T_{1,3/2}(T_1) + T_{0,1/2}(T_2)} \approx 0.5315$$

Secțiunea elastică de nucleu compus (NC) va fi:

$$\sigma_{0 \rightarrow 2}^{\text{NC}} = \frac{\pi \lambda^2}{2} \{2 \cdot \tau_{0 \rightarrow 2}^{(1/2)-} + 4 \cdot \tau_{0 \rightarrow 2}^{(3/2)-}\} \approx 1426 \text{ mb}$$

Pentru tranziția  $0^+ \rightarrow 1^-$  se obține:

$$\tau_{0 \rightarrow 1}^{(1/2)+} = \frac{T_{0,1/2}(T_0) \cdot [T_{1,1/2}(T_2) + T_{1,3/2}(T_2)]}{T_{1,1/2}(T_0) + T_{1,1/2}(T_2) + T_{1,3/2}(T_2)} \approx 0.5859$$

$$\tau_{0 \rightarrow 1}^{(1/2)-} = \frac{T_{1,1/2}(T_0) \cdot T_{0,1/2}(T_2)}{T_{1,1/2}(T_0) + T_{1,3/2}(T_1) + T_{0,1/2}(T_2)} \approx 0.2483$$

$$\tau_{0 \rightarrow 1}^{(3/2)-} = \frac{T_{1,3/2}(T_0) \cdot T_{0,1/2}(T_2)}{T_{1,3/2}(T_0) + T_{1,1/2}(T_1) + T_{1,3/2}(T_1) + T_{0,1/2}(T_2)} \approx 0.1756$$

Pentru secțiunea elastică de nucleu compus (NC) se obține:

$$\sigma_{0 \rightarrow 1}^{\text{NC}} = \frac{\pi \lambda^2}{2} \{2 \cdot \tau_{0 \rightarrow 1}^{(1/2)+} + 2 \cdot \tau_{0 \rightarrow 1}^{(1/2)-} + 4 \cdot \tau_{0 \rightarrow 1}^{(3/2)-}\} \approx 1178 \text{ mb}$$

Secțiunea totală de nucleu compus va fi:

$$\sigma_1^{\text{NC}} = \sigma_{0 \rightarrow 0}^{\text{NC}} + \sigma_{0 \rightarrow 2}^{\text{NC}} + \sigma_{0 \rightarrow 1}^{\text{NC}} \approx 3786 \text{ mb}$$

Deoarece secțiunea totală este :

$$\sigma_1 = \sigma_{0 \rightarrow 0}^{\text{ID}} + \sigma_{0 \rightarrow 2}^{\text{ID}} + \sigma_{0 \rightarrow 1}^{\text{ID}} + \sigma_1^{\text{NC}}$$

rezultă:  $\sigma_{0 \rightarrow 2}^{\text{ID}} + \sigma_{0 \rightarrow 1}^{\text{ID}} = \sigma_t - \sigma_{0 \rightarrow 0}^{\text{ID}} - \sigma_t^{\text{NC}} \approx 3 \text{ mb}$

Conform enunțului :  $\sigma_{0 \rightarrow 2}^{\text{ID}} = \sigma_{0 \rightarrow 1}^{\text{ID}} \approx 1.5 \text{ mb}$

Secțiunile eficace pentru împrăștierea elastică și inelastică cerute vor fi:

$$\sigma_{0 \rightarrow 0} = \sigma_{0 \rightarrow 0}^{\text{ID}} + \sigma_{0 \rightarrow 0}^{\text{NC}} = 4753 \text{ mb}$$

$$\sigma_{0 \rightarrow 2} = \sigma_{0 \rightarrow 2}^{\text{ID}} + \sigma_{0 \rightarrow 2}^{\text{NC}} = 1427.5 \text{ mb}$$

$$\sigma_{0 \rightarrow 1} = \sigma_{0 \rightarrow 1}^{\text{ID}} + \sigma_{0 \rightarrow 1}^{\text{NC}} = 1179.5 \text{ mb}$$

## Cap.3. Fisiunea Nucleară - Soluții

### §3.1. Energia eliberată în procesul de fisiune.

#### SF1.

1. Din punct de vedere energetic procesul  ${}^A_Z X \xrightarrow{f} {}^{A_1}_{Z_1} Y_1 + {}^{A_2}_{Z_2} Y_2$  este posibil dacă energia de separare a unuia dintre fragmente, de exemplu energia de separare  $S(A_1, Z_1)$  a fragmentului  ${}^{A_1}_{Z_1} Y_1$  este negativă. Având în vedere definiția energiei de separare această condiție va fi:

$$\begin{aligned} S(A_1, Z_1) &= m(A_1, Z_1)c^2 + m(A_2, Z_2)c^2 - m(A, Z)c^2 = \\ W(A, Z) - W(A_1, Z_1) - W(A_2, Z_2) &= \beta \cdot [A_1^{2/3} + A_2^{2/3} - A^{2/3}] + \gamma \cdot \left[ \frac{Z_1^2}{A_1^{1/3}} + \frac{Z_2^2}{A_2^{1/3}} - \frac{Z^2}{A^{1/3}} \right] \\ &= \beta \cdot A^{2/3} [r^{2/3} + (1-r)^{2/3} - 1] + \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}} [r^{5/3} + (1-r)^{5/3} - 1] < 0 \end{aligned}$$

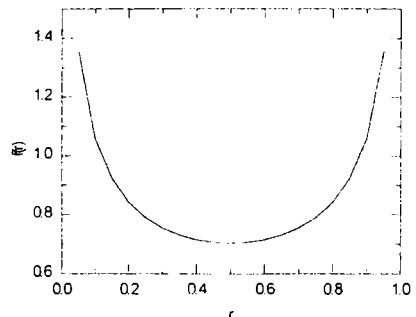
Din această relație rezultă condiția cerută:

$$\frac{Z^2}{A} \geq \frac{\beta}{\gamma} \cdot \frac{1 - r^{2/3} - (1-r)^{2/3}}{r^{5/3} + (1-r)^{5/3} - 1}$$

2. Din graficul funcției  $f(r) = \frac{1 - r^{2/3} - (1-r)^{2/3}}{r^{5/3} + (1-r)^{5/3} - 1}$  (a se vedea figura) sau

din condiția de minim a funcției rezultă că valoarea  $Z^2/A$  este minimă pentru  $r=0.5$ , deci pentru fisiunea simetrică. Pentru acest caz se obține:

$$\frac{Z^2}{A} \geq 0.70 \cdot \frac{\beta}{\gamma}$$



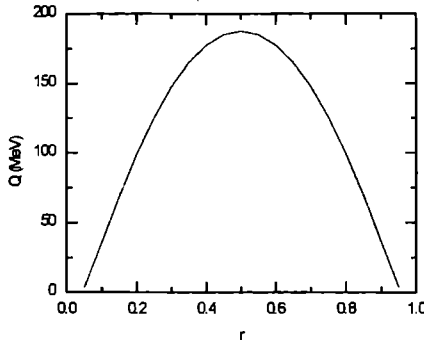
3. Energia Q, prin definiție este:

$$Q(A_1, Z_1) = -S(A_1, Z_1) = \beta \cdot A^{2/3} [1 - r^{2/3} - (1-r)^{2/3}] + \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}} [1 - r^{5/3} - (1-r)^{5/3}]$$

Pentru nucleul  ${}^{240}_{94}\text{Pu}$  această relație devine:

$$Q(240r, 94r) \approx 695.15[1 - r^{2/3} - (1-r)^{2/3}] + 995.29[1 - r^{5/3} - (1-r)^{5/3}]$$

Graficul cerut este prezentat în figura ce urmează. Se constată că energia maximă este eliberată pentru cazul fisiunii simetrice. Pentru fisiunea simetrică,  $r = 0.5$  se obține în



general:

$$Q(A/2, Z/2) \approx -0.26 \cdot \beta \cdot A^{2/3} + 0.37 \cdot \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

În particular, pentru fisiunea simetrică a nucleului  ${}^{240}_{94}\text{Pu}$  se obține:

$$Q(240/2, 94/2) \approx 187.6 \text{ MeV}$$

4. Din punct de vedere energetic procesul  ${}^A_Z\text{X} \xrightarrow{f} 3 \cdot {}^{A/3}_{Z/3}\text{Y}$  este posibil dacă energia de separare pentru cele trei fragmente  $S(A/3, Z/3)$  este negativă. Rezultă:

$$S(A/3, Z/3) = 3 \cdot m(A/3, Z/3)c^2 - m(A, Z)c^2 =$$

$$W(A, Z) - 3 \cdot W(A/3, Z/3) = \beta \cdot [3 \cdot (A/3)^{2/3} - A^{2/3}] + \gamma \cdot \left[ 3 \frac{(Z/3)^2}{(A/3)^{1/3}} - \frac{Z^2}{A^{1/3}} \right]$$

$$\approx 0.442 \cdot \beta \cdot A^{2/3} - 0.519 \cdot \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}} < 0$$

Rezultă :

$$\frac{Z^2}{A} \geq 0.85 \cdot \frac{\beta}{\gamma}$$

Energia eliberată va fi:

$$Q(A/3, Z/3) = -S(A/3, Z/3) \approx -0.442 \cdot \beta \cdot A^{2/3} + 0.519 \cdot \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

Pentru fisiunea nucleului  ${}^{246}_{96}\text{Cm}$  în trei fragmente identice se obține:

$$Q(246/3, 96/3) \approx 222,00 \text{ MeV}$$

Pentru fisiunea simetrică, folosind relația :

$$Q(A/2, Z/2) \approx -0.26 \cdot \beta \cdot A^{2/3} + 0.37 \cdot \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

se obține:

$$Q(246/2, 96/2) \approx 197.21 \text{ MeV}$$

*Comentariu: Conform acestui model rezultă că fisiunea simetrică este favorizată din punct de vedere energetic și este posibilă pentru  $Z^2/A \geq 18$ . Cu alte cuvinte nuclee "stabile" ca  ${}^{96}_{42}\text{Mo}$  ( $Z^2/A \approx 18.37$ ), sau mai grele, pot fisiona spontan. În plus, din exemplul privind fisiunea nucleului  ${}^{246}_{96}\text{Cm}$  rezultă că fisiunea în trei fragmente identice este, energetic, favorizată în comparație cu fisiunea în două fragmente identice. În realitate, datele experimentale arată că fisiunea în două fragmente este mult mai probabilă decât fisiunea în trei fragmente iar pentru fisiunea în două fragmente fisiunea asimetrică este mai probabilă decât fisiunea simetrică.. Rezultatul obținut în cadrul modelului picăturii de lichid arată limitările acestui model.*

## SF2

Pentru procesul  ${}^A_Z X \xrightarrow{f} {}^{A_1}_{Z_1} Y_1 + {}^{A_2}_{Z_2} Y_2$  energia de reacție Q conform definiției este:

$$Q(A_1, Z_1) = m(A, Z)c^2 - m(A_1, Z_1)c^2 - m(A_2, Z_2)c^2 =$$

$$W(A_1, Z_1) + W(A_2, Z_2) - W(A, Z) = \beta \cdot [A^{2/3} - A_1^{2/3} - A_2^{2/3}] + \gamma \cdot \left[ \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \frac{Z_1^2}{A_1^{1/3}} - \frac{Z_2^2}{A_1^{1/3}} \right]$$

$$= \beta \cdot A^{2/3} [1 - r^{2/3} - (1-r)^{2/3}] + \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}} [1 - r^{5/3} - (1-r)^{5/3}]$$

Pentru fisiunea simetrică ( $r=0.5$ ) energia Q devine:

$$Q(A/2, Z/2) \approx -0.26\beta \cdot A^{2/3} + 0.37\gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

Conform enunțului această energie trebuie să fie mai mare decât bariera coulombiană a celor două fragmente la sciziune:

$$B_C(A_1, Z_1) = k \frac{e^2 Z_1 Z_2}{R_1 + R_2} \approx 1.44 \frac{Z_1 Z_2}{r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})}$$

în care bariere  $B_C$  se exprimă în MeV când raza redusă  $r_0$  se exprimă în fermi (F). Pentru fisiunea simetrică cu  $r_0 = 1.35$  F, bariera coulombiană exprimată în funcție de parametrul  $\gamma$  devine:

$$B_C(A/2, Z/2) \approx \frac{1.44}{0.7 \cdot 1.35} \cdot \gamma \frac{(Z/2)^2}{2(A/2)^{1/3}} \approx 0.24 \cdot \left( \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}} \right) \approx 0.24 E_C^0$$

din condiția  $Q(A/2, Z/2) > B_C(A/2, Z/2)$  adică:  $-0.26 E_S^0 + 0.37 E_C^0 \geq 0.24 E_C^0$  rezultă:

$$x = \frac{E_C^0}{2E_S^0} = \frac{Z^2/A}{2\beta/\gamma} \approx \frac{Z^2/A}{51} \geq 1$$

*Comentariu: Considerând bariera coulombiană se obține pentru parametrul de "fisilitate" ca și pentru mărimea  $Z^2/A \geq 51$  valori în concordanță cu datele experimentale. Rezultă că numai nucleele supragrele, pentru care  $x \geq 1$  pot fisiiona spontan. Este și explicația pentru care astfel de nuclee nu există în natură. Pentru nucleele actinide  $x \approx 0.7$  și ca atare pentru aceste nuclee energia  $Q$  este mai mică decât bariera coulombiană  $B_C$ . Pentru aceste nuclee există deci "o barieră de potențial" dar nu prea mare încât procesul de fisiune are loc prin tunelarea acesteia cu probabilitate măsurabilă experimental.*

### SF3

Cu creșterea deformării suprafața nucleului ce fisionează crește și deci crește și energia de suprafață. După sciziune energia de suprafață rămâne constantă pentru că fragmentele obținute au o formă ce se conservă. În schimb energia coulombiană scade atât înainte de sciziune cât și după. Ca urmare, cel puțin după sciziune, are loc relația:  $\Delta E_S < |\Delta E_C|$ . Din această constatare rezultă că pentru a avea o barieră de fisiune este necesar ca pentru deformări mici să aibă loc condiția:

$$(\Delta E_S)_{\min} \geq |\Delta E_C|$$

Deoarece  $(\Delta E_S)_{\min}$  se realizează pentru  $\lambda = 2$  condiția de mai sus devine:

$$\Delta E_S(\lambda = 2) \geq |\Delta E_C(\lambda = 2)|$$

Cu relațiile din enunț această condiție devine:



$$E_s^0 \cdot \frac{1}{2\pi} \sum_{\mu} |\alpha_{\lambda\mu}|^2 \geq E_c^0 \cdot \frac{1}{4\pi} \sum_{\mu} |\alpha_{\lambda\mu}|^2$$

Din condiția  $V(q) \equiv V(\sum_{\mu} |\alpha_{\lambda\mu}|^2) > 0$  rezultă:

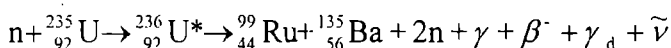
$$V(\sum_{\mu} |\alpha_{\lambda\mu}|^2) = E_s^0 \cdot \frac{1}{2\pi} \sum_{\mu} |\alpha_{\lambda\mu}|^2 - E_c^0 \cdot \frac{1}{4\pi} \sum_{\mu} |\alpha_{\lambda\mu}|^2 = E_s^0 \cdot \frac{1}{2\pi} \sum_{\mu} |\alpha_{\lambda\mu}|^2 (1-x) > 0$$

de unde rezultă că pentru a avea o barieră de fisiune este necesară condiția:

$$x = E_c^0 / 2E_s^0 < 1$$

## SF4

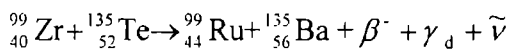
1. Din conservarea energiei totale pentru procesul:



se obține:

$$Q_f = m_n c^2 + m({}_{92}^{235}\text{U})c^2 - m({}_{44}^{99}\text{Ru})c^2 - m({}_{56}^{135}\text{Ba}) - 2m_n c^2 \approx 208.934 \text{ MeV}$$

Din conservarea energiei totale pentru procesul:



se obține

$$Q_{\beta} = m({}_{40}^{99}\text{Zr})c^2 + m({}_{52}^{135}\text{Te})c^2 - m({}_{44}^{99}\text{Ru})c^2 - m({}_{56}^{135}\text{Ba}) \approx 20.617 \text{ MeV}$$

Având în vedere că antineutrini părăsesc mediul în care are loc fisiunea rezultă că energia efectivă  $Q_{\text{eff}}$  va fi :  $Q_{\text{eff}} = Q_f - E_{\tilde{\nu}} = Q_f - 0.4 \cdot Q_{\beta} \approx 200.687 \text{ MeV}$

2. Pentru un număr mare de acte de fisiune energia medie  $\bar{Q}_f$  se definește astfel:

$$\bar{Q}_f = m(A, Z)c^2 + m_n c^2 - \sum_i y_i(A_i) \cdot m(A_i, Z_i)c^2 - \bar{\nu} \cdot m_n c^2$$

în care  $y_i(A_i)$  este randamentul de producere al produsului stabil final de fisiune cu numărul de masă  $A_i$  iar  $\bar{\nu} = \nu_p + \nu_d$  este numărul mediu de neutroni promți și întârziați.

Evident această energie este egală cu suma energiilor cinetice medii a fragmentelor de fisiune  $\bar{E}_f$ , a neutronilor promți  $\bar{E}_{np}$ , a neutronilor întârziați  $\bar{E}_{nd}$ , energia radiațiilor  $\gamma$  prompte și întârziate  $\bar{E}_{\gamma p}$ ,  $\bar{E}_{\gamma d}$  și energia medie a antineutrinilor  $\bar{E}_{\tilde{\nu}}$ .

$$\bar{Q}_f = \bar{E}_f + \bar{E}_{np} + \bar{E}_{\gamma p} + \bar{E}_{\beta} + \bar{E}_{nd} + \bar{E}_{\gamma d} + \bar{E}_{\tilde{\nu}}$$

### §3.2. Neutronii emiși la fisiune.

#### F5

A1. În acest caz se folosesc relațiile:

$$\bar{\nu}_p(A, Z, E_n) = 2.33 + 0.06[2 - (-1)^{A+1-Z} - (-1)^Z] + 0.015(Z - 92) + 0.02(A - 235) + [0.13 + 0.006(A - 235)](E_n - E_f)$$

cu:

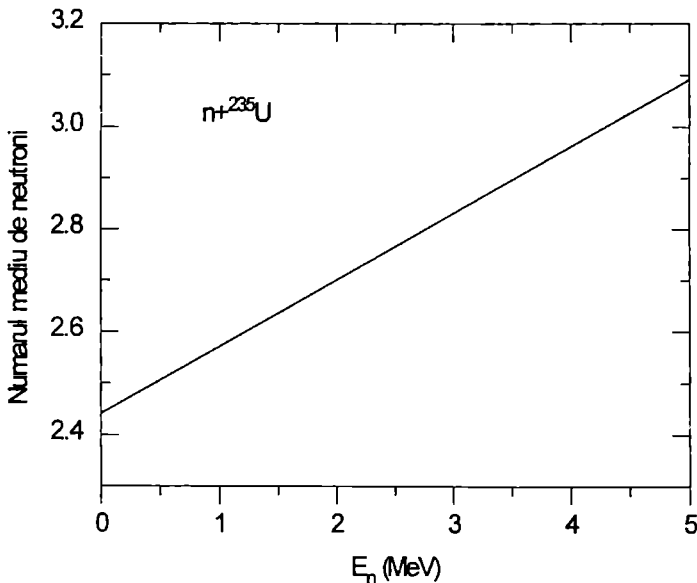
$$E_f(A, Z) = 18.6 - 0.36 \frac{Z^2}{A+1} + 0.2[2 - (-1)^{A+1-Z} - (-1)^Z] - S_n(A+1, Z)$$

Se obțin valorile:

$$E_f(235, 92) = -0.8571866 \text{ MeV}$$

$$\bar{\nu}_p(235, 92, E_n) = 2.33 + 0.13(E_n + 0.8571866)$$

Dependența energetică a numărului mediu de neutroni  $\bar{\nu}_p(235, 92, E_n)$  funcție de  $E_n$  este prezentată în figura ce urmează:



A2. Folosind relația:

$$T(235,92, E_n) = 0.353 + 0.510\sqrt{1 + \bar{\nu}(235,92, E_n)}$$

se obține pentru temperaturile cerute (în MeV) valorile:

$$T(235,92,0) = 1.299106; \quad T(235,92,3) = 1.351277; \quad T(235,92,5) = 1.384592$$

Energia medie, conform enunțului, va fi:

$$\bar{E} = \int_0^{\infty} E \cdot N(E, A, Z, E_n) dE = \int_0^{\infty} E \frac{2}{\sqrt{\pi} T(A, Z, E_n)^{3/2}} \cdot E^{1/2} \cdot \exp[-E/T(A, Z, E_n)] dE$$

Făcând schimbarea de variabilă  $E/T = x$  se obține:

$$\bar{E} = \frac{2}{\sqrt{\pi} T^{3/2}} T^{5/2} \int_0^{\infty} x^{3/2} e^{-x} dx = \frac{2T}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \frac{3T}{2}$$

În această relație  $\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right)$  este funcția *gamma* definită astfel:

$$\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \int_0^{\infty} x^{n-1/2} e^{-x} dx; \quad \Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{(2n-1)!!}{2^n} \sqrt{\pi}$$

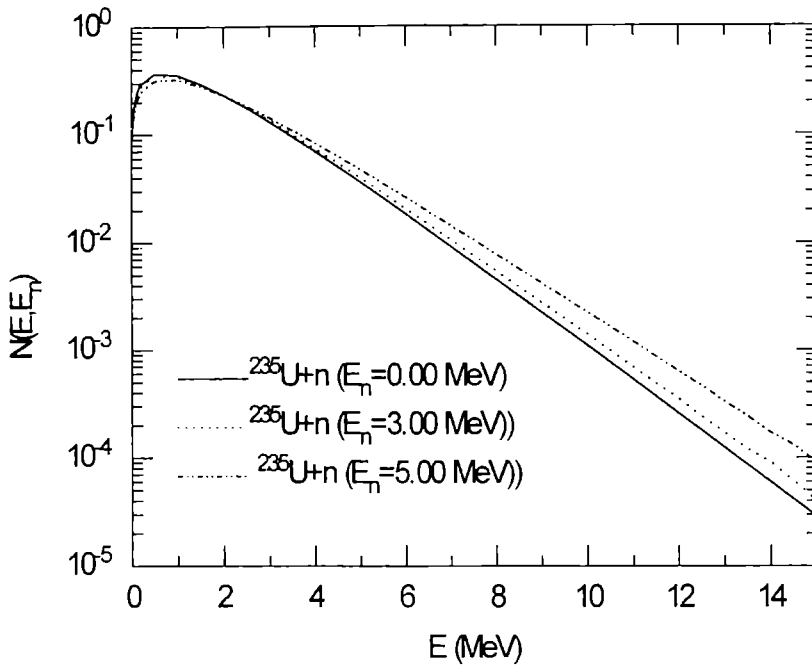
Folosind valorile temperaturilor nucleare determinate mai sus pentru energiile medii cerute se obțin (în MeV) valorile:

$$\bar{E}(235,92,0) = 1.948659; \quad \bar{E}(235,92,3) = 2.02692; \quad \bar{E}(235,92,5) = 2.076888;$$

A3. Graficul  $N(E, A, Z, E_n) = N(E, 235, 92, E_n)$  funcție de  $E$  ( $E=0 \div 15$  MeV) pentru valorile  $E_n = 0, 3$  și  $5$  MeV, pentru care temperaturile au valorile:

$$T(235,92,0) = 1.299106; \quad T(235,92,3) = 1.351277; \quad T(235,92,5) = 1.384592$$

este redat în figura ce urmează:



B1. In acest caz se folosește relația :

$$\bar{\nu}_p(A, Z, E_n) = \sum_{i=0}^1 R_i(A, Z, E_n) \cdot$$

$$\{i + \bar{\nu}_{th}(A - i, Z) + \bar{\nu}_1(A - i, Z)[E_n - W(A, Z) + W(A - i, Z) - i \cdot E_i(i) - E_f(A - i, Z)]\}$$

care, pentru cazul studiat devine:

$$\begin{aligned} \bar{\nu}_p(242, 94, E_n) = & R_0 \{ \bar{\nu}_{th}(242, 94) + \bar{\nu}_1(242, 94)[E_n - E_f(242, 94)] + \\ & R_1 \{ 1 + \bar{\nu}_{th}(241, 94) + \bar{\nu}_1(241, 94)[E_n - W(242, 94) + W(241, 94) - E_f(1) - E_f(241, 94)] \} + \\ & R_2 \{ 2 + \bar{\nu}_{th}(240, 94) + \bar{\nu}_1(240, 94)[E_n - W(242, 94Z) + W(240, 94) - 2 \cdot E_f(2) - E_f(240, 94)] \} \end{aligned}$$

cu:

$$E_f(A - i, Z) = 18.6 - 0.36 \frac{Z^2}{A - i + 1} + 0.2[2 - (-1)^{A+i+1-Z} - (-1)^2] - S_n(A + 1 - i, Z); i = 0, 1, 2$$

Folosind valorile numerice date în enunț se obțin :

$$W(242, 94) - W(241, 94) = \{m_n + m(241, 94) - m(242, 94)\}uc^2 = 6.324108 \text{ MeV}$$

$$W(242, 94) - W(240, 94) = \{2m_n + m(240, 94) - m(242, 94)\}uc^2 = 11.55378 \text{ MeV}$$

$$E_f(242, 94) = 0.87563 \text{ MeV}; E_f(241, 94) = -0.845463 \text{ MeV}; E_f(240, 94) = 0.559996 \text{ MeV}$$

