

# FOTOGRAFIA CERULUI NOCTURN CU APARAT FOTO FIX

Alexandru BARBOVSCHI\*

**Key words:** photography, night sky, camera, lens, exposure

## INTRODUCERE

În urma rotației zilnice a planetei noastre imaginea stelelor atunci când le fotografiem cu un aparat foto fix, în timpul expunerii lasă urme formând linii (*englez:* star trails). Lucrul acesta poate fi evitat prin reducerea timpului de expunere până la o valoare la care imaginile punctiforme ale stelelor nu reușesc să se transforme în linii. Dar cât de scurt trebuie să fie timpul expunerii în acest caz? Înainte de a răspunde la această întrebare trebuie să aflăm mai multe despre aparatul foto și obiectivul nostru, avem nevoie de aceste informații pentru calculele care vor urma în capitolul doi.

### 1. Caracteristicile echipamentului utilizat

#### 1.1. Factorul de crop al aparatului foto

Parametrul dat reprezintă raportul dintre dimensiunile liniare ale cadrului standard al peliculei foto de 35 mm (36x24 mm) și cele ale senzorului de imagine al aparatului nostru foto. Majoritatea senzorilor de imagine ai aparatelor foto moderne au dimensiuni mai mici decât cele ale cadrului de peliculă foto. Utilizând un obiectiv prevăzut pentru mărimea dată, pe senzorul de imagine se proiectează doar partea centrală a imaginii, restul este „tăiat”. De aceea avem nevoie să calculăm distanța focală echivalentă pentru un aparat foto de 35 mm. Să presupunem că avem la dispoziție un aparat foto cu factor de crop  $K_f = 1.6$  și un obiectiv cu distanța focală  $F = 18$  mm. Calculăm distanța focală echivalentă:

$$F_e = F \cdot K_f = 18 \text{ mm} \cdot 1.6 = 28.8 \text{ mm}$$

Această valoare va fi necesară în calculele viitoare. Între timp apare următoarea întrebare: cum aflăm acest factor de crop? Îl găsim pe Internet sau îl calculăm:

$$K_f = \frac{\text{Diagonala}_{35\text{mm}}}{\text{Diagonala}_{\text{senz\_imag}}} = \frac{43.27 \text{ mm}}{\text{Diagonala}_{\text{senz\_imag}}}$$

#### 1.2. Dimensiunile pixelului senzorului de imagine

Pixelul este, de fapt, elementul component de bază al senzorului de imagine al unui aparat foto. Dimensiunile lui pot fi ușor calculate, trebuie doar să cunoaștem lățimea, înălțimea și rezoluția maximă a senzorului de imagine:

$$W_p = \frac{W_m}{R_x} = \frac{22.2 \text{ mm}}{3456} = 0.006424 \text{ mm} \quad H_p = \frac{H_m}{R_y} = \frac{14.8 \text{ mm}}{2304} = 0.006424 \text{ mm}$$

Unde  $W_p$  este lățimea pixelului,  $W_m$  – lățimea senzorului de imagine,  $R_x$  – rezoluția orizontală a senzorului de imagine. Pentru înălțime, abordarea este identică. Pentru calculele ce urmează, dintre aceste două valori o alegem pe cea mai mică (în cazul dat acestea sunt egale):

$$D_p = W_p = H_p$$

#### 1.3. Unghiurile de vedere ale obiectivului

Ne este necesar să cunoaștem cât poate cuprinde obiectivul nostru. Parametrul dat este diferit pe orizontală și pe verticală din simplul motiv că majoritatea senzorilor de imagine sunt dreptunghiulari. Calculăm unghiurile de vedere pentru aparatul nostru foto:

$$\text{FOV}_W = 2 \cdot \arctan\left(\frac{W_m}{2 \cdot F}\right) = 2 \cdot \arctan\left(\frac{22.2}{2 \cdot 18}\right) = 2 \cdot \arctan(0.617) = 2 \cdot 31.661^\circ = 63.321^\circ$$
$$\text{FOV}_H = 2 \cdot \arctan\left(\frac{H_m}{2 \cdot F}\right) = 2 \cdot \arctan\left(\frac{14.8}{2 \cdot 18}\right) = 2 \cdot \arctan(0.411) = 2 \cdot 22.348^\circ = 44.696^\circ$$

---

\* Coordonator al Observatorului Astronomic din cadrul Universității Tehnice a Moldovei