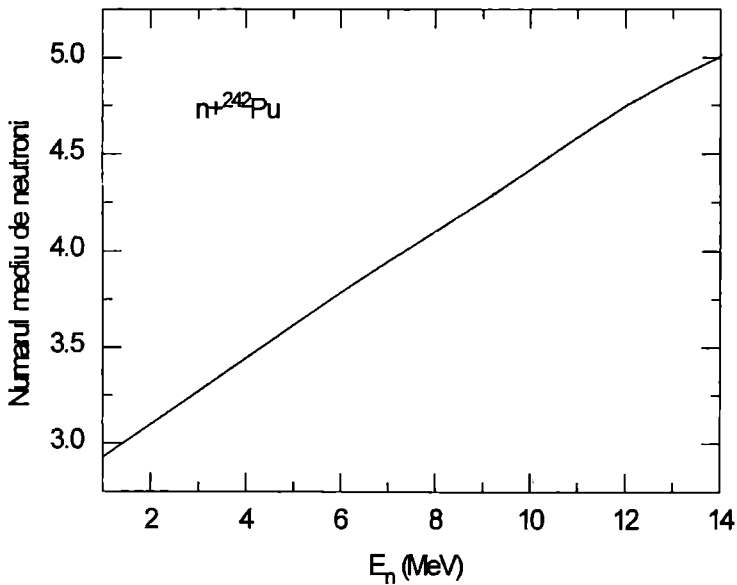
Cu aceste valori pentru numărul mediu de neutroni prompti se obtin relațiile:

$$\bar{\nu}_p(242,94, E_n) = (2.89 + 0.172(E_n - 0.87563)) \text{ pentru } E_n < 5.5 \text{ MeV}$$

$$\bar{\nu}_p(242,94, E_n) = R_0(2.89 + 0.172(E_n - 0.87563)) + R_1(3.75 + 0.166(E_n - 5.479533 - E_t(1))) \text{ pentru } 5.5 \leq E_n < 12 \text{ MeV}$$

$$\bar{\nu}_p(242,94, E_n) = R_0(2.89 + 0.172(E_n - 0.87563)) + R_1\{3.75 + 0.166[E_n - 5.479533 - E_t(1)]\} + R_2\{4.85 + 0.16[E_n - 12.115556 - E_t(2)]\} \text{ pentru } 12 \leq E_n < 14 \text{ MeV}$$

Adăugând la aceste valori numărul neutronilor întârziați se obține graficul din figura ce urmează:



B2. In acest caz pentru determinarea temperaturii nucleare se folosesc relațiile generale:

$$T(A, Z, E_n) = 0.353 + 0.510\sqrt{1 + \bar{\nu}(A, Z, E_n)}$$

cu:

$$\bar{\nu}(A, Z, E_n) = [\bar{\nu}_t(A, Z, E_n) \cdot \sigma_{n,f}(E_n) - \sum_{i=1}^I i \cdot \sigma_{n,i'n'}(E_n)] / \sigma_{n,F1}(E_n)$$

Pentru cazul studiat se obține:

$$\bar{\nu}(242,94, E_n) = [\bar{\nu}_t(242,94, E_n) \cdot R_0(E_n) - R_1(E_n) - 2R_2(E_n)]$$

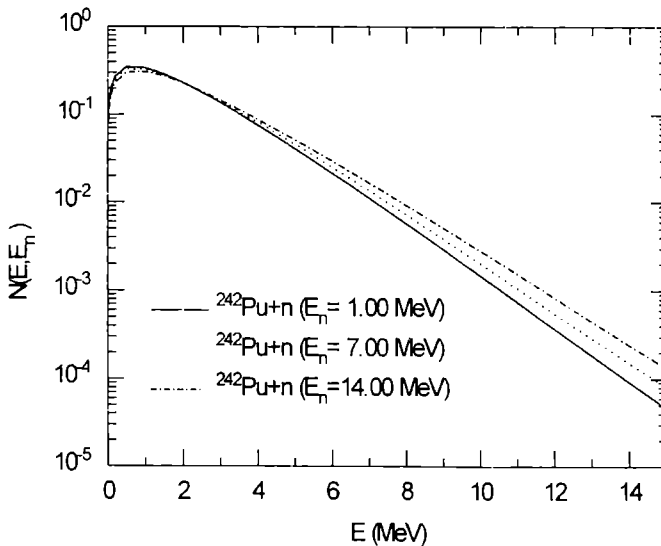
Cu  $\bar{\nu}_t(242,94, E_n)$  calculat la punctul precedent și cu rapoartele  $R_0(E_n)$ ,  $R_1(E_n)$  și  $R_2(E_n)$  deduse din tabel pentru energiile cerute se obțin valorile prezentate în tabelul ce urmează;

$E_n$ (MeV)	$\bar{\nu}_t(242,94, E_n)$	$\bar{\nu}(242,94, E_n)$	$T(242,94, E_n)$	$\bar{E}$ (MeV)
1.00	2.9274	2.9274	1.3637	2.0456
7.00	3.9465	3.5595	1.4420	2.1630
14.00	5.0029	4.3849	1.5365	2.3048

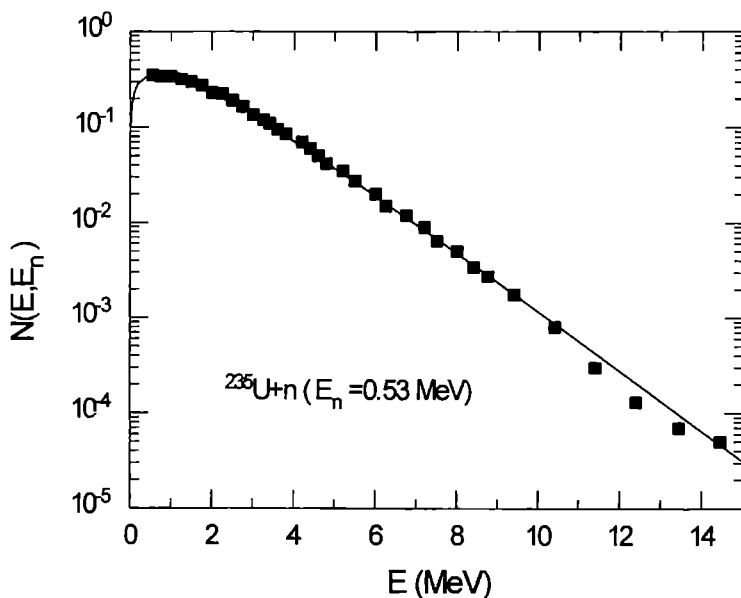
B3. Folosind valorile temperaturii nucleare din tabelul obținut la punctul precedent, spectrele

$$N(E, A, Z, E_n) = \frac{2}{\sqrt{\pi} T(A, Z, E_n)^{3/2}} \cdot E^{1/2} \cdot \exp[-E/T(A, Z, E_n)]$$

funcție de  $E$  ( $E=0 \div 15$  MeV) și pentru  $E_n = 1,7$  și  $14$  MeV sunt redată în figura ce urmează.



Comentariu: După cum s-a mai precizat prin determinarea temperaturii conform relațiilor precizate în enunț, se obțin rezultate în bun acord cu datele experimentale cunoscute. Astfel, în exemplu ce urmează este comparat sepectrul  $N(E, E_n)$  calculat cu relațiile din text cu spectru experimental pentru procesul  $n+^{235}\text{U}$  pentru energia cinetică incidentă  $E_n=0.53\text{ MeV}$ . Acordul este foarte bun. Desigur și alte exemple pot fi prezentate. De aceea este credibil a se afirma că spectrul  $N(E, E_n)$  calculat pentru procesului  $n+^{242}\text{Pu}$ . este corect; menționă că pentru acest proces nu există date experimentale și ca atare calculele teoretice reprezintă singura posibilitate.



### §3.3. Produși de fisiune. Randamentul acestora.

#### SF6.

#### A

1. Pentru a fi produși de fisiune trebuie ca numărul de masă al nucleelor grele (PG), respectiv ușoare (pu) să îndeplinească condiția:

$$79 \leq A(\text{pu}) \leq 107; \quad 126 \leq A(\text{PG}) \leq 153$$

Produșii de fisiune astfel determinați trebuie să fie nuclee  $\beta^-$  emițătoare căci sunt nuclee neutrono excedentare. Excepție fac nucleele finale ale unui lanț  $\beta^-$  care sunt stabile.

De asemenea trebuie ca timpul lor de înjumătățire sa fie  $\geq t_r / 10$  în care  $t_r$  este timpul de răcire cu excepția cazurilor filiațiilor în care nucleele *părinte* (produși inițiali de fisiune) au un timp de viață mare.

2. Fie  $N_{10}$  numărul nucleelor de specia (1) care se obțin la sfârșitul iradierii. În continuare evoluția în timp a acestor nuclee este dată de relația:

$$N_1(t) = N_{10} e^{-\lambda_1 t} \quad (1)$$

În această relație timpul "t" este socotit de la terminarea iradierii. Folosind relația de mai sus rezultă că numărul de nuclee de specia (1) care se dezintegrează în timpul de măsură  $t_r \div t_r + t_m$  va fi:

$$\Delta N_1 = N_1(t_r) - N_1(t_r + t_m) = N_{10} e^{-\lambda_1 t_r} (1 - e^{-\lambda_1 t_m}) \quad (2)$$

Suprafața foticului (numărul pusurilor înregistrate în fotic) este dat de:

$$S_{f2} = \Delta N_1 \cdot \varepsilon_{\gamma 2} \cdot g \cdot s_{\gamma 2} \quad (3)$$

Din relațiile (2) și (3) rezultă:

$$N_{10} = \frac{S_{f2} e^{\lambda_1 t_r}}{\varepsilon_{\gamma 2} g \cdot s_{\gamma 2} (1 - e^{-\lambda_1 t_m})} \quad (4)$$

Prin definiție randamentul direct pentru nuclee de specia (1) este dat de raportul dintre numărul de nuclee de specia (1) și numărul de nuclee care au fisonat; deci  $y_1 = N_{10} / N_r$ . Rezultă pentru numărul de fisiuni relația:

$$N_r = \frac{N_{10}}{y_1} = \frac{S_{f2} e^{\lambda_1 t_r}}{y_1 \cdot \varepsilon_{\gamma 2} \cdot g \cdot s_{\gamma 2} (1 - e^{-\lambda_1 t_m})} \quad (5)$$

3. Similar, fie  $N_{20}$  numărul nucleelor de specia (2) care se obțin la sfârșitul iradierii. În continuare evoluția în timp a acestor nuclee este dată de relația:

$$N_2(t) = N_{20} e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \quad (6)$$

Pentru numărul de nuclee de specia (2) care se dezintegrează în timpul de măsură  $t_r \div t_r + t_m$  se obține:

$$\begin{aligned} \Delta N_2 &= N_2(t_r) - N_2(t_r + t_m) = \\ &= N_{20} \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t_r} (1 - e^{-\lambda_2 t_m}) + N_{10} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t_r} (1 - e^{-\lambda_1 t_m}) \end{aligned} \quad (7)$$

Suprafața foticului (numărul pusurilor înregistrate în fotic) este dat de:

$$S_{f3} = \Delta N_2 \cdot \varepsilon_{\gamma 3} \cdot g \cdot s_{\gamma 3} \quad (8)$$

Cu  $N_{10}$  din (4) din relațiile (7) și (8) rezultă:



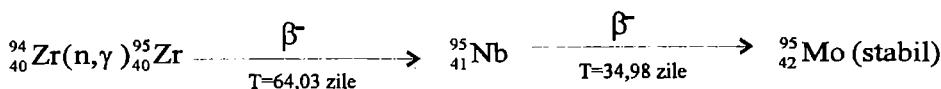
$$N_{20} = \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)S_{\beta} \varepsilon_{\gamma_2} s_{\gamma_2} - \lambda_1 S_{\beta} \varepsilon_{\gamma_3} s_{\gamma_3}}{\lambda_2 \cdot g \cdot \varepsilon_{\gamma_2} \cdot s_{\gamma_2} \cdot \varepsilon_{\gamma_3} \cdot s_{\gamma_3}} e^{-\lambda_2 t_r} (1 - e^{-\lambda_1 t_m}) \quad (9)$$

Conform definiției randamentul cumulativ va fi:

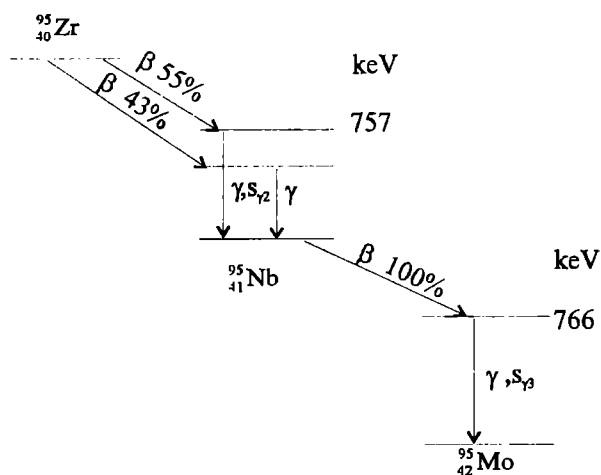
$$y_{c2} = N_{20}/N_f \quad (10)$$

cu  $N_f$  din relația (5).

Un caz care ilustrează această problemă este prezentat în continuare în secvența:



cu schema de dezintegrare din figura alăturată. Nucleele de  ${}^{95}\text{Zr}$  reprezintă nucleele de specia (1) iar nucleele de  ${}^{95}\text{Nb}$  sunt nucleele de specia (2). Nucleul  ${}^{95}\text{Zr}$  prin dezintegrări  $\beta^-$  populează diferite nivele excitate ale nucleului  ${}^{95}\text{Nb}$ . Se pot alege diferite tranziții  $\gamma$ ; desigur sunt preferate cele ce au un factor spectroscopic (intensitate absolută) cât mai mare. În particular poate fi aleasă tranziția de 757 KeV pentru care  $s_{\gamma_2} = 0,55$ . Nucleul  ${}^{95}\text{Nb}$  practic 100% (exact 99,80%) se dezintegrează pe nivelul excitat al  ${}^{95}\text{Mo}$  cu energia de excitare de 766 keV care apoi se dezexcită  $\gamma$ . Factorul de schemă va fi  $s_{\gamma_3} = 0,998 \cong 1$ .



## B

1. Nucleele de  ${}^{235}\text{U}$  se consumă în timp atât prin fisiune cât și prin captură radiativă, efectul acestor procese fiind luat în considerare prin secțiunea de activare  $\sigma_a$ . Evoluția în timp a nucleelor de  ${}^{235}\text{U}$  se determină din ecuația:

$$\frac{dn}{dt} = -n\sigma_a \Phi$$

care are soluția:

$$n = n_0 e^{-\Phi\sigma_a t}$$

În aceste relații  $n$  este numărul de nucleee de  ${}^{235}\text{U}$  din unitatea de volum. Deoarece  $\Phi\sigma_a \cong 6,8 \cdot 10^{-8}$  rezultă pentru timpul de funcționare  $t_f = 20$  zile  $\Phi\sigma_a t_f \cong 0,0979$  și deci  $n \cong$

$0.91 \cdot n_0$ . Rezultă că  $n$  poate fi considerat constant și egal cu  $n_0$  în limita unei erori relative de 9%. Numărul de nuclee  $n_0$  și deci  $n$ , conform enunțului, va fi:

$$n = p_s \frac{\rho}{A} N_A; \bar{A} = \sum p_i A_i$$

Rezultă

$$n \cong 1,42 \cdot 10^{27} \text{ m}^{-3}.$$

2. Dat fiind faptul că nucleele de  $^{135}\text{Te}$  trec în nuclee de  $^{135}\text{I}$  cu timpul de înjumătățire de 2', foarte mic în comparație cu timpul de înjumătățire al  $^{135}\text{I}$  (de 6,7 h) se poate considera că produsul inițial de fisiune este  $^{135}\text{I}$ . Ca urmare se poate considera că nucleele de  $^{135}\text{I}$  se formează direct în procesul de fisiune cu randamentul  $y_1 = 0,056$  și se pierd prin dezintegrare și prin captură. Evoluția în timp va fi:

$$\frac{dN_1}{dt} = \Phi n \sigma_f y_1 - \lambda_1 N_1 - \Phi \sigma_1 N_1 = \Phi n \sigma_f y_1 - (\lambda_1 + \Phi \sigma_1) N_1 \quad (1)$$

Deoarece la momentul inițial numărul nucleelor de iod era zero rezultă soluția :

$$N_1 = \frac{\Phi n \sigma_f y_1}{\lambda_1 + \sigma_1 \Phi} (1 - e^{-(\lambda_1 + \sigma_1 \Phi)t}) \quad (2)$$

Cu:  $\lambda_1 = \ln 2 / T_{1/2} \cong 2,87 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ,  $\sigma_1 \Phi = 7 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$  rezultă că  $\lambda_1 + \sigma_1 \Phi \cong \lambda_1$  și :

$$N_1 \cong 1,58 \cdot 10^{23} (1 - e^{-2,87 \cdot 10^{-5} t}) \text{ m}^{-3} \quad (3)$$

Din această relație se constată că după un timp de cca.  $10T_{1/2} = 67\text{h}$  practic  $N_1$  are valoarea maximă  $N_{1\text{max}} = 1,58 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$ .

3. In mod similar evoluția în timp a nucleelor de  $^{135}\text{Xe}$  se determină din ecuația:

$$\frac{dN_x}{dt} = \Phi n \sigma_f y_2 + \lambda_1 N_1 - (\lambda_2 + \Phi \sigma_2) N_x \quad (4)$$

Cu  $N_1$  din ecuația (2) și condiția  $N_x(t=0) = 0$  se obține:

$$N_x = \frac{\Phi n \sigma_f y_2 + \lambda_1 N_{1\text{max}}}{a_2} (1 - e^{-a_2 t}) + \frac{\lambda_1 N_{1\text{max}}}{a_2 - a_1} (e^{-a_2 t} - e^{-a_1 t}) \quad (5)$$

cu :

$$a_1 = \lambda_1 + \sigma_1 \Phi \cong \lambda_1; \quad a_2 = \lambda_2 + \sigma_2 \Phi \cong 2,91 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1} \quad (6)$$

Se vede că  $a_2$  corespunde unui timp de înjumătățire  $T_2 = \ln 2 / a_2 \cong 0,66\text{h}$  și ca urmare după timpul  $10T_{1/2} = 67\text{h}$  practic și nucleele de  $^{135}\text{Xe}$  au valoarea maximă:

$$N_{x\text{max}} = \frac{\Phi n \sigma_f y_2 + \lambda_1 N_{1\text{max}}}{a_2} \cong 1,6 \cdot 10^{22} \text{ nuclee / m}^3 \quad (7)$$

4. In cazul nucleelor de  $^{135}\text{Xe}$  secțiunea macroscopică de absorbție este dată de secțiunea de captură radiativă  $\sigma_2$  și deci conform definiției *gradul de otrăvire*  $q$  va fi:

$$q = \frac{\sigma_2 N_x(t)}{\sigma_a n}$$

cu  $N_x(t)$  din (5) și cu  $n$  constant. După un timp de  $10T_{1/2} = 67\text{h}$  gradul de otrăvire devine maxim și constant și va avea valoarea:

$$q_{\max} = \frac{\sigma_2 N_{x\max}}{\sigma_a n} \cong 0,045 \quad (8)$$

5. După oprirea reactorului nucleeele în discuție nu se mai formează în procesul de fisiune și nici nu mai dispar prin procesul de captură; ca urmare evoluția lor în timp se determină din ecuațiile:

$$\frac{dN_I}{dt} = -\lambda_1 N_I \quad (9)$$

$$\frac{dN_x}{dt} = \lambda_1 N_I - \lambda_2 N_x \quad (10)$$

In aceste relații timpul este socotit de la oprirea reactorului. Punând condițiile ca la momentul inițial nucleeele în cauză au valoarea maximă, rezultă următoarea evoluție în timp:

$$N_I(t) = N_{I\max} \cdot e^{-\lambda_1 t} \quad (11)$$

$$N_x(t) = \frac{\lambda_1 N_{I\max}}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} + (N_{x\max} - \frac{\lambda_1 N_{I\max}}{\lambda_2 - \lambda_1}) e^{-\lambda_2 t} \quad (12)$$

Din condiția  $\left. \frac{dN_x(t)}{dt} \right|_{t^*} = 0$  se deduce timpul  $t^*$  după care numărul nucleelor de xenon devine maxim; se obține:

$$t^* = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \ln \frac{\lambda_2 (A - N_{x\max})}{\lambda_1 A} \quad \text{cu} \quad A = \frac{\lambda_1 N_{I\max}}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad (13)$$

Substituind relația :

$$(N_{x\max} - \frac{\lambda_1 N_{I\max}}{\lambda_2 - \lambda_1}) e^{-\lambda_2 t^*} = -\frac{\lambda_1}{\lambda_2} (\frac{\lambda_1 N_{I\max}}{\lambda_2 - \lambda_1}) e^{-\lambda_1 t^*} \quad (14)$$

în (12) pentru valoarea maximă a nucleelor de xenon se obține:

$$N_x(t^*) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_{I\max} e^{-\lambda_1 t^*} \quad (15)$$

Gradul de otrăvire maxim, conform definiției de mai sus, va fi:

$$q = \frac{\sigma_2 N_x(t^*)}{\sigma_a n} = N_{I\max} \frac{\lambda_1 \sigma_2}{\lambda_2 \sigma_a n} e^{-\lambda_1 t^*} \quad (16)$$

Rezultă  $t^* \cong 10,2 \text{ h}$  și pentru  $q$  din relația (16) se obține  $q \cong 0,209$

*Comentariu: Gradul de otrăvire  $q$  crește de la valoarea 0,045 la cca.0,209 într-un timp egal cu  $\approx 10,2$  h. Ca urmare reactorul nu va putea fi pornit decât dacă are o rezervă mare de reactivitate. Dacă reactorul este astfel proiectat încât abia pentru  $q \leq 0,1$  pornește, trebuie așteptat cca. 30 h pentru ca acest lucru să fie posibil. Acest fenomen este foarte dăunător pentru vasele de suprafață și submarine nucleare care pentru a putea fi pornite imediat au un exces mare de reactivitate realizat cu bare "booster" făcute din uraniu puternic îmbogățit.*

### \$3.4. Secțiuni eficiente de fisiune.

#### \$3. 4.1 Rezonanțe izolate.

#### SF7

Secțiunea procesului elastic pentru o rezonanță izolată de nucleu compus este:

$$\sigma_{n,n}(E) = \pi \cdot \lambda_n^2 \cdot g_n^J \cdot \frac{\Gamma_n^2(E)}{(E - E_n)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

În această relație  $\Gamma_n(E)$  este lărgimea parțială pentru procesul elastic care depinde de energia cinetică incidentă  $E$ ,  $\Gamma$  este lărgimea totală a rezonanței respective, egală cu suma lărgimilor parțiale a proceselor posibile iar  $g_n^J$  este factorul statistic de spin egal cu

$$g_n^J = \frac{2J + 1}{(2s_n + 1) \cdot (2I_T + 1)}$$

în care  $J$  este spinul rezonanței iar  $s_n, I_T$  sunt, respectiv, spinul proiectilului și al țintei. Pentru energia de rezonanță această secțiune devine :

$$\sigma_{n,n}(E_n) = 4\pi \cdot \lambda_n^2 \cdot g_n^J \cdot \frac{\Gamma_n^2(E_n)}{\Gamma^2}$$

În mod similar secțiunea totală pentru o rezonanță izolată de nucleu compus este:

$$\sigma_t(E) = \pi \cdot \lambda_n^2 \cdot g_n^J \cdot \frac{\Gamma_n(E) \cdot \Gamma}{\Gamma^2}; \quad \sigma_t(E_n) = 4\pi \cdot \lambda_n^2 \cdot g_n^J \cdot \frac{\Gamma_n}{\Gamma}$$

Din relațiile de mai sus rezultă legătura dintre secțiunea elastică și totală la rezonanță:

$$\sigma_t^2(E_n) = 4\pi \cdot \lambda_n^2 \cdot g_n^J \cdot \sigma_{n,n}(E_n)$$

Cu:

$$\lambda^2 = \frac{(\hbar c)^2}{2c^2} \cdot \frac{(m_p + m_n)^2}{m_p^2 \cdot m_n} \cdot \frac{1}{E} \approx \frac{0.21009 \cdot 10^6}{E(\text{eV})} \approx 7.244 \cdot 10^5 \text{ b}$$

și  $g_\alpha^J = 0,4375$  pentru secțiunea totală se obține valoarea  $\sigma_t \cong 282,227 \text{ b}$ . Deoarece  $\sigma_t = \sigma_{n,n} + \sigma_{nf} + \sigma_{ny}$  rezultă  $\sigma_{nf} + \sigma_{ny} \cong 282,207 \text{ b}$ . Folosind raportul din enunț se obține :

$$\sigma_{nf} \cong 209,096 \text{ b și } \sigma_{ny} \cong 73,111 \text{ b.}$$

2. Din relația  $\sigma_{n,\gamma} / \sigma_{n,f} = \Gamma_\gamma / \Gamma_f$  rezultă  $\Gamma_f \approx 0.10 \text{ eV}$ . În mod similar din raportul  $\sigma_{n,n} / \sigma_{n,f} = \Gamma_n(E_n) / \Gamma_f$  rezultă  $\Gamma_n(E_n) \approx 9.565 \cdot 10^{-6} \text{ eV}$

3. Având în vedere relația  $\Gamma_n \sim E^{1/2}$  rezultă că lărgimile neutronice pentru energia E se exprimă în funcție de lărgimea rezonanței  $\Gamma_n(E_n)$  de la 0.29 eV (prima rezonanță) prin relația:

$$\Gamma_n(E) = \Gamma_n(E_n = 0.29) \cdot \sqrt{\frac{E}{0.29}} \approx 1.776 \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{E}$$

Secțiunea de fisiune pentru rezonanța " $\mu$ " va fi:

$$\sigma_{\mu,n,f}(E) = \pi \cdot \lambda_n^2 \cdot g_n^J \cdot \frac{\Gamma_{\mu n}(E) \cdot \Gamma_{\mu f}}{(E - E_\mu)^2 + \frac{\Gamma_\mu^2}{4}}$$

cu:

$$\Gamma_\mu = \Gamma_{\mu n}(E) + \Gamma_{\mu f} + \Gamma_\gamma ; \Gamma_{\mu n}(E) = \Gamma_n(E_n = 0.29) \cdot \sqrt{\frac{E_\mu}{0.29}}$$

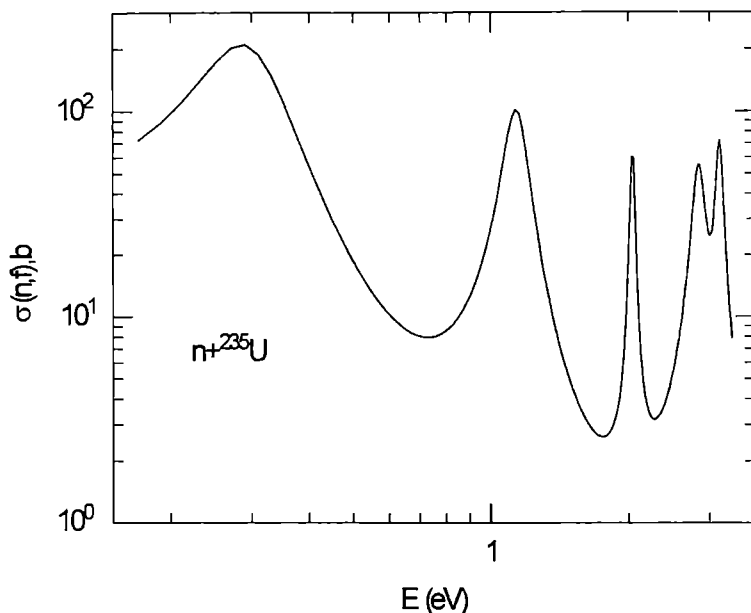
sau, având în vedere valorile numerice se obține pentru secțiunea de fisiune, exprimată în barni, când energia E se exprimă în eV expresia:

$$\sigma_{\mu,n,f}(E) \approx \frac{2.886 \cdot 10^5}{E} \cdot \frac{\Gamma_{\mu n}(E) \cdot \Gamma_{\mu f}}{(E - E_n)^2 + \frac{\Gamma_\mu^2}{4}} \approx \frac{5.126}{\sqrt{E}} \cdot \frac{\Gamma_{\mu f}}{(E - E_\mu)^2 + \frac{\Gamma_\mu^2}{4}}$$

Secțiunea de fisiune pentru rezonanțele considerate va fi:

$$\sigma_{n,f} = \sum_{\mu=1}^5 \sigma_{\mu,n,f}$$

Această secțiune este reprezentată grafic, pentru domeniul energetic 0.17÷3.35 eV, în figura ce urmează.