#### 1.4. Luminozitatea obiectivului

În limbaj matematic aceasta reprezintă raportul dintre diametrul obiectivului și distanța lui focală. De exemplu, dacă avem un obiectiv cu apertura  $A = 29$  mm și distanța focală  $F = 58$  mm, atunci obținem o valoare a luminozității obiectivului de  $f/2$ . Ce obținem dacă știm luminozitatea? Există următoarea relație – cu cât este mai mică valoarea luminozității (cifrei de după bară), cu atât mai multă lumină colectează obiectivul. La rândul său, acest fapt ne permite să captăm mai multe obiecte cerești la același timp de expunere.

### 2. Calculul timpului maxim de expunere

#### 2.1. Introducere

Ca parte introductivă a acestui capitol, voi enumera factorii ce influențează reușita fotografierii dar pe care care nu îi putem calcula și/sau controla:

- Difracția - este caracteristică oricărui dispozitiv optic și nu poate fi evitată. Ea duce la „spălăcirea” imaginii obținute;
- Fluxul de electroni - datorită unor efecte fizice electronii pot trece din pixeli iluminați în cei neiluminați;
- Turbulența atmosferică - atmosfera este în permanentă mișcare, chiar și în lipsa vântului. Aceasta duce la scăderea clarității.

#### 2.2. Determinarea declinației minime a stelelor în cadru

Pentru început trebuie să găsim steaua Polară. Cunoaștem cu toții constelația Ursa Mare și faptul că se aseamănă cu un căuș. Găsiți marginea din partea dreaptă, opusă față de coadă și trageți o dreaptă prin aceste două stele. De-a lungul acestei drepte, în sus, măsurați 5 distanțe egale cu cea dintre cele două stele. Acolo găsim steaua Polară!

De asemenea, este necesar să cunoaștem sistemul ecuatorial de coordonate. Dacă ați urmărit steaua Polară, cu siguranță ați observat că pe parcursul nopții aceasta nu își schimbă poziția pe cer. Datorită acestui fapt, ea este considerată Polul Nord ceresc. Dacă din punctul acesta tragem o dreaptă prin centrul Pământului, privim axa în jurul căreia „se învârtă” bolta cerească. Următorul lucru pe care trebuie să îl cunoaștem este Ecuatorul ceresc. El reprezintă un plan perpendicular față de axa menționată anterior și trece prin centrul Pământului. Ultimul lucru pe care trebuie să îl știm este declinația. Tragem un segment perpendicular pe Ecuatorul ceresc, între planul lui și stea. Acum tragem două drepte între vârfurile acestui segment și centrul Pământului. Unghiul format de aceste două drepte la centrul Pământului reprezintă declinația pe care o căutăm. Dacă steaua este situată în emisfera Sudică, atunci declinația este negativă, dar pe noi ne interesează valoarea ei absolută.

Pentru un aparat foto, trebuie să calculăm declinația minimă ce nimereste în cadrul nostru. Pentru simplificarea calculelor, vom considera că axa verticală a sensorului de imagine este paralelă cu dreapta trasă perpendicular de la steaua aleasă pe Ecuatorul ceresc. Dacă nu fotografiem în direcția Nord sau Sud și dorim ca peisajul terestru să fie prezent în cadru, atunci afirmația dată nu va corespunde realității – axa verticală a sensorului de imagine va fi perpendiculară față de orizont și sub un unghi față de dreapta trasă perpendicular de la steaua aleasă pe Ecuatorul ceresc. Calculul în configurația dată este posibil dar sofisticat, de aceea va fi omis.

Vom presupune că fotografiem un peisaj nocturn în direcția Nord, axa verticală a sensorului de imagine fiind perpendiculară față de orizont și paralelă cu dreapta trasă perpendicular de la steaua aleasă pe Ecuatorul ceresc. Declinația stelei alese în centrul cadrului –  $45^\circ$ . Calculul declinației minime în cadrul nostru va fi următorul:

$$\Delta_{min} = 90^\circ - \sqrt{\left(\frac{FOV_w}{2}\right)^2 + \left(90^\circ - \Delta + \frac{FOV_H}{2}\right)^2} = 90^\circ - \sqrt{(31.661^\circ)^2 + (90^\circ - 45^\circ + 22.348^\circ)^2} = 15.58^\circ$$

Notă importantă: dacă obținem o valoare negativă atunci setăm  $\Delta_{min} = 0^\circ$ . Explicația este simplă: Ecuatorul ceresc nimereste în cadru în așa caz, iar noi deja știm că el are cea mai înaltă viteză liniară.

#### 2.3. Calcularea discului de difracție

Din cauza distanței imense până la stele ele reprezintă surse punctiforme de lumină la orice nivel de mărire optică. În urma difracției ele nu vor reprezenta puncte pe sensorul de imagine, ci

cerculețe. Dimensiunea acestui cerculeț este determinată de doi parametri — lungimea de undă  $\lambda$  a luminii (vom calcula pentru culoarea verde — 0.000555 mm) și luminozitatea lentilei f/3.5:

$$d = 1.22 \cdot \lambda \cdot f = 1.22 \cdot 0.000555 \cdot 3.5 = 0.00237 \text{ mm}$$

#### 2.4. Obținerea formulei de calcul a timpului admisibil de expunere și utilizarea ei

Lungimea L a liniei create de o stea cu declinația  $\Delta$  obținută în timpul de T secunde constituie ( $\omega$  reprezintă viteza unghiulară a rotației zilnice a cerului și este egală cu 15"/sec):

$$L = F \cdot \omega \cdot \cos(\Delta) \cdot T$$

Pornind de la dimensiunea discului de difracție, se decide cum se va calcula timpul maxim admisibil de expunere:

- Dacă acesta este mai mic decât dimensiunea pixelului → lungimea admisibilă a urmei lăsate de stea este setată ca fiind egală cu jumătate din dimensiunea pixelului:

$$\frac{D_p}{2} = F \cdot \omega \cdot \cos(\Delta) \cdot T$$

- Dacă acesta este mai mare decât dimensiunea pixelului → lungimea admisibilă a urmei lăsate de stea este setată ca fiind egală cu jumătate din dimensiunea discului de difracție:

$$\frac{d}{2} = 0.61 \cdot \lambda \cdot f = F \cdot \omega \cdot \cos(\Delta) \cdot T$$

După câteva operații simple obținem două formule practice:

$$T = \frac{21600 \cdot D_p}{\pi \cdot F \cdot \cos(\Delta_{\min})} \quad T = \frac{26352 \cdot \lambda}{\pi \cdot A \cdot \cos(\Delta_{\min})}$$

În cazul nostru, cu obiectivul de 18 mm se utilizează prima formulă deoarece:

$$d \leq D_p$$

$$0.00237 \text{ mm} < 0.006424 \text{ mm}$$

$$T = \frac{21600 \cdot 0.006424}{\pi \cdot 18 \cdot \cos(15.58)} = 2.55 \text{ sec}$$

Pare foarte puțin, Calea Lactee sigur nu se va vedea. Haideți să încercăm să îmbunătățim aceste rezultate!

#### 2.5. Îmbunătățirea rezultatelor calculelor

Calculul efectuat a demonstrat că timpul în decursul căruia stelele rămân punctiforme pe fotografie este destul de scurt. În continuare, vom vedea cum să îmbunătățim rezultatele obținute.

Primul pas posibil este modificarea dimensiunilor pixelului. Este evident faptul că dimensiunile lui fizice nu pot fi modificate. Ideea constă în faptul că fotografiile obținute nu vor fi vizualizate în rezoluția lor deplină. Să presupunem că dorim să aducem rezultatul final la rezoluția Full HD, care este egală cu 1920x1080. Iată ce vom obține în rezultat (notă: criteriul de alegere a formulei de calcul timpului de expunere se efectuează conform dimensiunilor fizice ale pixelului sensorului de imagine!):

$$D_p = W_p = \frac{W_m}{R_x} = \frac{22.2 \text{ mm}}{1920} = 0.0115625 \text{ mm}$$

$$T = \frac{21600 \cdot 0.0115625}{\pi \cdot 18 \cdot \cos(15.58)} = 4.59 \text{ sec}$$

Rezultatul obținut demonstrează aproape o dublare a timpului de expunere, în comparație cu cel precedent. În cazul dat, pentru a prinde mai bine cerul nocturn, fără mărirea timpului de expunere, avem 2 soluții — obiective cu luminozitatea mai mare (de exemplu f/2.0 în loc de f/3.5) și un senzor de imagine mai sensibil dar cu același nivel de zgomot electronic.