### §3. 4.2. Rezonanțe nerezolvate.

#### SF8

Folosind valorile din enunț se obține:

$$\lambda^2 = \frac{(\hbar c)^2}{2c^2} \cdot \frac{(m_T + m_n)^2}{m_T^2 \cdot m_n} \cdot \frac{1}{E} \approx \frac{21 \cdot 10^6}{E(\text{eV})} (\text{F}^2) = \frac{0.21 \cdot 10^6}{E(\text{eV})} (\text{b}) \approx 1400 \text{ b}$$

în care  $\lambda^2$  este exprimat în (fermi)<sup>2</sup> [F<sup>2</sup>] și în barni (b). Pentru factorul statistic de spin se obține:

$$g_n^J = \frac{2J+1}{16}$$

Cu aceste valori și folosind pentru  $\langle D \rangle = 0.63 \text{ eV}$ , indiferent de valoarea (JII), se obține pentru secțiunea  $\langle \sigma_{n,\alpha'}(E) \rangle$ ;  $\alpha' = f, \gamma$ , exprimată în barni, expresia:

$$\langle \sigma_{n,\alpha'}(E) \rangle \approx 2742.688 \cdot \sum_{J\Pi} (2J+1) \frac{\langle \Gamma_{\mu n}^{J\Pi}(1) \rangle \cdot \langle \Gamma_{\mu\alpha'}^{J\Pi} \rangle}{\langle \Gamma_{\mu}^{J\Pi} \rangle}$$

Legile de conservare:

$$\bar{I} + \bar{I}_r + \bar{s}_n = \bar{J}; \quad \Pi_r \Pi_n (-1)^l = \Pi; \quad \bar{s}_n = \frac{\bar{I}}{2}, \Pi_n = "++"$$

conduc, pentru  $l=0$  la valorile:  $J^\Pi=3^-,4^-$  și  $\nu_0^{3^-} = \nu_0^{4^-} = 1$ . Pentru  $l=1$  se obțin valorile :  $J^\Pi=2^+,3^+,4^+,5^+$  și  $\nu_1^{2^+} = \nu_1^{5^+} = 1; \nu_1^{3^+} = \nu_1^{4^+} = 2$ . Raza de interacție este:

$$R = r_0 \cdot (A_r^{1/3} + 1) \approx 8.9636F \text{ iar } \text{mărimea } (Rk)^2 = (R/\lambda)^2 \approx 5.74 \cdot 10^{-4}$$

are o valoare foarte mică cum era de așteptat. De asemenea se obține  $P_1 \approx 5.7334 \cdot 10^{-4}$  și deci  $P_0 \gg P_1$

Folosind aceste valori cât și valorile din enunțul problemei pentru lărgimile neutronice se obțin valorile:

$$\langle \Gamma_{\mu n}^{3^-}(0) \rangle = \langle \Gamma_{\mu n}^{4^-}(0) \rangle = S_0 \cdot \langle D \rangle \cdot (E/E_r)^{1/2} \cdot P_0 = 7.63873 \cdot 10^{-4} \text{ eV}$$

$$\langle \Gamma_{\mu n}^{2^+}(1) \rangle = \langle \Gamma_{\mu n}^{5^+}(1) \rangle = S_1 \cdot \langle D \rangle \cdot (E/E_r)^{1/2} \cdot P_1 = 8.62646 \cdot 10^{-7} \text{ eV}$$

$$\langle \Gamma_{\mu n}^{3^+}(1) \rangle = \langle \Gamma_{\mu n}^{4^+}(1) \rangle = S_1 \cdot \langle D \rangle \cdot (E/E_r)^{1/2} \cdot P_1 \cdot 2 = 1.72529 \cdot 10^{-6} \text{ eV}$$

Pentru calculul lărgimilor medii de fisiune calculăm mai întâi valorile

$$V_{fA,B}(J,\Pi,K) - V_{A,B} = \varepsilon_{A,B}(K^\Pi) + \left( \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \right)_{A,B} \{J(J+1) - K(K+1)\}$$

Aceste valori (în MeV), care stabilesc *schema nivelelor de tranziție* în cele două puncte de șa (în MeV), sunt date în tabelele ce urmează:

Tabel cu valorile  $V_{fA}(J,\Pi,K) - V_A$

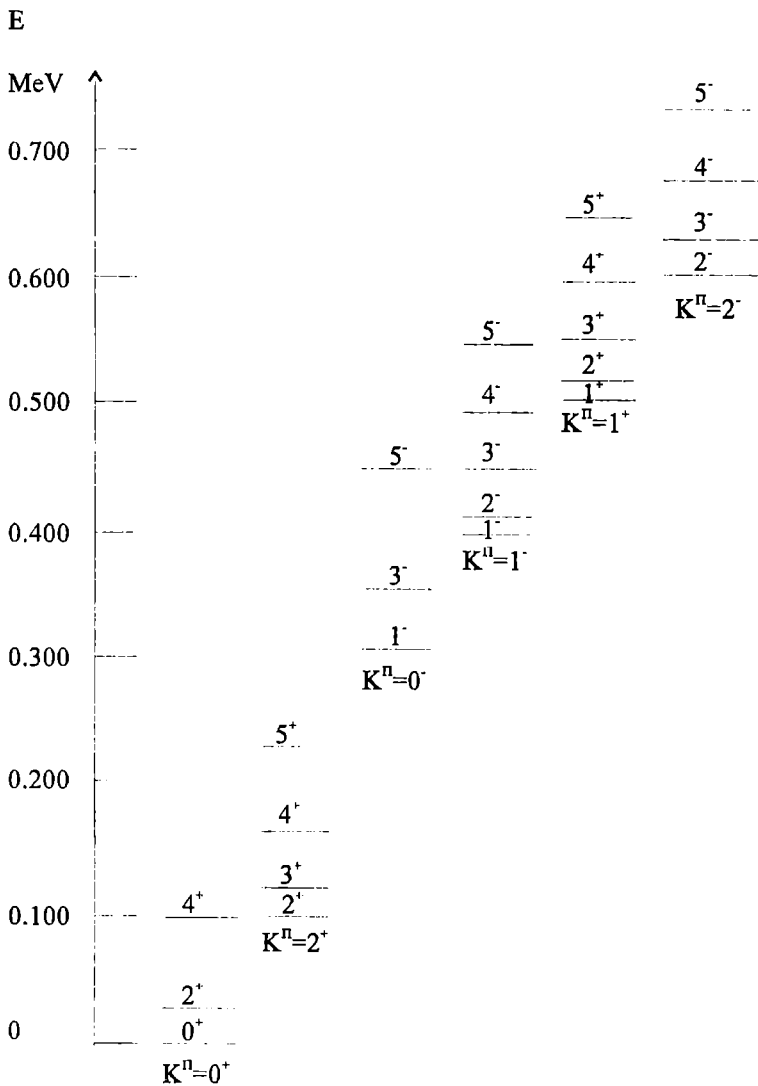
$K^\Pi$	J=0	J=1	J=2	J=3	J=4	J=5
$0^+$	0	-	0.300	-	0.100	-
$0^-$	-	0.310	-	0.360	-	0.450
$1^-$	-	0.400	0.420	0.450	0.490	0.540
$2^-$	-	-	0.600	0.630	0.670	0.720
$2^+$	-	-	0.100	0.130	0.170	0.220
$1^+$	-	0.500	0.520	0.550	0.590	0.640

Tabel cu valorile  $V_{B,}(J, \Pi, K) - V_B$ .

$K^\Pi$	J=0	J=1	J=2	J=3	J=4	J=5
$0^+$	0	-	0.012	-	0.040	-
$0^-$	-	0.004	-	0.024	-	0.060
$1^-$	-	0.050	0.058	0.070	0.086	0.106
$2^-$	-	-	0.150	0.162	0.178	0.198
$2^+$	-	-	0.400	0.412	0.428	0.448
$1^+$	-	0.100	0.108	0.120	0.136	0.156

Schema nivelelor de tranziție în punctul de șa A, conform valorilor din tabelul mai sus, este redată în figura de mai jos.

Cu valorile din tabelele de mai sus și cu valorile:





Cu valorile din tabelele de mai sus și cu valorile:

$$V_A = 6 \text{ MeV}; \hbar\omega_A = 1.0 \text{ MeV}; \quad V_B = 5.5 \text{ MeV}; \hbar\omega_B = 0.6 \text{ MeV};$$

pentru coeficienții de transmisie

$$T_{f_{A,B}}(E^*, J, \Pi) = \sum_{K \leq J} T_{f_{A,B}}(E^*, J, \Pi, K);$$

$$T_{f_{A,B}}(E^*, J, \Pi, K) = \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{2\pi}{\hbar\omega_{A,B}} [V_{f_{A,B}}(J, \Pi, K) - E^*] \right] \right\}^{-1}$$

$$T_f(E^*, J, \Pi) = \frac{T_{f_A}(E^*, J, \Pi) \cdot T_{f_B}(E^*, J, \Pi)}{T_{f_A}(E^*, J, \Pi) + T_{f_B}(E^*, J, \Pi)}$$

se obțin valorile din tabelul următor:

Tabel cu valorile coeficienților de transmisie pentru fisiune:

J	$T_{f_A}(\Pi=+)$	$T_{f_B}(\Pi=+)$	$T_{f_A}(\Pi=-)$	$T_{f_B}(\Pi=-)$	$T_f(\Pi=+)$	$T_f(\Pi=-)$
0	0.9870	1.0000	0	0	0.4967	0
1	0.7667	1.0000	1.7760	2.0000	0.4340	0.9407
2	2.7040	3.0000	1.4810	2.0000	1.4220	0.8510
3	1.6770	2.0000	2.22980	3.0000	0.9121	1.3010
4	2.5900	3.0000	1.3080	2.0000	1.3900	0.7909
5	1.5270	2.0000	1.9890	3.0000	0.8659	1.1960

Cu valorile corespunzătoare din acest tabel pentru lărgime mediate de fisiune:

$$\langle \Gamma_f^{J\Pi}(E^*) \rangle = \frac{\langle D^{J\Pi} \rangle}{2\pi} T_f(E^*, J\Pi)$$

se obțin valorile:

$$\langle \Gamma_f^{3-}(E^*) \rangle = 0.1305 \text{ eV}; \quad \langle \Gamma_f^{4-}(E^*) \rangle = 0.0793 \text{ eV}$$

$$\langle \Gamma_f^{2+}(E^*) \rangle = 0.1426 \text{ eV}; \quad \langle \Gamma_f^{3+}(E^*) \rangle = 0.0914 \text{ eV}$$

$$\langle \Gamma_f^{4+}(E^*) \rangle = 0.1394 \text{ eV}; \quad \langle \Gamma_f^{5+}(E^*) \rangle = 0.0868 \text{ eV}$$

Cu valorile de mai sus pentru secțiunile cerute

$$\langle \sigma_{n,\alpha'}(l) \rangle \approx 2742.688 \cdot \sum_{J\Pi} (2J+1) \frac{\langle \Gamma_{\mu\nu}^{J\Pi}(l) \rangle \cdot \langle \Gamma_{\mu\alpha'}^{J\Pi} \rangle}{\langle \Gamma_{\mu}^{J\Pi} \rangle}; \quad \alpha' = f, \gamma$$

se obțin valorile:

$$\begin{aligned}\langle \sigma_{n,f} \rangle &= \langle \sigma_{n,f}(l=0) \rangle + \langle \sigma_{n,f}(l=1) \rangle \approx 22.93444 + 0.1349 = 23.06935b \\ \langle \sigma_{n,\gamma} \rangle &= \langle \sigma_{n,\gamma}(l=0) \rangle + \langle \sigma_{n,\gamma}(l=1) \rangle \approx 10.58662 + 5.44 \cdot 10^{-2} = 10.64098b\end{aligned}$$

Din valorile de mai sus se constată că undele parțiale cu  $l=1$  au o contribuție foarte mică, după cum era de așteptat. Considerarea fluctuațiilor lărgimilor de nivel la scăderea secțiunilor de mai sus în special pentru secțiunea  $(n,f)$ . Oricum valorile obținute sunt în acord rezonabil cu secțiunile experimentale care au valorile

$$\langle \sigma_{n,f} \rangle \approx 21.030b; \langle \sigma_{n,\gamma} \rangle \approx 11.450b.$$

### S3. 4.3 Modelul statistic pentru fisiune.

SF9

A

A1. Conform enunțului se calculează secțiunea eficace a procesului  $(n,f)$  relația:

$$\sigma_{n,f}(E) = \pi \tilde{\lambda}^2 g_n^J \sum_{\Pi l j} T_{nlj}(E, J, \Pi) P_f(E, J, \Pi)$$

cu:

$$P_f(E, J, \Pi) = \frac{T_f(E^*, J, \Pi)}{T_n(E, J, \Pi) + T_f(E^*, J, \Pi)}$$

Folosind valorile din enunț se obține:

$$\tilde{\lambda}^2 = \frac{(\hbar c)^2}{2c^2} \cdot \frac{(m_T + m_n)^2}{m_T^2 \cdot m_n} \cdot \frac{1}{E} \approx \frac{0.21}{E(\text{MeV})} = 2.1b \text{ și } g_n^J = \frac{2J+1}{4}$$

Rezultă pentru secțiunea eficace, exprimată în barni ( $b$ ) relația:

$$\sigma_{n,f}(E=0.1) \approx 1.649 \sum_{\Pi l j} (2J+1) T_{nlj}(E, J, \Pi) P_f(E, J, \Pi)$$

Din conservarea momentului cinetic total:  $\bar{J} = \frac{\bar{1}}{2} + \frac{\bar{1}}{2} + \bar{1}$  pentru  $l_{\text{maxim}} = 2$ , conform valorilor coeficienților de transmisie din tabelul din enunț, rezultă  $J=0,1,2,3$ . Din conservarea parității  $\Pi_n \cdot \Pi_T (-1)^l = \Pi$  rezultă valorile:  $J^\Pi = 0^+, 1^+, 2^+, 3^+$ .

Coeficienții neutronici  $T_n(E, J, \Pi)$ , ținând cont de conservarea momentului cinetic și al parității, coeficienți pe care îi vom nota cu  $T_n(J^\Pi)$ , vor fi:

$$T_n(0^+) = T_{0,1/2}(0) + T_{2,3/2}(1) + T_{2,5/2}(2) = 0.1801$$

$$T_n(0^-) = T_{1,1/2}(0) + T_{1,3/2}(1) = 0.1880$$

$$T_n(1^+) = T_{0,1/2}(0) + T_{2,3/2}(1) + T_{2,5/2}(1) + T_{2,3/2}(2) + T_{2,5/2}(2) + T_{2,5/2}(3) = 0.1807$$

$$T_n(1^-) = T_{1,1/2}(0) + T_{1,3/2}(0) + T_{1,1/2}(1) + T_{1,3/2}(1) + T_{1,3/2}(2) = 0.4166$$

$$T_n(2^+) = T_{2,3/2}(0) + T_{2,5/2}(0) + T_{0,1/2}(1) + T_{2,3/2}(1) + T_{2,5/2}(1) + T_{0,1/2}(2) + T_{2,3/2}(2) + T_{2,5/2}(2) + T_{2,3/2}(3) + T_{2,5/2}(3) = 0.2933$$

$$T_n(2^-) = T_{1,3/2}(0) + T_{1,1/2}(1) + T_{1,3/2}(1) + T_{1,1/2}(2) + T_{1,3/2}(2) + T_{1,3/2}(3) = 0.3773$$

$$T_n(3^+) = T_{2,5/2}(0) + T_{2,3/2}(1) + T_{2,5/2}(1) + T_{0,1/2}(2) + T_{2,3/2}(2) + T_{2,5/2}(2) + T_{0,1/2}(3) + T_{2,3/2}(3) + T_{2,5/2}(3) = 0.2108$$

Pentru obținerea coeficienților de transmisie  $T_f(E^*, J, \Pi)$ , definiți numai de nivele discrete vom calcula mai întâi barierele de fisiune  $V_{fA,B}(J, \Pi, K)$  pentru nivelele de tranziție  $(J, \Pi, K)$  conform relației:

$$V_{fA,B}(J, \Pi, K) = V_{A,B} + \varepsilon_{A,B}(K^\Pi) + \left( \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_{A,B}} \right) \{J(J+1) - K(K+1)\}$$

Cu valorile  $\varepsilon_{A,B}(K^\Pi)$  și  $V_{A,B}$  din enunț se obțin valorile din tabelele ce urmează:

Tabel cu valorile  $V_{fA}(J, \Pi, K)$

$K^\Pi$	$J^\Pi=0^+$	$J^\Pi=0^-$	$J^\Pi=1^+$	$J^\Pi=1^-$	$J^\Pi=2^+$	$J^\Pi=2^-$	$J^\Pi=3^+$
$0^+$	5.9	-	-	-	5.93	-	-
$0^-$	-	-	-	6.56	-	-	-
$2^+$	-	-	-	-	6.25	-	6.28

Tabel cu valorile  $V_{fB}(J, \Pi, K)$

$K^\Pi$	$J^\Pi=0^+$	$J^\Pi=0^-$	$J^\Pi=1^+$	$J^\Pi=1^-$	$J^\Pi=2^+$	$J^\Pi=2^-$	$J^\Pi=3^+$
$0^+$	5.2	-	-	-	5.212	-	-
$0^-$	-	-	-	5.204	-	-	-
$2^+$	-	-	-	-	5.95	-	5.962

În obținerea valorilor din aceste tabele s-a ținut cont de următoarele:

- pentru banda  $K^\Pi=0^+$  se obțin nivele de rotație cu  $I^\Pi=0^+, 2^+, 4^+$ , etc
- pentru banda  $K^\Pi=0^-$  se obțin nivele de rotație cu  $I^\Pi=1^-, 3^-, 5^-$ , etc
- pentru banda  $K^\Pi=2^+$  se obțin nivele de rotație cu  $I^\Pi=2^+, 3^+, 4^+$ , etc

Cu valorile din aceste tabele, valorile  $\hbar\omega_{A^-} = 0.9$ ,  $\hbar\omega_{B^-} = 0.6$  și cu energia de excitație nucleului compus  $E^* = B_n + E \frac{m_T}{m_n + m_T} \approx 6.6344 \text{ MeV}$  pentru coeficienții de transmisie de fisiune  $T_{f_{A,B}}(E^*, J, \Pi)$ :

$$T_{f_{A,B}}(E^*, J, \Pi) = \sum_{K \leq J} T_{f_{A,B}}(E^*, J, \Pi, K);$$

$$T_{f_{A,B}}(E^*, J, \Pi, K) = \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{2\pi}{\hbar\omega_{A,B}} [V_{f_{A,B}}(J, \Pi, K) - E^*] \right] \right\}^{-1}$$

și coeficienții de fisiune:

$$T_f(E^*, J, \Pi) = \frac{T_{f_A}(E^*, J, \Pi) \cdot T_{f_B}(E^*, J, \Pi)}{T_{f_A}(E^*, J, \Pi) + T_{f_B}(E^*, J, \Pi)}$$

se obțin valorile din tabelul următor:

Tabel cu valorile coeficienților  $T_{f_{A,B}}(E^*, J, \Pi)$  și  $T_f(E^*, J, \Pi)$

J	$T_{f_A}(\Pi=)$	$T_{f_B}(\Pi=+)$	$T_{f_A}(\Pi=-)$	$T_{f_B}(\Pi=-)$	$T_f(\Pi=+)$	$T_f(\Pi=-)$
0	0.9941	1.0000	0	0	0.4985	0
1	0	0	0.6257	1.0000	0	0.3849
2	1.9280	1.9990	0	0	0.9816	0
3	0.9219	0.9991	-	-	0.4795	-

Transcriem secțiunea de fisiune

$$\sigma_{n,f}(E = 0.1) = 1.649 \sum_{J\Pi} (2J+1) T_{n,f}(E, J, \Pi) P_f(E, J, \Pi)$$

sub forma:

$$\sigma_{n,f} = 1.649 \sum_{J\Pi} \sigma_{n,f}(J^\Pi)$$

$$\sigma_{n,f}(J^\Pi) = \sum_{ij} (2J+1) T_{n,f}(E, J, \Pi) P_f(E, J, \Pi)$$

Cu valorile de mai sus se obține pentru secțiunile eficace parțiale  $\sigma_f(J^\Pi)$ , exprimate, în barni (b), valorile:

$$\sigma_{n,f}(0^+) = \frac{T_{0,1/2}(0) \cdot T_f(0^+)}{T_n(0^+) + T_f(0^+)} \approx 0.1319$$

$$\begin{aligned}\sigma_{n,f}(0^-) &= \frac{T_{1,1/2}(0) \cdot T_f(0^-)}{T_n(0^-) + T_f(0^-)} = 0 \\ \sigma_{n,f}(1^+) &= 3 \frac{T_{0,1/2}(0) \cdot T_f(1^+)}{T_n(1^+) + T_f(1^+)} = 0 \\ \sigma_{n,f}(1^-) &= \frac{\{T_{1,1/2}(0) + T_{1,3/2}(0)\} \cdot T_f(1^-)}{T_n(1^-) + T_f(1^-)} \approx 0.2883 \\ \sigma_{n,f}(2^+) &= 5 \frac{\{T_{2,3/2}(0) + T_{2,5/2}(0)\} \cdot T_f(2^+)}{T_n(2^+) + T_f(2^+)} \approx 0.0269 \\ \sigma_{n,f}(2^-) &= \frac{T_{1,3/2}(0) \cdot T_f(2^-)}{T_n(2^-) + T_f(2^-)} = 0 \\ \sigma_{n,f}(3^+) &= 7 \frac{T_{2,5/2}(0) \cdot T_f(3^+)}{T_n(3^+) + T_f(3^+)} \approx 0.0015\end{aligned}$$

Se obține pentru secțiunea de fisiune valoarea: Secțiunea eficace pentru procesul (n,f), pentru energia cinetică E, în cadrul modelului statistic Hauser-Feshbach se exprimă astfel:

$$\sigma_{nf}(E) = \sum_{j^n} \sigma_n^{NC}(E, J, \Pi) P_f(E, J, \Pi)$$

$$\sigma_{n,f} = 1.649 \cdot \sum_{j^\Pi} \sigma_{n,f}(J^\Pi) \approx 0.7397 b$$

*Observație: Valoarea experimentală pentru secțiunea de fisiune a procesului  $n + {}^{239}\text{Pu}$  la energia cinetică  $E=0.1 \text{ MeV}$  este de cca.1.5 b. Valoarea mult mai mică obținută în această problemă este datorată faptului că sau considerat, pentru a simplifica problema, prea puține nivele de tranziție în cele două puncte de șa. În realitate ar trebui considerate și nivele de tranziție ce rezultă din constrirea nivelelor de rotație pe nivele vibraționale 1 și 2 ca și spectrul continuu pentru aceste nivele de tranziție.*

A2. Secțiunea procesului elastic se deduce cu formula:

$$\sigma_{m_0}(E) = \sum_{j^n} \sigma_n^{NC}(E, J, \Pi) P_{n_0}(E, J, \Pi)$$

$$\text{cu: } P_{n_0}(E, J, \Pi) = \frac{\sum_{i^j} T_{n_0, i^j}(E_i, J, \Pi)}{T_n(E, J, \Pi) + T_{\text{com}}(E^*, J, \Pi) + T_f(E^*, J, \Pi)}$$

Procedând ca și mai sus se obține:

$$\sigma_{n,n_0}(E=0.1) = 1.649 \sum_{J\Pi} (2J+1) T_{nj}(E, J, \Pi) P_{n_0}(E, J, \Pi)$$

pe care o scriem astfel:

$$\sigma_{n,n_0} = 1.649 \sum_{J\Pi} \sigma_{n,n_0}(J^\Pi)$$

$$\sigma_{n,n_0}(J^\Pi) = \sum_{lj} (2J+1) T_{nlj}(E, J, \Pi) P_{n_0}(E, J, \Pi)$$

Se obțin valorile:

$$\sigma_{n,n_0}(0^+) = \frac{\{T_{0,1/2}(0)\}^2}{T_n(0^+) + T_f(0^+)} \approx 0.0475$$

$$\sigma_{n,n_0}(0^-) = \frac{\{T_{1,1/2}(0)\}^2}{T_n(0^-) + T_f(0^-)} \approx 0.0350$$

$$\sigma_{n,n_0}(1^+) = 3 \frac{\{T_{0,1/2}(0)\}^2}{T_n(1^+) + T_f(1^+)} \approx 0.5355$$

$$\sigma_{n,n_0}(1^-) = 3 \frac{\{T_{1,1/2}(0) + T_{1,3/2}(0)\}^2}{T_n(1^-) + T_f(1^-)} \approx 0.1499$$

$$\sigma_{n,n_0}(2^+) = 5 \frac{\{T_{2,3/2}(0) + T_{2,5/2}(0)\}^2}{T_n(2^+) + T_f(2^+)} \approx 0.192 \cdot 10^{-6}$$

$$\sigma_{n,n_0}(2^-) = 5 \frac{\{T_{1,3/2}(0)\}^2}{T_n(2^-) + T_f(2^-)} \approx 0.1877$$

$$\sigma_{n,n_0}(3^+) = 7 \frac{\{T_{2,5/2}(0)\}^2}{T_n(3^+) + T_f(3^+)} \approx 9.126 \cdot 10^{-7}$$

Se obține pentru secțiunea eficace de împrăștiere elastică valoarea:

$$\sigma_{n,n_0} = 1.649 \cdot \sum_{J\Pi} \sigma_{n,n_0}(J^\Pi) \approx 1.5760b$$

In mod similar pentru procesul inelastic pe primul nivel excitat se obține:

$$\sigma_{n,n_1}(0^+) = \frac{T_{0,1/2}(0) \cdot T_{2,3/2}(1)}{T_n(0^+) + T_f(0^+)} \approx 0.0283$$

$$\sigma_{n,n_1}(0^-) = \frac{T_{1,1/2}(0) \cdot T_{1,3/2}(1)}{T_n(0^-) + T_f(0^-)} \approx 0.0461$$

$$\sigma_{n,n_1}(1^+) = 3 \frac{T_{0,1/2}(0) \cdot \{T_{2,3/2}(1) + T_{2,5/2}(1)\}}{T_n(1^+) + T_f(1^+)} \approx 1.49 \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma_{n,n_1}(1^-) = 3 \frac{\{T_{1,1/2}(0) + T_{1,3/2}(0)\} \cdot \{T_{1,1/2}(1) + T_{1,3/2}(1)\}}{T_n(1^-) + T_f(1^-)} \approx 0.2589$$

$$\sigma_{n,n_1}(2^+) = 5 \frac{\{T_{2,3/2}(0) + T_{2,5/2}(0)\} \cdot \{T_{0,1/2}(1) + T_{2,3/2}(1) + T_{2,5/2}(1)\}}{T_n(2^+) + T_f(2^+)} \approx 4.763 \cdot 10^{-4}$$

$$\sigma_{n,n_1}(2^-) = 5 \frac{T_{1,3/2}(0) \cdot \{T_{1,1/2}(1) + T_{1,3/2}(1)\}}{T_n(2^-) + T_f(2^-)} \approx 0.2834$$

$$\sigma_{n,n_1}(3^+) = 7 \frac{\{T_{2,5/2}(0)\} \cdot \{T_{2,3/2}(1) + T_{2,5/2}(1)\}}{T_n(3^+) + T_f(3^+)} \approx 1.52 \cdot 10^{-6}$$

Se obține pentru secțiunea eficace de împrăștiere valoarea:

$$\sigma_{n,n_1} = 1.649 \cdot \sum_{J\Pi} \sigma_{n,n_1}(J^\Pi) \approx 1.0202b$$

In mod similar pentru procesul inelastic pe al doilea nivel excitat se obține valorile:

$$\sigma_{n,n_2}(0^+) = 0$$

$$\sigma_{n,n_2}(0^-) = 0$$

$$\sigma_{n,n_2}(1^+) = 0$$

$$\sigma_{n,n_2}(1^-) = 3 \frac{\{T_{1,1/2}(0) + T_{1,3/2}(0)\} \cdot T_{1,3/2}(2)}{T_n(1^-) + T_f(1^-)} \approx 0.0276$$

$$\sigma_{n,n_2}(2^+) = 5 \frac{\{T_{2,3/2}(0) + T_{2,5/2}(0)\} \cdot T_{0,1/2}(2)}{T_n(2^+) + T_f(2^+)} \approx 6.54 \cdot 10^{-5}$$

$$\sigma_{n,n_2}(2^-) = 5 \frac{T_{1,3/2}(0) \cdot \{T_{1,1/2}(2) + T_{1,3/2}(2)\}}{T_n(2^-) + T_f(2^-)} \approx 0.0976$$

$$\sigma_{n,n_2}(3^+) = 7 \frac{T_{2,5/2}(0) \cdot T_{0,1/2}(2)}{T_n(3^+) + T_f(3^+)} \approx 3.62 \cdot 10^{-4}$$

Se obține pentru secțiunea eficace de împrăștiere valoarea:

$$\sigma_{n,n_2} = 1.649 \cdot \sum_{J\Pi} \sigma_{n,n_2}(J^\Pi) \approx 0.2070 b$$

Pentru secțiunea ne împrăștiere inelastică pe al treilea nivel, ultimul ce se excită, se obțin secțiunile eficace parțiale:

$$\begin{aligned}\sigma_{n,n_3}(0^+) &= 0 \\ \sigma_{n,n_3}(0^-) &= 0 \\ \sigma_{n,n_3}(1^+) &= 0 \\ \sigma_{n,n_3}(1^-) &= 0 \\ \sigma_{n,n_3}(2^+) &= 0 \\ \sigma_{n,n_3}(2^-) &= 5 \frac{T_{1,3/2}(0) \cdot T_{1,3/2}(3)}{T_n(2^-) + T_f(2^-)} \approx 0.0263 \\ \sigma_{n,n_3}(3^+) &= 7 \frac{T_{2,5/2}(0) \cdot T_{0,1/2}(3)}{T_n(3^+) + T_f(3^+)} \approx 2.76 \cdot 10^{-4}\end{aligned}$$

Se obține pentru secțiunea eficace de împrăștiere valoarea:

$$\sigma_{n,n_3} = 1.649 \cdot \sum_{J\Pi} \sigma_{n,n_0}(J^\Pi) \approx 0.0439 b$$

A3. Secțiunea de nucleu compus este dată de suma secțiunilor calculate la punctele precedente:

$$\sigma^{NC} = \sigma_{n,n_0} + \sigma_{n,n_1} + \sigma_{n,n_2} + \sigma_{n,n_3} + \sigma_{n,f} \approx 3.5868 b$$

## B

B1. Folosind valorile din enunț se obține:

$$\lambda^2 = \frac{(\hbar c)^2}{2c^2} \cdot \frac{(m_T + m_n)^2}{m_T^2 \cdot m_n} \cdot \frac{1}{E} \approx \frac{0.21}{E(\text{MeV})} = 2.1 b \text{ și } g_n^J = \frac{2J+1}{2}$$

Rezultă pentru secțiunea eficace, exprimată în barni ( $b$ ) relația:

$$\sigma_{n,f}(E = 0.1) \approx 3.299 \sum_{J\Pi} (2J+1) T_{nlj}(E, J, \Pi) P_f(E, J, \Pi)$$

Din conservarea momentului cinetic total:  $\vec{J} = \vec{1} + \vec{l}$  pentru  $l_{\text{maxim}} = 2$ , conform valorilor coeficienților de transmisie din tabelul din enunț, rezultă  $J = 1/2, 3/2, 5/2$ . Din conservarea parității  $\Pi_n \cdot \Pi_T (-1)^l = \Pi$  rezultă valorile:  $J^\Pi = (1/2)^\pm, (3/2)^\pm, (5/2)^+$ .



Coeficienții neutronici  $T_n(E, J, \Pi)$ , ținând cont de conservarea momentului cinetic și al parității, coeficienții pe care îi vom nota cu  $T_n(J^\Pi)$ , vor fi:

$$\begin{aligned} T_n(1/2^+) &= T_{0,1/2}(0) + T_{2,3/2}(1) + T_{2,5/2}(1) = 0.1699 \\ T_n(1/2^-) &= T_{1,1/2}(0) + T_{1,3/2}(1) = 0.1209 \\ T_n(3/2^+) &= T_{2,3/2}(0) + T_{0,1/2}(1) + T_{2,3/2}(1) + T_{2,5/2}(1) = 0.1296 \\ T_n(3/2^-) &= T_{1,3/2}(0) + T_{1,1/2}(1) + T_{1,3/2}(1) = 0.2027 \\ T_n(5/2^+) &= T_{2,5/2}(0) + T_{0,1/2}(1) + T_{2,3/2}(1) + T_{2,5/2}(1) = 0.1296 \end{aligned}$$

b. In acest caz considerând numai spectrul continuu al nivelelor de tranziție avem:

$$T_{f_{A,B}}(E^*, J, \Pi) = T_{f_{A,B}}^c(E^*, J, \Pi)$$

cu:

$$T_{f_{A,B}}^c(E^*, J, \Pi) = \int_0^\infty \frac{\rho_{A,B}(e, J, \Pi) de}{1 + \exp\{2\pi[V_{A,B} + e - E^*] / \hbar\omega_{A,B}\}}$$

cu:

$$\rho_{A,B}(e, J, \Pi) = C_{A,B}(2J+1) \exp\left[-\frac{(2J+1)^2}{8\sigma_{sA,B}^2}\right] \cdot \exp\left(\frac{e - E_{0A,B}}{T_{A,B}}\right)$$

Folosind valorile:

$$\begin{aligned} C_A &= 0.137 \text{ MeV}^{-1}; & T_A &= 0.412 \text{ MeV}; & V_A &= 6.0 \text{ MeV}; & \hbar\omega_A &= 0.8 \text{ MeV} \\ C_B &= 0.036 \text{ MeV}^{-1}; & T_B &= 0.417 \text{ MeV}; & V_B &= 5.5 \text{ MeV}; & \hbar\omega_B &= 0.5 \text{ MeV} \\ E_{0A} &= E_{0B} = -0.664 \text{ MeV} & \sigma_{sA} &= \sigma_{sB} = 5 \\ E^* &= B_n + E \frac{m_T + m_n}{m_n} \approx 5.1336 \text{ MeV} \end{aligned}$$

se constată că:  $\exp\{2\pi[V_{A,B} - E^*] / \hbar\omega_{A,B}\} \gg 1$  și ca atare pentru coeficienții de fisiune se obține:

$$T_{f_{A,B}}^c(E^*, JP) = I_{A,B} \cdot \int_0^\infty \exp\left(\frac{e}{T_{A,B}}\right) \cdot \exp\left(-\frac{2\pi}{\hbar\omega_{A,B}} e\right) \cdot de = I_{A,B} \left(\frac{2\pi}{\hbar\omega_{A,B}} - \frac{1}{T_{A,B}}\right)^{-1}$$

cu:

$$I_{A,B} = C_{A,B}(2J+1) \cdot \exp\left[-\frac{(2J+1)^2}{8\sigma_{sA,B}^2}\right] \cdot \exp\left[-\frac{2\pi}{\hbar\omega_{A,B}}(V_{A,B} - E^*)\right] \cdot \exp\left(\frac{-E_{0A,B}}{T_{A,B}}\right)$$

Pentru coeficienții  $T_{fA}(J^+) = T_{fA}(J) = T_{fA}$  și  $T_{fB}(J^+) = T_{fB}(J) = T_{fB}$  și  $T_f$  se obțin valorile din tabel:

Tabel cu valorile coeficienților  $T_{fA,B}$  și  $T_f$ :

J	$T_{fA}$	$T_{fB}$	$T_f$
1/2	$2.7493 \cdot 10^{-4}$	$3.4143 \cdot 10^{-4}$	$1.5229 \cdot 10^{-4}$
3/2	$5.1783 \cdot 10^{-4}$	$6.4310 \cdot 10^{-4}$	$2.8685 \cdot 10^{-4}$
5/2	$7.0283 \cdot 10^{-4}$	$8.7285 \cdot 10^{-4}$	$3.8933 \cdot 10^{-4}$

Transcriem secțiunea de fisiune

$$\sigma_{n,f}(E = 0.1) \approx 3.299 \cdot \sum_{J\Pi} (2J + 1) T_{nJ}(E, J, \Pi) P_f(E, J, \Pi)$$

sub forma:

Cu valorile de mai sus se obține pentru secțiunile eficace parțiale  $\sigma_f(J, \Pi)$ , exprimate în barni (b), valorile:

$$\sigma_{n,f}(1/2^+) = 2 \frac{T_{0,1/2}(0) \cdot T_f(1/2^+)}{T_n(1/2^+) + T_f(1/2^+)} \approx 3.04321 \cdot 10^{-4}$$

$$\sigma_{n,f}(1/2^-) = 2 \frac{T_{1,1/2}(0) \cdot T_f(1/2^-)}{T_n(1/2^-) + T_f(1/2^-)} \approx 1.6733 \cdot 10^{-4}$$

$$\sigma_{n,f}(3/2^+) = 4 \frac{T_{2,3/2}(0) \cdot T_f(3/2^+)}{T_n(3/2^+) + T_f(3/2^+)} \approx 2.6500 \cdot 10^{-6}$$

$$\sigma_{n,f}(3/2^-) = 4 \frac{T_{1,3/2}(0) \cdot T_f(3/2^-)}{T_n(3/2^-) + T_f(3/2^-)} \approx 6.6250 \cdot 10^{-4}$$

$$\sigma_{n,f}(5/2^+) = 6 \frac{T_{2,5/2}(0) \cdot T_f(5/2^+)}{T_n(5/2^+) + T_f(5/2^+)} \approx 5.3910 \cdot 10^{-6}$$

Pentru secțiunea de fisiune se obține:

$$\sigma_{n,f} = 3.299 \cdot \sum_{J\Pi} \sigma_{n,f}(J^\Pi) \approx 3.7637 \cdot 10^{-3} \approx 3.76 \text{ mb}$$

*Observație: Valoarea experimentală pentru secțiunea de fisiune a procesului  $n + {}^{242}\text{Pu}$  la energia cinetică  $E = 0.1 \text{ MeV}$  este de cca. 15 mb deci o valoare mică dat fiind faptul că nucleul  ${}^{242}\text{Pu}$  este un nucleu fertil.. Valoarea mai mică decât cea experimentală obținută în această problemă este datorată faptului că sau considerat, pentru a simplifica*

problema, numai spectru continuum pentru nivelele de tranziție în cele două puncte de șa. In realitate ar trebui considerate și spectru discret al nivelelor de tranziție.

B2. Secțiunea procesului elastic de nucleu compus se deduce cu formula:

$$\sigma_{n_0}(E) = \sum_{J^\Pi} \sigma_n^{\text{NC}}(E, J, \Pi) P_{n_0}(E, J, \Pi)$$

cu:

$$P_{n_0}(E, J, \Pi) = \frac{\sum_{l_j} T_{n_0, l_j}(E, J, \Pi)}{T_n(E, J, \Pi) + T_{\text{com}}(E^*, J, \Pi) + T_f(E^*, J, \Pi)}$$

Procedând ca și mai sus se obține:

$$\sigma_{n, n_0}(E = 0.1) = 3.299 \sum_{J^\Pi} (2J+1) T_{n_j}(E, J, \Pi) P_{n_0}(E, J, \Pi)$$

pe care o scriem astfel:

$$\sigma_{n, n_0} = 3.299 \sum_{J^\Pi} \sigma_{n, n_0}(J^\Pi)$$

$$\sigma_{n, n_0}(J^\Pi) = \sum_{l_j} (2J+1) T_{n_j}(E, J, \Pi) P_{n_0}(E, J, \Pi)$$

Se obțin valorile:

$$\sigma_{n, n_0}(1/2^+) = 2 \frac{\{T_{0, 1/2}(0)\}^2}{T_n(1/2^+) + T_f(1/2^+)} \approx 0.3395$$

$$\sigma_{n, n_0}(1/2^-) = 2 \frac{\{T_{1, 1/2}(0)\}^2}{T_n(1/2^-) + T_f(1/2^-)} \approx 0.0731$$

$$\sigma_{n, n_0}(3/2^+) = 4 \frac{\{T_{2, 3/2}(0)\}^2}{T_n[(3/2)^+] + T_f(3/2^+)} \approx 2.77 \cdot 10^{-6}$$

$$\sigma_{n, n_0}(3/2^-) = 4 \frac{\{T_{1, 3/2}(0)\}^2}{T_n(3/2^-) + T_f(3/2^-)} \approx 7.76 \cdot 10^{-5}$$

$$\sigma_{n, n_0}(5/2^+) = 6 \frac{\{T_{2, 5/2}(0)\}^2}{T_n(5/2^+) + T_f(5/2^+)} \approx 4.16 \cdot 10^{-6}$$

Pentru secțiunea de împrăștiere elastică se obține valoarea:

$$\sigma_{n, n_0} = 3.299 \cdot \sum_{J^\Pi} \sigma_{n, n_0}(J^\Pi) \approx 1.3614 b$$

In mod similar pentru procesul inelastic de nucleu compus pe primul nivel excitat se obține:

$$\begin{aligned}\sigma_{n,n_1}(1/2^+) &= 0 \\ \sigma_{n,n_1}(1/2^-) &= 2 \frac{T_{1,1/2}(0) \cdot T_{1,3/2}(1)}{T_n(1/2^-) + T_f(1/2^-)} \approx 0.05977 \\ \sigma_{n,n_1}(3/2^+) &= 4 \frac{T_{2,3/2}(0) \cdot T_{0,1/2}(1)}{T_n[(3/2^+) + T_f(3/2^+)} \approx 1.195 \cdot 10^{-3} \\ \sigma_{n,n_1}(3/2^-) &= 4 \frac{T_{1,3/2}(0) \cdot [T_{1,1/2}(1) + T_{1,3/2}(1)]}{T_n(3/2^-) + T_f(3/2^-)} \approx 0.1974 \\ \sigma_{n,n_1}(5/2^+) &= 6 \frac{T_{2,5/2}(0) \cdot T_{0,1/2}(1)}{T_n(5/2^+) + T_f(5/2^+)} \approx 1.79 \cdot 10^{-3}\end{aligned}$$

Pentru secțiunea de împrăștiere inelastică pe primul nivel se obține valoarea:

$$\sigma_{n,n_1} = 3.299 \cdot \sum_{J^\Pi} \sigma_{n,n_0}(J^\Pi) \approx 0.8583 b$$

B3. Secțiunea de nucleu compus este dată de suma secțiunilor calculate la pu precedente:

$$\sigma^{NC} = \sigma_{n,n_0} + \sigma_{n,n_1} + \sigma_{n,f} \approx 2.2235 b$$

## Cap.4. Examene - Soluții.

### §4.1 Anul III

#### SE1 (1993)

1).a). Activitatea unității de volum.

b). Nucleele din seriile natural radioactive sunt neutro excedentare.

2). Distanța minimă de apropiere la unghiul  $\theta$  dintre proiectil și țintă este dată de relația:

$$r_{\min}(\theta) = a_c \left( 1 + \frac{1}{\sin \frac{\theta}{2}} \right) \quad \text{cu} \quad a_c = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Z_p Z_T e^2}{2T}$$

Exprimând energia cinetică  $T$  în MeV se obține pentru lungimea caracteristică pentru împrăștierea coulombiană  $a_c$ , exprimată în *fermi* (F), relația:

$$a_c (\text{F}) \approx 1.44 \cdot \frac{Z_p Z_T}{2T(\text{MeV})}$$

Din condiția  $r_{\min}(\theta_{cr}) = R_p + R_T$  rezultă:

$$r_0(4^{1/3} + 197^{1/3}) \approx \frac{245.118}{T(\text{MeV})} \quad \text{și deci } T \approx 26.478 \text{ MeV.}$$

3).a) proiectil punctiform; b) interacția dintre proiectil și țintă să fie cunoscută; c) energia cinetică a proiectilului suficient de mare încât unda asociată acestuia  $\lambda$  să fie mai mică sau mult mai mică decât raza nucleului țintă. Aceste condiții pot fi îndeplinite numai pentru *sondarea* distribuției de sarcină în procesul de împrăștiere a electronilor dat fiind faptul că electronii sunt proiectile punctiforme iar interacția electromagnetică este bine cunoscută.

4).a).  $R$  este viteza de numărare în prezența fondului..

b).  $R$  este viteza de numărare în absența fondului.

5). Formula Bethe-Weizsäcker pentru energia de legătură este:

$$W(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - E_c(A, Z) - a_{\text{sim}} \frac{(N-Z)^2}{A} + \begin{cases} a_p / A^{1/2} & \text{nuclee par -} \\ 0 & \text{nuclee par - impare, im} \\ -a_p / A^{1/2} & \text{nuclee par -} \end{cases}$$

în care  $E_c(A, Z)$  este energia electrostatică corespunzătoare unei sfere o încărcate de rază  $R$  :

$$E_c(A, Z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3Z(Z-1)e^2}{5R}$$

Din aceste relații rezultă:

$$W(A, Z-1) - W(A, Z) = E_c(A, Z) - E_c(A, Z-1) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{6(Z-1)e^2}{5R}$$

Exprimând raza  $R = r_0 \cdot A^{1/3}$  în F și energiile de legătură în MeV relația de m devine:

$$W(A, Z-1) - W(A, Z) \approx 1.728 \cdot \frac{(Z-1)}{r_0 A^{1/3}}$$

relație ce permite determinarea razei reduse  $r_0$ . Folosind această relație și date tabel se obține pentru raza redusă medie valoarea :  $\bar{r}_0 \approx 1.5$  F

## SE2 (1993)

1). a).  $\hbar \approx 197.6 \text{ MeV} \cdot \text{F} / c$  ; b).  $\beta = \frac{\sqrt{24}}{5}$  ; c).  $\Gamma(\text{eV}) \approx \frac{6.58 \cdot 10^{-7}}{\tau(\text{ns})}$

2). a) + c).

3) Este timpul după care  $N(t) = N_0 / n$  în care  $N_0$  este numărul inițial de nucl

4). a) Sistem de două nuclee ambele nedezintegrate la timpul  $t$ .

b). Un nucleu care a supraviețuit timpului  $2t$ .

5). Evoluția în timp a nucleelor  $N_2(t)$  de specia (2) rezultate din secvența

$$(1) \xrightarrow{\lambda_1} (2) \xrightarrow{\lambda_2} \dots$$

este:

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1 N_0 e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} (1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t})$$

a). Pentru  $\lambda_1 \ll \lambda_2$  și  $\lambda_2 t \ll 1$  numărul de nuclee  $N_2$  devine:

$$N_2(t) \approx \frac{\lambda_1 N_0 e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_2} \cdot \lambda_2 t$$

și deci se obține relația din text.

b). Pentru  $\lambda_1 \approx \lambda_2$  se obține:

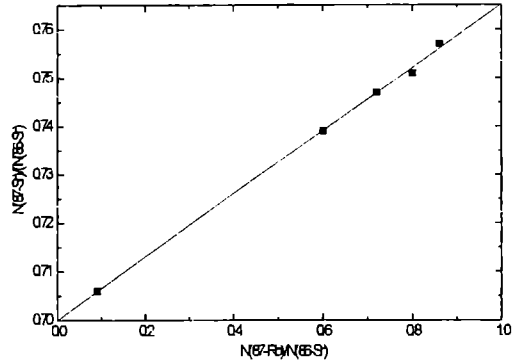
$$N_2(t) = \frac{\lambda_1 N_0 e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} (\lambda_2 - \lambda_1) \cdot t$$

și deci din nou se obține relația cerută.

6). Din ecuația :  $\frac{dN}{a - \lambda N} = dt$  rezultă:  $N(t) = \frac{a}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t})$

7). a). Raportul  $N_i(^{87}\text{Sr})/N_i(^{86}\text{Sr})$  pentru meteoritul numărul 'i' în funcție de numărul inițial de nuclee  $N_{i0}$  va fi :

$$\begin{aligned} \frac{N_i(^{87}\text{Sr})}{N_i(^{86}\text{Sr})} &= \frac{N_{i0}(^{87}\text{Sr}) + N_{i0}(^{87}\text{Rb})(1 - e^{-\lambda t})}{N_i(^{86}\text{Sr})} = \\ &= \frac{N_{i0}(^{87}\text{Sr})}{N_i(^{86}\text{Sr})} + \frac{N_i(^{87}\text{Rb})e^{\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})}{N_i(^{86}\text{Sr})} = \\ &= R + \frac{N_i(^{87}\text{Rb})}{N_i(^{86}\text{Sr})}(e^{\lambda t} - 1) \end{aligned}$$



În această relație s-a presupus că raportul  $R$  este același pentru fiecare meteorit.