Ca recomandare generală ar putea fi și utilizarea obiectivelor cu distanța focală mai scurtă. Dar acestea au unghiurile de vedere mai largi și, deoarece funcția de cosinus introduce non-linearitate în formulele derivate anterior, nu se știe dacă în final vom avea de câștigat. Să presupunem că am înlocuit obiectivul de 18 mm cu unul de 8 mm, cu aceeași luminozitate. Calculele noastre vor arăta în felul următor:

$$F_e = 8 \text{ mm} \cdot 1.6 = 12.8 \text{ mm}$$

$$\text{FOV}_w = 2 \cdot \arctan\left(\frac{22.2}{2 \cdot 8}\right) = 2 \cdot \arctan(1.3875) = 2 \cdot 54.219^\circ = 108.438^\circ$$

$$\text{FOV}_H = 2 \cdot \arctan\left(\frac{14.8}{2 \cdot 8}\right) = 2 \cdot \arctan(0.925) = 2 \cdot 42.769^\circ = 85.538^\circ$$

$$\Delta_{\min} = 90^\circ - \sqrt{(54.219^\circ)^2 + (90^\circ - 45^\circ + 42.769^\circ)^2} = -13.165^\circ \rightarrow 0^\circ$$

$$T = \frac{21600 \cdot 0.006424}{\pi \cdot 8 \cdot \cos(0)} = 5.52 \text{ sec}$$

Rezultatul obținut nu este cu mult mai mare decât cel precedent. Dar, în schimb, am obținut un unghi de vedere mult mai larg. Acum să combinăm ambele abordări generale de mărire a timpului de expunere:

$$T = \frac{21600 \cdot 0.0115625}{\pi \cdot 8 \cdot \cos(0)} = 9.937 \text{ sec}$$

Noul rezultat demonstrează o mărire considerabilă. Dar nici aceasta nu este limita deoarece calculele noastre sunt idealiste. În realitate, situația este diferită datorită factorilor enumerați în 2.1. Aceștia duc la aceea că stelele, practic, niciodată nu se încadrează într-un pixel. Din această cauză și pentru că omul nu va putea face distincție între o stea rotundă și una puțin eliptică, putem introduce în calculele noastre un coeficient de corecție C:

$$T = \frac{C \cdot 21600 \cdot D_p}{\pi \cdot F \cdot \cos(\Delta_{\min})} \quad T = \frac{C \cdot 26352 \cdot \lambda}{\pi \cdot A \cdot \cos(\Delta_{\min})}$$

Pentru claritate, să prezentăm un exemplu cu utilizarea C = 4:

$$T = \frac{4 \cdot 21600 \cdot 0.0115625}{\pi \cdot 8 \cdot \cos(0)} = 39.748 \text{ sec}$$

Avem în rezultat o creștere substanțială a timpului de expunere maxim admisibil. Un astfel de timp ne permite să prindem cu certitudine Călea Lactee. Aceste fiind spuse, calculele noastre sunt finisate și putem trece la aplicarea lor în practică!

## SHOOTING THE NIGHT SKY WITH A FIXED CAMERA

The Earth rotates and because of this, if we use a static camera the stars in our night shots are producing trails. This can be avoided if we set an exposure short enough to prevent stars from transforming from dots into trails. But how short must the exposure be to achieve this? To answer this question, we need some information about our equipment first, so that we can use it for further calculations.

The first thing to find out is the crop-factor. It is the ratio between the size of the sensor in our camera and the frame of a 35-mm film camera. It allows us to calculate the “equivalent” focal length of the chosen lens. The next parameter is pixel size. It is calculated based on width, height and also maximum available resolution of the camera sensor. Third comes the lens field of view, calculated separately for horizontal and vertical sides because usually camera sensors are not square. The last characteristic, again related to the lens, is luminosity, which in fact is the ratio between aperture and focal length.

After finding all the numbers mentioned, we can make our calculations. But first, we need to learn about the equatorial coordinate system, as one of it's elements participates in our final calculations. We need to know the “worst” declination in our frame, based on the coordinates of the star in the middle. Then we calculate the diffraction circle — based on it we will choose the corresponding calculation path. After taking the correct path we calculate the maximum exposure that would not produce star trails. The results we get are daunting and do not seem realistic. However, there is a way around them: we take all the factors which reduce our optical resolution into account and introduce a correction coefficient into our formula. This final formula can be used in practice.