Introducând notațiile:  $y_i = \frac{N_i(^{87}\text{Sr})}{N_i(^{86}\text{Sr})}$ ;  $x_i = \frac{N_i(^{87}\text{Rb})}{N_i(^{86}\text{Sr})}$  relația de mai sus devine:

$$y_i = ax_i + b \text{ cu } a = e^{\lambda t} - 1 ; b = R$$

Dacă într-adevăr raportul  $R$  este constant pentru fiecare meteorit cât și faptul că toți meteorii au aceeași vârstă  $a = e^{\lambda t} - 1$  atunci punctele  $(x_i, y_i)$  pentru cei cinci meteorii, în acord cu relația  $y_i = ax_i + b$ , se vor pune pe o dreaptă, ceea ce se constată din graficul din figură.

b). Din graficul de mai sus, în care dreapta este dusă prin cele mai mici pătrate, rezultă  $b=R=0.7$  iar  $a = e^{\lambda t} - 1 \approx 0.065$ . Rezultă pentru  $t$ , vârsta meteorizilor valoarea  $t \approx 4.27 \cdot 10^9$  ani.

### SE3 (1993)

1). a). Când masa de repaus a particulei de energie totală  $E$  și de impuls  $p$  este zero.

b) Când particula respectivă este ultrarelativistă.

2). Având în vedere relațiile:  $\hbar \approx 197.6 \text{ MeV} \cdot \text{F} / c$ ;  $ke^2 \approx 1.44 \text{ MeV} \cdot \text{F}$  rezultă:

$$A \approx 1.44 \frac{r^2 T^3}{\hbar c^3 \hbar^3} \approx \frac{1.44 \cdot 1.6 \cdot 10^{13}}{1.054 \cdot 10^{-34}} \left( \frac{T}{197.6} \right)^3 \approx 2.87 \cdot 10^{14} r^2 T^3 s^{-1}; B \approx 2.87 \cdot 10^{14}$$

În obținerea acestei relații s-a folosit valoarea  $\hbar = 1.054 \cdot 10^{-34}$  J.s.

3). Pentru procesul :  ${}^A_Z X \rightarrow {}^{A/2}_{Z/2} Y + {}^{A/2}_{Z/2} Y$  energia eliberată va fi :

$$Q = m_X c^2 - 2m_Y c^2 = 2W(A/2, Z/2) - W(A, Z) = \beta \cdot A^{2/3} (1 - 2^{1/3}) + \gamma \frac{Z^2}{A} (1 - 2^{-2/3}) \\ \approx -0.26 \cdot \beta \cdot A^{2/3} + 0.37 \cdot \gamma \frac{Z^2}{A}$$

Punând condiția  $Q \geq 0$  rezultă:

$$\frac{Z^2}{A} \geq 0.7 \frac{\beta}{\gamma}$$

4). Numărul de nuclee cerut este:  $N'_{i+1}(t) = \frac{\lambda'_i}{\lambda'_i + \lambda'_i} N_{i+1}(t)$  în care  $N_{i+1}(t)$  se

determină conform relației lui Bateman:

$$N_{i+1}(t) = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t} + \dots + C_{i+1} e^{-\lambda_{i+1} t}$$

cu:

$$C_1 = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \dots \cdot \lambda_i}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_4 - \lambda_1) \dots (\lambda_{i+1} - \lambda_1)} \cdot N_0$$

$$C_2 = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \dots \cdot \lambda_i}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_4 - \lambda_2) \dots (\lambda_{i+1} - \lambda_2)} \cdot N_0$$

.....

$$C_{i+1} = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \dots \cdot \lambda_i}{(\lambda_1 - \lambda_{i+1})(\lambda_2 - \lambda_{i+1})(\lambda_3 - \lambda_{i+1}) \dots (\lambda_i - \lambda_{i+1})} \cdot N_0$$

5) Evoluția în timp a nucleelor țintă  $N_T$  și a nucleelor radioactive  $N$  se obține din ecuațiile:

$$\frac{dN_T}{dt} = -pN_T - \lambda_T N_T$$

$$\frac{dN}{dt} = pN_T - \lambda N$$

Rezolvarea acestui sistem de ecuații pentru cazurile precizate în textul problemei se face imediat folosind relațiile lui Bateman (problema precedentă).

a) Pentru  $N_T = N_0$  se obține:  $N(t) = \frac{pN_0}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t})$

b) În acest caz rezultă:  $N(t) = \frac{pN_0}{\lambda - p} (e^{-pt} - e^{-\lambda t})$

c). Notând cu  $\lambda' = p + \lambda_T$  se obține:  $N(t) = \frac{pN_0}{\lambda - \lambda'} (e^{-\lambda' t} - e^{-\lambda t})$



## SE4

1). Ipoteza conform căreia se neglijează ecranarea sarcinii nucleului de către electroni conduce la valoarea infinită a secțiunii diferențiale pentru  $\theta \rightarrow 0$ . Într-adevăr parametrul de ciocnire definit prin relația:  $b(\theta) = a_c \cdot \text{ctg} \frac{\theta}{2}$ , în care  $a_c$  este lungimea caracteristică a împrăștierei coulombiene, devine foarte mare pentru  $\theta \rightarrow 0$ ; în particular devine infinit pentru  $\theta = 0$ . Evident că pentru valori foarte mari ale parametrului de ciocnire (mai mari decât dimensiunile atomului) ecranarea sarcinii nucleului de către electroni nu poate fi neglițată.

2). Energia de legătură ar fi  $W(A, Z) = \text{constantă} \cdot A$  pentru un nucleu gigant ( $A \rightarrow \infty$ ) format numai din neutroni ( $Z=0$ ).

3). Pentru secvența din enunț evoluția în timp a nucleelor de specia (2) este dată de relația:

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

de unde rezultă:

$$t_0 = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \cdot \ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2}.$$

Pentru activitatea nucleelor de specia (2) se obține:

$$\begin{aligned} \Lambda(t_0) &= \lambda_2 \cdot N_2(t_0) = \frac{\lambda_2 \cdot \Lambda_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[ \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}} - \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^{\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}} \right] \\ &= \frac{\lambda_2 \cdot \Lambda_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}} \left( 1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) = \Lambda_{10} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}} \end{aligned}$$

4). Din grafic rezultă:

$$\begin{cases} B(A) = 8.0 & \text{pentru } A \leq 100 \\ B(A) = 8.5 - 5 \cdot 10^{-3} A & \text{pentru } A \geq 100 \end{cases}$$

a). Prin definiție:

$$S_\alpha = W(A, Z) - W(A-4, Z-2) - W_\alpha = A \cdot B(A) - (A-4) \cdot B(A-4) - W_\alpha.$$

Pentru  $A=102$  rezultă  $S_\alpha(A=102) = 2.98 \text{ MeV}$ . Așadar nucleele cu  $A=102$  nu pot emite spontan particule  $\alpha$ .

b). Punând condiția  $S_\alpha < 0$  rezultă  $A > 152$

c). Prin definiție energia de separare a neutronului este  $S_n = W(A, Z) - W(A-1, Z) - W(A, Z-1) = A \cdot B(A) - (A-1) \cdot B(A-1)$ . Din condiția  $S_n < 0$  rezultă că nucleele cu  $A > 851$ , dacă ar exista, ar emite spontan neutroni.

5). După timpul de iradiere  $> 10 \cdot \max(T_1, T_2)$  se ajunge la echilibrul radioactiv pentru care activitățile nucleelor de specia (1) și (2) sunt egale:

$$\Lambda_1 = \Lambda_2 = \Phi \sigma N_0 = \lambda_1 N_{10} = \lambda_2 N_{20}$$

Rezultă că la sfârșitul iradierii numărul nucleelor de specia (1), respectiv de specia (2) va fi:

$$N_{10} = \frac{\Phi \sigma N_0}{\lambda_1}; N_{20} = \frac{\Phi \sigma N_0}{\lambda_2}$$

După iradiere evoluția în timp este dată de ecuațiile:

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= -\lambda_1 N_1 \\ \frac{dN_2}{dt} &= \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \end{aligned}$$

Rezultă:

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} + (N_{20} - \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1}) e^{-\lambda_2 t} = \frac{\Phi \sigma N_0}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} e^{-\lambda_2 t})$$

Numărul de nuclee din specia (2) ce se dezintegrează în intervalul de timp  $t_0, t_0 + t_m$  va fi:

$$N_2^{\text{dez}}(t) = N_2(t_0) - N_2(t_0 + t_m) = \frac{\Phi \sigma N_0}{\lambda_2 - \lambda_1} [(e^{-\lambda_1 t_0} (1 - e^{-\lambda_1 t_m}) - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} e^{-\lambda_2 t_0} (1 - e^{-\lambda_2 t_m})]$$

## SE5

$$1). a_c(F) \approx 1.44 \cdot \frac{Z_p Z_T}{2T(\text{MeV})}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left( \frac{\text{mb}}{\text{sr}} \right) = \frac{a_c^2}{4 \cdot \sin^4 \frac{\theta}{2}} \approx 10 \cdot \frac{(1.44)^2}{16} \cdot \frac{(Z_p Z_T)^2}{T^2 \cdot \sin^4 \frac{\theta}{2}} = 1.296 \cdot \frac{(Z_p Z_T)^2}{T^2 \cdot \sin^4 \frac{\theta}{2}}; B = 1.296$$

2) c)-poate fi fie sferic, fie deformat

3). a) Interacție binucleonică între toți nucleonii nucleului.

b) Nu este corectă căci forțele nucleare au caracter de saturație

4)  $B(A) = 8.75 - 5 \cdot 10^{-3} \cdot A$  (MeV);

4.a). Din condiția:

$$S_\alpha = W(A, Z) - W(A-4, Z-2) - W_\alpha = A \cdot B(A) - (A-4) \cdot B(A-4) - W_\alpha =$$

$$= A(8.75 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot A) - (A-4)\{8.75 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot (A-4)\} - W_\alpha = 7.08 - 0.04 \cdot A < 0$$

rezultă:

$$A > 177$$

$$4b). S_\alpha(A=230) = -2.12 \text{ MeV}; Q_\alpha = 2.12 \text{ MeV}; T_\alpha(i) = \frac{A-4}{A}(Q_\alpha - \varepsilon_i).$$

Pentru  $\varepsilon_i = 0$  rezultă  $T_\alpha(i=0) = 2.083 \text{ MeV}$ . De asemenea din relația de mai sus rezultă:

$$\varepsilon_i = Q_\alpha - \frac{A}{A-4} T_\alpha(i)$$

și deci  $\varepsilon_1 = 0.048 \text{ MeV}$ ;  $\varepsilon_2 = 0.120 \text{ MeV}$ .

5a)  $1\alpha + 2\beta^-$

$$5b) \lambda_8 N_8 = \lambda_4 N_4; p_4 = \frac{N_4}{N} = \frac{T_4}{T_8} p_8 = 0.0054\%$$

$$p_5 = 1 - (p_9 + p_4) = 0.7246\%$$

6a) Din sistemul de ecuații:

$$\frac{dN_T}{dt} = -N_T \Phi \sigma; \quad \frac{dN}{dt} = N_T \Phi \sigma - \lambda N$$

rezultă:

$$N_T(t) = N_{T0} \cdot e^{-\Phi \sigma t}, \quad N(t) = \frac{\Phi \sigma N_{T0}}{\lambda - \Phi \sigma} (e^{-\Phi \sigma t} - e^{-\lambda t})$$

Deoarece  $\Phi \sigma = 2 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}$  și  $\lambda \ll \Phi \sigma$  relațiile de mai sus devin:

$$N_T(t) \approx N_{T0} = \frac{m}{A} N_A = 6 \cdot 10^{21}; \quad N(t) = \frac{\Phi \sigma N_{T0}}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) \approx \Phi \sigma N_{T0} t$$

Activitatea  $\beta^-$  la sfârșitul iradierii va fi:

$$\Lambda(t_0) = \lambda \cdot N(t_0) \approx \lambda \cdot \Phi \sigma N_{T0} t_0 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \Phi \sigma N_{T0} t_0 \approx 2.435 \mu\text{Ci}$$

$$b) \quad \Lambda(t) = \Lambda(t_0) \cdot e^{-3 \cdot \ln 2 / 5.27} \approx 1.641 \mu\text{Ci}$$

7A) a) și c); 7B) d)

## SE6

1. Lungimea redusă de undă a electronilor este:

$$\lambda = \frac{\hbar c}{pc} = \frac{\hbar c}{\sqrt{T(T + 2m_e c^2)}} \approx \frac{\hbar c}{T}$$

Din condiția  $\lambda \leq R$  rezultă  $T \geq \hbar c / R$ ;  $T \geq 40$  MeV

2a. Pentru un nucleu gigant format numai din neutroni  $Z=0$ ,  $A \gg A^{2/3}$  și ca atare  $W(A,Z)$  devine:  $W(A) \approx a_v A - a_{\text{sim}} A = -8A$  MeV. Deoarece  $W(A)$  are o valoare negativă o astfel de stea nu poate exista.

2b. Prin considerarea forțelor gravitaționale energia de legătură devine:

$$W(A) = a_v A - a_{\text{sim}} A + W_{\text{gr}}(A)$$

sau, folosind relația din enunț, în SI, cu  $M = A \cdot m_n$  se obține

$$\begin{aligned} W(A) &= -8 \cdot A \cdot 1.6 \cdot 10^{-13} + \frac{3}{10} G \frac{M^2}{R} = -8 \cdot A \cdot 1.6 \cdot 10^{-13} + \frac{3G \cdot m_n^2}{10} \frac{A^{5/3}}{r_0} = \\ &= -1.28 \cdot 10^{-12} A + 4.48 \cdot 10^{-50} A^{5/3} \end{aligned}$$

Din condiția  $W(A) \geq 0$  rezultă pentru numărul de neutroni valoarea  $A \geq 1.52 \cdot 10^{56}$ . Pentru raza și masa stelei se obțin valorile:

$$R = r_0 A^{1/3} \approx 6.68 \text{ Km}; \quad M = m_n \cdot A \approx 2.54 \cdot 10^{29} \text{ Kg}$$

*Comentariu: Forțele nucleare sunt forțe intense, atractive și de scurtă distanță. Ele sunt saturate și la distanțe foarte mici sunt repulsive. În cazul în care există un dezechilibru mare între numărul de neutroni și cel de protoni ele devin foarte slabe, în particular, repulsive. Din acest motiv nu există nuclee cu un număr relativ mic de neutroni: 2, 3, 4, etc. În cazul unui număr foarte mare de neutroni intervin forțele gravitaționale atractive și de lungă distanță care, deși au o intensitate foarte mică, reușesc să realizeze legătura unui nucleu gigant.*

3a. Din enunț rezultă că la 112 dezintegrări ale izotopului  $^{40}\text{K}$  au loc 100 dezintegrări  $\beta^-$ ; ca urmare factorul de ramificare (intensitatea relativă)  $f_{\beta^-} \approx 0.893$ . Activitatea  $\beta^-$  a masei  $m$  de potasiu natural se definește astfel:

$$\Lambda_{\beta^-}(m) = N_{^{40}\text{K}} \cdot \lambda_{\beta^-} = p_{^{40}\text{K}} \frac{m}{A} N_A \cdot f_{\beta^-} \cdot \lambda = p_{^{40}\text{K}} \frac{m}{A} N_A \cdot f_{\beta^-} \cdot \frac{1}{\tau}; \quad \bar{A} = \sum p_i A_i \approx 39.135$$

Din această relație rezultă  $\tau \approx 1.9 \cdot 10^9$  ani

$$3b. \quad \Lambda(M) = p_{^{40}\text{K}} \frac{cM}{A} N_A \cdot \lambda \approx 6366.9 \text{ dez/s} \approx 0.17 \text{ Ci}$$

4a. Deoarece factorul de schemă pentru CI este de 10% rezultă că pentru factorul de ramificare pentru  $\gamma_3$  este  $f_3(\gamma) = 90\%$ . Factorul de schemă cerut va fi:

$$s_3(\gamma) = f_2(\beta^-) \cdot f_1(\gamma) \cdot f_3(\gamma) + f_1(\beta^-) \cdot f_3(\gamma) = 0.342$$

4b.  $f_3(\gamma) = \lambda(\gamma_3)/\lambda = \lambda(\gamma_3) \cdot \tau$ ; Rezultă  $\tau = f_3(\gamma)/\lambda(\gamma_3) = 9 \cdot 10^{-9}$  s.

5a. Toate produsele scalare:  $\vec{r} \cdot \vec{s}$ ;  $\vec{p} \cdot \vec{I}$ ;  $\vec{s} \cdot \vec{I}$

5b.  $\vec{s} \cdot \vec{I}$ ;  $\vec{s} \times \vec{I}$

5c.  $\vec{s} \cdot \vec{I}$

## \$4.2 Licență.

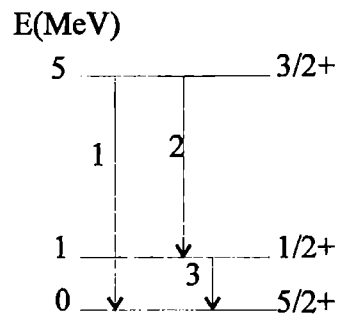
### SL1

I.a). Schema de nivele și tranzițiile  $\gamma$  posibile sunt prezentate în figura alăturată.

I.b). Momentul magnetic (curbele lui Schmidt) se determină conform relației:

$$\mu_{I=1+1/2} = [(I - 1/2)g_l + g_s/2]\mu_N$$

$$\mu_{I=1-1/2} = [(I + 3/2)g_l - g_s/2] \cdot \frac{I}{I+1} \mu_N$$



Deoarece nucleonul impar este un neutron rezultă că factorul giromagnetic orbital este zero iar  $g_s = g_n = -3,82$  Rezultă:

-pentru nivelul 5/2<sup>+</sup>, I=1+1/2 și deci:  $\mu = -1,91 \cdot \mu_N$

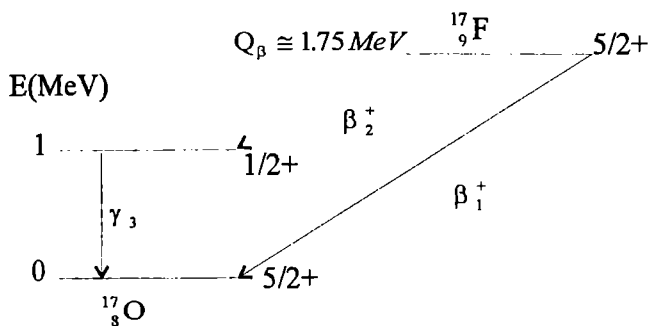
-pentru nivelul 3/2<sup>+</sup>, I=1-1/2 și deci:  $\mu = 1,146 \cdot \mu_N$

-pentru nivelul 1/2<sup>+</sup>, I=1+1/2 și deci:  $\mu = -1,91 \cdot \mu_N$

I.c) Factorul de ramificare pentru tranziția  $\gamma$  notată cu 3 pe figură este  $f_3 = 1$ . Factorul de ramificare pentru tranziția 1 va fi:

$$f_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{1}{1 + (\lambda_2/\lambda_1)} = \frac{1}{1 + (4/5)^5} \cong 0,7532; \quad f_2 = 1 - f_1 \cong 0,2468$$

I.d) Schema de dezintegrarea a  $^{17}_9\text{F}$  în  $^{17}_8\text{O}$  este prezentată în figura alăturată. Tranziția  $\beta_1$  este superpermisă pe când tranziția  $\beta_2$  este interzisă de ordinul doi; ca atare tranziția  $\beta^+$  se realizează practic pe starea fundamentală a nucleului  $^{17}_8\text{O}$ .



II.a). Conservarea impulsului implică relația  $p_\pi = 2p_\gamma \cos\theta$  iar conservarea energiei totale relația:  $E_\pi = 2E_\gamma = 2p_\gamma c$ .

Deoarece  $E_\pi = \sqrt{(m_\pi c^2)^2 + (p_\pi c)^2} = 168 \text{ MeV}$  rezultă  $E_\gamma = 84 \text{ MeV}$ .

II.b) Din conservarea impulsului rezultă:  $\cos\theta = p_\pi / (2 p_\gamma) = p_\pi c / (2 E_\gamma)$ .  
Rezultă  $\theta \approx 53,47^\circ$ .

III) Pentru detectorul 1 viteza de numărare este  $r_1 = N_1 / t = g_1 \varepsilon_1 \Lambda$  în care  $g_1$  este factorul geometric de detecție iar  $\varepsilon_1$  este eficacitatea de detecție. Rezultă  $N_1 = g_1 \varepsilon_1 \Lambda t = 1800$  pulsuri. Deoarece rezoluția energetică este de 10% rezultă că lărgimea la semiînălțime este de  $0,1 \cdot 500 = 50 \text{ keV}$  și ca atare numărul de pulsuri în fond va fi  $N_{F1} = 2 \cdot 50 \cdot 10 = 1000$  pulsuri. Pentru eroarea relativă se obține:

$$\frac{\sigma_{N1}}{N_1} = \frac{\sqrt{N_1 + 2N_{F1}}}{N_1} \approx 0,0342.$$

Pentru detectorul 2, repetând același raționament se obțin valorile:  $N_2 = 60$  pulsuri,  $N_{F2} = 100$  pulsuri și eroarea relativă cu valoarea de 0,27. Primul detector este de preferat.

## SL2

I) Activitatea unei mase  $m$  de rubidiu natural este dată de activitatea izotopului  $^{87}\text{Rb}$ :

$$\Lambda_7 = \lambda_7 N_7 = \lambda_7 p_7 \frac{m}{A} N_A; \bar{A} = \sum p_i A_i$$

Rezultă  $\lambda_7 \approx 3,44 \cdot 10^{-19} \text{ s}^{-1}$ . Din relația :

$$p_7 = \frac{N_7}{N_7 + N_{50}}$$

rezultă

$$N_{50} = N_7 \frac{1 - p_7}{p_7}.$$

În aceste relații  $N_7$  reprezintă numărul actual de nuclee de  $^{87}\text{Rb}$  iar  $N_{50}$  reprezintă numărul de nuclee atât actual cât și inițial de nuclee de  $^{85}\text{Rb}$  căci izotopul  $^{85}\text{Rb}$  este stabil. Ponderea izotopică cerută va fi:

$$p_{70} = \frac{N_{70}}{N_{70} + N_{50}} = \frac{N_7 e^{\lambda t}}{N_7 e^{\lambda t} + N_{50}} = \frac{e^{\lambda t}}{e^{\lambda t} + \frac{1-p_7}{p_7}} \cong 0,2807.$$

II). 1) -Fiind vorba de o dezintegrare  $\beta^+$  numărul atomic va fi  $Z=10$ .

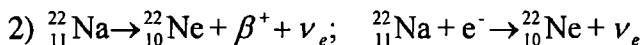
-Lărgimea naturală este  $\Gamma = \hbar/\tau$  sau  $\Gamma(\text{eV}) \cong 6,587 \cdot 10^{-16}/\tau(\text{s}) \cong 2,2 \cdot 10^{-4} \text{eV}$ .

- Energia de recul :  $T \cong \frac{E_\gamma^2}{2M_{\text{Ne}} \cdot c^2} \cong 39,4 \text{ eV}$

-Fiind vorba de un nucleu par-par  $I^\pi = 0^+$ .

- Momentul magnetic este zero căci spinul nivelului este zero.

- Este vorba de o tranziție  $\gamma$  electrică de multipol 2 deci E2.



În aceste relații  $\nu_e$  reprezintă neutrinul electronic.

3) Tranziția pe nivelul excitat este permisă de tip Gamov-Teller.

Tranziția pe nivelul fundamental este unică de ordinul doi (deci practic interzisă) căci corespunde unei diferențe de spin  $\Delta I = 3$ , fără schimbare de paritate.

4).-Factorul de ramificare pentru CE este  $f_{\text{CE}} = \lambda_{\text{CE}}/\lambda = T/T_{\text{CE}}$  și deci  $T_{\text{CE}} = T/f_{\text{CE}}$  și are valoarea  $T_{\text{CE}} = 26$  ani.

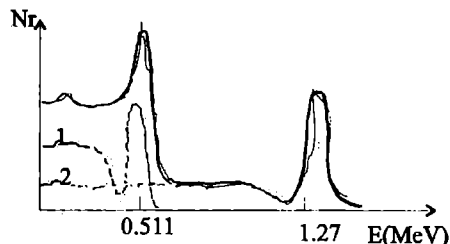
$$- Q_{\text{CE}} = m_{\text{Na}}c^2 + m_e c^2 - m_{\text{Ne}}c^2 - E^* \cong 1,565 \text{ MeV}.$$

În această relație  $E^*$  este energia de excitare de 1,27 MeV

- Lungimea de undă redusă va fi  $\lambda_\nu = \frac{\hbar c}{E_\nu} \cong \frac{\hbar c}{Q_{\text{CE}}} \cong 126,28 \text{ Fermi}$ :

5)  $\Lambda_{\gamma_a} = 2\Lambda_\gamma \cdot f_\beta$  în care  $f_\beta = 0,9$  este factorul de ramificare pentru dezintegrarea  $\beta^+$ . Rezultă  $\Lambda_\gamma = \Lambda_{\gamma_a}/1,8$ .

6) Spectru calitativ este prezentat în figura alăturată. Spectru 2 corespunde radiației de 1,27 MeV iar spectru 1 corespunde radiației de anihilare (de cca. 1,8 mai mare decât al radiației de 1,27 MeV).



III) Timpul de viață în SL se exprimă prin timpul propriu de viață  $\tau_0(\text{SCM})$  prin relația:

$$\tau = \gamma \cdot \tau_0 = (\tau_0 \cdot E_\pi) / (m_\pi c^2).$$

în care

$$\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$$

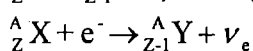
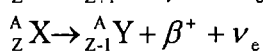
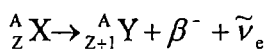
iar  $E_\pi$  este energia totală a mezonilor. Intensitatea fasciculului scade în acord cu legea:

$$I = I_0 \cdot \exp(-\lambda t) = I_0 \cdot \exp\{-L/(\beta c t)\}$$

Folosind datele problemei și  $\beta = \frac{\sqrt{E_\pi^2 - (m_\pi c^2)^2}}{E_\pi}$  se obține  $I_0/I \cong 15,84 \cong 16$ ; așa dar o atenuare de cca. 16 ori.

### SL3\*

#### I.1 Pentru procesele :



energiile de reacție Q în funcție de masele atomice vor fi:

$$Q_{\beta^-} = [M_X(A, Z) - M_Y(A, Z+1)] \cdot c^2 = \Delta(A, Z) - \Delta(A, Z+1)$$

$$Q_{CE} = [M_X(A, Z) - M_Y(A, Z-1)] \cdot c^2 = \Delta(A, Z) - \Delta(A, Z-1)$$

$$Q_{\beta^+} = [M_X(A, Z) - M_Y(A, Z-1)] \cdot c^2 - 2m_e c^2 = \Delta(A, Z) - \Delta(A, Z+1) - 2m_e c^2$$

În aceste relații s-a considerat că masa de repaus a neutrinilor este zero iar în procesul de captură electronică s-a neglijat energia de legătură a electronului capturat. Cu aceste relații pentru procesele  $\beta^-$  posibile se obțin valorile:

$$Q_{\beta^-} ({}_{41}^{104}\text{Nb} \rightarrow {}_{42}^{104}\text{Mo}) = 9.0 \text{ MeV}, \quad Q_{\beta^-} ({}_{42}^{104}\text{Mo} \rightarrow {}_{43}^{104}\text{Tc}) = 2.29 \text{ MeV},$$

$$Q_{\beta^-} ({}_{43}^{104}\text{Tc} \rightarrow {}_{44}^{104}\text{Ru}) = 4.25 \text{ MeV}, \quad Q_{\beta^-} ({}_{45}^{104}\text{Rh} \rightarrow {}_{46}^{104}\text{Pd}) = 2.45 \text{ MeV}$$

În mod similar pentru procesele CE se obțin valorile:

$$Q_{CE} ({}_{49}^{104}\text{In} \rightarrow {}_{48}^{104}\text{Cd}) = 8.0 \text{ MeV}, \quad Q_{CE} ({}_{48}^{104}\text{Cd} \rightarrow {}_{47}^{104}\text{Ag}) = 1.58 \text{ MeV}$$

$$Q_{CE} ({}_{47}^{104}\text{Ag} \rightarrow {}_{46}^{104}\text{Pd}) = 4.25 \text{ MeV}, \quad Q_{CE} ({}_{45}^{104}\text{Rh} \rightarrow {}_{44}^{104}\text{Ru}) = 1.15 \text{ MeV}$$

Deoarece energiile

$$Q_{CE} > 2m_e c^2 \approx 1.02 \text{ MeV}$$

rezultă că procesele CE sunt în competiție, și deci-însoțite, de procesele  $\beta^+$ .

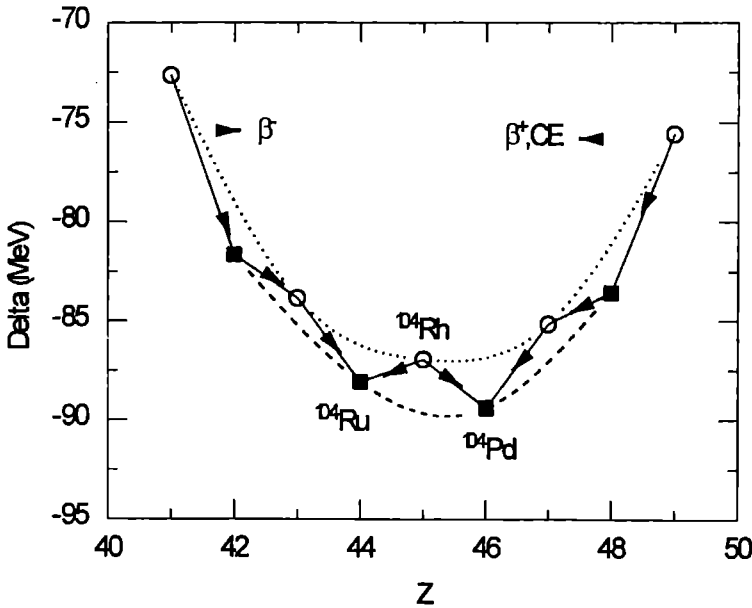
\* Soluțiile aparțin autorului culegerii.



2. Având în vedere valorile de mai sus rezultă graficul  $\Delta(A,Z)$  funcție de  $Z$  prezentat în figura de mai jos. Sunt prezentate cele două parabole: *parabola maselor* pentru izobari impari (curba punctată iar izotopi respectivi sunt simboiloizați prin cercuri) și *parabola maselor* pentru izobari pari (curba întreruptă iar izotopi respectivi sunt simboiloizați prin pătrate).

3. În graficul de mai jos prin săgeți sunt figurate tranzițiile  $\beta^-$  și ( $\beta^+$ , CE).

4. Din grafic se constată că există doi izotopii stabili  $^{104}_{44}\text{Ru}$  și  $^{104}_{46}\text{Pd}$ , firește ambii izotopi par-pari. Izotopul impar-impar  $^{104}_{45}\text{Rh}$  prezintă toate tipurile de dezintegrare.



5. Conform definiției energia de împerechere  $P$  pentru doi protoni, respectiv, doi neutroni va fi:

$$P_p = S_p(A, Z) - S_p(A-1, Z-1) = 2\Delta(A-1, Z-1) - \Delta(A, Z) - \Delta(A-2, Z-2); \quad Z \rightarrow \text{par}$$

$$P_n = S_n(A, Z) - S_n(A-1, Z) = 2\Delta(A-1, Z) - \Delta(A, Z) - \Delta(A-2, Z); \quad A - Z \rightarrow \text{par}$$

În aceste relații  $S_a(A, Z)$  reprezintă energia de separare a particulei "a" din nucleul  $(A, Z)$ . Folosind relațiile de mai sus se obțin valorile cerute:

$$P_p(^{104}_{46}\text{Pd}) == 2\Delta(^{103}_{45}\text{Rh}) - \Delta(^{104}_{46}\text{Pd}) - \Delta(^{102}_{44}\text{Ru}) = 2.46 \text{ MeV}$$

$$P_n(^{104}_{46}\text{Pd}) == 2\Delta(^{103}_{46}\text{Pd}) - \Delta(^{104}_{46}\text{Pd}) - \Delta(^{102}_{46}\text{Pd}) = 2.37 \text{ MeV}$$

II.1 Nucleul  $^{17}_8\text{O}$  este format din nucleul dublu magic  $^{16}_8\text{O}$  și un neutron ce se află pe nivelul uniparticulă  $(1d_{5/2})^{1n}$ ; ca urmare spinul și paritatea nivelului fundamental va fi ;

$$I^\Pi = (5/2)^+$$

2. Nivelul de spin și paritate  $I^\Pi = (1/2)^+$  corespunde excitării neutronului pe nivelul uniparticulă  $(2s_{1/2})^{1n}$ . Nivelul  $I^\Pi = (1/2)^-$  poate proveni prin excitarea unui neutron de pe nivelul uniparticulă  $(1p_{1/2})$  pe nivelul  $(1d_{5/2})$ . În cadrul modelului uniparticulă în acest caz spinul și paritatea nucleului vor fi date de gaura aflată în  $(1p_{1/2})$  deci de configurația  $(1p_{1/2})^{-1n}$ .

*Comentariu: În realitate configurația care definește spinul și paritatea acestui nivel este*

$$(1d_{5/2})^{2n} (1p_{1/2})^{-1n}$$

*deci doi neutroni pe nivelul  $(1d_{5/2})$  și o gaură neutronică pe nivelul uniparticulă  $(1p_{1/2})$ . Cei doi neutroni identici de pe  $(1d_{5/2})$  definesc nivelele de spin și paritate  $I^\Pi = 0^+, 2^+, 4^+$ , care corespund unor funcții antisimetrice. Valoarea  $I^\Pi = (1/2)^-$  poate obține numai prin cuplarea găurii  $(1p_{1/2})^{-1n}$  cu valoarea  $I^\Pi = 0^+$ . Deci configurația răspunzătoare pentru  $I^\Pi = (1/2)^-$  este:*

$$[(1d_{5/2})^{2n}]_{I=0} (1p_{1/2})^{-1n}$$

3. Deoarece nivelul uniparticulă  $(1d_{5/2})$  este de forma  $j=l+1/2$  cu  $l=2$  și datorită fiind faptul că factorul giromagnetic orbital al neutronului este zero rezultă că momentul magnetic al nucleului  $^{17}_8\text{O}$  aflat pe nivelul fundamental va fi egal cu neutronului liber adică :

$$\mu(^{17}_8\text{O}) = \mu(n) \approx -1.91 \mu_N$$

în care  $\mu_N$  este magnetonul nuclear.

III. Pentru o reacție  $a+A \rightarrow C^*$  conservarea momentului cinetic total și parității implică relațiile:

$$\vec{I} + \vec{I}_a + \vec{I}_A = \vec{J}; \quad \Pi_a \Pi_A \cdot (-1)^l = \Pi$$

în care  $(J, \Pi)$  reprezintă spinul și paritatea nucleului compus. Din relațiile de mai sus și  $l=1$  rezultă:

- pentru primul proces:  $J^\Pi = 1^-$

- pentru al doilea:  $\vec{I} + \frac{\vec{I}}{2} + \frac{\vec{S}}{2} = \vec{J}; \quad \Pi_n \Pi_{Si} \cdot (-1)^l = \Pi = "-"$  și deci  $J^\Pi = 1^-, 2^-, 3^-, 4^-$

- pentru al treilea:  $\vec{I} + \frac{\vec{I}}{2} + \frac{\vec{S}}{2} = \vec{J}; \quad \Pi_n \Pi_{Si} \cdot (-1)^l = \Pi = "-"$  și deci  $J^\Pi = 1^-, 2^-, 3^-, 4^-$

2. In acest caz legile conservării momentului cinetic total și a parității vor fi:

$$\frac{\bar{1}}{2} + \frac{\bar{5}}{2} = \bar{J} = \bar{1}'; \quad 1 = (-1)^l$$

în care  $l'$  sunt momentele orbitale în canalele de ieșire. Din conservarea momentului cinetic rezultă  $J=l'=2,3$ . Deoarece paritatea este "+1" rezultă că numai  $l'=2$  este posibil.

3. Pentru o reacție  $A(a,b)B$  energia de prag se definește astfel:

$$(T_a)_{\text{prag}} = |Q| \frac{m_a + m_A}{m_A} \quad \text{cu } Q = (m_a + m_A - m_b - m_B) \cdot c^2$$

Primul proces fiind o împrăștiere elastică are  $Q_1=0$ . Pentru al doilea proces se obține:  $Q_2 \approx -7.194 \text{ MeV}$  și  $(T_\alpha)_{\text{prag}} \approx 8.39 \text{ MeV}$ . Pentru cel de al treilea proces se obțin valorile:  $Q_3 \approx -1.6 \text{ MeV}$  și  $(T_\alpha)_{\text{prag}} \approx 1.87 \text{ MeV}$ . Pentru a avea loc toate procesele este necesar ca energia minimă a particulelor  $\alpha$  să fie  $\geq (T_\alpha)_{\text{prag}} \approx 8.39 \text{ MeV}$

4. Pentru o reacție  $a+A \rightarrow C^* \rightarrow b+B$  energia de excitare se determină conform relației:

$$\varepsilon_C = S_a + T_a \frac{m_A}{m_A + m_a}$$

Pentru reacția inversă  $b+B \rightarrow C^* \rightarrow a+A$  aceeași energie de excitare va fi:

$$\varepsilon_C = S_b + T_b \frac{m_B}{m_B + m_b}$$

În aceste relații  $S_a, S_b$  sunt energiile de legătură pentru  $a$  și  $b$  în nucleul compus  $C$ . Din cele două relații rezultă:

$$T_b = \frac{m_B + m_b}{m_B} \left[ Q_{ab} + T_a \frac{m_A}{m_A + m_a} \right]$$

Pentru reacția studiată  ${}^{27}_{13}\text{Al}(p,n){}^{27}_{14}\text{Si}$  se obține  $Q_{pn} \approx -5.59 \text{ MeV}$  și  $T_n \approx 0.37 \text{ MeV}$ . Energia de excitare va fi  $\varepsilon_C \approx 17.53 \text{ MeV}$

## \$4.3 Masterat

### SMast.1

$$I.1) \quad W(A,Z) - W(A,Z-1) = (m_p - m_n)c^2 - (m_X - m_Y)c^2$$

Conservarea energiei totale pentru procesul:  ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} Y + \beta^+ + \nu_e$  implică relația:

$$m_x c^2 = m_Y c^2 + m_e c^2 + T_{\beta M}.$$

Folosind această relație rezultă expresia cerută:

$$W(A, Z) - W(A, Z-1) = (m_p - m_n) c^2 - m_e c^2 - T_{\beta M}.$$

I.2) Independența de sarcină implică relația:

$$W(A, Z) - W(A, Z-1) = E_c(A, Z-1) - E_c(A, Z)$$

Folosind pentru  $E_c$  relația din text cât și relația precedentă se obține:

$$T_{\beta M} + m_e c^2 + (m_n - m_p) c^2 = k \frac{3e^2(2Z-1)}{5r_0 A^{1/3}} = k \frac{3e^2 A^{2/3}}{5r_0}$$

Pentru raza redusă (în F - fermi) se obține relația numerică:

$$r_0 = \frac{0,864 \cdot A^{2/3}}{T_{\beta M} + 1,8}$$

în care energia  $T_{\beta M}$  se exprimă în MeV.

I.3) Cu valorile din tabel se obțin următoarele valori pentru razele reduse:

$r_{01} = 1,4656F$  ;  $r_{02} = 1,3886F$ ;  $r_{03} = 1,4183F$ ;  $r_{04} = 1,3756F$ ;  $r_{05} = 1,4109F$   
și:

$$\bar{r}_0 \cong (1,4120 \pm 0,0347) F.$$

Pentru eroarea absolută s-a folosit relația:

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r}_0)^2}{n-1}}$$

I.4) Având în vedere succesiunea standard a primelor nivele uniparticulă rezultă pentru spinul și paritatea nucleelor din tabel valorile:  $5/2^+$ ;  $5/2^+$ ;  $1/2^+$ ;  $1/2^+$ ;  $3/2^+$ .

I.5) Vor avea momentul magnetic egal cu momentul magnetic al protonului liber acele nuclee care au protonul impar pe nivele uniparticulă de tipul  $ns_{1/2}$ ; în cazul nostru nucleul  $^{29}\text{P}$ .

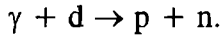
Nucleele care au neutronul impar situat pe un nivel uniparticulă de tipul  $nl_{j=1+1/2}$ ; în cazul nostru este vorba de nucleele:  $^{27}\text{Si}$ ,  $^{31}\text{S}$ .

II.1)  $\Delta r \Delta p \geq \hbar$  rezultă  $p \cong 200 \text{ MeV}/c$  în care  $c$  este viteza luminii. Pentru energia cinetică  $T$  rezultă:  $T = (pc)^2 / (2mc^2) \cong 20 \text{ MeV}$ . Viteza nucleonului va fi:  $v = (pc)^2 / (mc^2) \cong 0.2 c$

II.2) Timpul de viață total  $\tau$  este dat de relația :  $\tau = \hbar / \Gamma \cong 5,54 \cdot 10^{-19}$  s.

Din relația  $\lambda_\gamma = f_\gamma \cdot \lambda$  cu  $f_\gamma = 38,9\%$  rezultă  $\tau_\gamma = \tau / f_\gamma \cong 1,42 \cdot 10^{-18}$  s. Legătura este  $\tau = \ln 2 / T_{1/2}$ .

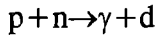
II.3) Invariantul relativist pentru reacția



este:

$$(E_\gamma + m_d c^2)^2 - E_\gamma^2 = m_d c^2 (2E_\gamma + m_d c^2)$$

Același invariant pentru reacția



este:

$$(E_n + m_p c^2)^2 - (p_n c)^2 = (m_n c^2)^2 + (m_p c^2)^2 + 2E_n (m_p c^2)$$

Egalând cele două mărimi invariante se obține:

$$E_n = \{ m_d c^2 (2E_\gamma + m_d c^2) - [(m_n c^2)^2 + (m_p c^2)^2] \} / (2m_p c^2) \cong 2919,6 \text{ MeV}.$$

## SMast.2

I.1).  $N = N_0 e^{-n\sigma x}$  cu  $n\sigma x = (\rho x) N_A \sigma / A$ . In aceste relații  $\rho x$  este grosimea masică iar  $\sigma = \sigma_e + \sigma_{nr} + \sigma_f$  este secțiunea totală. Coeficientul de transmisie:

$$T = N/N_0 = e^{-n\sigma x} = 99,3\%.$$

I.2). Numărul actelor de fisiune:

$$N_{\text{fis}} = \frac{\sigma_f}{\sigma} N_0 (1 - e^{-n\sigma x}) \cong 5,18 \cdot 10^7 \text{ fisiuni / s}$$

I.3). Fluxul neutronilor împrăștiați:

$$\Phi_e = \frac{\sigma_e}{\sigma} N_0 (1 - e^{-n\sigma x}) \cdot \frac{1}{4\pi R^2} \cong 4,1 \frac{\text{neutroni}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

I.4). Numărul cuantelor  $\gamma$ :

$$N_\gamma = \frac{\sigma_{n\gamma}}{\sigma} N_0 (1 - e^{-n\sigma x}) = \Lambda_\gamma \cong 1,8 \cdot 10^7 \text{ Bq}$$

Numărul total de pulsuri înregistrate  $N_t$  va fi:  $N_t = \Lambda_\gamma \frac{\Omega}{4\pi} \varepsilon_t$ . Deoarece numărul pulsurilor din foticic  $N_F$  este produsul dintre  $R_f \cdot N_t$  ( $R_f = N_F/N_t$ ) rezultă:

$$N_F = \Lambda_\gamma \frac{\Omega}{4\pi} \varepsilon_t \cdot R_f.$$

În aceste relații unghiul solid, în acord cu datele problemei se determină din relația:

$$\frac{\Omega}{4\pi} = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 - \frac{D}{\sqrt{D^2 + (d/2)^2}} \right) \cong \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{d}{D} \right)^2.$$

Rezultă:  $N_F \cong 1341$  pulsuri/s.

Distribuția Gaussiană funcție de canalul  $n$  a vitezei de numărare implică relația:

$$R(n) = R_{\max} \cdot e^{-\frac{(n-n_0)^2}{2\sigma^2}}$$

în care  $R_{\max}$  este viteza maximă de numărare corespunzătoare canalului  $n=n_0$ . Relația dintre dispersia  $\sigma$  și lărgimea la semiînălțime se calculează din condiția:

$$\frac{R_{\max}}{2} = R_{\max} \cdot e^{-\frac{(n_1-n_0)^2}{2\sigma^2}}$$

rezultă:

$$(n_1 - n_0) = \sigma \cdot \sqrt{2 \ln 2} \rightarrow \Delta n = 2\sigma \cdot \sqrt{2 \ln 2}$$

Numărul pulsurilor din foticic  $N_F$  în unitatea de timp reprezintă aria foticicului care se determină astfel:

$$N_F = \int_{-\infty}^{+\infty} dn \cdot R_{\max} \cdot e^{-\frac{(n-n_0)^2}{2\sigma^2}}$$

Această integrală se rezolvă rapid dacă ținem cont de normarea distribuției gaussiene:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dn \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(n-n_0)^2}{2\sigma^2}} = 1$$

Rezultă pentru  $N_F$  relația:

$$N_F = R_{\max} \cdot \sigma \cdot \sqrt{2\pi} = R_{\max} \cdot \frac{\Delta n}{2} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{\ln 2}}$$

și deci  $R_{\max} \cong 126$  pulsuri/s/canal.

$$\text{II) } {}_7^{14}N(n, p) {}_6^{14}C; \quad H(n, \gamma)^2 D$$

III). Curentul de scurgere de  $1\mu\text{A}$  va fi:  $I_s = Q/t = N_c e/t = n_c \cdot e \rightarrow n_c = I_s/e$ .  
Numărul de electroni colectați în unitatea de timp va fi:

$$n_c = n_c \cdot \tau = 10^5/1,6 \text{ și } \sigma n_c = (n_{\text{col}})^{1/2} = 10^3/4.$$

Numărul de particule formate  $n_p = E/\varepsilon = 10^5/3$  și deci numărul total de sarcini va fi:

$$n = n_c + n_p.$$

Eroarea absolută:

$$\sigma_n^2 = \sigma_{np}^2 + \sigma_{nc}^2 \rightarrow \sigma_n \cong 0,3 \cdot 10^3$$

Rezultatul cerut va fi:

$$\Delta E/E = \sigma_n/n_p \cong 10^{-2}; \Delta E = E \cdot 10^{-2} = 1 \text{ keV}.$$

IV). Energia maximă cedată de un neutron cu energia cinetică  $T$  într-o împrștiere elastică este  $T \frac{4A}{(A+1)^2}$ . Egalând această energie cu  $\varepsilon = 25 \text{ eV}$  rezultă pentru energia minimă  $T \cong 187 \text{ eV}$ .

### SMast.3

I) Ecuațiile ce stabilesc dependența de timp a nucleelor în timpul aspirării sunt:

$$\frac{dN_1}{dt} = Dn_1 - \lambda_1 N_1$$

$$\frac{dN_i}{dt} = Dn_i + \lambda_{i-1} N_{i-1} - \lambda_i N_i; i = 2,3$$

Soluțiile acestor ecuații, având în vedere condițiile inițiale  $N_i(0) = 0$ ,  $i = 1, 2, 3$  sunt:

$$N_1(t) = \frac{D \cdot n_1}{\lambda_1} (1 - e^{-\lambda_1 t})$$

$$N_2(t) = \frac{D \cdot (n_1 + n_2)}{\lambda_2} (1 - e^{-\lambda_2 t}) + \frac{D \cdot n_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

$$N_3(t) = \frac{D \cdot (n_1 + n_2 + n_3)}{\lambda_3} (1 - e^{-\lambda_3 t}) + \frac{D \cdot (n_1 + n_2)}{\lambda_3 - \lambda_2} (e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_3 t}) \\ + \frac{\lambda_2 D \cdot n_1}{(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_1)} (e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_3 t})$$

După aspirare ecuațiile ce stabilesc dependența de timp a nucleelor devin:

$$\frac{dN'_1}{dt} = -\lambda_1 N'_1$$

$$\frac{dN'_i}{dt} = \lambda_{i-1} N'_{i-1} - \lambda_i N'_i; i = 2,3$$

Soluțiile acestor ecuații, având în vedere condițiile inițiale  $N'_i(0) = N_i(t_A)$ ;  $i = 1, 2, 3$  sunt:

$$N'_1(t) = N'_1(0)e^{-\lambda_1 t}$$

$$N'_2(t) = N'_2(0)e^{-\lambda_2 t} + \frac{N'_1(0) \cdot \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

$$N'_3(t) = N'_3(0)e^{-\lambda_3 t} - \frac{N'_2(0) \cdot \lambda_2}{\lambda_3 - \lambda_2} (e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_3 t}) +$$

$$N'_1(0) \left[ \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_2)} e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} e^{-\lambda_3 t} \right]$$

II). - Nucleul  $^{133}_{51}\text{Sb}$  are 82 de neutroni și 51 de protoni; este un nucleu cu un proton extra pături majore și ca atare este bine descris de varianta uniparticulă a modelului păturilor nucleare. Spinii și paritățile precizate definește succesiunea nivelelor uniparticulă:  $1g_{7/2}$ ,  $2d_{5/2}$ ,  $2d_{3/2}$ ,  $1h_{11/2}$ .

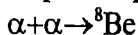
- Nucleul  $^{134}_{52}\text{Te}$  are 82 de neutroni și 52 de protoni, deci 2 protoni extra pături magice. Este deci un nucleu, practic sferic, descris de cei doi protoni ce se găsesc pe nivelul  $1g_{7/2}$ . Acești protoni, ținând cont că sunt fermioni a căror funcție de undă trebuie să fie antisimetrică, determină valorile  $I^\pi = 0^+$ ,  $2^+$ ,  $4^+$ ,  $6^+$ , ... Energiile acestor nivele sunt cele precizate în enunțul problemei. Reamintim că în cazul unei interacții reziduale dintre cei doi protoni de tip delta funcție energia acestor nivele este mai mică decât a nivelului degenerat cu  $-E$  pentru  $0^+$ , cu  $-E/4$  pentru  $2^+$ , cu  $-9E/64$  pentru  $4^+$  și  $-25E/256$  pentru  $6^+$  în care  $E$  este o constantă. Deoarece  $-25E/256$  are o valoare foarte mică se poate considera că energia  $E$  este practic egală cu energia nivelului  $6^+$  adică de 1692 keV. Folosind această valoare se obține energia de 1269 keV pentru nivelul  $2^+$  și energia de 1454 keV pentru nivelul  $4^+$ ; aceste valori sunt în bună concordanță cu datele experimentale.

-Nucleul  $^{154}_{62}\text{Sm}$  este un nucleu deformat tipic (pământuri rare) și deci fiind un nucleu par-par prezintă succesiunea de nivele  $I^\pi = 0^+$ ,  $2^+$ ,  $4^+$ ,  $6^+$ .. iar energiile nivelelor de rotație din banda de rotație construită pe  $K^\pi$  ascultă de legea  $I(I+1)$  ceea ce se verifică experimental.

III). Pentru procesul de dezintegrare  $^8_4\text{Be} \rightarrow \alpha + \alpha$  rezultă :

$$Q_\alpha = m(\text{Be})c^2 - 2m(\alpha)c^2 = 92 \text{ keV}. \quad (1)$$

1). Din conservarea energiei pentru procesul:



rezultă  $T_\alpha = 2 \cdot Q_\alpha = 184 \text{ keV}$  (SL). Secțiunea procesului elastic (singurul posibil) pentru o rezonanță izolată de nucleu compus este:



$$\sigma_{\alpha,\alpha} = \pi \cdot \lambda_{\alpha}^2 \cdot g_{\alpha}^J \cdot \frac{\Gamma_{\alpha}^2}{(T - T_{\alpha})^2 + \frac{\Gamma_{\alpha}^2}{4}} \quad (2)$$

ceastă relație  $g_{\alpha}^J$  este factorul statistic de spin egal cu  $(2J+1)$  pentru procesul iat. Pentru energia de rezonanță  $T=T_{\alpha}$  și  $J=0$  (nucleul Be se află pe nivelul lamental) secțiune din (2) devine:

$$\sigma_{\alpha,\alpha} = 4\pi \cdot \lambda_{\alpha}^2 \cdot g_{\alpha}^J = 4\pi \cdot \lambda_{\alpha}^2 \cdot (2J+1) = 4\pi \cdot \lambda_{\alpha}^2 \quad (3)$$

arece:

$$\lambda_{\alpha}^2 = \frac{(\hbar c)^2}{2(\mu c^2) \cdot T_{\alpha}^*} \cong \frac{0,2147}{T_{\alpha}} b^2 \quad (4)$$

ceastă relație  $\mu$  este masa redusă a sistemului  $\alpha+\alpha$ ,  $T_{\alpha}^*$  este energia acestuia în  $\text{MeV}$ , iar  $T_{\alpha}$  este energia în SL exprimată în  $\text{MeV}$ . Cu  $T_{\alpha} = 0.184 \text{ MeV}$  secțiunea din devine:

$$\sigma_{\alpha,\alpha} \cong 14,66 b^2$$

III.2). In acest caz energia  $T_{\alpha} = 6,244 \text{ MeV}$ . Energia de excitare  $E^*$  va fi:

$$E^* = -Q_{\alpha} + T_{\alpha}/2 = 3.03 \text{ MeV}$$

și relațiile (III.3) și (III.4) rezultă:  $0,432 \cdot (2J+1) = 2,16 \rightarrow (2J+1) \cong 4,999 \rightarrow J=2$ .  
și conservarea parității rezultă  $\pi = "+"$ : deci  $J^{\pi} = 2^{+}$

III.3) Pentru interacția de la punctul precedent avem  $J=1=2$ ; deci în proces tipică numai unda parțială cu  $l=2$ . Pentru acest caz secțiunea diferențială este dată relația:

$$\frac{d\sigma_{\alpha,\alpha}}{d\Omega} = |a_2 \cdot P_2(\cos\vartheta)|^2 \rightarrow \sigma_{\alpha,\alpha} = \int \frac{d\sigma_{\alpha,\alpha}}{d\Omega} d\Omega = |a_2|^2 \cdot \frac{4\pi}{5} \quad (5)$$

rezultă  $|a_2|^2 \cong 0,859 \text{ (b/sr)}$  și deci:

$$\frac{d\sigma_{\alpha,\alpha}}{d\Omega} = |a_2|^2 \cdot P_2^2(\cos\theta) \cong 0,215 \cdot (3\cos^2\theta - 1)^2 \text{ {b/sr}} \quad (6)$$

Secțiunea este simetrică față de  $90^{\circ}$  cum era de așteptat. Valorile secțiunii diferențiale (b/sr) sunt date în tabelul alăturat

$\theta^{\circ}$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$\frac{d\sigma_{\alpha,\alpha}}{d\Omega}$	0,860	0,784	0,585	0,336	0,124	0,012	0,013	0,091	0,178	0,215

### SMast.4

I) Din sistemul de ecuații :

$$\begin{aligned}\frac{dN_m}{dt} &= \Phi N_T \sigma_m - \lambda_m N_m \\ \frac{dN_f}{dt} &= \Phi N_T \sigma_f + \lambda_m N_m - \lambda_f N_f\end{aligned}\quad (1)$$

rezultă:

$$N_m = \frac{\Phi N_T \sigma_m}{\lambda_m} (1 - e^{-\lambda_m t}) \quad (2)$$

și:

$$N_f = \frac{\Phi N_T (\sigma_m + \sigma_f)}{\lambda_f} (1 - e^{-\lambda_f t}) + \frac{\Phi N_T \sigma_m}{\lambda_f - \lambda_m} (e^{-\lambda_f t} - e^{-\lambda_m t}) \quad (3)$$

I.1). Pentru timpul de activare  $t_a = 1800s$  și:

$$N_T = \frac{m}{A} N_A = 6 \cdot 10^{20}; \lambda_f = \frac{\ln 2}{T_f} \cong 4.17 \cdot 10^{-9} s^{-1}; \lambda_m = \frac{\ln 2}{T_m} \cong 1.16 \cdot 10^{-3} s^{-1}; \quad (4)$$

$$\sigma_f = 2 \cdot 10^{-28} m^2; \quad \sigma_m = 58 \cdot 10^{-28} m^2; \quad \Phi = 10^{16} \frac{\text{neutroni}}{m^2 \cdot s} \quad (5)$$

pentru activitatea  $\beta^-$  cerută se obține valoarea:

$$\Lambda_f(t_a) = \lambda_f \cdot N_f(t_a) \cong 160399,2 Bq \cong 4,33 \mu Ci. \quad (6)$$

I.2). După terminarea iradierii evoluția în timp a nucleelor va fi dată de ecuațiile:

$$\begin{aligned}\frac{dN_m}{dt} &= -\lambda_m N_m \\ \frac{dN_f}{dt} &= \lambda_m N_m - \lambda_f N_f\end{aligned}\quad (7)$$

în care timpul "t" este socotit de la terminarea iradierii: Se obține:

$$N_f(t) = N_f(t_a) e^{-\lambda_f t} - \frac{N_m(t_a) \lambda_m}{\lambda_f - \lambda_m} (e^{-\lambda_f t} - e^{-\lambda_m t}) \quad (8)$$

Din relația :  $\left. \frac{dN_f}{dt} \right|_{t^*} = 0$  se obține timpul maxim  $t^*$  pentru care activitatea este maximă:

$$t^* = \frac{\ln \{ \Lambda_f(t_a) / \Lambda_m(t_a) + \lambda_f / \lambda_m \}}{\lambda_f - \lambda_m} \cong 10069,04s \cong 2,8 \text{ ore} \quad (9)$$

și:

$$\Lambda_f(t^*) = N_f(t^*) \cdot \lambda_f \cong 7,3 \mu Ci. \quad (10)$$

I3). Deoarece  $\lambda_f \ll \lambda_m$  rezultă că activitatea cerută pentru  $t=1\text{an}$  va fi:

$$\Lambda_f(t=1\text{an}) = (\Lambda_f(t_a) + \frac{\lambda_f}{\lambda_m} \Lambda(t_a)) \cdot e^{-\lambda_f t} \cong 6,4 \mu\text{Ci} \quad (11)$$

II.a) Din conservarea energiei și a impulsului rezultă că energia neutronului după o împrăștiere elastică este:

$$E_1 = \frac{M^2 + m^2 + 2 \cdot m \cdot M \cdot \cos\theta}{(M + m)^2}$$

Din relația:  $|P(E_1)dE_1| = |P(\Omega)d\Omega|$  rezultă pentru probabilitatea cerută expresia:

$$P(E_1) = \begin{cases} \frac{1}{(1-\alpha)E_0} & \text{pt. } E \in [\alpha E_0, E_0] \\ 0 & \text{in rest} \end{cases}$$

b).  $E_{\text{max}} = E_0$ ;  $E_{\text{min}} = \alpha^n E_0$

c). Energia medie după prima ciocnire este:

$$\bar{E}_1 = \frac{1+\alpha}{2} E_0$$

Energia medie pentru a doua ciocnire:

$$\begin{aligned} \bar{E}_2 &= \int E_2 P(E_2) dE_2 = \int E_2 P(E_2 / E_1) P(E_1) dE_2 dE_1 = \\ &= \int P(E_1) \int E_2 P(E_2 / E_1) dE_2 dE_1 = \left(\frac{1+\alpha}{2}\right)^2 E_0 \end{aligned}$$

Rezultă:

$$\bar{E}_n = \left(\frac{1+\alpha}{2}\right)^n E_0$$

III.a). Tranziția 3 este în coincidență cu tranzițiile 1,2,4 și 6 pe când tranziția 4 este în coincidență cu tranzițiile 1,2,3 și 5. Pentru a obține numai tranzițiile 3 și 4 trebuie ca *fereastra de energie* să fie pusă pe Comptonul comun numai al tranzițiilor 5 și 6 adică în intervalul energetic :  $2 \text{ MeV} < \Delta E < 3,25 \text{ MeV}$ .

b) Pentru a se obține spectrul energetic al tuturor tranzițiilor trebuie ca fereastra energetică să fie pusă pe Comptonul comun al tuturor tranzițiilor adică:

$$0 < \Delta E < 0,75 \text{ MeV}$$

## SMast.5

## IA.

1 Operatorul de multipol electric  $L$  este un operator tensorial de ordin  $L$  și paritate  $(-1)^L$ . Operatorul de multipol magnetic  $L$  este un operator tensorial de ordin  $L$  și paritate  $(-1)^{(L+1)}$ . Din conservarea parității, valorile medii ale acestor operatori într-o stare dată vor fi nenule doar pentru operatori de paritate pozitivă. Din comportarea la rotații (compunerea momentelor cinetice) vor fi nenule doar valorile medii ale operatorilor care satisfac relația  $0 \leq L \leq 2I$  ( $I$  momentul cinetic al nivelului nuclear).

Nivelul  $1/2^-$  are  $M1$  (moment magnetic dipolar)

Nivelul  $1/2^+$  are  $M1$  (moment magnetic dipolar)

Nivelul  $3/2^-$  are  $M1$ ,  $M3$  (momente magnetice), și  $E2$  (moment electric cuadripolar)

Nivelul  $5/2^-$  are  $M1$ ,  $M3$ ,  $M5$  (momente magnetice), și  $E2$ ,  $E4$  (momente electrice).

2.  $5/2^- \rightarrow 3/2^-$  tranziții  $M1$ ,  $E2$ ,  $M3$ ,  $E4$

$5/2^- \rightarrow 1/2^+$  tranziții  $M2$ ,  $E3$

$5/2^- \rightarrow 1/2^-$  tranziții  $E2$ ,  $M3$

3.  $L_{\min} = 1$  rezultă  $\Delta m = 1, 0, -1$ . Tranziții posibile ( $m_1 \rightarrow m_2$ ):

$(-5/2 \rightarrow -3/2)$ ;  $(-3/2 \rightarrow -3/2)$ ;  $(-3/2 \rightarrow -1/2)$ ;  $(-1/2 \rightarrow -3/2)$ ;  $(-1/2 \rightarrow -1/2)$ ;

$(-1/2 \rightarrow +1/2)$ ;  $(+1/2 \rightarrow -1/2)$ ;  $(+1/2 \rightarrow +1/2)$ ;  $(+1/2 \rightarrow +3/2)$ ;

$(+3/2 \rightarrow +1/2)$ ;  $(+3/2 \rightarrow +3/2)$ ;  $(+5/2 \rightarrow +3/2)$ .

## I.B.

Tranziția  $\gamma$   $7^+ \rightarrow 0^+$  este de tip  $M7$  iar tranziția  $\gamma$   $7^+ \rightarrow 1^-$  este de tip  $M6+E7+M8$  și în plus de energie foarte mică de 6 keV. Ca urmare tranzițiile  $\gamma$  sunt practic interzise. Rămâne CI și dezintegrarea  $\beta^-$  dacă nucleul este neutro-excedentar sau  $\beta^+$  dacă nucleul este protono-excedentar.

## II.A

1. Din conservarea momentului cinetic total rezultă:  $\vec{0} = \vec{I}_Y + \vec{I} \rightarrow I_Y = 1$ . Din conservarea parității:  $\Pi_X = \Pi_Y \cdot \Pi_\alpha \cdot (-1)^l$  rezultă  $\Pi_Y = (-1)^l$ . În consecință se vor popula nivelele nucleului  $Y$  cu  $I_Y^{\Pi_Y} = 1^{(-)}$  deci nivele de spin și paritate:  $0^+, 1^-, 2^+, 3^-, 4^+$ , etc.

2. Dat fiind faptul că probabilitatea dezintegrării  $\alpha$  depinde exponențial de energia cinetică a particulei  $\alpha$  rezultă că se vor popula cu mare probabilitate nivelele benzii de rotație fundamentale cu  $0^+, 2^+, 4^+$ , etc.

## II.B.

Printr-o rotație cu unghiul  $\pi$  în jurul axei OZ, procesul în care nucleul incident cu spinul  $s_y = +1/2$  este împrăștiat în direcția  $\theta$ ,  $\varphi = 0$ , cu proiecția spinului  $s_y = -1/2$  (procesul *a*), se transformă în procesul în care nucleul incident cu proiecția spinului  $s_y = -1/2$  este împrăștiat în direcția  $\theta$ ,  $\varphi = \pi$ , cu proiecția spinului  $s_y = +1/2$  (procesul *b*). Fiind legate printr-o transformare de simetrie, probabilitățile celor două procese sunt egale. Deci

$$d\sigma_{\uparrow\downarrow}(\theta, 0)/d\Omega = d\sigma_{\downarrow\uparrow}(\theta, \pi)/d\Omega \quad (1)$$

Similar se arată că

$$d\sigma_{\downarrow\uparrow}(\theta, 0)/d\Omega = d\sigma_{\uparrow\downarrow}(\theta, \pi)/d\Omega. \quad (2)$$

Prin inversie temporală impulsul și proiecția momentelor cinetice își schimbă semnul, iar sistemul evoluează din starea finală (inversată temporal) spre starea inițială (inversată temporal). Deci prin inversie temporală, procesul *a* (fig.1) se transformă în procesul *c* (fig.2) în care nucleul incident se apropie de origine din direcția  $\theta$  cu proiecția spinului  $s_y = +1/2$ , iar nucleul emergent se mișcă în sensul negativ al axei OZ, cu proiecția spinului  $s_y = -1/2$ . Imprăștierea fiind elastică în SCM modulul impulsului se conservă,  $p' = p$ . Printr-o rotație de unghi  $\pi - \theta$  în jurul axei OY, se obține în final procesul în care nucleul incident se deplasează în sensul pozitiv al axei OZ cu proiecția spinului  $s_y = +1/2$ , iar după interacțiune se deplasează în direcția  $\theta$ ,  $\varphi = \pi$ , cu proiecția spinului  $s_y = -1/2$  (figura ce se obține din fig.2 printr-o rotație de unghi  $\pi - \theta$  în jurul axei OY). Deci:

$$d\sigma_{\uparrow\downarrow}(\theta, 0)/d\Omega = d\sigma_{\uparrow\downarrow}(\theta, \pi)/d\Omega \quad (3)$$

Din (1), (2) și (3) rezultă egalitățile cerute.

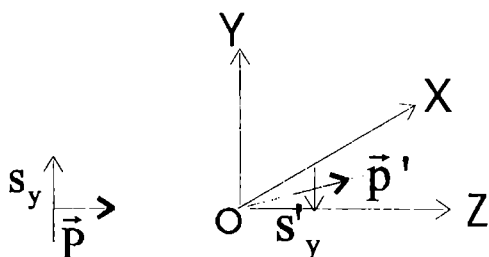


Fig.1

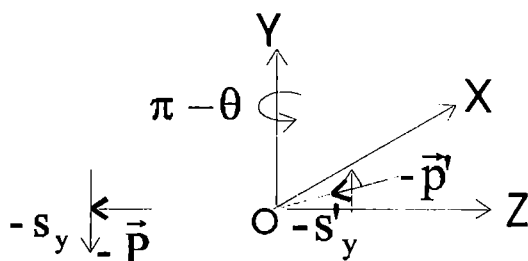


Fig.2

## III.

1. Nivele vor avea spinul și paritatea  $I^\pi = (3/2)^-, (5/2)^-, (7/2)^-$  și  $(9/2)^-$  iar energiile calculate cu relația :

$E_1 = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}} [I(I+1) - K(K+1)]$  vor fi:  $E(3/2) = 0$ ,  $E(5/2) = 25$  keV,  $E(7/2) = 60$  keV și  $E(9/2) = 105$  keV.

$$2. T = \varepsilon(9/2) \frac{m(^A X) + m_n}{m(^A X)} \approx \varepsilon(9/2) = 0.105 \text{ MeV}$$

$$3. \lambda^2 = \frac{(\hbar c)^2}{2\mu c^2 T_{SCM}} \approx \frac{(\hbar c)^2}{2m_n c^2 T} \approx 190.5 \text{ F. In obținerea acestei valori s-a folosit}$$

faptul că masa redusă  $\mu$  este aproximativ egală cu masa neutronului și

$$T_{SCM} = \frac{m(^A X)}{m(^A X) + m_n} T \approx T. \text{ Deoarece } R / \lambda \approx 0.65 \text{ rezultă că în proces participă numai}$$

undele  $s$  ( $l=0$ )

4a. Cu elementele diagonale se poate calcula secțiunea elastică  $\sigma_{n,n}$ , de reacție

$\sigma_n^r$  și totală  $\sigma_n^t$ . In acest proces din conservarea momentului cinetic total  $\bar{I}_T + \frac{\bar{1}}{2} = \bar{J}$  și

a parității  $\Pi_T(-1)^l = \Pi_T = \Pi$  rezultă că vom avea  $J^\Pi = 1^-, 2^-$ . Cu  $l=l'=0$  și  $j=j'=1/2$  secțiunile cerute vor fi:

$$\sigma_{n,n} = \pi\lambda^2 \sum_{\Pi} g_n^J |1 - S_{01/2,01/2}^{\Pi}|^2; \sigma_n^r = \pi\lambda^2 \sum_{\Pi} g_n^J (1 - |S_{01/2,01/2}^{\Pi}|^2)$$

$$\sigma_n^t = 2\pi\lambda^2 \sum_{\Pi} g_n^J (1 - \text{Re}(S_{01/2,01/2}^{\Pi}))$$

cu  $g_n^J = \frac{2J+1}{8}$  și  $S_{01/2,01/2}^{1-} = 0.1 + i \cdot 0.3$ ,  $S_{01/2,01/2}^{2-} = 0.2 + i \cdot 0.6$  pentru secțiuni se obțin valorile:

$$\sigma_{n,n} = \frac{\pi\lambda^2}{8} [3 \cdot |1 - S_{01/2,01/2}^{1-}|^2 + 5 \cdot |1 - S_{01/2,01/2}^{2-}|^2] = \frac{\pi\lambda^2}{8} \cdot 7.7 \approx 5759.6 \text{ mb}$$

$$\sigma_n^r = \frac{\pi\lambda^2}{8} [3 \cdot (1 - |S_{01/2,01/2}^{1-}|^2) + 5 \cdot (1 - |S_{01/2,01/2}^{2-}|^2)] = \frac{\pi\lambda^2}{8} \cdot 5.7 \approx 4263.6 \text{ mb}$$

$$\sigma_n^t = \frac{2\pi\lambda^2}{8} [3 \cdot (1 - \text{Re}(S_{01/2,01/2}^{1-})) + 5 \cdot (1 - \text{Re}(S_{01/2,01/2}^{2-}))] = \frac{\pi\lambda^2}{8} \cdot 13.4 \approx 10023.2 \text{ mb}$$

4b. Din conservarea momentului cinetic total și a parității rezultă că nivele de nucleu compus cu  $J^\Pi = 1^-, 2^-$  vor popula nivele nucleului final (deci ale nucleului țintă) astfel:

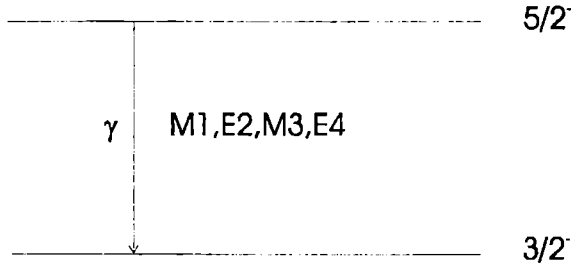
$$\begin{array}{l} 1^- \rightarrow \frac{\bar{3}^-}{2} \Rightarrow S_{01/2,01/2}^{1-} \left( \frac{\bar{3}^-}{2} \rightarrow \frac{\bar{3}^-}{2} \right); \quad 2^- \rightarrow \frac{\bar{3}^-}{2} \Rightarrow S_{01/2,01/2}^{2-} \left( \frac{\bar{3}^-}{2} \rightarrow \frac{\bar{3}^-}{2} \right) \\ \rightarrow \frac{\bar{5}^-}{2} \Rightarrow - \quad \rightarrow \frac{\bar{5}^-}{2} \Rightarrow S_{01/2,01/2}^{2-} \left( \frac{\bar{3}^-}{2} \rightarrow \frac{\bar{5}^-}{2} \right) \\ \rightarrow \frac{\bar{7}^-}{2} \Rightarrow - \quad \rightarrow \frac{\bar{7}^-}{2} \Rightarrow - \\ \rightarrow \frac{\bar{9}^-}{2} \Rightarrow - \quad \rightarrow \frac{\bar{9}^-}{2} \Rightarrow - \end{array}$$

Rezultă că în procesul studiat este posibil procesul elastic și procesul inelastic pe primul nivel excitat. Ca urmare secțiunea de reacție este egală cu secțiunea inelastică pe primul nivel excitat. Secțiunile cerute vor fi:

$$\sigma_{n,n} \left( \frac{\bar{3}^-}{2} \rightarrow \frac{\bar{3}^-}{2} \right) = \sigma_{n,n} \approx 5759.6 \text{ mb}$$

$$\sigma_{n,n'} \left( \frac{\bar{3}^-}{2} \rightarrow \frac{\bar{5}^-}{2} \right) = \sigma_n^r \approx 4263.6 \text{ mb}$$

5. Deoarece dintre nivelele excitate se populează numai nivelul cu  $I^\pi = (5/2)^-$  rezultă că au loc tranziții numai între nivelele  $(5/2)^- \rightarrow (3/2)^-$ . Clasificarea lor este dată în figura ce urmează.



### Smast.6

I.

1.  $\sigma_a \Phi \ll \lambda$ , deci  $K = \Sigma_a \Phi$  este practic constant.

Din ecuația diferențială:

$$\frac{dN}{dt} = K - \lambda N$$

cu condiția  $N(0)=0$  rezultă:

$$N(t_a) = \frac{K}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_a})$$

După pauza de activare ecuația diferențială devine:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

cu condiția  $N(0)=N(t_a)$  se obține:

$$N_f = \frac{K}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_a}) \cdot e^{-\lambda t_p}$$

Activitatea specifică va fi:

$$\Lambda_s = \frac{pN_A \sigma_a \Phi}{\bar{A}} (1 - e^{-\lambda t_a}) \cdot e^{-\lambda t_p}$$

Cu valorile numerice:  $\lambda = \ln 2 / T_{1/2} = 4.813522 \cdot 10^4 \text{ ore}^{-1}$ ,  
 $N_A \sigma_a \Phi / \bar{A} \approx 1.23 \cdot 10^{12} \text{ dez} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}$ ,  $1 - e^{-\lambda t_a} = 0.1091$  și  $e^{-\lambda t_p} = 0.9952$  se obține:

$$\Lambda_s = 5.714 \cdot 10^{10} \text{ dez} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{g}^{-1} = 1.544 \text{ Ci/g}$$

2. In stratul absorbant de Be cu grosimea  $x$  din intensitatea  $I_0$  a cuantelor  $\gamma$  sunt reținute:

$$\Delta I = I_0(1 - e^{-\mu x}) \text{ unde } \mu = \frac{\rho_{\text{Be}}}{A} N_A \sigma_{\gamma n}$$

Deoarece contează numai cuantele  $\gamma$  cu energia peste prag doar 76% din  $\Delta I$  dau reacție de producere a neutronilor. Rezultă:

$$S_s = 0.76 \Lambda_s (1 - e^{-\mu x})$$

Cu valorile:  $\mu = 1.554 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$  și  $(1 - e^{-\mu x}) = 1.865 \cdot 10^{-4}$  se obține:

$$S_s = 8.1 \cdot 10^6 \text{ n/g sec.}$$

Deoarece  $m = S/S_s$  rezultă  $m = 12.35$  grame.

## II

1. Sarcina colectată la anod:  $Q = e M N_e$ . unde  $e = 16 \cdot 10^{-20} \text{ C}$  și  $N_e$  este numărul de electroni pe prima dinodă  $N_e = (1/e) f_c f_d E C C_p$  Se obține  $Q = M f_c f_d E C C_p = 1.18 \cdot 10^{10} \text{ C}$ .

2. Forma semnalului pentru sistemul scintilator fotomultiplicator este:

$$V(t) = \frac{QR}{RC - \tau} (e^{-t/RC} - e^{-t/\tau})$$

Cu  $RC = 10^{-3} \text{ sec.}$ ,  $\tau = 2.3 \cdot 10^{-7} \text{ sec.}$  rezultă  $RC \gg \tau$ . Ca urmare valoarea maximă se obține practic după  $t \approx 4\tau$  și va fi:

$$V(t) = \frac{Q}{C} (1 - e^{-t/\tau}) \approx \frac{Q}{C} = 11.8 \text{ V}$$

3. Rezoluția energetică  $\eta = \Delta E/E$  va fi mai slabă decât valoarea  $(2.36 \sigma_N/N)$  unde  $N$  este numărul de fotoni apăruți în scintilator  $N = E/w = 1.6 \cdot 10^3$ .

$$\eta > 2.36 \cdot N^{-1/2} = 0.059$$

4. Eficacitatea de detecție a neutronilor:  $\varepsilon = s k \varepsilon_\gamma \varepsilon_n$ . Probabilitatea de absorbție a neutronilor în carbura de bor  $\varepsilon_n \approx 1 - e^{-n\sigma x} \approx n\sigma x = 0.045$ .

Probabilitatea de absorbție a cuantelor  $\gamma$  în cristal  $\varepsilon_\gamma \approx 1 - e^{-\mu d} \approx \mu d = 0.17$ .

Rezultă:

$$\varepsilon = 2.9 \cdot 10^{-3}$$

5. Nedeterminarea temporală la detecția neutronilor  $\Delta t_d = x/v = x(m/(2E))^{1/2}$ . Cu  $x$  dat în m,  $E$  în eV și  $\Delta t$  în  $\mu\text{sec}$ , rezultă  $\Delta t_d = 72.3 \cdot x \cdot (E)^{-1/2} = 7.2 \cdot 10^{-3} \mu\text{sec.} = 7.2 \text{ nsec.}$  Deoarece:

$$\Delta t = (\Delta t_c^2 + \Delta t_n^2 + \Delta t_d^2)^{1/2} \cong (3)^{1/2} \Delta t_d = 12 \text{ nsec.}$$

In relația de mai sus  $\Delta t_c$  este lărgimea canalului temporal la analizor și  $\Delta t_n$  este durata pulsului de neutroni.



Rezoluția energetică a unei instalații de timp de zbor se obține diferențiind  $t = L\sqrt{\frac{m}{2E}}$ . Rezultă în procente:

$$\frac{\Delta E}{E} \approx 2.76 \frac{\Delta t \sqrt{E}}{L} = 3.45\%$$

III.1. După prima împrăștiere, orice direcție este egal probabilă. Fie una dintre aceste direcții  $\vec{n}_1$ . Datorită izotropiei împrăștierii, indiferent de  $\vec{n}_1$ , probabilitatea de împrăștiere în  $\Delta\Omega$  este  $\Delta\Omega/4\pi$ . Deci fiecare dintre fotonii împrăștiați o dată are probabilitatea de 50% ca după a doua împrăștiere să se deplaseze într-o direcție din unghiul solid  $\Delta\Omega = 2\pi$ . În consecință se obține:

$$\Delta N/N_0 = 1/2.$$

2. Fie  $\vec{n}_1$  direcția fotonului după prima interacțiune. Deoarece probabilitatea de împrăștiere depinde de  $\cos^2\theta$ , rezultă că probabilitatea de împrăștiere la  $\theta$  este egală cu probabilitatea de împrăștiere în direcție opusă. Deci probabilitatea de împrăștiere în orice unghi solid  $\Delta\Omega = 2\pi$  este egală cu 50%, indiferent de direcția  $\vec{n}_1$ ; deci și în acest caz  $\Delta N/N_0 = 1/2$ .

*Soluție analitică:*

Din condiția de normare:

$$\int \frac{dP(\theta)}{d\Omega} = 1$$

rezultă pentru constanta de normare valoarea  $k = \frac{3}{16\pi}$ . Utilizând relațiile:

$$P_2(\cos\theta) = \frac{1}{2}(3\cos^2\theta - 1)$$

$$P_L(\cos\theta) = \frac{4\pi}{2L+1} \sum_M Y_{LM}(\theta_1, \varphi_1) Y_{LM}^*(\theta_2, \varphi_2)$$

unde  $(\theta_1, \varphi_1)$ , respectiv  $(\theta_2, \varphi_2)$  sunt unghiurile polare ale versorilor  $\vec{n}_1$  și  $\vec{n}_2$ , iar  $\theta$  este unghiul dintre acești doi versori, probabilitatea de împrăștiere din enunț devine:

$$\frac{dP(\theta)}{d\Omega} = k(1 + \cos^2\theta) = \frac{2k}{3}[2 + P_2(\cos\theta)] = \frac{2k}{3}\left[2 + \frac{4\pi}{5} \sum_M Y_{2M}(\vec{n}) Y_{2M}^*(\vec{n}')\right]$$

în care  $\vec{n}$  și  $\vec{n}'$  sunt versorii impulsului fotonului înainte și după împrăștierea Compton. Probabilitatea de împrăștiere de la  $\vec{n}_0 \rightarrow \vec{n}_2$  după două ciocniri succesive va fi:

$$\frac{dP(\vec{n}_0 \rightarrow \vec{n}_2)}{d\Omega_2} = \int \frac{dP(\vec{n}_0 \rightarrow \vec{n}_1)}{d\Omega_1} \cdot \frac{dP(\vec{n}_1 \rightarrow \vec{n}_2)}{d\Omega_2} d\Omega_1$$

Substituind în expresia de mai sus dezvoltarea probabilității de împrăștiere după armonice sferice și ținând cont de ortonormarea armonicelor sferice rezultă:

$$\frac{dP(\bar{n}_0 \rightarrow \bar{n}_2)}{d\Omega_2} = \left(\frac{2k}{3}\right)^2 \left[ 16\pi + \left(\frac{4\pi}{5}\right)^2 \sum_M Y_{2M}(\bar{n}_0) Y_{2M}^*(\bar{n}_2) \right] = \frac{1}{16\pi} \left[ 4 + \frac{1}{5} P_2(\cos \alpha) \right]$$

în care  $\alpha$  este unghiul dintre direcția finală (după două împrăștieri) și direcția inițială. Probabilitatea de a obține  $\alpha \leq 90^\circ$  se calculează integrând pe unghiul solid  $\Omega_2 = 2\pi$ . Se obține:

$$\frac{\Delta N}{N_0} = \frac{1}{2}$$

#### §4.4 TEMPUS

##### ST1

I). Deoarece fononii  $\beta$  au proiecția zero iar fononii  $\gamma$  au proiecția  $m = \pm 2$  rezultă pentru  $K$  valorile  $K = |K_\gamma + K_\beta| = |2 \pm 2| = 0, 4$ ; paritatea este "+". Rezultă  $K^\pi = 0^+, 4^+$ . Aceste nivele de vibrație vor avea energia de  $3\hbar\omega_2$  (nivele nedegenerate în lipsa interacției reziduale).

Energia de excitare (față de energia nivelului de vibrație  $K^\pi$ ) a unui nivel de rotație de spin  $I$  construit pe nivelul de vibrație  $K$  se determină prin relația:

$$\varepsilon_I = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} [I(I+1) - K(K+1)]$$

Pentru  $K^\pi = 0^+$  spinii și paritățile primelor trei nivele de rotație vor fi  $0^+, 2^+, 4^+$  iar pentru  $K^\pi = 4^+$  vor fi  $4^+, 5^+, 6^+$ . Mărimea  $\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}}$  se determină astfel:

$$\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} = \frac{(\hbar c)^2}{\frac{4}{5} r_0^2 (mc^2) A^{5/3}} \cong 3,45 \text{ keV}$$

Pentru energiile de excitare se obțin valorile:

$$K^\pi = 0^+ : \varepsilon_{2^+} \cong 20,7 \text{ keV} , \varepsilon_{4^+} \cong 69,0 \text{ keV}.$$

$$K^\pi = 4^+ : \varepsilon_{5^+} \cong 34,5 \text{ keV} , \varepsilon_{6^+} \cong 75,9 \text{ keV}.$$

IIa). Rezonanța (nivelul) izolată de nucleu compus are o paritate bine definită și deci la inversia spațială are loc relația :  $|\Psi(r, \theta, \varphi)|^2 = |\Psi(r, \pi - \theta, \varphi + \pi)|^2$  de unde rezultă simetria secțiunii diferențiale față de  $90^\circ$ .

b). Sistemul centrului de masă (SCM) coincide practic cu sistemul laborator (SL) când, în canalele de intrare, masa proiectilului este mult mai mică decât a nucleului țintă și de asemenea în canalele de ieșire masa particulei emergente este mult mai mică decât a nucleului rezidual.

III). Deoarece sursa este omogenă rezultă că  $\Lambda_0 \cdot d\Omega \cdot dz \cdot ds / 4\pi$  reprezintă numărul de particule  $\alpha$  emise de volum  $dsdz$  al sursei în unitatea de timp și în unghiul solid  $d\Omega$ , centrat pe unghiul  $\theta \leq \theta_0$ . Pentru o suprafață  $ds$  dată  $z$  se modifică de la zero la  $z_0 = R \cos \theta_0$  iar unghiul solid se modifică corespunzător unghiului  $\theta$  care se modifică de la 0 la  $\theta_0$ . Rezultă că numărul de particule  $\alpha$  (și deci numărul de urme) pe unitatea de suprafață a detectorului și în unitatea de timp (fig. a) va fi:

$$\frac{dN_1}{ds} = \int_0^{z_0} dz \int \frac{\Lambda_0}{4\pi} d\Omega = \int_0^{z_0} dz \int_0^{\theta_0} \sin \theta d\theta = \Lambda_0 (1 - \cos \theta_0) \cdot R \cos \theta_0 / 2$$

Vor produce urme și particulele  $\alpha$  cu  $z_0 < z < R$  (fig. b) cu  $\cos \theta = z/R$ ; se obține:

$$\frac{dN_2}{ds} = \int_{z_0}^R dz \int \frac{\Lambda_0}{2} \sin \theta d\theta = \frac{\Lambda_0}{2} \int_{z_0}^R dz \left(1 - \frac{z}{R}\right) = \frac{\Lambda_0 R}{2} \left[ (1 - \cos \theta_0) - \frac{(1 - \cos^2 \theta_0)}{2} \right]$$

Numărul total de urme, în unitatea de timp, va fi suma celor două mărimi:

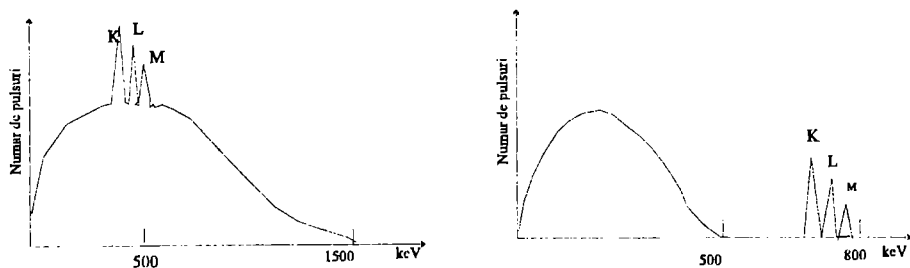
$$\frac{dN}{ds} = \frac{dN_1}{ds} + \frac{dN_2}{ds} = \frac{\Lambda_0 R}{4} (1 - \cos^2 \theta_0).$$

În timpul  $t_0$  numărul urmelor va fi:

$$t_0 \frac{dN}{ds} = t_0 \frac{\Lambda_0 R}{4} (1 - \cos^2 \theta_0)$$

Pentru  $\theta_0 = 90^\circ$  se obțin  $t_0 \frac{\Lambda_0 R}{4}$  urme.

III) Se obține spectru continuu  $\beta^-$  și spectrul discret al electronilor de conversie K, L și M



## ST2

1a.  $E_1 = E \rightarrow T_{ij}(E_1); E_2 = E - \varepsilon \frac{A+1}{A} \rightarrow T_{ij}(E_2)$  cu  $A=240$

1b. In modelul statistic Hauser-Feshbach secțiunea integrată pentru împrștierea elastică  $(n,n)$  și inelastică  $(n,n')$  se detrmnă conform relației:

$$\sigma_{n,n'} = \pi \lambda^2 \sum_{\pi} g_n^J \frac{\sum_{lj} T_{n'lj}^{\pi} \cdot \sum_{l'j'} T_{n'l'j'}^{\pi}}{\sum_{n''l''j''} T_{n''l''j''}^{\pi}}$$

Având în vedere conservarea momentului cinetic  $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ ;  $\vec{J} = \vec{j}$  pentru canalele de intrare și  $\vec{j}' = \vec{l}' + \vec{s}'$ ;  $\vec{J} = \vec{j}' + \vec{l}'$  cât și conservarea parității  $(-1)^{\pi} \Pi_l = \Pi = (-1)^{l'} \Pi_{l'}$ ,

rezultă valorile  $J^{\pi} = \frac{\bar{l}^+}{2}, \frac{\bar{l}^-}{2}, \frac{\bar{3}^-}{2}$  și:

$$S(1/2^+) = \sum_{n''l''j''} T_{n''l''j''}^{1/2^+} = T_{0,1/2}(E_1)$$

$$S(1/2^-) = \sum_{n''l''j''} T_{n''l''j''}^{1/2^-} = T_{1,1/2}(E_1) + T_{1,3/2}(E_2)$$

$$S(3/2^-) = \sum_{n''l''j''} T_{n''l''j''}^{3/2^-} = T_{1,3/2}(E_1) + T_{1,1/2}(E_2) + T_{1,3/2}(E_2)$$

Cu  $g_n^J = \frac{2J+1}{2}$  și relații de mai sus secțiunile cerute devin:

$$\sigma_{n,n} = \pi \lambda^2 \left( \frac{[T_{0,1/2}(E_1)]^2}{S(1/2^+)} + \frac{[T_{1,1/2}(E_1)]^2}{S(1/2^-)} + 2 \frac{[T_{1,3/2}(E_1)]^2}{S(3/2^-)} \right)$$

$$\sigma_{n,n'} = \pi \hat{\lambda}^2 \left( \frac{T_{1,1/2}(E_1) \cdot T_{1,3/2}(E_2)}{S(1/2^-)} + 2 \frac{T_{1,3/2}(E_1) \cdot [T_{1,1/2}(E_2) + T_{1,3/2}(E_2)]}{S(3/2^-)} \right)$$

2.  $E_{IK} = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} [I(I+1) - K(K+1)]$ . Pentru  $K^\pi = 0^+$  din energia primului nivel excitat de spin și paritate  $I^\pi = 2^+$  rezultă  $\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \approx 7.42 \text{ keV}$ . Pentru următoarele patru nivele se obțin valorile:

$$I^\pi = 4^+ \rightarrow E_{4^+} = 20 \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \approx 0.148 \text{ MeV}$$

$$I^\pi = 6^+ \rightarrow E_{6^+} = 42 \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \approx 0.312 \text{ MeV}$$

$$I^\pi = 8^+ \rightarrow E_{8^+} = 72 \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \approx 0.534 \text{ MeV}$$

$$I^\pi = 10^+ \rightarrow E_{10^+} = 110 \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \approx 0.816 \text{ MeV}$$

3. Pentru o reacție generală  $A(a,b)B$  energia de reacție este:  $Q = S_a - S_b$ . Deoarece  $S_d > S_n > S_p > S_\alpha$  rezultă:

3a.  $Q = S_d - S_p > 0 \rightarrow$  reacția este exoenergetică.

3b.  $Q = S_\alpha - S_n < 0 \rightarrow$  reacția este endoenergetică.

3a.  $Q = 0$

4. a) deci pentru nucleu țintă par-par.

5. 1A. Conform figurii b) de la punctul III al problemei T1 rezultă pentru numărul de particule  $\alpha$  emise de volumul  $dSdz$  în unitatea de timp relația:

$$\Lambda_0 dSdz \cdot \frac{\Delta\Omega}{4\pi} = \Lambda_0 dSdz \cdot \frac{(1 - \cos\theta)}{2}$$

cu  $\cos\theta = \frac{z}{R_0}$  sau condiția:  $\frac{z}{\cos\theta} \leq R_0$  pentru viteza de numărare totală se obține:

$$N_t = \frac{\Lambda_0 S}{2} \int_0^{R_0} \left(1 - \frac{z}{R_0}\right) dz = \frac{\Lambda_0 S R_0}{4}$$

2A. Din condiția  $\frac{z}{\cos\theta} \leq R_0 - R_1$  care corespunde cazului  $E_d \geq E_1$  rezultă:

$$N_t(E_d \geq E_1) = \frac{\Lambda_0 S}{2} \int_0^{R_0 - R_1} \left(1 - \frac{z}{R_0 - R_1}\right) dz = \frac{\Lambda_0 S (R_0 - R_1)}{4}$$

B. In acest caz din condiția de detecție:

$$\frac{z}{\cos\theta} + \frac{d}{K \cos\theta} + R_s(E_d) = R_0; \text{ pentru } E_d \geq 0 \text{ și } R_s(E_d) \geq 0$$

rezultă:

$$\frac{z + d/K}{\cos\theta} \leq R_0 \text{ sau } \cos\theta \geq \frac{z + d/K}{R_0}$$

și deci viteza cerută va fi:

$$N_t = \frac{\Lambda_0 S}{2} \int_0^{R_0 - d/K} \left(1 - \frac{z + d/K}{R_0}\right) dz = \frac{\Lambda_0 S (R_0 - R_1)}{4} \left(1 - \frac{d}{KR_0}\right)^2$$

6. Pentru  $m_1$  rezultă valorilr:  $m_1 = \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}$  iar pentru  $m_2$  proiecțiile posibile au valorile:  $m_2 = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ . Cu  $M = m_1 = m_2 = 2, 1, 0, -1, -2$  se obțin 10 tranziții  $\gamma$ .

7. a.- fals; b.- fals; c.-adevărat; d.-fals; e.-adevărat; f.-fals; g.-fals; h.-fals; i.- fals; j.-adevărat.

### ST3

I.1 Numărul de molecule dintr-un gram de substanță (0,5g de antiapă și 0,5 de apă) este  $N_A/18$ .

a. Aceste molecule conțin  $10N_A/36$  perechi electron-pozitron. Cum fiecare pereche de electro-pozitron produce prin anihilare  $2\gamma$  fiecare de energie de 0,511 Me rezultă că energia emisă va fi:  $E_a = E_\gamma \cdot 10 \cdot N_A/18 = 1,7 \cdot 10^{23} \text{ MeV} \cong 2,73 \cdot 10^4 \text{ MJ}$ .

b. Fiecare moleculă conține  $18N_A/36$  perechi nucleon-antinucleon. Deoarece fiecare pereche produce  $2\pi^0$  și deci o energie gama totală de 600 MeV rezultă energia cerută va fi:  $E_b = 300 \cdot N_A = 1,8 \cdot 10^{26} \text{ MeV} \cong 2,88 \cdot 10^7 \text{ MJ}$

c. Fiecare pereche nucleon-antinucleon produce 4 pioni încărcăți, fiecare folosind pentru ionizare 160 MeV. Energia emisă prin ionizare va fi:  $E_c = 320 \cdot N_A = 1,92 \cdot 10^{26} \text{ MeV} \cong 3,072 \cdot 10^7 \text{ MJ}$

2. Energia totală emisă este  $E_t \cong 5,955 \cdot 10^7 \text{ MJ}$ . Energia eliberată prin fisiunea unui gram de  $^{235}\text{U}$  este  $E_f = 200 \cdot N_A / 235 \cong 5,1 \cdot 10^{23} \text{ MeV} \cong 8,17 \cdot 10^4 \text{ MJ}$ . Raportul cerut va fi:  $E_c/E_f \cong 728,83$ .

Ca o concluzie se poate spune că se eliberează o energie imensă, care este încă mai mare dacă se ține cont și de energia eliberată prin ionizare de miunii rezultați prin dezintegrarea pionilor. Deci o astfel de întâmplare ar fi foarte periculoasă.

II.1. Pentru energia de rezonanță secțiunea elastică de NC este definită de relația:

$$\sigma_{n,n}(E_0) = 4\pi\lambda_0^2 g_n \cdot \frac{\Gamma_n^2(E_0)}{\Gamma^2(E_0)} = \frac{4\pi\lambda_0^2 g_n}{(1+r)^2}$$

Rezultă:

$$\lambda_0^2 = \frac{\sigma_{n,n}(E_0) \cdot (1+r)^2}{4\pi\lambda_0^2 g_n} \approx 2,5164 \cdot 10^6 \text{ b}$$

Pe de altă parte

$$\lambda_0^2 = \frac{(\hbar c)^2}{2c^2} \cdot \frac{(m_{Xe} + m_n)^2}{m_{Xe}^2 \cdot m_n} \cdot \frac{1}{E_0} \approx \frac{0,2114 \cdot 10^6}{E_0(\text{eV})} \text{ b}$$

Din cele două relații rezultă  $E_0 \approx 0,084 \text{ eV}$ .

2. Din relația  $\sigma_{n,\gamma} / \sigma_{n,n} = r$  rezultă  $\sigma_{n,\gamma} \approx 3,264 \cdot 10^6 \text{ b}$

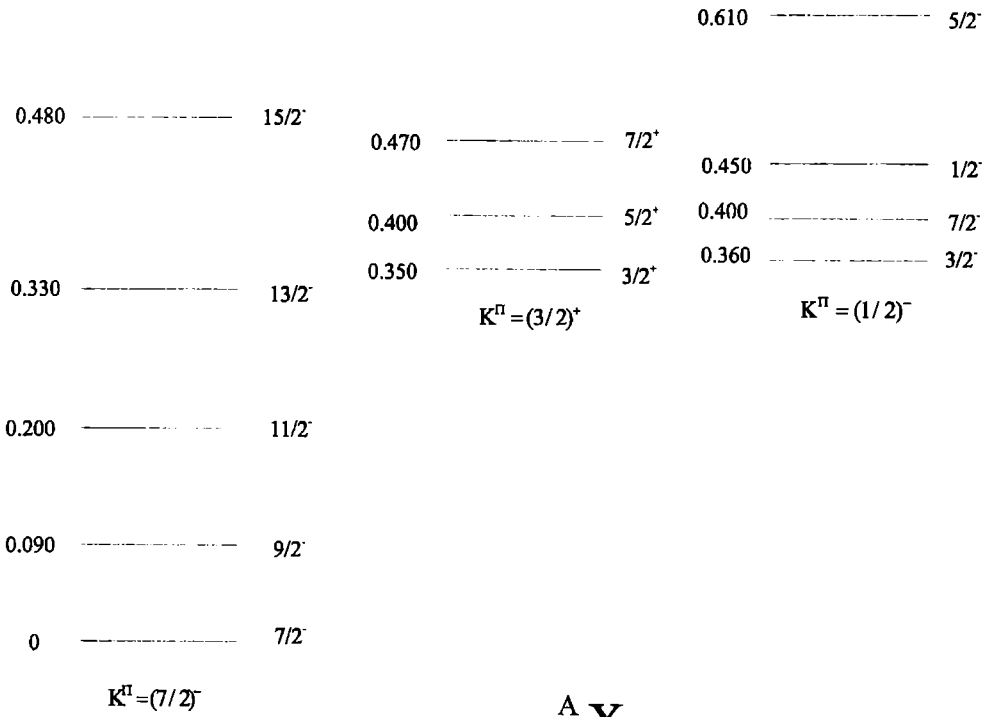
III.1. Se disting imediat benzile de rotație cu  $K^\Pi = (7/2)^-$  și  $K^\Pi = (3/2)^+$ .

Folosind relația  $E_1 = E_K + \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} [I(I+1) - K(K+1)]$  rezultă  $\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} = 10 \text{ keV}$ . Energiile  $E_K$  vor fi  $E_{7/2} = 0$ ;  $E_{3/2} = 0,350 \text{ keV}$ . Restul nivelelor cu  $I^\Pi = (3/2)^-$ ,  $(7/2)^-$ ,  $(1/2)^-$  fac parte din banda cu  $K^\Pi = (1/2)^-$ . Din relația

$$E_1 = E_K + \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \left[ I(I+1) + a \cdot (-1)^{I+1/2} \cdot \left( I + \frac{1}{2} \right) \right]$$

cu condițiile:  $E_{1/2} = 450 \text{ keV}$ ;  $E_{3/2} = 360 \text{ keV}$  rezultă  $E_{7/2} = 402,5 \text{ keV}$ ;  $a = -4$ .

2. Nivelul  $(15/2)^-$  face parte din banda  $K^\Pi = (7/2)^-$  și va avea energia de 480 keV iar nivelul  $(5/2)^-$  face parte din banda  $K^\Pi = (1/2)^-$  și va avea energia de 610 keV. Schema de nivele, separată pe benzi  $K^\Pi$  este prezentată în figura ce urmează.



$$\frac{A}{Z} X$$



## Bibliografie.

1. M. Cottureau et F. Lefebvres: *Recueil de Problèmes de Physique Nucléaire et de Physique des Particules*, Masson et C<sup>IE</sup>, Editeurs, 1971.
2. A. Berinde, G. Vlăducă: *Reacții Nucleare Neutronice în Reactor*, Ed. Tehnică, 1978.
3. G. Vlăducă: *Reacții Nucleare (probleme)*, Ed. Universității București, 1979.
4. G. Vlăducă: *Reacții Nucleare și Fisiunea Nucleară*, Ed. Universității București, 1981.
5. G. Vlăducă: *Elemente de Fizică Nucleară: Vol.I*, Ed. Universității București, 1988.
6. G. Vlăducă: *Elemente de Fizică Nucleară: Vol.II*, Ed. Universității București, 1990.
7. S. M. Wong: *Introductory Nuclear Physics*, University of Toronto, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1990.
8. N. A. Jelley: *Fundamentals of Nuclear Physics*, Cambridge University Press, 1990.
9. W. S. C. Williams: *Nuclear and Particle Physics*, Clarendon Press, Oxford, 1991.
10. J. Chauveau, G. Rotbard, L. Valentin: *Exercices de Physique Subatomique*, Hermann, Editeurs des Science et des Arts, 1991.

VERIFICAT  
2017

VERIFICAT  
2007



---

---

**Tiparul s-a executat sub cda 306 la  
Tipografia Editurii Universității din București**

---

---



ISBN - 973 - 575 - 062 - 7

Lei 8800